

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique  
Université Djilali Bounaama Khemis Miliana



**Faculté des Sciences et de la Technologie**

Département de la Technologie

Mémoire Présenté

Pour l'obtention de Diplôme

Master

En AUTOMATIQUE

Spécialité : Automatique et Informatique Industrielle

Thème

**Modélisation et Commande d'un pendule inversé par la logique floue**

*Présenté par*

**Mr. REGBA MOHAMMED AMIN**

Jury :

Mr. BOUKLI HACENE Omar	UDBKM	Président
Mr. HIMOUR Yassine	UDBKM.	Examineur
Mr. KERRACI Abdelkader	UDBKM	Encadrant

**Année Universitaire 2022/2023**

## *Dédicace*

*En tout premier lieu, je remercie le bon Dieu, tout puissant, de m'avoir donné la force pour survivre, ainsi que l'audace pour dépasser toutes les difficultés.*

*Je dédie ce mémoire avec amour et gratitude :*

*À mes merveilleux parents, pour leur affection et leur amour inconditionnel.*

*À mes chers frères et ma sœur, pour leur soutien constant et leurs sourires réconfortants.*

*À toute ma famille, pour leur présence et leur encouragement tout au long de ce parcours.*

*À mes amis, qui ont partagé des moments inoubliables et ont rendu cette aventure encore plus spéciale.*

*À ma promo 2022/2023, pour ces liens d'amitié et de solidarité qui resteront gravés dans ma mémoire.*

*Et enfin, un remerciement spécial à mes professeurs, en particulier à mon encadreur **Mr. Abdelkader KERRACI**, pour sa précieuse guidance et son expertise qui ont enrichi ce mémoire.*

*Que cette dédicace témoigne de mon immense reconnaissance envers tous ceux qui ont contribué à ma réussite et m'ont soutenu tout au long de ce voyage.*



**MOHAMMED**

# *Remerciements*

Tout d'abord, j'exprime ma profonde gratitude à ALLAH, le Tout-Puissant, pour la volonté, la santé et la patience qu'Il m'a accordées tout au long de ces années.

Je souhaite également adresser mes remerciements les plus chaleureux à M. Abdelkader KERRACI, qui a accepté d'être mon encadrant. Sa rigueur, ses conseils et sa disponibilité ont été d'une importance capitale pour la réalisation de ce travail.

J'exprime mon respect et ma gratitude envers les membres du jury qui ont eu l'honneur de juger mon travail.

mes remerciements s'étendent également à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation, depuis mon premier cycle d'études jusqu'à la fin de mon parcours universitaire.

Je tiens à remercier sincèrement toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.

Comme, Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes chers parents et familles. Leurs sacrifices, leurs aide, leurs soutien et leurs encouragements ont été essentiels pour me permettre de poursuivre cette formation de Master dans les meilleures conditions.

# Résumé

Dans ce travail, nous nous sommes concentrés sur l'étude, la modélisation et la commande du pendule inversé sur chariot en utilisant une approche basée sur la logique floue. Notre objectif était de stabiliser le pendule en le maintenant en position verticale. Nous avons appliqué directement deux méthodes de commande sur notre système, à savoir une loi de commande classique de type PID et une technique de l'intelligence artificielle qui est la logique floue. Les performances ont été analysées en termes de temps de stabilisation et de précision. À travers cette comparaison, nous avons conclu, dans notre cas, que la commande par logique floue présentait des performances supérieures, avec un temps de stabilisation plus court et une précision. Les simulations ont été validées à l'aide du logiciel MATLAB/Simulink, et les résultats étaient très satisfaisants.

**Mots clés :** Pendule inversé, commande PID, logique floue, Stabilité.

## ملخص

في هذا العمل، ركزنا على الدراسة والنمذجة والتحكم لنواس مقلوب، متحرك على عربة باستخدام تحكم مبني على المنطق الضبابي. هدفنا كان، ضبط النواس من خلال إبقائه في وضع عمودي. قد طبقنا طريقتين للتحكم بشكل مباشر على نظامنا، وهما قانون التحكم الكلاسيكي من نوع PID وتقنية من الذكاء الاصطناعي والتي هي المنطق الضبابي. تم تحليل الأداء من حيث تحديد الوقت والدقة. ومن خلال هذه المقارنة، خلصنا إلى أن التحكم الضبابي أظهر أداءً متفوقاً من حيث وقت استقرار أقصر وتجاوز محدود. وقد تم التحقق من صحة الدراسة النظرية التي أجريت من خلال عملية المحاكاة باستخدام برنامج MATLAB /SIMULINK، وكانت النتائج مرضية.

**الكلمات الرئيسية:** النواس المقلوب، منظم PID، منطق الضبابي، الدقة، الاستقرار.

## Abstract

In our study, we focused on the analysis, modeling, and control of the inverted pendulum on a cart using a fuzzy logic-based approach. Our objective was to stabilize the pendulum by keeping it in an upright position. We directly applied two control methods to our system : fuzzy logic and the classical PID control. The performance was analyzed in terms of stabilization time and accuracy. Through this comparison, we concluded that, in our case, the fuzzy logic control exhibited superior performance with a shorter stabilization time and higher accuracy. The simulations were validated using MATLAB/Simulink software, and the results were highly satisfactory.

**Keywords :** Inverted pendulum, fuzzy logic, PID controller, Stability.

# Table des matières

<b>Dédicace</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>ii</b>
<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des Notations et Abréviations</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Modélisation dynamique du pendule inversé</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Pendule inversé . . . . .	3
1.3 Types de pendules Inversés . . . . .	4
1.4 Les propriétés du pendule inversé . . . . .	6
1.5 Principe de fonctionnement . . . . .	6
1.6 Exemples d'applications . . . . .	7
1.7 Modélisation du système chariot-pendule . . . . .	9
1.8 Linéarisation des équations de mouvement . . . . .	12
1.9 Validation du modèle du système : simulation . . . . .	13
1.10 Conclusion . . . . .	15
<b>2 Notion sur la logique floue</b>	<b>16</b>
2.1 Introduction . . . . .	16
2.2 Définition . . . . .	17

2.3	Ensemble flou . . . . .	17
2.4	Théorie classique des ensembles . . . . .	20
2.5	Concept d'ensemble flou . . . . .	20
2.6	Opérations sur les ensembles flous . . . . .	21
2.7	Modèle flou . . . . .	22
2.8	Système d'inférence flou . . . . .	23
2.9	Structure générale d'un système d'inférence floue . . . . .	23
2.10	Conclusion . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Commande classique de type PID</b>	<b>27</b>
3.1	Introduction . . . . .	27
3.2	Définition de la commande classique PID . . . . .	27
3.3	Différentes structures du PID . . . . .	30
3.4	Principe de fonctionnement d'un régulateur PID . . . . .	31
3.5	Types de Régulateurs . . . . .	31
3.6	Méthodes de synthèse du régulateur PID . . . . .	32
3.7	Application de la commande PID au système pendule-chariot . . . . .	34
3.8	Résultats de simulation . . . . .	35
3.9	Interprétation des résultats . . . . .	36
3.10	Conclusion . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Application de la commande logique floue</b>	<b>38</b>
4.1	Introduction . . . . .	38
4.2	Commande du pendule inversé par la logique floue . . . . .	39
4.3	Résultats de Simulation . . . . .	44
4.4	Interprétation des résultat . . . . .	46
4.5	Conclusion . . . . .	46
	<b>Conclusion</b>	<b>47</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>49</b>

# Table des figures

1.1	Pendule inversé . . . . .	4
1.2	Schéma de principe d'un pendule inversé classique . . . . .	4
1.3	Schéma de principe d'un double pendule inversé en cascade . . . . .	5
1.4	Schéma de principe d'un double pendule inversé parallèle . . . . .	5
1.5	Pendule inversé de type Furuta . . . . .	6
1.6	Robot ATLAS . . . . .	7
1.7	Robot EMIEW . . . . .	7
1.8	Comparaison entre le pendule inversé et un robot humanoïde . . . . .	7
1.9	Corps de l'être humain . . . . .	8
1.10	Honda riding assist . . . . .	8
1.11	Segway . . . . .	8
1.12	Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé . . . . .	9
1.13	Schéma bloc du modèle non linéaire de l'ensemble chariot-pendule . . . . .	14
1.14	Réponse du système en régime libre. . . . .	15
2.1	Les caractéristiques d'un ensemble flou . . . . .	18
2.2	Variable linguistique . . . . .	18
2.3	Exemple illustratif pour la fonction d'appartenance . . . . .	19
2.4	Différentes formes des fonctions d'appartenance . . . . .	19
2.5	Ensemble classique . . . . .	20
2.6	Ensemble flou . . . . .	20
2.7	Exemple illustrative . . . . .	20
2.8	Exemple illustrative . . . . .	20
2.9	Exemple d'opérateur OU . . . . .	21
2.10	Exemple d'opérateur ET . . . . .	21
2.11	Exemple d'opérateur NON . . . . .	22
2.12	Structure générale d'inférence flou . . . . .	23
2.13	Exemple illustratif . . . . .	24

3.1	Structure générale du contrôleur PID . . . . .	28
3.2	Réponses des différentes actions . . . . .	29
3.3	La structure parallèle . . . . .	30
3.4	La structure mixte . . . . .	30
3.5	La structure série . . . . .	31
3.6	Schéma d'une boucle de régulation PID . . . . .	31
3.7	Pendule inversé avec régulateur PID . . . . .	34
3.8	Schéma Bloc de régulation du pendule inversé avec la commande par PID . . . . .	35
3.9	réponses du système avec régulateur PID. . . . .	36
4.1	Pendule inversé dans différentes positions . . . . .	39
4.2	Fonctions d'appartenance de l'angle Theta $\theta$ . . . . .	40
4.3	Fonctions d'appartenance de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ . . . . .	41
4.4	Fonctions d'appartenance de la position du chariot $x$ . . . . .	41
4.5	Fonctions d'appartenance de la vitesse du chariot $\dot{x}$ . . . . .	41
4.6	Fonctions d'appartenance de la force $U$ . . . . .	42
4.7	Base des règles avec condition initiale $\theta = 0.1$ . . . . .	43
4.8	Surface de la base des règles . . . . .	43
4.9	Modèle Simulink du pendule inversé sous un contrôleur flou . . . . .	44
4.10	Réponse du système sous contrôleur flou . . . . .	44
4.11	Réponse du système si on injecte une perturbation . . . . .	45
4.12	Comparison entre logique flou et PID . . . . .	45

# Liste des tableaux

1.1	Paramètres physique de l'ensemble chariot-pendule . . . . .	9
3.1	Influence des paramètres d'un PID série sur le système qu'il corrige si l'on augmente séparément l'action proportionnelle ( $P$ ), intégrale ( $I$ ) ou dérivée ( $D$ ). . .	29
3.2	Comparaison des régulateurs P, PI, PD et PID . . . . .	32
3.3	Comparaison entre les méthodes les plus couramment utilisées . . . . .	33
3.4	Les gains obtenus par la méthode de placement des pôles . . . . .	35
4.1	Tableaux des termes linguistique pour la commande U . . . . .	40

# Liste des Notations et Abréviations

## Liste des Notations

$b$	Coefficient de frottement du chariot
$C(p)$	La fonction de transfert
$D$	Action dérivée
$d$	Coefficient de frottement du pendule
$E_c$	L'énergie cinétique totale de l'ensemble chariot et pendule
$E_{cM}$	L'énergie cinétique du chariot
$E_{cm}$	L'énergie cinétique du pendule
$E_p$	L'énergie potentielle du système
$F(t)$	Force appliquée au chariot
$F_i$	L'équations d'Euler Lagrange
$h(x)$	Hauteur de l'ensemble flou
$I$	Action intégrale
$J$	Moment d'inertie du pendule
$K_d$	Gain dérivé
$K_i$	Gain intégral
$K_p$	Gain proportionnel
$L$	Lagrangien du système
$l$	Demi longueur du pendule
$M$	La masse du chariot
$m$	La masse du pendule
$\mu_A$	La fonction d'appartenance de l'ensemble $A$
$noy(x)$	Noyau de l'ensemble flou
$P$	Action proportionnelle
$q(t)$	Degré de liberté
$r_c$	Vecteur de position du centre de gravité
$supp(x)$	Support de l'ensemble flou
$\theta(t)$	Angle de rotation du pendule
$\vec{j}$	Vecteur unitaire du repère $x$
$\vec{r}_c$	Vecteur de position du centre de gravité
$\vec{v}_c$	La vitesse du centre de gravité du pendule
$x(t)$	Position du chariot
$y$	La sortie
$y_d$	La consigne

## Liste des Abréviations

NL	Négatif Large
NM	Négatif moyenne
NS	Négative Smal
<i>PID</i>	Proportionnel-Intégral-Dérivatif.
PL	Positive Large
PM	Positive Moyenne
PS	Positive Smal

# Introduction Générale

Le contrôle des systèmes dynamiques constitue un domaine de recherche et d'application très vaste dans le domaine de l'ingénierie. Parmi les nombreux systèmes étudiés, le pendule inversé sur chariot [1] est l'un des problèmes classiques qui a suscité beaucoup d'intérêt en raison de sa complexité et de ses applications dans des domaines tels que la robotique, l'automatisation industrielle et la stabilisation de plateformes.

Tout d'abord, le pendule inversé sur chariot est un système non linéaire, ce qui signifie que sa dynamique ne peut pas être facilement représentée par des équations linéaires simples. Cela rend le contrôle du pendule inversé plus complexe et nécessite des approches de commande plus avancées que celles utilisées pour les systèmes linéaires [2]. En choisissant le pendule inversé comme sujet d'étude, nous avons l'opportunité de développer et d'appliquer des techniques de contrôle avancées pour résoudre ce problème complexe. De plus, les compétences acquises dans le cadre de cette étude peuvent être appliquées à d'autres systèmes dynamiques non linéaires, ce qui en fait un domaine de recherche pertinent et prometteur.

Dans ce projet de fin d'études, nous nous intéressons à la modélisation et à la commande du pendule inversé sur chariot en utilisant la logique floue. La logique floue est une approche de contrôle basée sur des règles linguistiques et des valeurs de vérité floues, permettant de gérer des systèmes complexes et incertains.

Le premier chapitre, intitulé "État de l'art sur les pendules inversés", présente une revue de la littérature sur les pendules inversés, en mettant l'accent sur les différentes approches de modélisation utilisées pour décrire le comportement dynamique du système. Nous explorons également les travaux antérieurs concernant la simulation du modèle non linéaire du pendule inversé sur chariot.

Le deuxième chapitre, intitulé "Introduction à la logique floue", propose une présentation détaillée de la logique floue en tant qu'outil de contrôle. Nous examinons les principes fondamentaux de la logique floue, tels que la représentation floue des variables, les opérations floues et les règles d'inférence. De plus, nous discutons des avantages et des limitations de l'utilisation de la logique floue dans le contexte du pendule inversé sur chariot.

Le troisième chapitre, intitulé "Application de la commande classique PID pour le pendule inversé", se concentre sur les techniques de commande classiques, en particulier le contrôleur proportionnel-intégral-dérivé (PID). Nous expliquons en détail les principes de fonctionnement du contrôleur PID et nous décrivons la méthode de calcul des gains du PID par la technique du placement des pôles. De plus, nous présentons les résultats de la simulation dans l'environnement MATLAB/SIMULINK.

Enfin, dans le quatrième chapitre, intitulé "Application de la commande par logique floue sur le pendule inversé sur chariot", nous appliquons la logique floue pour contrôler le pendule

inversé. Nous explorons les concepts clés de la logique floue appliqués au problème du pendule inversé sur chariot, tels que la fuzzification, défuzzification, les fonctions d'appartenance et les règles floues. Nous présentons également les résultats de simulation comparant les performances du contrôleur logique floue avec le contrôleur PID.

En conclusion, ce projet de fin d'études vise à fournir une compréhension approfondie de la modélisation et de la commande du pendule inversé sur chariot en utilisant à la fois des techniques classiques comme le contrôleur PID et des approches plus avancées comme la logique floue. Nous espérons que cette étude contribuera à l'avancement des connaissances dans le domaine du contrôle des systèmes dynamiques et ouvrira la voie à de nouvelles applications dans des domaines variés.

# Modélisation dynamique du pendule inversé

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Pendule inversé</b>	<b>3</b>
<b>1.3</b>	<b>Types de pendules Inversés</b>	<b>4</b>
<b>1.4</b>	<b>Les propriétés du pendule inversé</b>	<b>6</b>
<b>1.5</b>	<b>Principe de fonctionnement</b>	<b>6</b>
<b>1.6</b>	<b>Exemples d'applications</b>	<b>7</b>
<b>1.7</b>	<b>Modélisation du système chariot-pendule</b>	<b>9</b>
<b>1.8</b>	<b>Linéarisation des équations de mouvement</b>	<b>12</b>
<b>1.9</b>	<b>Validation du modèle du système : simulation</b>	<b>13</b>
<b>1.10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>15</b>

---

## 1.1 Introduction

Lorsque les enfants apprennent à marcher, ils doivent coordonner les mouvements de leur corps pour maintenir l'équilibre et éviter de tomber. En réalité, ils font l'expérience de la dynamique complexe d'un pendule inversé. Bien qu'ils ne comprennent pas les principes scientifiques sous-jacents, leur cerveau développe des stratégies intuitives pour réguler leur mouvement et assurer leur stabilité. Comprendre la marche des enfants nous aide à développer des techniques de contrôle.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude du pendule inversé. Nous expliquons ses propriétés et son principe de fonctionnement en présentant des exemples d'application. Ensuite, nous développons son modèle mathématique en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange. Enfin, nous élaborons le modèle du système chariot-pendule et présentons les résultats de simulation correspondants.

## 1.2 Pendule inversé

Le pendule inversé est un système intrinsèquement instable, dont la dynamique est hautement non linéaire. C'est un système SIMO (Single Input Multiple Output) qui appartient à la classe des systèmes mécaniques sous-actionnés ayant moins d'entrées de contrôle que de degrés

de liberté. Cela rend la tâche de commande plus difficile, ce qui fait du système un référent classique dans le domaine de la conception, du test, de l'évaluation et de la comparaison de diverses techniques de contrôle classiques et modernes.

L'objectif de cette étude de cas est de stabiliser le pendule inversé de manière à ce que la position du chariot sur la piste soit contrôlée rapidement et avec précision, afin que le pendule soit toujours en position inversée pendant ces mouvements. Le but est de maintenir à tout moment la position verticale souhaitée [3].

Généralement le système est composé de deux éléments principaux :

- un chariot libre en translation le long d'un rail de guidage ;
- un pendule pesant solidaire du chariot et libre en rotation.

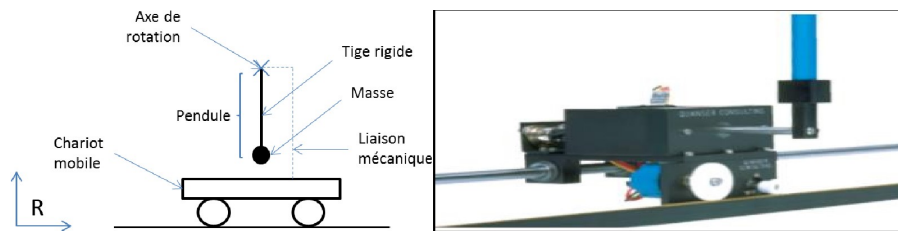


FIGURE 1.1 – Pendule inversé

## 1.3 Types de pendules Inversés

On peut distinguer divers types de pendules inversés tels que :

### 1.3.1 Pendule inversé classique

Le pendule inversé classique, également connu sous le nom de pendule inversé sur chariot, c'est un système dynamique composé d'un chariot qui peut se déplacer horizontalement sur une surface guidée, et d'une tige verticale montée sur le chariot avec un poids suspendu à son extrémité supérieure. Contrairement à un pendule simple, le pendule inversé est instable et nécessite un contrôle actif pour maintenir son équilibre.

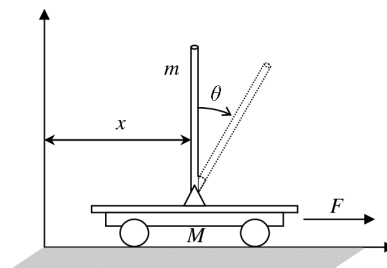


FIGURE 1.2 – Schéma de principe d'un pendule inversé classique

### 1.3.2 Double pendule inversé

Pour ce type de pendule, on peut distinguer deux architectures différentes :

- **En cascade** : Il a le même principe que le pendule simple, la seule différence réside dans le fait qu'il dispose de deux tiges en rotation libre. L'une tourne autour du pivot à la base,

d'un angle  $\theta_1$ , et l'autre avec l'angle  $\theta_2$  autour de la deuxième articulation entre les deux tiges. Le but de la commande pour ce système consiste à stabiliser les deux tiges autour de la verticale et les maintenir autour de ce point d'équilibre instable [4].

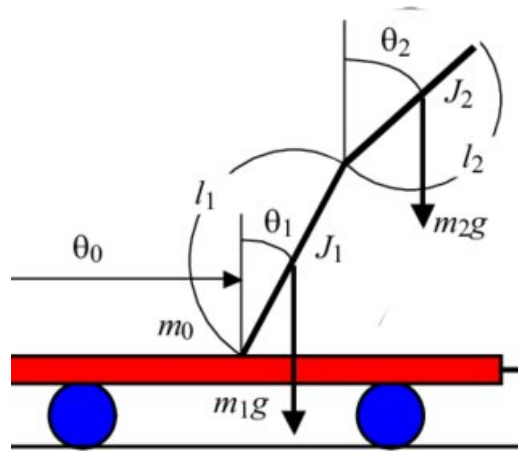


FIGURE 1.3 – Schéma de principe d'un double pendule inversé en cascade [5]

- **En parallèle :** Dans ce cas, le chariot supporte deux tiges indépendantes : une tige L de longueur  $l_L$ , et une autre B de longueur  $l_B$ , les deux en rotation libre (figure 1.4). Le déplacement  $x(t)$  de la base va engendrer une déviation d'un angle  $\theta_L$  par rapport à la verticale sur la première tige et d'un angle  $\theta_B$  par rapport à la verticale sur la deuxième tige. Le but de la commande consiste à stabiliser les deux tiges autour de la verticale au point d'équilibre instable et les maintenir même dans le cas de présence de perturbations externes [4].

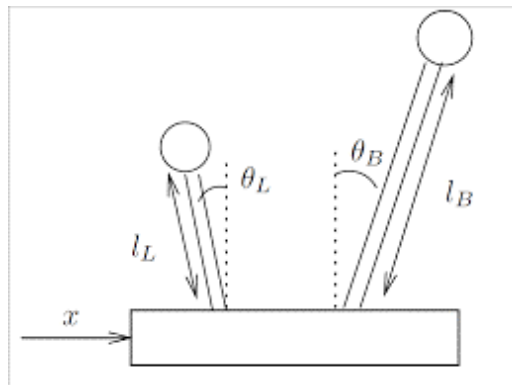


FIGURE 1.4 – Schéma de principe d'un double pendule inversé parallèle [4]

### 1.3.3 Pendule inversé de Furuta

Ce pendule a été conçu par K. Furuta (figure 1.5). Il est composé d'un bras actionné en rotation dans le plan horizontale, à son extrémité vient s'ajouter un pendule inversé monté en équilibre instable. La rotation infinie du bras assure la stabilisation et le maintien du pendule autour de la verticale au point d'équilibre instable [6].



FIGURE 1.5 – Pendule inversé de type Furuta

Il existe aussi d'autres types de pendule inversé tel que :

- Pendule inversé sur deux roues
- Pendule inversé stabilisé par volant d'inertie [7], etc.

## 1.4 Les propriétés du pendule inversé

### — Système instable :

Il est clair que le système est instable dans la position haute du pendule, ce qui signifie que sans intervention extérieure, il ne peut pas rester en équilibre.

### — Système non linéaire :

Le pendule inversé est un système non-linéaire car l'équation qui décrit son mouvement contient des termes non-linéaires.

### — Système sous-actionné :

Le pendule inversé est un système sous-actionné car il possède moins d'actionneurs que de degrés de liberté. Cela signifie que le nombre d'actionneurs (moteurs) est inférieur au nombre de degrés de liberté ( $x$  mouvement de translation et  $\theta$  mouvement angulaire). Dans ce cas, le système est dit : sous actionné

### — Système holonome :

Un système mécanique  $S$  est holonome, si la position de ses différentes parties peut être caractérisée par  $n$  variables indépendantes  $q_1 \cdots q_n$  appelées coordonnées généralisées du système. On dit alors que  $S$  est un système holonome à  $n$  degrés de liberté. Le pendule inversé est également un système holonome avec les coordonnées généralisées [8] :

$$q_1 = x \text{ et } q_2 = \theta$$

## 1.5 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement du système est théoriquement très simple. Si le pendule s'incline vers la droite, le chariot doit se déplacer vers la droite pour le rattraper et vice versa. La partie la plus difficile consiste à ajuster la force et la forme de la réponse du chariot en fonction de l'angle qui forme le pendule avec l'axe vertical, et le maintenir en équilibre par rapport à la verticale en présence des perturbations externes.

## 1.6 Exemples d'applications

Le principe du pendule inversé est exploité dans plusieurs domaines en particulier [9] [10] [11] :

### 1.6.1 En robotique :

Le pendule inversé peut être utilisé pour modéliser les mouvements de la plupart des robots humanoïdes. Comme les robots peuvent également perdre leur équilibre et tomber si aucune mesure n'est prise (si aucune action n'est prise!!) pour maintenir sa stabilité, c'est pourquoi on utilise souvent le pendule inversé comme un exemple de système à contrôler pour maintenir l'équilibre et la stabilité des robots humanoïdes.

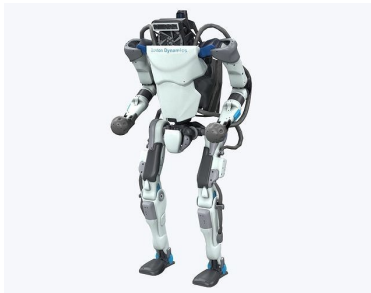


FIGURE 1.6 – Robot ATLAS [12]



FIGURE 1.7 – Robot EMIEW [13]

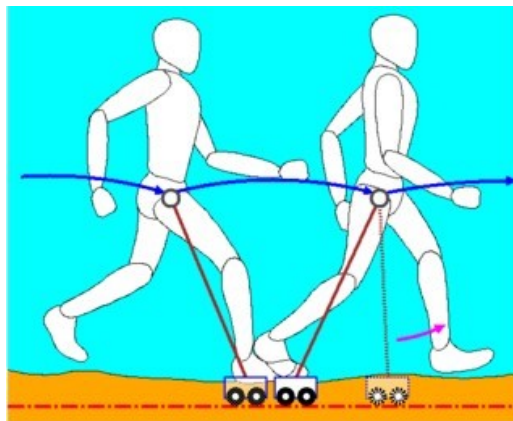


FIGURE 1.8 – Comparaison entre le pendule inversé et un robot humanoïde [14]

### 1.6.2 En médecine :

Puisque l'homme est un pendule double inversé, le principe de pendule inversé est souvent utilisé en médecine pour comprendre les mouvements du corps et les forces qui s'y appliquent. Les professionnels de la santé peuvent utiliser cette analogie pour concevoir, et optimiser des prothèses pour les hanches et pour contrôler les mouvements d'un exosquelette, ce qui peut aider les personnes atteintes d'handicaps physiques à retrouver une certaine mobilité. En comprenant mieux les mouvements de pendule inversé du corps humain, il est possible de concevoir des interventions plus efficaces et plus personnalisées pour améliorer la santé et la qualité de vie des patients.

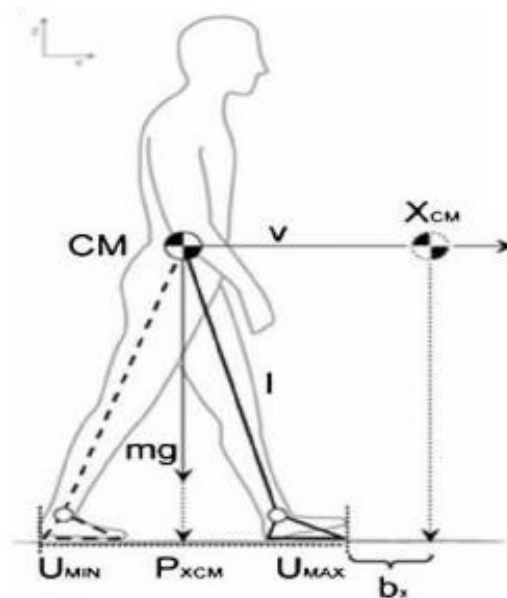


FIGURE 1.9 – Corps de l'être humain [11]

### 1.6.3 Domaine du transport :

Dans le domaine du transport basé sur l'étude des pendules inversés, on trouve le moto "Honda Riding Assist", il s'agit d'un moto qui maintien automatiquement l'équilibre dans les phases arrêt et basse vitesse. Aussi, le Segway, qui utilise des capteurs pour mesurer l'inclinaison du Segway par rapport à la verticale et ajuste la vitesse et la direction des roues en conséquence pour maintenir l'équilibre.



FIGURE 1.10 – Honda riding assist [15]



FIGURE 1.11 – Segway [9]

### 1.6.4 Domaine de l'aérospatiale :

Le pendule inversé peut également être utilisé dans le domaine de l'aérospatiale pour modéliser le comportement des satellites, des missiles et des avions, etc. Par exemple, dans le cas d'un missile, le système de guidage peut être conçu pour maintenir le missile sur une trajectoire spécifique en ajustant la poussée du moteur en fonction des mesures de la position et de la vitesse du missile.

### 1.6.5 Domaine de la recherche scientifique :

Le pendule inversé est largement utilisé dans la recherche en ingénierie et en science pour étudier la dynamique des systèmes et développer des stratégies de contrôle efficaces.

## 1.7 Modélisation du système chariot-pendule

L'ensemble chariot-pendule à deux degrés de liberté est décrit par deux coordonnées généralisées,  $x$  pour le déplacement horizontal du chariot,  $\theta$  pour la rotation du pendule par rapport à la verticale. La direction positive de  $x$  est dans le sens à droite en mètre, et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian.

Dans cette partie, nous allons établir les équations de mouvement du pendule inversé en se basant sur la figure 1.12.

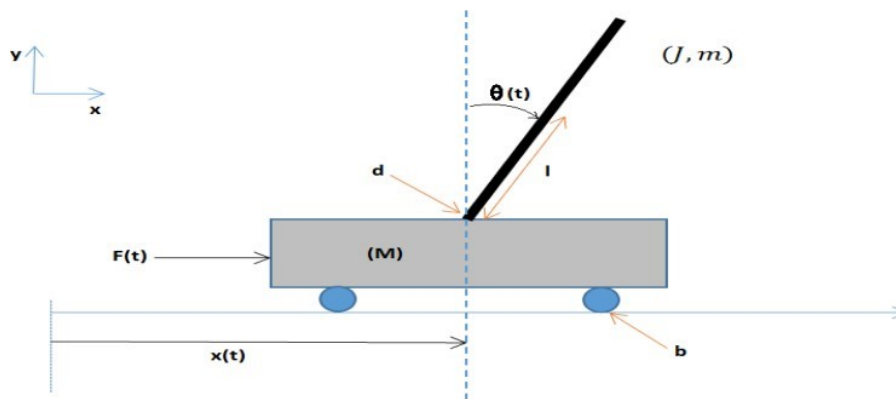


FIGURE 1.12 – Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

Les valeurs numériques des paramètres du système pendule inversé sur chariot sont cités dans le tableau 1.1 :

Symbole	Description	Valeur	Unité
$M$	Masse du chariot	0.5	$Kg$
$m$	Masse du pendule	0.2	$Kg$
$l$	Demi longueur du pendule	0.3	$m$
$b$	Coefficient de frottement du chariot	0.05	$N/m/sec$
$d$	Coefficient de frottement du pendule	0.005	$N/m/sec$
$\theta(t)$	Angle de rotation du pendule	—	radian
$x(t)$	Position du chariot	—	$m$
$F(t)$	Force appliqué au chariot	—	$N$
$J$	Moment d'inertie du pendule	0.0009	$Kg.m^2$

TABLE 1.1 – Paramètres physique de l'ensemble chariot-pendule

### 1.7.1 Énergie cinétique du système en mouvement :

L'énergie cinétique du chariot en mouvement dépend de sa masse et de sa vitesse. Elle est égale à :

$$E_{cM} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (1.1)$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation :

$$E_{cm} = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad (1.2)$$

$E_{cm}$  est l'énergie cinétique de translation du centre de masse,  $J$  est le moment d'inertie de l'objet par rapport à l'axe de rotation.

La vitesse du centre de gravité du pendule peut être calculée en dérivant le vecteur position du centre de gravité  $\vec{r}_c$  par rapport au temps  $t$  :

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} \quad (1.3)$$

$\vec{r}_c$  est la position du centre de gravité du pendule, à partir de ces coordonnées, elle est donnée par :

$$\vec{r}_c = (x + l \sin \theta)\vec{i} + l \cos \theta \vec{j} \quad (1.4)$$

avec :

$\vec{j}$  : Vecteur unitaire du repère  $x$  ;

$\vec{i}$  : vecteur unitaire du repère  $y$ .

Par le dérivation, on trouve :

$$\begin{aligned} \vec{v}_c &= \frac{d\vec{r}_c}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} [(x + l \sin \theta)\vec{i} + l \cos \theta \vec{j}] \\ &= \frac{dx}{dt}\vec{i} + l \cos \theta \frac{d\theta}{dt}\vec{i} - l \sin \theta \frac{d\theta}{dt}\vec{j} \\ &= (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta})\vec{i} - l \sin \theta \dot{\theta} \vec{j} \end{aligned} \quad (1.5)$$

En considérant que les forces de frottement sont nulles et en remplaçant  $\vec{v}_c$  par son équation (1.5) dans l'équation de l'énergie cinétique du pendule (1.2), on obtient :

$$\begin{aligned} E_{cm} &= \frac{1}{2}m \left[ (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta})^2 - (l \sin \theta \dot{\theta})^2 \right] + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \\ &= \frac{1}{2}m \left[ \dot{x}^2 + 2\dot{x} \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2 \right] + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \\ E_{cm} &= \frac{1}{2}m \left[ \dot{x}^2 + 2\dot{x} \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2 \right] + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

L'énergie cinétique totale de l'ensemble chariot et pendule est l'addition de l'énergie cinétique du chariot (translation) et celle du pendule (rotation) :

$$E_c = E_{cm} + E_{cM} = \frac{1}{2} \left[ m \left( \dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}l \cos \theta + l^2 \dot{\theta}^2 \right) + J\dot{\theta}^2 + M\dot{x}^2 \right] \quad (1.7)$$

### 1.7.2 Énergie potentielle du système :

L'énergie potentielle du système dépend de la position du pendule par rapport à sa position d'équilibre. Dans le cas où le chariot se déplace sur une rail horizontale sans changement de hauteur, l'énergie potentielle du chariot est nulle. Donc l'énergie potentielle du système est celle du centre de gravité du pendule qui est donnée par :

$$E_p = mgl \cos \theta \quad (1.8)$$

### 1.7.3 Modèle dynamique du système :

Nous utilisons l'équation d'Euler-Lagrange pour calculer les équations du mouvement de l'ensemble chariot-pendule. Le Lagrangien est donné par :

$$L = E_c - E_p \quad (1.9)$$

avec

$E_c$  est l'énergie cinétique du système ;

$E_p$  est l'énergie potentielle du système.

Par substitution de l'équation (1.7) et (1.8) dans l'équation (1.9) on trouve :

$$L = \frac{1}{2} \left[ m \left( \dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}l \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2 \right) + J\dot{\theta}^2 + M\dot{x}^2 \right] - mgl \cos \theta \quad (1.10)$$

Pour le système chariot-pendule, on a deux degrés de liberté : la position du chariot  $x$  et l'angle du pendule  $\theta$ . On peut donc définir les équations de Lagrange par rapport à chacune des deux coordonnées articulaires. Les équations d'Euler Lagrange pour le système chariot-pendule sont :

$$F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (1.11)$$

Pour  $x(t)$ , l'équation d'Euler-Lagrange donne :

$$F - b\dot{x} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} \quad (1.12)$$

avec  $F$  est la force appliquée au chariot

La dérivé partielle du lagrangien par rapport à  $x$ , donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + m\dot{x}\dot{\theta}l \cos \theta + ml^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 - mgl \cos \theta + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \right] \\ &= ml\dot{\theta} \sin \theta + M\dot{x} - mgl \sin \theta \end{aligned} \quad (1.13)$$

Nous avons aussi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left[ \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + m\dot{x}\dot{\theta}l \cos \theta + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 - mgl \cos \theta + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \right] \\ &= \left[ \left( \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}M \right) \dot{x} + m\dot{\theta}l \cos \theta \right] \\ &= (m + M)\dot{x} + ml\dot{\theta} \cos \theta \end{aligned}$$

et nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= \frac{d}{dt} \left[ (m + M)\dot{x} + ml\dot{\theta} \cos \theta \right] \\ F - b\dot{x} &= (m + M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \end{aligned} \quad (1.14)$$

Pour la deuxième variable :  $q(t) = \theta(t)$

La dérivée partielle du Lagrangien par rapport à  $\dot{\theta}$  et  $t$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d\dot{\theta} \quad (1.15)$$

La dérivée partielle par rapport  $\theta$  :

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \theta} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + m \dot{x} \dot{\theta} l \cos \theta + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M \dot{x}^2 - m g l \cos \theta + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \right] \\ &= m g l \sin \theta - m l \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta\end{aligned}\quad (1.16)$$

La dérivée partielle par rapport à  $\dot{\theta}$  :

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \left[ \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + m \dot{x} \dot{\theta} l \cos \theta + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M \dot{x}^2 - m g l \cos \theta + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \right] \\ &= m l \dot{x} \cos \theta + m l^2 \dot{\theta} + j \dot{\theta}\end{aligned}\quad (1.17)$$

La dérivée par rapport à  $t$  :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= \frac{d}{dt} (m l \dot{x} \cos \theta + m l^2 \dot{\theta} + j \dot{\theta}) \\ &= m l \ddot{x} \cos \theta - m l \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta + m l^2 \ddot{\theta} + j \ddot{\theta}\end{aligned}\quad (1.18)$$

Donc en substituant les équations (1.16) et (1.18) dans l'équation d'Euler Lagrange (1.15) on obtient :

$$m l \ddot{x} \cos \theta - m l \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta + m l^2 \ddot{\theta} + j \ddot{\theta} - m g l \sin \theta + m l \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta = -d \dot{\theta}$$

Finalement, le modèle dynamique de l'ensemble « chariot-pendule » est donné par le système d'équation suivant [16] :

$$\begin{cases} (M + m) \ddot{x} + b \dot{x} + m l \ddot{\theta} \cos \theta - m l \dot{\theta}^2 \sin \theta = F \\ (m l^2 + J) \ddot{\theta} + d \dot{\theta} + m l \ddot{x} \cos \theta - m g l \sin \theta = 0 \end{cases}\quad (1.19)$$

Le système d'équation (1.19) est le modèle non linéaire d'un pendule inversé sur un chariot. On peut remarquer la relation qui existe entre l'accélération du chariot  $\ddot{x}$  et l'accélération angulaire du pendule  $\ddot{\theta}$  qui est une relation de dépendance. Ainsi, le pendule a deux points d'équilibre  $\theta = 0$  qui est l'équilibre instable et  $\theta = \pi$  qui est l'équilibre stable.

Le système d'équation (1.19) peut être réécrit comme suit :

$$\ddot{x} = \frac{F - b \dot{x} - m l \ddot{\theta} \cos \theta + m l \dot{\theta}^2 \sin \theta}{M + m}\quad (1.20)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-m l \ddot{x} \cos \theta + m g l \sin \theta - d \dot{\theta}}{m l^2 + J}\quad (1.21)$$

## 1.8 Linéarisation des équations de mouvement

Pour calculer les fonctions de transfert du système, il est nécessaire de linéariser le système autour de son point d'équilibre. Dans ce cas, le point d'équilibre choisi est la position haute du pendule ou  $\theta = 0$ . En considérons qu'autour ce point, L'angle ( $\theta$ ) est très petite  $\theta \ll 0 \text{radian}$ , alors  $\cos \theta \approx 1$ ,  $\sin \theta \approx \theta$  et  $\dot{\theta}^2 = 0$ . En remplaçant dans le système d'équation (1.19), nous obtenons :

$$\begin{cases} (M + m) \ddot{x} + b \dot{x} + m l \ddot{\theta} = F \\ (m l^2 + J) \ddot{\theta} + d \dot{\theta} + m l \ddot{x} - m g l \theta = 0 \end{cases}\quad (1.22)$$

Avant d'obtenir la fonction de transfert, la dernière étape consiste à appliquer la transformée de Laplace aux équations linéarisées du mouvement (1.22). Cette opération permet d'obtenir les équations suivantes

$$\begin{cases} (M + m)X(p)p^2 + bpX(p) + ml\theta(p)p^2 = F(p) \\ (ml^2 + J)\theta(p)p^2 + dp\theta(p) + mLX(p)p^2 - mgl\theta(p) = 0 \end{cases} \quad (1.23)$$

De l'équation (1.23) on peut obtenir :

$$X(p) = \left[ \frac{(J + ml^2)p^2 + dp - mgl}{-mlp^2} \right] \theta(p) \quad (1.24)$$

maintenant on remplace l'équation (1.24) dans l'équation (1.23), on trouve la fonction de transfert de l'angle du pendule

$$\frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{-mlp}{Hp^3 + (bq + Nd)p^2 + (-Nmgl + bd)p - bmgl} \quad (1.25)$$

De l'équation (1.23) la fonction de transfert de la position du chariot est :

$$\frac{X(p)}{F(p)} = \frac{(j + ml^2)p^2 + dp - mgl}{Hp^4 + (bq + Nd)p^3 + (-Nmgl + bd)p^2 - bmglp} \quad (1.26)$$

D'où :

$$N = m + M$$

$$q = J + ml^2$$

$$H = N(J + ml^2) - m^2l^2$$

## 1.9 Validation du modèle du système : simulation

Pour valider le système calculé (1.19), nous avons réalisé plusieurs simulation en régime libre sous l'environnement MATLAB/SIMULINK. Le schéma bloc est représenté dans la figure (1.13).

La premier travail simulation vise à observer la dynamique du système autour de son point d'équilibre instable (position vertical du pendule  $\theta = 0$ ). Le système est simulé en boucle ouverte sans l'application d'une Force ( $F = 0$ ), avec les conditions initiales suivantes :  $x_0 = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T = [0 \ 0 \ 0.1 \ 0]^T$  et  $x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

Les résultats de la simulation montrent que lorsque le pendule inversé sur chariot est initialement placé près de la position verticale avec une angle  $\theta = 0.1rad$ , le pendule finira par tomber et faire des oscillation afin de retourner à sa position d'équilibre stable, où l'angle du pendule est  $\theta = \pi$ . Les balancements du pendule produisent également des déplacements du chariot sur le rail (voir dans la figure (1.14 (a))). En l'absence de frottements, le pendule continuera à osciller indéfiniment autour de la position d'équilibre stable  $\theta = \pi$  sans ralentir comme montre la figure (1.14 (b)).

Si on place le pendule à la position verticale avec une angle  $\theta = 0rad$ , on voit que le pendule se stabilise pendant environ 5 secondes autour de son point équilibre instable  $\theta = 0$ , après, le pendule finira par des oscillation vers le point d'équilibre stable  $\theta = \pi$  comme le montre la figure (1.14(c)). En l'absence de frottements figure (1.14(d)) le pendule stabilise et reste dans la position initiale  $\theta = 0$  et ne tombe pas vers le point d'équilibre stable  $\theta = \pi$ .

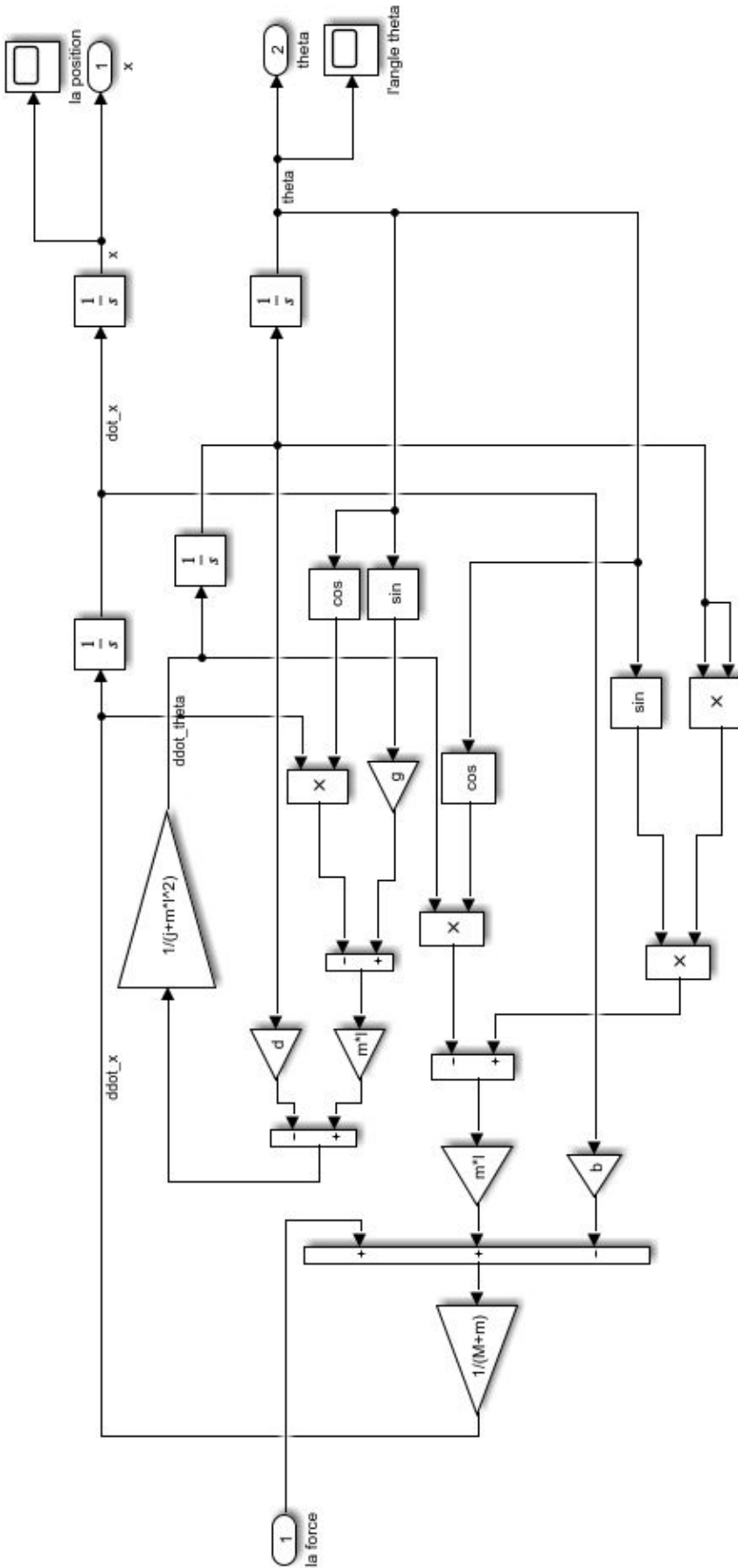
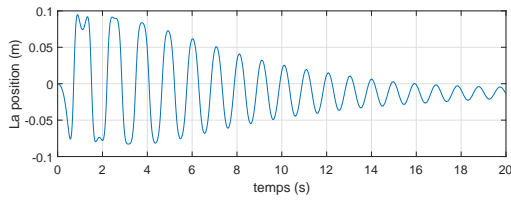
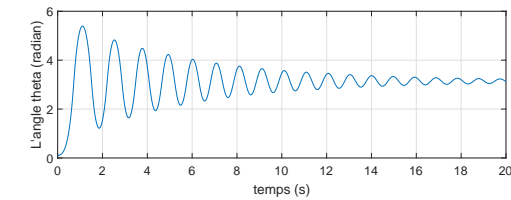
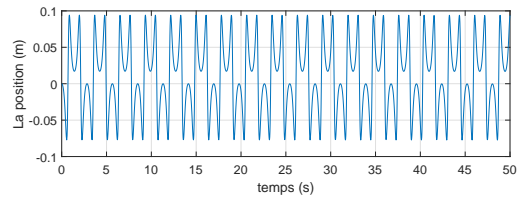
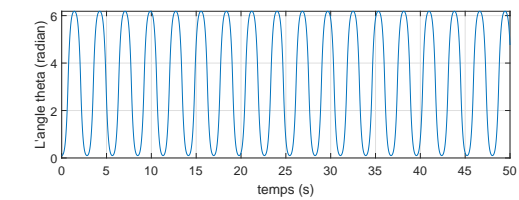
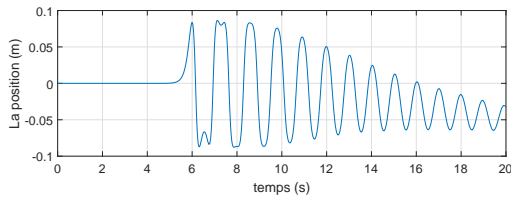
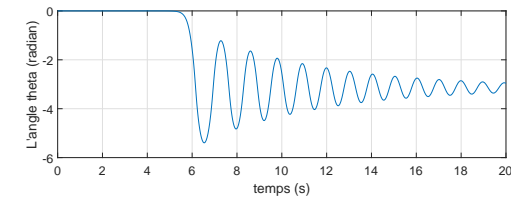
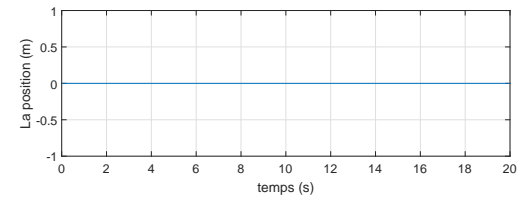
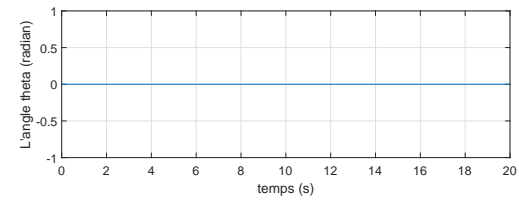


FIGURE 1.13 – Schéma bloc du modèle non linéaire de l'ensemble chariot-pendule

(a) pour condition initiale  $\theta_0 = 0.1$ .

(b) sans frottements

(c) pour condition initiale  $\theta_0 = 0$ .

(d) sans frottements

FIGURE 1.14 – Réponse du système en régime libre.

Il est clair que le modèle calculer du système pendule inversé et Chariot est valide, du fait que le pendule déplace toujours de sa position verticale (point d'équilibre instable) à sa position d'équilibre stable  $\theta = \pi$ .

## 1.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le système du pendule inversé, qui est un système non linéaire et sous-actionné souvent utilisé pour tester de nouvelles stratégies de commande. Nous avons présenté ses composants, son principe de fonctionnement, ainsi que sa modélisation mathématique non linéaire à l'aide du formalisme d'Euler-Lagrange et sa linéarisation autour de son point d'équilibre. Enfin, nous avons présenté les résultats de simulation du système, confirmant ainsi sa non-linéarité et sa complexité. Ces résultats soulignent la difficulté de contrôler un tel système non linéaire sous-actionné, mais aussi l'importance d'utiliser des stratégies de commande efficaces pour améliorer ses performances.

# Notion sur la logique floue

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>16</b>
<b>2.2</b>	<b>Définition</b>	<b>17</b>
<b>2.3</b>	<b>Ensemble flou</b>	<b>17</b>
<b>2.4</b>	<b>Théorie classique des ensembles</b>	<b>20</b>
<b>2.5</b>	<b>Concept d'ensemble flou</b>	<b>20</b>
<b>2.6</b>	<b>Opérations sur les ensembles flous</b>	<b>21</b>
<b>2.7</b>	<b>Modèle flou</b>	<b>22</b>
<b>2.8</b>	<b>Système d'inférence flou</b>	<b>23</b>
<b>2.9</b>	<b>Structure générale d'un système d'inférence floue</b>	<b>23</b>
<b>2.10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>26</b>

---

## 2.1 Introduction

La logique floue est un domaine de l'intelligence artificielle qui vise à modéliser et à raisonner sur des concepts ou des problèmes dont les intervalles sont imprécises ou vagues. Contrairement à la logique classique binaire qui se base sur des valeurs booléennes (vrai/faux), la logique floue permet de représenter et de traiter des informations basées sur des degrés de vérité graduels, offrant ainsi une approche plus réaliste pour traiter la complexité et l'incertitude présentes dans de nombreux systèmes réels.

Un excellent exemple pour illustrer l'utilité de la logique floue est un verre rempli d'eau [14]. Dans la logique booléenne, on considérerait le verre comme soit plein, soit vide. Cependant, dans la réalité, le niveau d'eau dans le verre peut varier et être partiellement plein ou partiellement vide. La logique floue permet de représenter cette situation en attribuant des degrés de vérité graduels à l'état du verre, tels que "modérément plein" ou "légèrement vide", en prenant en compte la possibilité de valeurs intermédiaires.

Dans ce chapitre, nous approfondirons notre compréhension de la logique floue en examinant deux concepts clés : l'ensemble flou et le système d'inférence flou. L'ensemble flou nous permettra de décrire des variables dont les valeurs sont imprécises en attribuant des degrés d'appartenance à différents sous-ensembles flous. Ensuite, nous explorerons le système d'inférence flou, qui nous permettra de prendre des décisions en utilisant des règles floues et en combinant les degrés d'appartenance pour obtenir des résultats flous. Cette approche offre une puissante

alternative à la logique binaire traditionnelle, permettant ainsi de mieux traiter l'incertitude et la complexité présentes dans de nombreux problèmes réels.

## 2.2 Définition

Le père fondateur de la logique floue est le mathématicien d'origine Iranien Lotfi Zadeh. Il a défini la logique floue comme une extension de la logique booléenne classique permettant de modéliser la notion de "degré" ou "nuance" dans les concepts. Contrairement à la logique binaire classique, la logique floue permet de traiter des concepts vagues ou imprécis en leur attribuant une valeur de vérité comprise entre 0 et 1, plutôt que seulement 0 ou 1. Cela permet de mieux modéliser la complexité et l'incertitude du monde réel [17].

## 2.3 Ensemble flou

La logique floue est basée sur la théorie des ensembles flous, qui est une généralisation de la théorie classique des ensembles [17], dans lequel un élément appartient à l'ensemble avec un degré de certitude. Un ensemble flou est déterminé par une fonction d'appartenance qui associe à chaque élément d'un domaine de valeurs un degré d'appartenance à cet ensemble, compris entre 0 et 1, plutôt que d'appartenir à l'ensemble 0 ou 1. En général, un ensemble flou permet de définir des concepts flous qui ne peuvent pas être décrits de manière binaire.

Soit :

$U$  : l'univers du discours.

$A$  : un sous-ensemble de  $U$ .

L'univers de discours ou le référentiel est l'ensemble des valeurs réelles que peut prendre la variable floue  $x$  [18].

**a. Son support :** qui est l'ensemble des éléments de  $U$  qui appartiennent au moins un peu à  $A$ . Il est défini par :

$$\text{supp}(x) = x \in A \mid \mu_A(x) > 0 \quad (2.1)$$

**b. Sa hauteur :** qui est sa plus grande valeur prise par sa fonction d'appartenance. Elle est définie par :

$$h(x) = \sup_{x \in A} \mu_A(x) \quad (2.2)$$

**c. Son noyau :** qui est l'ensemble des éléments de  $U$  pour lesquels la fonction d'appartenance de  $A$  vaut 1. Il est défini par :

$$\text{Noy}(x) = x \in A \mid \mu_A(x) = 1 \quad (2.3)$$

La figure (2.1) illustre les caractéristiques d'un ensemble flou : support, hauteur et noyau

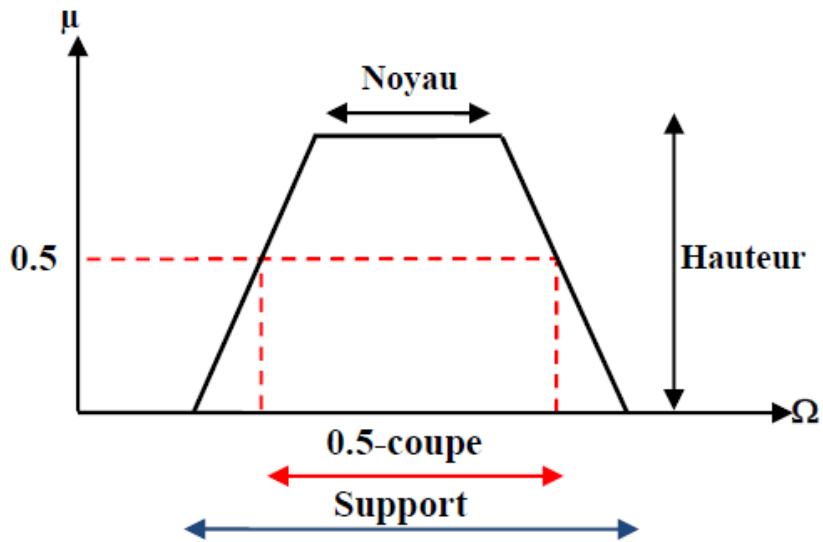


FIGURE 2.1 – Les caractéristiques d'un ensemble flou [19]

### 2.3.1 Les variables linguistiques

Les variables linguistiques sont des variables qui ont des termes linguistiques associés, tels que grand, petit, moyen, lent, chaud, froid, rapide, très rapide,... etc. Ces termes linguistiques peuvent être définis à l'aide des fonctions d'appartenance floue. La figure (2.2) illustre un exemple de variable linguistique 'la vitesse' avec trois termes linguistiques : Petite, Moyenne et Grande.

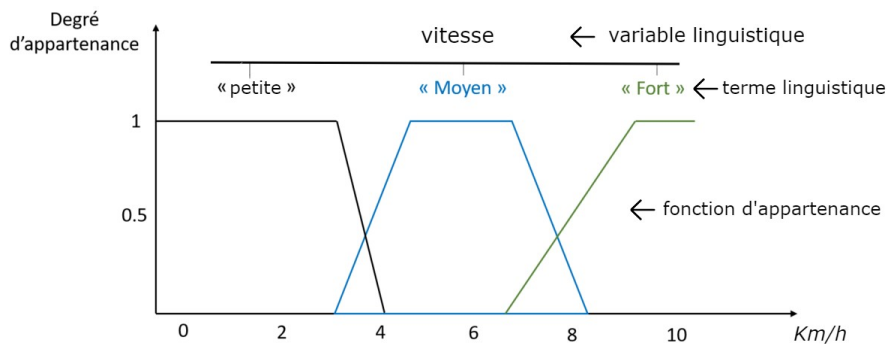


FIGURE 2.2 – Variable linguistique [18]

### 2.3.2 Fonction d'appartenance

La fonction d'appartenance est une fonction utilisée dans la logique floue pour déterminer le degré d'appartenance d'un élément à un ensemble flou. Elle attribue une valeur entre 0 et 1 pour représenter le degré d'appartenance de l'élément à l'ensemble [20].

Prenons l'exemple d'un ensemble flou représentant la température. La fonction d'appartenance peut être utilisée pour déterminer dans quelle mesure une valeur donnée correspond à des termes linguistiques tels que "froid", "tiède" ou "chaud". Par exemple, nous pourrions définir une fonction d'appartenance pour l'ensemble flou "froid" comme suit :

- Si la température est inférieure à  $10^{\circ}C$  (degrés Celsius), le degré d'appartenance à l'ensemble "froid" est de 1 ;

- Si la température est entre 10 et 15°C (degrés Celsius), le degré d'appartenance à l'ensemble "froid" diminue progressivement de 1 à 0 à mesure que la température augmente.
- Si la température est supérieure à 15°C (degrés Celsius), le degré d'appartenance à l'ensemble "froid" est de 0.

Ainsi, si la température est de 5 degrés Celsius, le degré d'appartenance à l'ensemble "froid" serait de 1, ce qui signifie qu'elle correspond pleinement au terme linguistique "froid". Si la température est de 12 degrés Celsius, le degré d'appartenance à l'ensemble "froid" serait de 0.6, ce qui indique qu'elle correspond partiellement au terme linguistique "froid".

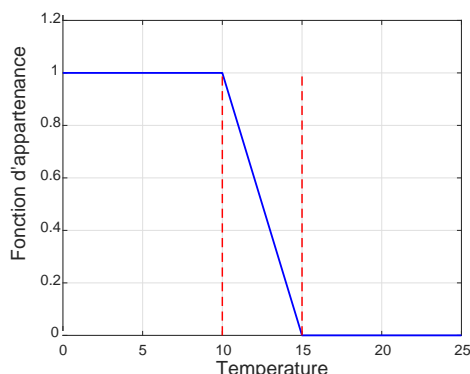


FIGURE 2.3 – Exemple illustratif pour la fonction d'appartenance

Pour définir une fonction d'appartenance précise, il est nécessaire de spécifier une forme mathématique ou une courbe qui décrit comment le degré d'appartenance varie en fonction de la valeur d'entrée. Différentes formes de fonctions d'appartenance peuvent être utilisées, telles que les fonctions triangulaires, les fonctions trapézoïdales, les fonctions gaussiennes, etc. La figure suivante montre les fonction d'appartenance les plus utilisées [21] :

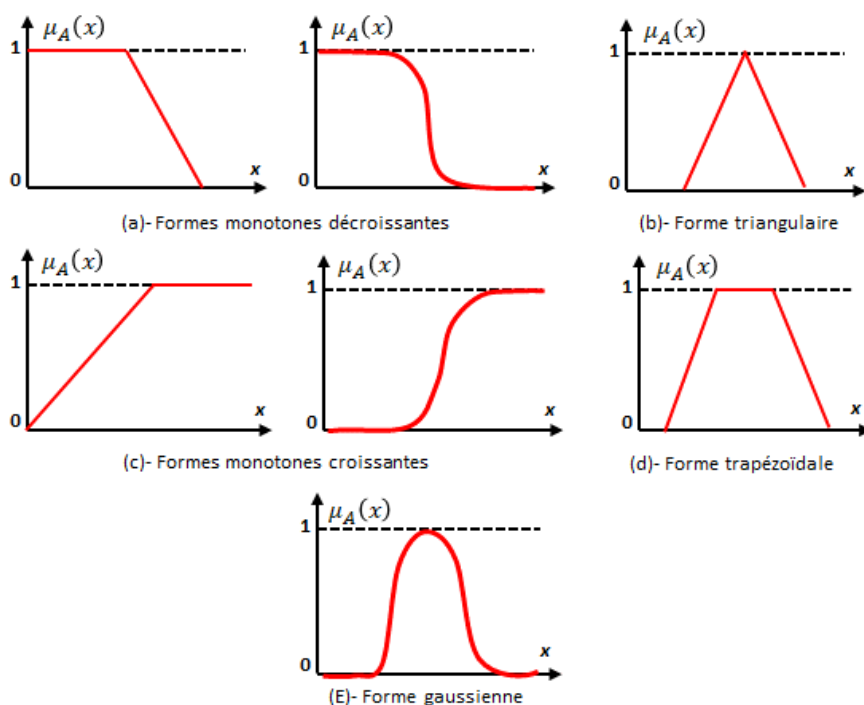


FIGURE 2.4 – Différentes formes des fonctions d'appartenance

## 2.4 Théorie classique des ensembles

Soit :

$U$  : l'univers du discours.

$A$  : un sous-ensemble de  $U$ .

On définit  $\mu_A$  la fonction d'appartenance de l'ensemble  $A$  comme suit :

$$\forall x \in U, \quad \mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin A \quad (\text{si } x \text{ n'est pas noir}) \\ 1 & \text{si } x \in A \quad (\text{si } x \text{ est noir}) \end{cases} \quad (2.4)$$

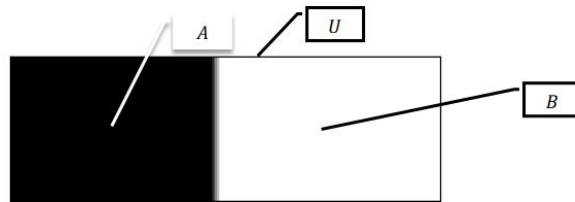


FIGURE 2.5 – Ensemble classique

## 2.5 Concept d'ensemble flou

Si  $\mu_A$  est la fonction d'appartenance de l'ensemble flou  $A$ , alors :

$$\forall x \in U, \quad \mu_A(x) \in [0; 1]$$

Si par exemple  $\mu_A = 0.3$ , donc  $x$  appartient à l'ensemble flou  $A$  avec un degré d'appartenance de 30% (valeur de vérité). Alors on a déterminé l'ensemble  $A$  par sa fonction d'appartenance.



FIGURE 2.6 – Ensemble flou

Dans cet exemple : l'image c'est l'univers de discours, la nuance de gris est la variable linguistique, « Noir », « Gris » et « Blanc » sont des valeurs linguistiques [22].

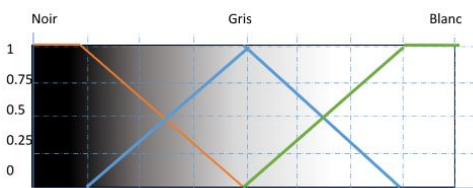


FIGURE 2.7 – Exemple illustrative

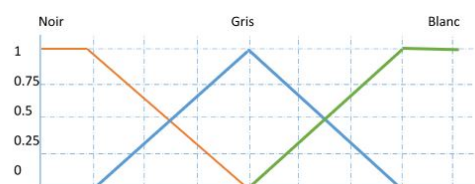


FIGURE 2.8 – Exemple illustrative

Les ensembles flous sont les valeurs linguistiques déterminées par des fonctions d'appartenance.

## 2.6 Opérations sur les ensembles flous

Comme pour la théorie classique des ensembles, on définit l'union, l'intersection, le complément, ... d'ensembles [23].

A titre d'exemple, On prend :  $A$  est l'ensemble flou des personnes petites.  $B$  est l'ensemble flou des personnes moyennes.

### 2.6.1 La réunion

L'ensemble des personnes petites OU moyennes est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U$$

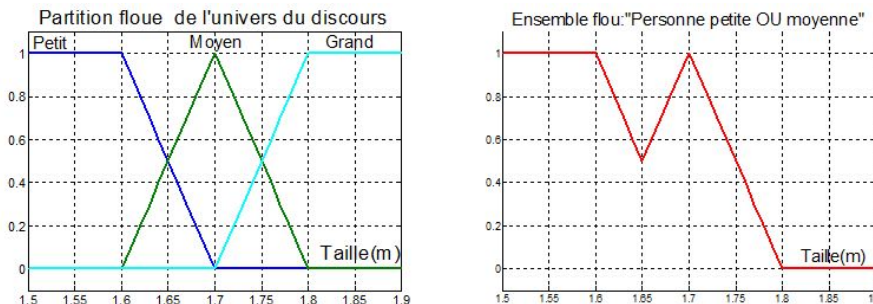


FIGURE 2.9 – Exemple d'opérateur OU [22]

### 2.6.2 L'intersection

L'ensemble des personnes petites ET moyennes est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U$$

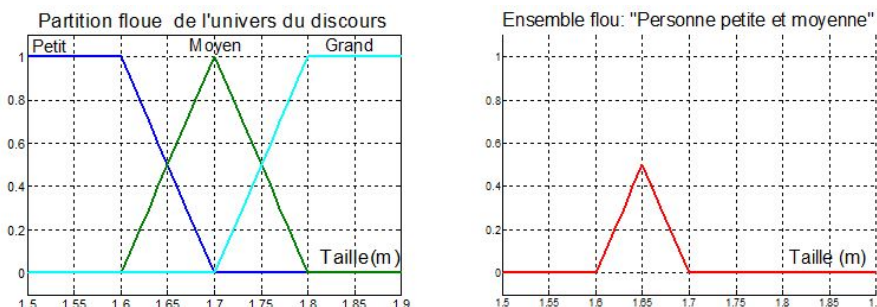


FIGURE 2.10 – Exemple d'opérateur ET [22]

### 2.6.3 Le complément

L'ensemble des personnes NON petites est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

$$\mu_{-A}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in U$$

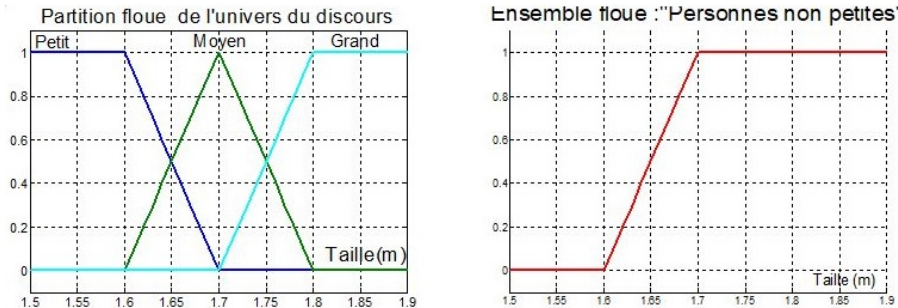


FIGURE 2.11 – Exemple d'opérateur NON [22]

## 2.7 Modèle flou

Un modèle flou est une description des relations  $E/S$  d'un système à l'aide des règles (phrases) qui ont souvent la forme [22] :

If (*Condition 1*) and (*Condition 2*) or (*Condition 3*) ... Then (*Consequence*)

Un modèle flou est utilisé comme alternative à un modèle "classique" qui est généralement basé sur des équations différentielles linéaires ou non linéaires et/ou algébriques. Cette alternative est nécessaire lorsque le modèle "classique" est difficile à obtenir. Le modèle flou est donc un système d'inférence flou (Fuzzy inference system) qui permet de représenter les relations entre les entrées et les sorties d'un système.

On peut distinguer deux formes de modèle flou :

— **Entrées floues – Sorties floues**

Les entrées sont des variables linguistiques et aussi les sorties, il est composé de plusieurs règles du type :

*if (X1 is small) and (X2 is big) and (X3 is samll) ..... then (Y is small)*

— **Entrée Numériques – Sorties Numériques**

Le modèle est toujours composé de règles floues sous forme de relations entre variable floues. Les variables numériques de l'entrée doivent être transformées en variables floues, c'est l'opération de fuzzification. Les variables floues de la sortie doivent être transformées en variables numériques par la Défuzzification.

Deux types de modèles de cette catégorie sont les plus utilisés :

— Le modèle flou de MAMDANI : Les règles sont du type :

*if (X1 is small) and (X2 is big) and (X3 is samll) ..... then (Y is small)*

Les conditions et la conséquence sont exprimées par les variables linguistiques.

— Le modèle de Takagi-Sugeno : Les règle sont du type :

*if (X1 is small) and (X2 is big) and (X3 is samll) ..... then  $y1 = f(x1, x2, \dots)$*

La conséquence d'une règle est numérique

## 2.8 Système d'inférence flou

Le système d'inférence flou est un modèle flou, par exemple de type Mamdani ou Takagi-Sugeno. Ce dernier est un outil utilisé pour la modélisation et la commande des systèmes complexes qui ne peuvent pas être modélisés ou commandés par des méthodes mathématiques classiques. Le modèle de Takagi-Sugeno est souvent préféré pour la modélisation de systèmes, car il permet une représentation plus précise et plus flexible [24]. Une commande basée sur la logique floue est un système d'inférence flou utilisé pour la commande en boucle fermée.

## 2.9 Structure générale d'un système d'inférence flou

La figure suivante est un schéma illustratif de la structure générale d'un système d'inférence flou [25] :

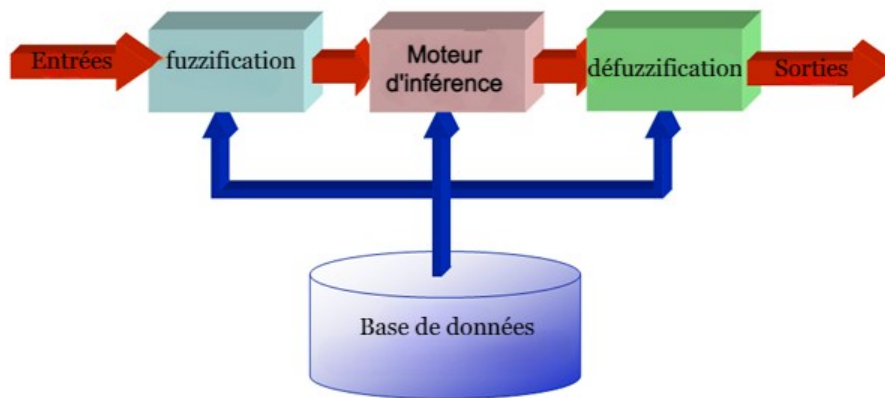


FIGURE 2.12 – Structure générale d'inférence flou

### 2.9.1 La fuzzification

La fuzzification est le processus de transformation des variables numériques en variables floues dans un système d'inférence flou. Cela permet de représenter les valeurs numériques en termes de degrés d'appartenance à des ensembles flous. Pour illustrer cet exemple, prenons en considération une variable linguistique "Température" qui peut être représentée par l'ensemble flou "Froid". Nous allons effectuer la fuzzification d'une valeur numérique de température, par exemple 15 degrés Celsius, en un degré d'appartenance à l'ensemble "Froid" comme montre la figure (2.13).

Supposons que la fonction d'appartenance de l'ensemble "Froid" soit définie comme suit :

$$Froid(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{20 - x}{10} & \text{si } 10 \leq x \leq 20 \\ 0 & \text{si } x \geq 20 \end{cases}$$

Pour effectuer la fuzzification de la température de 15 degrés Celsius, nous utilisons la fonction d'appartenance "Froid" et appliquons la formule suivante :

$$\text{degré d'appartenance} = Froid(15) \quad (2.5)$$

En utilisant la fonction d'appartenance définie précédemment, nous pouvons calculer le degré d'appartenance à l'ensemble "Froid" pour une température de 15 degrés Celsius :

$$\text{Froid}(15) = \frac{20 - 15}{10} = 0.5$$

Donc, la fuzzification de la température de 15 degrés Celsius donne un degré d'appartenance de 0.5 à l'ensemble "Froid". Cela signifie que cette température est considérée comme moyennement froide selon la fonction d'appartenance donnée.

La fuzzification est utilisée dans les systèmes de logique floue pour transformer les valeurs numériques en informations linguistiques, facilitant ainsi la prise de décision basée sur des critères flous.

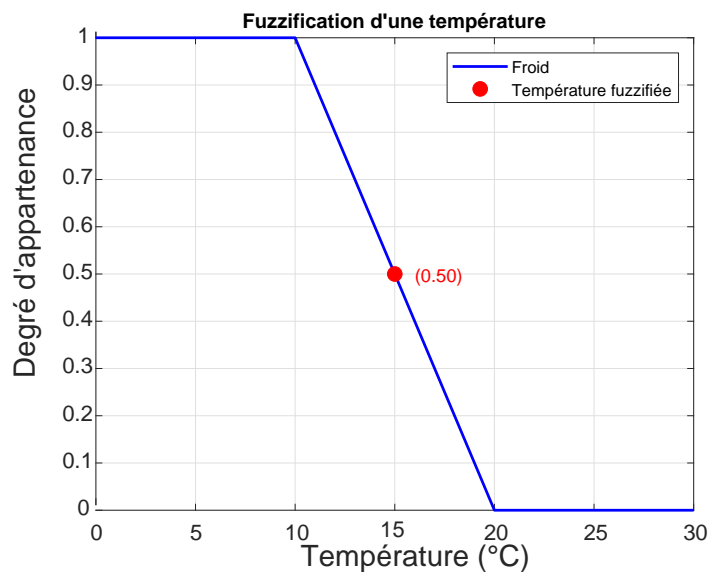


FIGURE 2.13 – Exemple illustratif

## 2.9.2 La base de connaissances

Une base de connaissances dans un système d'inférence floue est un ensemble de règles qui spécifient les relations entre les variables d'entrée et de sortie. Ces règles peuvent être formulées en utilisant des variables linguistiques et/ou des variables numériques. Les variables linguistiques permettent de représenter des concepts flous et d'incorporer des connaissances qualitatives, tandis que les variables numériques permettent de traiter des caractéristiques quantitatives [26].

La base de connaissances contient des informations et des heuristiques expertes sur la façon dont les valeurs des variables d'entrée influencent les valeurs des variables de sortie. Les règles floues de la base de connaissances sont composées de conditions et de conclusions. Les conditions spécifient les combinaisons de valeurs des variables d'entrée qui doivent être satisfaites, tandis que les conclusions indiquent les valeurs des variables de sortie associées.

Par exemple, une règle floue pourrait être formulée comme suit :

— **Avec variables linguistiques :**

**SI** la température est élevée **ET** l'humidité relative est faible, **ALORS** l'action du climatiseur est de refroidir.

— **Avec variables numérique :**

**SI** la température est supérieure à 30 degrés Celsius **ET** l'humidité relative est inférieure à 50%, **ALORS** l'action du climatiseur est de refroidir.

La base de connaissances est utilisée par le mécanisme d'inférence floue pour déduire les valeurs de sortie à partir des valeurs d'entrée. En appliquant les règles appropriées, le système d'inférence floue évalue le degré d'appartenance des entrées aux ensembles flous définis dans les règles, et utilise ces évaluations pour générer des valeurs de sortie floues. Ces valeurs floues sont ensuite traitées par la défuzzification pour obtenir des valeurs de sortie nettes.

### 2.9.3 La défuzzification

Cette étape consiste à réaliser l'opération inverse de la fuzzification, c'est-à-dire, déterminer la valeur numérique de la sortie à partir des données floues.

Prenons l'exemple précédent de la fuzzification de la température en un degré d'appartenance à l'ensemble "Froid". Supposons que nous avons obtenu un degré d'appartenance de 0.5 pour une température de 15 degrés Celsius. Pour effectuer la defuzzification, nous utilisons la méthode du centroid (centre de gravité) qui consiste à calculer le centre de gravité de l'ensemble flou pondéré par les degrés d'appartenance. Dans notre exemple, nous devons calculer la valeur numérique correspondant au degré d'appartenance de 0.5 à l'ensemble "Froid".

Pour cela, nous utilisons la fonction d'appartenance inverse de l'ensemble "Froid", c'est-à-dire :

$$\text{Froid}^{-1}(y) = \begin{cases} 20 - y * 10 & \text{si } 0 \leq y < 1 \\ 20 & \text{si } y \geq 1 \end{cases}$$

En appliquant cette fonction d'appartenance inverse à un degré d'appartenance de 0.5, nous obtenons :

$$\text{Froid}^{-1}(0.5) = 20 - 0.5 * 10 = 15$$

Donc, la defuzzification du degré d'appartenance de 0.5 à l'ensemble "Froid" donne une valeur numérique de 15 degrés Celsius. Cela signifie que le degré d'appartenance de 0.5 à l'ensemble "Froid" correspond à une température de 15 degrés Celsius.

Les méthodes les plus couramment utilisées pour la défuzzification sont :

- Méthode de centre de gravité.
- Méthode du maximum.
- Méthode de la moyenne des maxima.

La méthode la plus utilisée est la règle du centre de gravité

### 2.9.4 Moteur d'inférence

Le moteur d'inférence est le responsable de la manipulation des règles floues et de l'exécution de l'inférence pour générer des sorties floues à partir des entrées floues [27]. Le moteur d'inférence utilise les règles floues de la base de connaissances pour évaluer les conditions de chaque règle et générer des sorties floues correspondantes.

## 2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la technique logique floue qui est une approche efficace pour la modélisation et la commande de systèmes complexes surtout celles qui ne peuvent pas être traités avec des méthodes de logique binaire traditionnelles, ou nous avons focalisé le contenu de ce chapitre sur deux concepts essentiels : l'ensemble flou et le système d'inférence flou. L'utilisation de la logique floue, nécessite une bonne compréhension de ses concepts et une expérience dans la conception des systèmes flous pour garantir des résultats précis et fiables.

# Commande classique de type PID

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>27</b>
<b>3.2</b>	<b>Définition de la commande classique PID</b>	<b>27</b>
<b>3.3</b>	<b>Différentes structures du PID</b>	<b>30</b>
<b>3.4</b>	<b>Principe de fonctionnement d'un régulateur PID</b>	<b>31</b>
<b>3.5</b>	<b>Types de Régulateurs</b>	<b>31</b>
<b>3.6</b>	<b>Méthodes de synthèse du régulateur PID</b>	<b>32</b>
<b>3.7</b>	<b>Application de la commande PID au système pendule-chariot</b>	<b>34</b>
<b>3.8</b>	<b>Résultats de simulation</b>	<b>35</b>
<b>3.9</b>	<b>Interprétation des résultats</b>	<b>36</b>
<b>3.10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>37</b>

---

## 3.1 Introduction

La régulation du pendule inversé sur chariot est un problème complexe en contrôle automatique, car ce système est non linéaire et instable. Il nécessite donc l'utilisation d'une méthode de commande appropriée pour stabiliser le pendule et maintenir sa position verticale. Le contrôleur classique le plus couramment utilisé est le contrôleur PID plus de 95% des contrôleurs industriels sont de type PID [28]. Il est possible de réguler l'angle du pendule avec une grande précision et une bonne stabilité, en minimisant l'erreur entre l'angle désiré et l'angle réel.

Dans ce chapitre, nous avons abordé la commande classique PID ainsi que ses différentes variantes. nous avons également présenté les méthodes de synthèse permettant de calculer les gains du contrôleur PID, notamment la méthode de placement de pôles. Nous avons ensuite appliqué cette approche de contrôle PID pour stabiliser le pendule inversé sur chariot.

## 3.2 Définition de la commande classique PID

La commande PID utilise une boucle de rétroaction en boucle fermée pour réguler la sortie d'un système en ajustant les coefficients proportionnel, intégral et dérivé du contrôleur. Ce contrôleur, également connu sous le nom de Proportionnel-Intégral-Dérivé, est une approche classique couramment utilisée dans l'automatisation et le contrôle des systèmes dynamiques

[29]. Son algorithme permet d'obtenir une évolution de la mesure du procédé qui répond aux exigences spécifiées dans le cahier des charges. Le contrôleur PID est utilisé pour réaliser un asservissement en boucle fermée du système étudié, répondant ainsi aux besoins industriels les plus courants. Le choix de la méthode de réglage appropriée dépend de la compréhension du comportement du procédé spécifique en question.

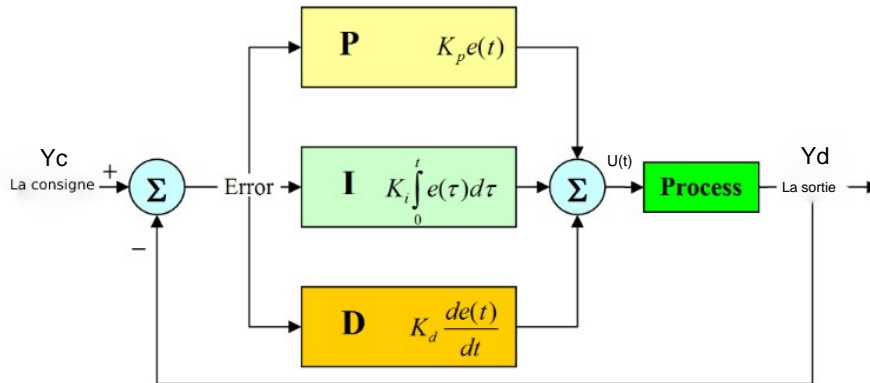


FIGURE 3.1 – Structure générale du contrôleur PID

La commande PID est basée sur trois termes principaux [29] :

### 3.2.1 Action Proportionnelle

L'action proportionnelle est caractérisée par un signal de commande proportionnel au signal d'erreur. Elle permet de corriger de manière rapide et instantanée tout écart de la grandeur à régler, ce qui est particulièrement utile pour vaincre les grandes inerties du système. Pour augmenter la vitesse de réponse du système, le gain peut être augmenté. Cependant, cette augmentation peut entraîner l'instabilité du système. Le régulateur  $P$  est utilisé lorsqu'on désire régler un paramètre dont la précision n'est pas importante

L'équation de la commande  $u$  de l'action proportionnelle  $P$  est comme suit :

$$u(t) = k_p e(t)$$

Et la fonction de transfert de l'action proportionnelle  $P$  est :

$$C(s) = k_p$$

### 3.2.2 Action Intégrale

Lorsque le signal de commande est proportionnel à l'intégrale du signal d'erreur, on parle d'action intégrale. Cette action complète l'action proportionnelle en éliminant l'erreur résiduelle en régime permanent. Pour rendre le système plus dynamique et diminuer le temps de réponse, il est possible de réduire l'action intégrale. Toutefois, cette réduction peut entraîner une augmentation du déphasage, ce qui peut provoquer l'instabilité du système en boucle fermée.

L'équation de la commande  $u$  de l'action intégrale  $I$  est comme suit :

$$u(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau$$

La fonction de transfert de l'action intégrale  $I$  est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k_i}{s}$$

### 3.2.3 Action Dérivée

La compensation des inerties au temps mort, accélère la réponse du système et améliore la stabilité de la boucle, en permettant notamment un amortissement rapide des oscillations dûs à l'apparition d'une perturbation ou à une variation brusque de la consigne. En pratique, l'action dérivée est appliquée directement sur les variations de la grandeur à régler plutôt que sur l'écart (mesure-consigne). Elle est particulièrement utilisée dans l'industrie pour le réglage des variables lentes, comme la température. Cependant, elle n'est pas recommandée pour le réglage des variables bruyantes ou trop dynamiques, comme la pression.

L'équation de la commande  $u$  de l'action dérivée  $D$  est comme suit :

$$u(t) = k_d \frac{de(t)}{dt}$$

La fonction de transfert de l'action dérivée  $D$  est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_d s$$

La figure (3.2) montre les Réponses des différentes actions :

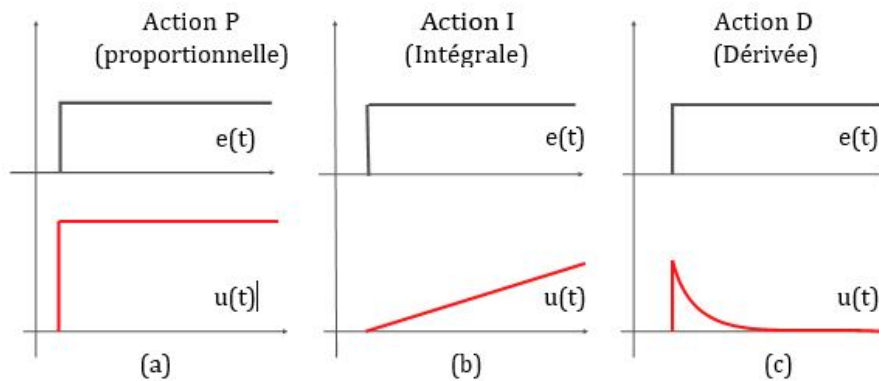


FIGURE 3.2 – Réponses des différentes actions

Action	Temps de monté	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur statique
$K_p$	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
$K_i$	Diminue	Augmente	Augmente	Annule
$K_d$	—	Diminue	Diminue	—

TABLE 3.1 – Influence des paramètres d'un PID série sur le système qu'il corrige si l'on augmente séparément l'action proportionnelle ( $P$ ), intégrale ( $I$ ) ou dérivée ( $D$ ).

### 3.3 Différentes structures du PID

Différentes possibilités d'associations des modules  $P$ ,  $I$  et  $D$  existent. Ces structures sont fonctionnellement équivalentes, et il est facile de convertir les coefficients utilisés dans l'une pour obtenir ceux d'une autre. Les trois configurations les plus utilisées sont :

#### 3.3.1 La structure parallèle

$$C(p) = K_p \cdot E(p) + \frac{K_i}{p} E(p) + K_d \cdot p E(p)$$

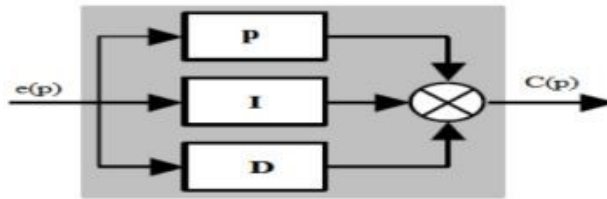


FIGURE 3.3 – La structure parallèle

#### 3.3.2 La structure mixte

$$C(p) = K_p \cdot E(p) \left[ \frac{K_i}{p} + K_d \cdot p \right]$$

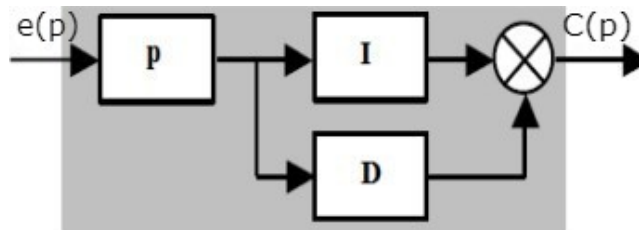


FIGURE 3.4 – La structure mixte

#### 3.3.3 La structure série

$$C(p) = E(p) \cdot K_p \left[ \frac{k_i}{p} \right] [k_d \cdot p]$$

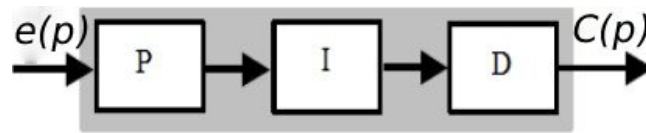


FIGURE 3.5 – La structure série

### 3.4 Principe de fonctionnement d'un régulateur PID

Le principe de fonctionnement du régulateur PID repose sur le calcul d'une correction à appliquer à l'entrée du processus, le schéma suivant illustre ce principe :

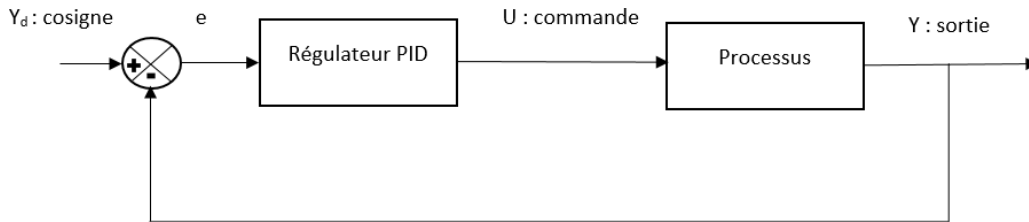


FIGURE 3.6 – Schéma d'une boucle de régulation PID

En utilisant une consigne  $y_d$  donnée par l'utilisateur et une sortie  $y$  mesurée et fournie par un capteur, le régulateur PID élabore et envoie un signal de commande  $u(t)$  au processus afin de corriger l'erreur  $e = y_d - y$

L'adaptation d'un régulateur aux différents systèmes s'effectue par le réglage des coefficients (paramètres) de l'algorithme.

- Paramètre  $k_p$  pour le réglage de l'action proportionnelle.
- Paramètre  $K_i$  pour le réglage de l'action intégrale.
- Paramètre  $K_d$  pour le réglage de l'action dérivée

### 3.5 Types de Régulateurs

Toutes les applications de commande n'ont pas besoin des trois éléments de contrôle. Les combinaisons telles que les commandes PI et PID sont très souvent utilisées dans les applications pratiques. Voici les types de contrôleurs classiques :

#### 3.5.1 Régulateur proportionnel P :

Ce type de régulateur ne prend en compte que l'erreur actuelle entre la consigne et la mesure, multipliée par un facteur de proportionnalité  $K_p$ . La sortie du contrôleur est donc directement proportionnelle à l'erreur. Bien qu'il puisse améliorer la stabilité du système, il peut ne pas être suffisant pour atteindre la consigne, en particulier en présence de perturbations.

#### 3.5.2 Régulateur Proportionnel-Dérivé PD :

ce type de régulateur ne comprend pas l'intégration de l'erreur. Il utilise uniquement la proportionnalité et la dérivée de l'erreur pour calculer la sortie du contrôleur. La sortie est

proportionnelle à l'erreur actuelle et à la dérivée de l'erreur, multipliée par des facteurs de proportionnalité  $K_p$  et de dérivation  $K_d$  respectivement.

### 3.5.3 Régulateur proportionnel-intégral PI :

Ce type de régulateur prend en compte à la fois l'erreur actuelle et les erreurs passées, en calculant l'intégrale de l'erreur  $K_i$ . L'intégration permet de réduire l'erreur statique et de mieux suivre la consigne, mais peut également causer un dépassement (overshoot) et une oscillation si le facteur d'intégration est trop élevé.

### 3.5.4 Régulateur proportionnel-intégral-dérivé PID :

Ce type de régulateur utilise également une dérivée de l'erreur  $K_d$  pour anticiper les variations futures et réduire la réactivité du système. La dérivée mesure la pente de l'erreur, ce qui permet de compenser rapidement les changements rapides de la consigne ou des perturbations. Le contrôleur PID est généralement considéré comme le plus efficace et le plus couramment utilisé en pratique.

Le tableau 3.2 ci-dessus présente une comparaison entre les contrôleurs classiques P, PI, PD et PID.

Régulateur	Avantages	Inconvénients
<b>P</b>	Réduction de l'erreur en régime permanent	Peut entraîner un dépassement ou une instabilité pour les systèmes complexes
<b>PI</b>	Élimine les erreurs statiques	Peut causer des oscillations et une réponse lente
<b>PD</b>	Améliore la réponse transitoire et réduit les oscillations	Peut augmenter le bruit et la sensibilité aux perturbations
<b>PID</b>	Performance équilibrée avec un bon rejet des perturbations	Configuration complexe et réglage des paramètres plus délicat

TABLE 3.2 – Comparaison des régulateurs P, PI, PD et PID

## 3.6 Méthodes de synthèse du régulateur PID

Les méthodes de synthèse du régulateur PID sont des approches systématiques pour déterminer les valeurs optimales des coefficients  $K_p$ ,  $K_i$  et  $K_d$ . Ces méthodes sont nombreuses et variées et aboutissent à différents paramétrages convenables. Ces méthodes diffèrent en termes de complexité, de flexibilité, d'efficacité et sont applicables en fonction des connaissances du procédé, des spécifications et de la complexité du système. D'une façon classique, une bonne méthode peut se caractériser par [30] :

- L'obtention d'un bon suivi de consigne.
- L'obtention d'un bon rejet de perturbations.
- La robustesse vis-à-vis d'incertitudes.
- Des calculs d'une complexité raisonnable.

Le tableau 3.3 regroupe les méthodes les plus utilisées pour le réglage des paramètres du régulateur PID :

Méthode	Description	Avantages	Inconvénients
Réglage manuel	Ajustement manuel des gains du contrôleur par un opérateur en fonction de sa compréhension du comportement du système.	Simple et intuitif Pas de calculs mathématiques	Susceptible aux erreurs humaines, chronophage, peut ne pas fournir un réglage optimal.
Méthode de Ziegler-Nichols	Détermination des gains ultimes et de la période ultime du système par expérimentation, suivi de calculs empiriques pour obtenir les gains du contrôleur PID.	Relativement simple, utilisé couramment en ligne	Peut prendre du temps, peut ne pas fonctionner correctement pour les systèmes complexes ou non linéaires.
Méthode de Cohen-Coon	Utilisation de données expérimentales pour calculer les gains du contrôleur PID à l'aide de formules mathématiques basées sur la réponse indicielle du système.	Meilleur réglage que la méthode de Ziegler-Nichols pour certains systèmes	Applicabilité limitée à certains types de systèmes, peut ne pas être précis pour les systèmes non linéaires ou instables.
Méthodes basées sur le modèle	Utilisation de modèles mathématiques du système pour régler le contrôleur PID. Ces méthodes impliquent l'identification du système, l'optimisation et des algorithmes de contrôle prédictif.	Réglage précis et optimal, adapté aux systèmes complexes, non linéaires ou variant dans le temps	Nécessite la connaissance du modèle mathématique du système, peut être intensif en calcul, peut être difficile à implémenter.
Algorithmes d'auto-réglage	Méthodes automatisées qui ajustent les gains du contrôleur PID en fonction des mesures ou de la rétroaction du système. Utilisation d'algorithmes tels que la méthode du relais, la descente de gradient, etc.	Adaptation aux dynamiques changeantes du système, élimination du besoin de réglage manuel ou expérimental	Certains algorithmes peuvent nécessiter des caractéristiques ou des hypothèses spécifiques du système, peuvent ne pas fonctionner dans toutes les situations, sensibles au bruit de mesure.
Méthode de placement des pôles	Placement des pôles du système en fonction des spécifications de performance souhaitées, puis calcul des gains du contrôleur PID correspondants.	Permet de spécifier les caractéristiques de performance souhaitées et d'obtenir un contrôleur PID adapté	Nécessite la connaissance du modèle mathématique du système, peut être plus complexe que les méthodes précédentes.

TABLE 3.3 – Comparaison entre les méthodes les plus couramment utilisées

### 3.7 Application de la commande PID au système pendule-cha riot

La boucle fermée du pendule inversé avec le régulateur PID est

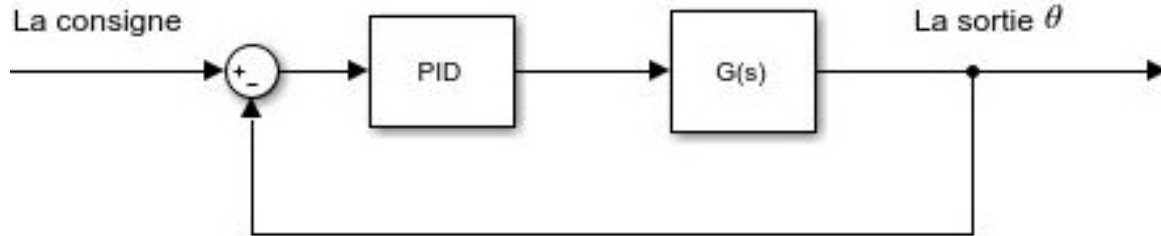


FIGURE 3.7 – Pendule inversé avec régulateur PID

#### 3.7.1 Calcul des gain du PID avec la méthode de placement des pôles pour notre système

Dans notre cas, nous avons choisi la méthode de placement de pôles pour le réglage des paramètres du régulateur PID.

La méthode de placement de pôles est une approche couramment utilisée pour concevoir des régulateurs PID. Cette méthode consiste à placer les pôles du système en boucle fermée à des positions spécifiques souhaitées, ce qui détermine les caractéristiques de réponse du système. En utilisant la méthode de placement de pôles, il est possible d'ajuster les performances du système en fonction des exigences spécifiques de l'application.

Le but principal du placement de pôles est d'obtenir une réponse du système régulé qui soit stable, rapide et précise, tout en évitant les oscillations indésirables. En positionnant les pôles de manière appropriée, il est possible de régler les performances du système conformément aux spécifications du projet.

La fonction de transfert du PID est donnée par :

$$FT_{pid} = R(s) = k_p + \frac{k_i}{p} + k_d p \quad (3.1)$$

Dans le premier chapitre, nous avons calculé la fonction de transfert du pendule inversé, comme indiqué dans l'équation (1.25). En utilisant les paramètres spécifiques trouvés dans le tableau (1.1), nous avons substitué ces valeurs dans l'équation, ce qui nous a permis d'obtenir l'équation suivante (3.2).

$$FT_{pendule} = G(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{-0.06p}{0.00963p^3 + 0.004445p^2 - 0.4118p - 0.02943} \quad (3.2)$$

Si on choisi :

$$b = -0.06, a_3 = 0.00963, a_2 = 0.004445, a_1 = -0.4118 \text{ et } a_0 = -0.02943$$

La fonction de transfert devient :

$$FT_{pendule} = G(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{bp}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

La fonction de transfert du système en boucle fermée sera :

$$FTBF = H(p) = \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} \quad (3.3)$$

Le polynôme caractéristique de la fonction de transfert (3.3) est :

$$1 + R(p)G(p) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{k_p p + k_i + k_d p^2}{p} \cdot \frac{bp}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = 0$$

$$\frac{b(k_p p + k_i + k_d p^2)}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = 0$$

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 + b k_p p + b k_i + b k_d p^2 = 0$$

$$a_3 p^3 + (a_2 + b k_d) p^2 + (a_1 + b k_p) p + a_0 + b k_i = 0$$

Finalement on trouve :

$$b k_p p + b k_i + b k_d p^2 = -a_3 p^3 - a_2 p^2 - a_1 p - a_0$$

Les pôles désirés choisis sont indiqués dans le tableau suivant (3.4), on substitue ces valeurs dans les équations appropriées et on procède au calcul des gains. Les valeurs correspondantes des gains sont ensuite obtenues en se référant au tableau suivant.

Pôle désirer	Kp	Ki	Kd
[-1 -2 -3]	-8.628833	-1.453500	-0.888917
[-6 -5 -3]	-16.974833	-14.935500	-2.172917
[-10 -8 -4]	-31.259333	-51.850500	-3.456917

TABLE 3.4 – Les gains obtenus par la méthode de placement des pôles

### 3.8 Résultats de simulation

Le schéma bloc Simulink ci-dessous montre le modèle Simulink du pendule inversé commandé par un regulateur de type PID. Nous avons pris les mêmes condition initiale citées dans le chapitre 1.

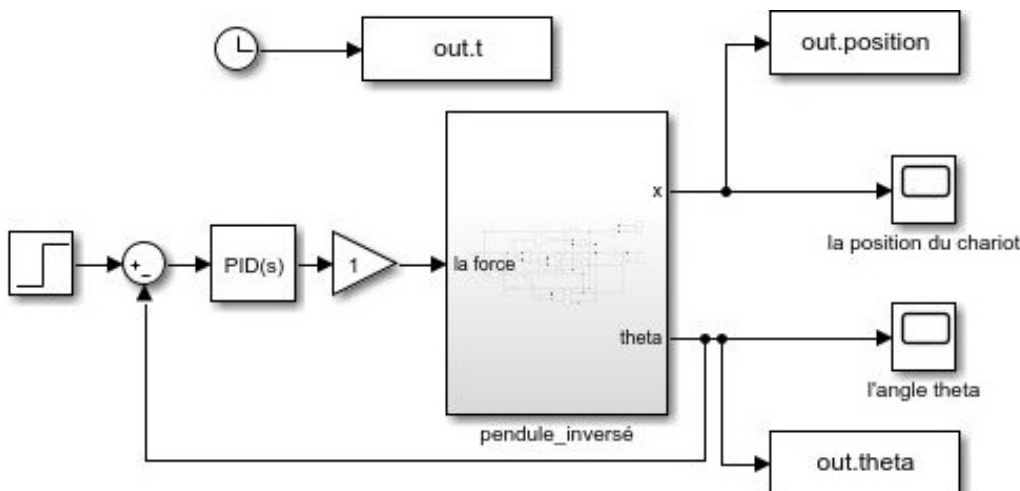
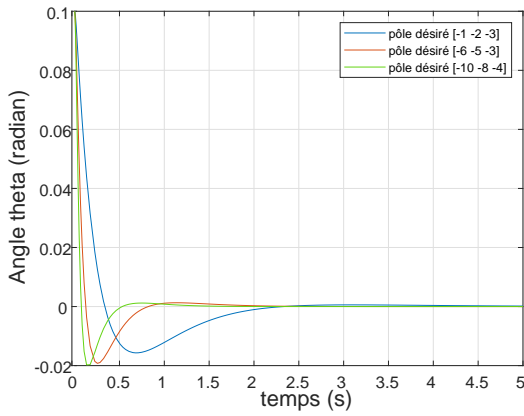
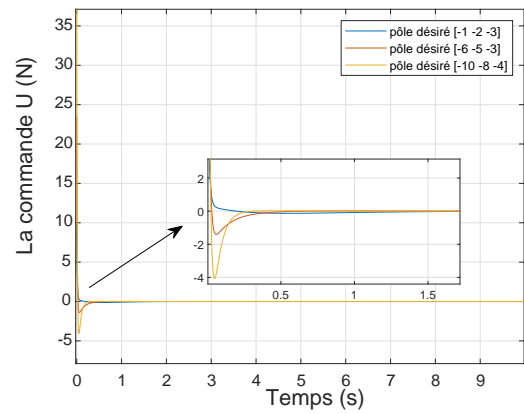
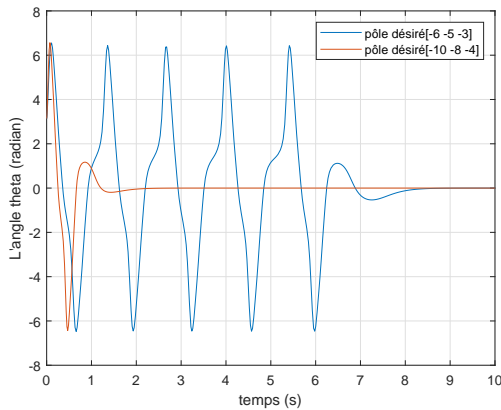
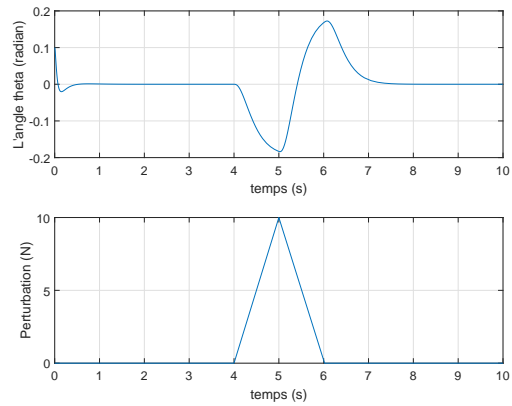


FIGURE 3.8 – Schéma Bloc de régulation du pendule inversé avec la commande par PID


 (a) avec  $\theta_0 = 0.1$ .

 (b) avec  $\theta_0 = 0.1$ .

 (c) avec  $\theta_0 = \pi$ .


(d) si on injecte une perturbation.

FIGURE 3.9 – réponses du système avec régulateur PID.

### 3.9 Interprétation des résultats

Lorsque les pôles désirés sont fixés à  $[-1 \ -2 \ -3]$ , le pendule converge à son état stable après environ  $2.5\text{sec}$ . En modifiant les pôles désirés pour  $[-6 \ -5 \ -3]$ , le temps de stabilisation du pendule diminue considérablement à environ  $1\text{sec}$ . Enfin, en fixant les pôles désirés à  $[-10 \ -8 \ -4]$ , le temps de stabilisation est encore réduit à environ  $0.5\text{sec}$ . Dans tous les cas, l'erreur statique de la réponse est considérée comme acceptable.

Cela démontre la capacité du régulateur PID à fournir des performances encore meilleures lorsque les pôles désirés sont plus éloignés des pôles initiaux du système. En effet, lorsque les pôles désirés sont plus éloignés, le régulateur PID peut régler efficacement le système en maintenant le pendule proche de la position souhaitée malgré quelques oscillations.

De plus, on peut observer que pour  $\theta_0 = \pi$  (voir figure 3.9(c)) :

1. Pour les pôles désirés  $[-6 \ -5 \ -3]$ , le pendule effectue des rotations dans les deux sens avant de se stabiliser après environ 8 secondes.
2. Pour les pôles désirés  $[-10 \ -8 \ -4]$ , le pendule effectue une rotation avant de se stabiliser après environ 2 secondes.
3. Pour les pôles désirés  $[-1 \ -2 \ -3]$ , le pendule n'est pas capable de maintenir l'équilibre.

De plus, si l'on injecte une perturbation après  $5\text{sec}$ , on observe que le pendule effectue un petit balancement afin de retourner à sa position d'équilibre.

Ces résultats indiquent que le contrôleur PID est efficace pour stabiliser le pendule inversé sur le chariot, et il est capable de s'adapter à différents pôles désirés pour atteindre des temps de stabilisation plus courts.

### 3.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le concept fondamental du contrôleur PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) et son utilisation dans la régulation des systèmes. Le contrôleur PID est un outil puissant et largement utilisé pour ajuster et stabiliser les systèmes, en ajustant les paramètres du gain proportionnel ( $K_p$ ), du gain intégral ( $K_i$ ) et du gain dérivé ( $K_d$ ).

Nous avons utilisé la méthode de réglage des paramètres du PID par placement de pôles, qui permet de déterminer les valeurs optimales des gains PID pour atteindre les performances désirées. Cette méthode repose sur la spécification des pôles souhaités du système en fonction des exigences de performance, tels que le temps de montée, le dépassement et la stabilité.

Ensuite, nous avons appliqué le contrôleur PID à notre système pendule inversé. En utilisant le contrôleur PID, nous avons pu stabiliser le pendule inversé et obtenir des performances satisfaisantes, telles qu'un temps de stabilisation rapide, un dépassement minimal et une grande précision.

# Application de la commande logique floue

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>38</b>
<b>4.2</b>	<b>Commande du pendule inversé par la logique floue</b>	<b>39</b>
<b>4.3</b>	<b>Résultats de Simulation</b>	<b>44</b>
<b>4.4</b>	<b>Interprétation des résultat</b>	<b>46</b>
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>46</b>

---

## 4.1 Introduction

Lorsqu'il s'agit de contrôler le pendule inversé, l'une des tâches les plus complexes est de concevoir un système de commande efficace qui puisse garantir une réponse avec des performances optimales. En raison de la nature hautement non linéaire de la dynamique du pendule inversé, il est souvent difficile de trouver des algorithmes de contrôle simples et stables pour ce système.

Dans ce contexte, l'utilisation de techniques d'intelligence artificielle, telles que la logique floue, s'est révélée prometteuse. La logique floue offre une approche flexible et adaptative pour le contrôle de systèmes non linéaires, permettant de prendre en compte les incertitudes et les variations du système. Elle permet également de modéliser et de traiter les connaissances humaines et les règles intuitives de contrôle [31].

L'intégration de la logique floue dans le contrôle du pendule inversé offre des avantages potentiels, notamment la possibilité de concevoir des lois de commande robustes et performants. En utilisant des règles floues et des mécanismes d'inférence, la logique floue peut aider à gérer les non-linéarités et à ajuster dynamiquement les paramètres de contrôle en fonction des conditions du système.

Dans cette étude, nous explorons l'application de la logique floue pour le contrôle du pendule inversé, en utilisant les connaissances existantes sur la dynamique du système et les techniques de contrôle intelligent. Nous analyserons les performances et l'efficacité de la logique floue en comparaison avec d'autres approches de commande traditionnelles. Cette étude vise à fournir des bases précieux pour le développement de méthodes de contrôle avancées pour le pendule inversé, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives.

## 4.2 Commande du pendule inversé par la logique floue

L'objectif de la commande est de déplacer le chariot de manière à maintenir le pendule inversé à la verticale, c'est-à-dire avec un angle  $\theta$  égal à zéro ( $\theta = 0$ ). Pour atteindre cet équilibre, le contrôleur flou réagit en poussant le chariot à gauche ou à droite, en fonction du signe de l'angle  $\theta$ . Par exemple, si l'angle  $\theta$  devient positif, le contrôleur flou génère une commande pour pousser le chariot vers la droite afin de ramener le pendule à la verticale. De même, si l'angle  $\theta$  devient négatif, le contrôleur flou ajuste la commande pour pousser le chariot vers la gauche. Cette approche permet de maintenir l'équilibre du pendule inversé en réagissant de manière adaptative aux variations de l'angle et en ajustant la commande du chariot en conséquence. La figure 4.1 montre un exemple abstrait pour un contrôleur flou pour un pendule inversé sur un chariot [32].

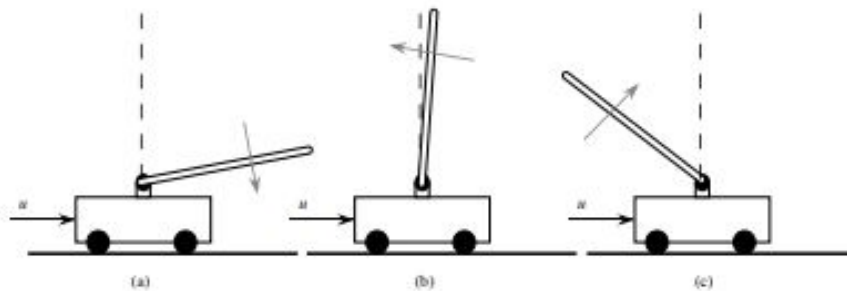


FIGURE 4.1 – Pendule inversé dans différentes positions [32]

dans les trois positions montrées à la Figure 4.1, nous avons les règles suivantes :

- **SI** l'angle  $\theta$  est positive grande, **ALORS** la force est grande négative.  
 Cette règle quantifie la situation dans la Figure 4.1(a) où le pendule est loin à droite de la verticale et se déplace dans le sens des aiguilles d'une montre. Par conséquent, nous devrions appliquer une grande force positive (vers la droite) pour aider le pendule de se déplace dans le bon direction.
- **SI** l'angle  $\theta$  est positive petite, **ALORS** la force est légèrement positive.  
 Cette règle quantifie la situation illustrée dans la Figure 4.1(b) où le pendule a un angle presque nul par rapport à la verticale. Par conséquent, nous devons appliquer une petite force positive (vers la droite) pour contrer le mouvement afin qu'il se déplace vers zéro.
- **SI** l'angle  $\theta$  est moyenne négative, **ALORS** la force est moyenne négative.  
 Cette règle quantifie la situation illustrée dans la Figure 4.1(c) où le pendule a une angle négative et se déplace dans le sens inversé des aiguilles d'une montre. Il est donc évident que nous devons appliquer une force moyenne négative (vers la gauche). Afin de mener le pendule dans la bonne direction.

Ces trois règles linguistique sont formées uniquement à partir des variables linguistiques. Ce sont simplement des idées abstraites sur la manière d'obtenir un bon contrôle qui peuvent avoir des significations légèrement différentes pour différentes personnes [33].

Pour concevoir notre contrôleur flou, nous commençons par sélectionner les variables linguistiques, les valeurs linguistiques et leurs fonctions d'appartenance. Nous avons choisi d'utiliser quatre entrées pour cela :

### 4.2.1 Choix des variables

Pour notre système de contrôle flou, nous avons défini quatre variables d'entrée,  $\theta$  (angle du pendule) et  $\dot{\theta}$  (vitesse angulaire),  $x$  la position du chariot et  $\dot{x}$  est la vitesse du chariot ainsi qu'une variable de sortie  $U$ . Les variables floues correspondantes portent les mêmes noms. Ces variables floues permettent de représenter et de manipuler les valeurs incertaines et inexacts associées à ces paramètres dans le système pendule inversé.

### 4.2.2 Choix des valeurs linguistiques

Ces valeurs linguistiques permettent de représenter les différentes caractéristiques et états du système de manière intuitive.

Pour décrire les différentes positions et vitesses de l'angle et du chariot, on peut utiliser deux valeurs linguistiques : négative et positive.

Pour décrire la sortie de commande  $U$  (la force), nous devons choisir les termes présents dans le tableau suivant :

Termes linguistiques	Symbole
Négatif Large	NL
Négatif moyenne	NM
Négative Smal	NS
Positive Smal	PS
Positive Moyenne	PM
Positive Large	PL

TABLE 4.1 – Tableaux des termes linguistique pour la commande  $U$

### 4.2.3 Choix des fonctions d'appartenance

Pour créer les fonctions d'appartenance, nous avons utilisé la commande fuzzy dans MATLAB. Dans la conception de ce contrôleur flou, les figures ci-dessus représentent les fonctions d'appartenance pour chaque variable.

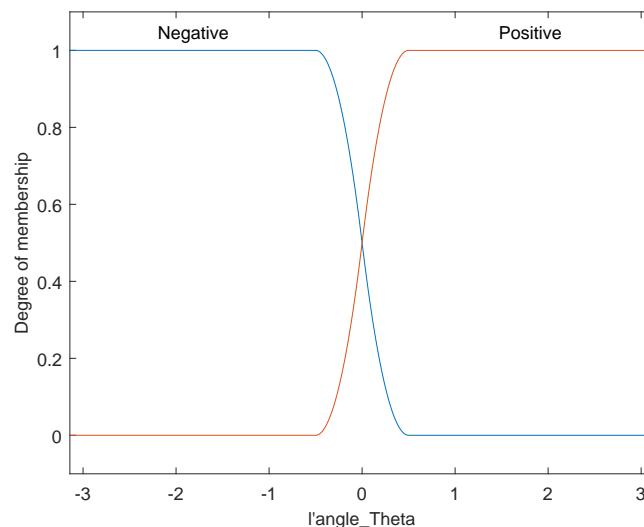


FIGURE 4.2 – Fonctions d'appartenance de l'angle  $\theta$

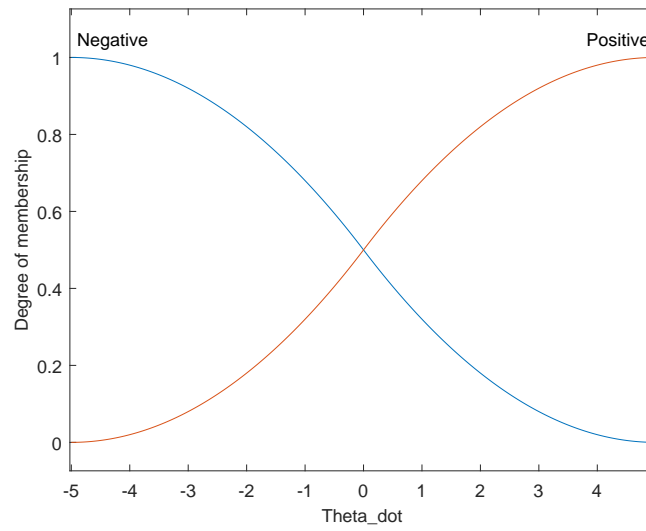


FIGURE 4.3 – Fonctions d’appartenance de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$

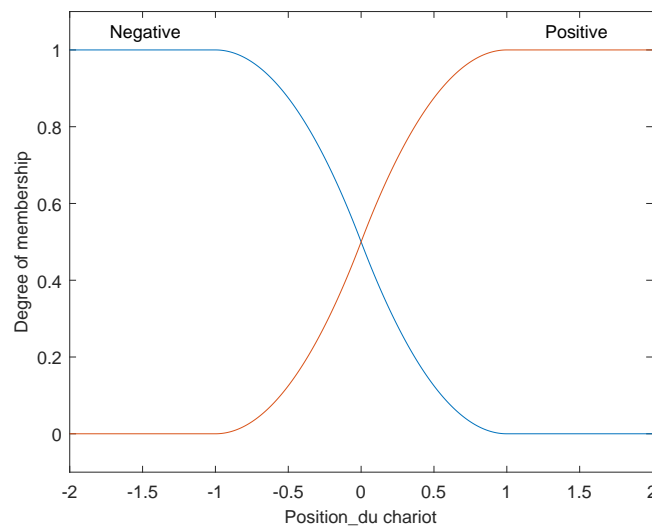


FIGURE 4.4 – Fonctions d’appartenance de la position du chariot  $x$

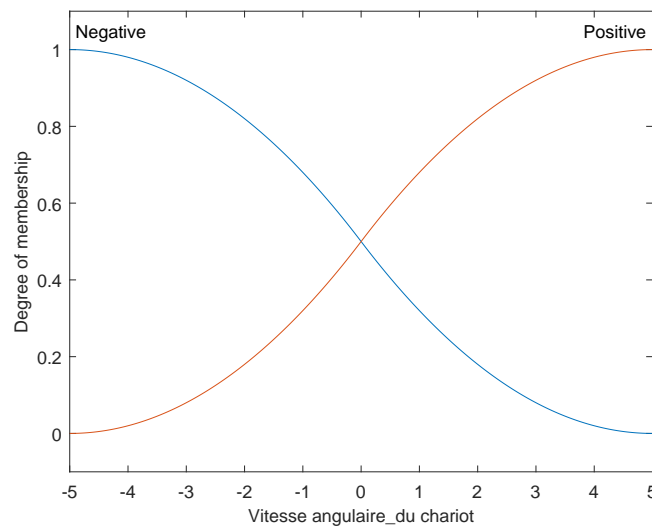
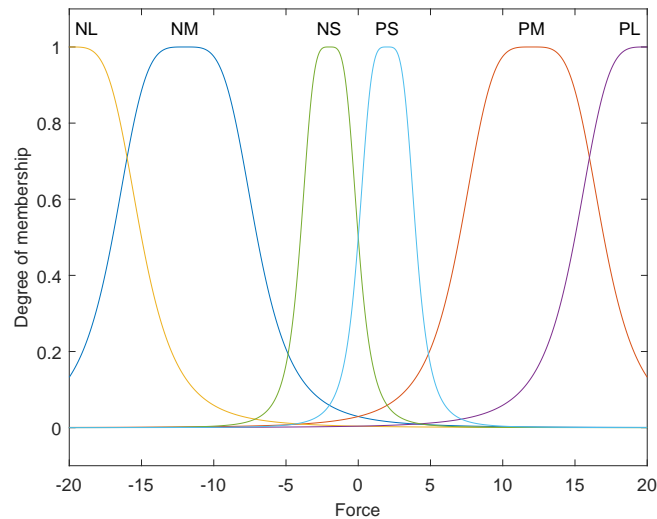


FIGURE 4.5 – Fonctions d’appartenance de la vitesse du chariot  $\dot{x}$

FIGURE 4.6 – Fonctions d'appartenance de la force  $U$ 

#### 4.2.4 La base des règles [32]

Pour la base de règles définissant le comportement du pendule inversé, nous avons utilisé un système d'inférence floue de type Mamdani [34]. Cela nous a permis de spécifier les règles de commande en utilisant des expressions linguistiques, facilitant ainsi la conception du contrôleur. Nous utiliserons les termes linguistiques précédente pour spécifier un ensemble de règles (une base de règles).

Voici les Règles floue de type Mamdani que nous avons choisi pour la commande de notre système.

- If l'angle  $\theta$  is Negative, **then** la Force is NM
- If l'angle  $\theta$  is Positive, **then** la Force is PM
- If la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  is Negative, **then** la Force is NL
- If la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  is Positive, **then** la Force is PL
- If la position du chariot  $x$  is Negative, **then** la Force is PS
- If la position du chariot  $x$  is Positive, **then** la Force is NS
- If la vitesse du chariot is Negative, **then** la Force is NM
- If la vitesse du chariot is Positive, **then** la Force is PM

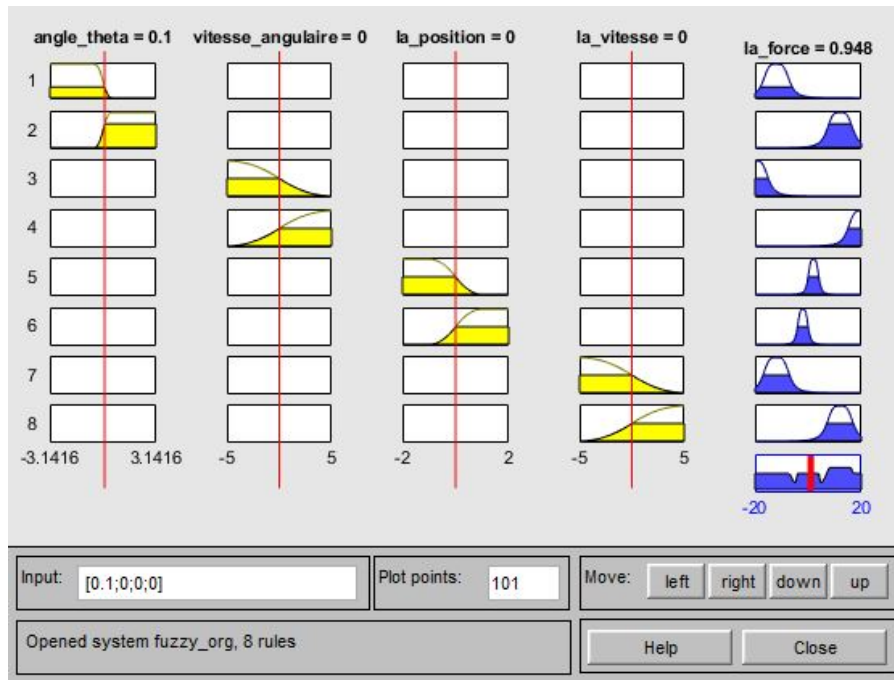


FIGURE 4.7 – Base des règles avec condition initiale  $\theta = 0.1$

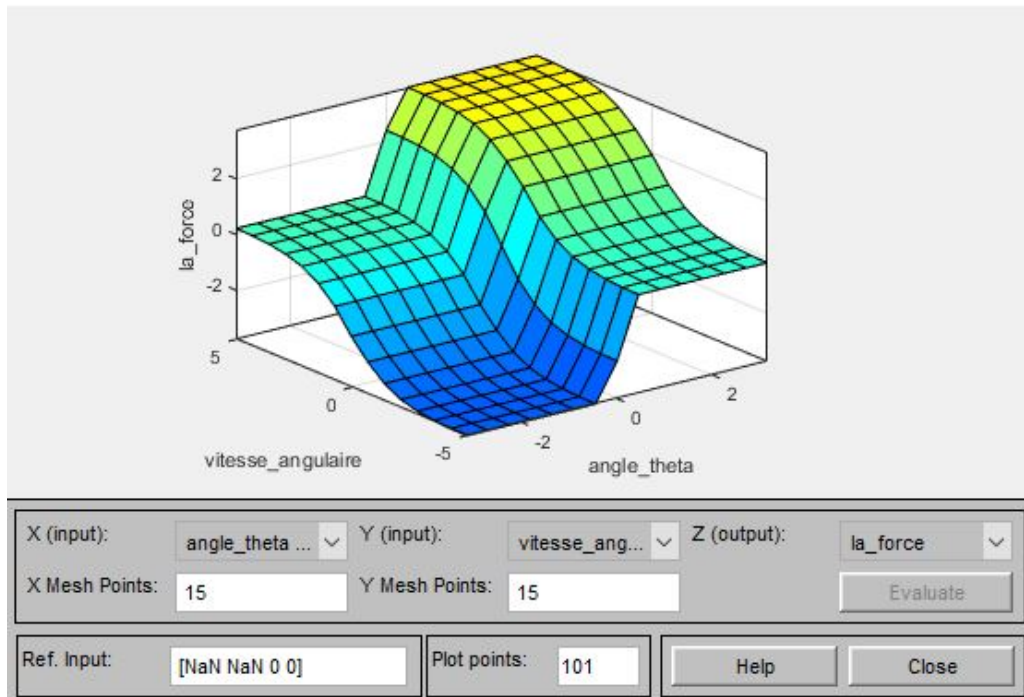


FIGURE 4.8 – Surface de la base des règles

### 4.3 Résultats de Simulation

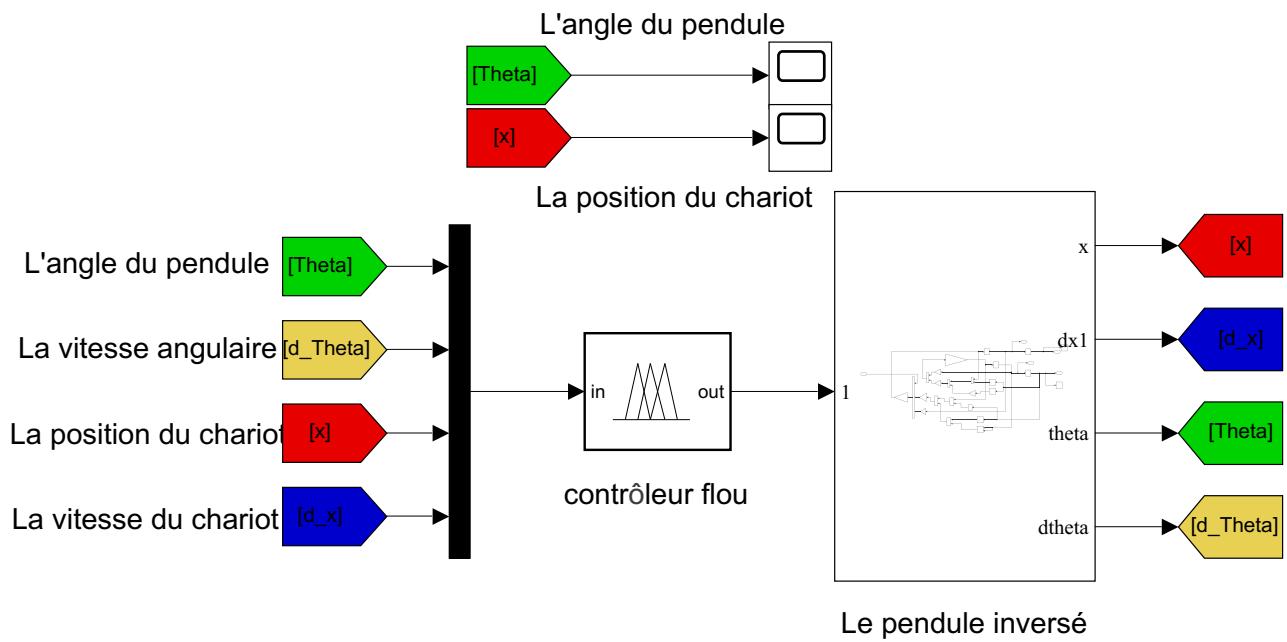


FIGURE 4.9 – Modèle Simulink du pendule inversé sous un contrôleur flou

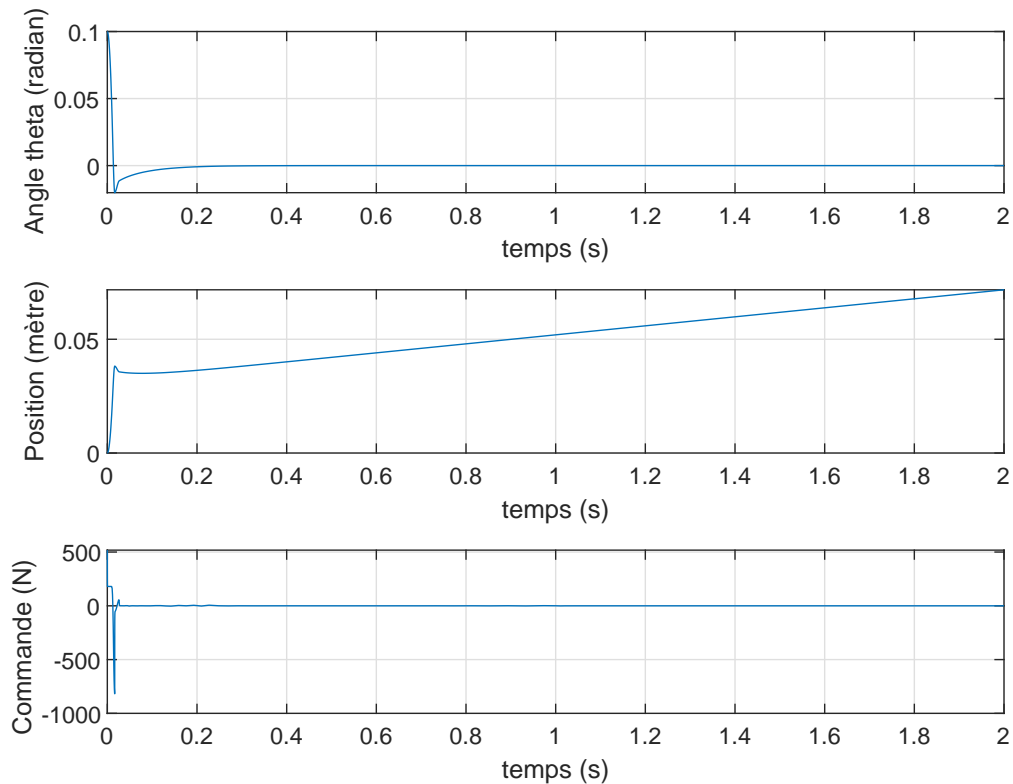


FIGURE 4.10 – Réponse du système sous contrôleur flou

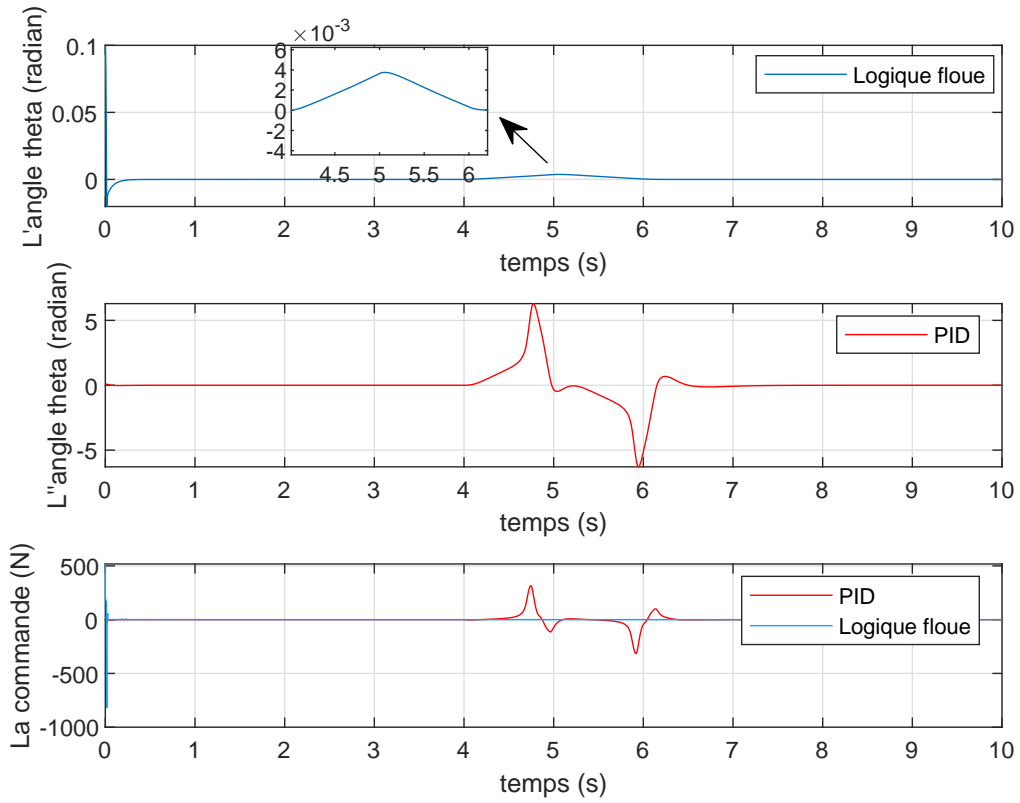


FIGURE 4.11 – Réponse du système si on injecte une perturbation

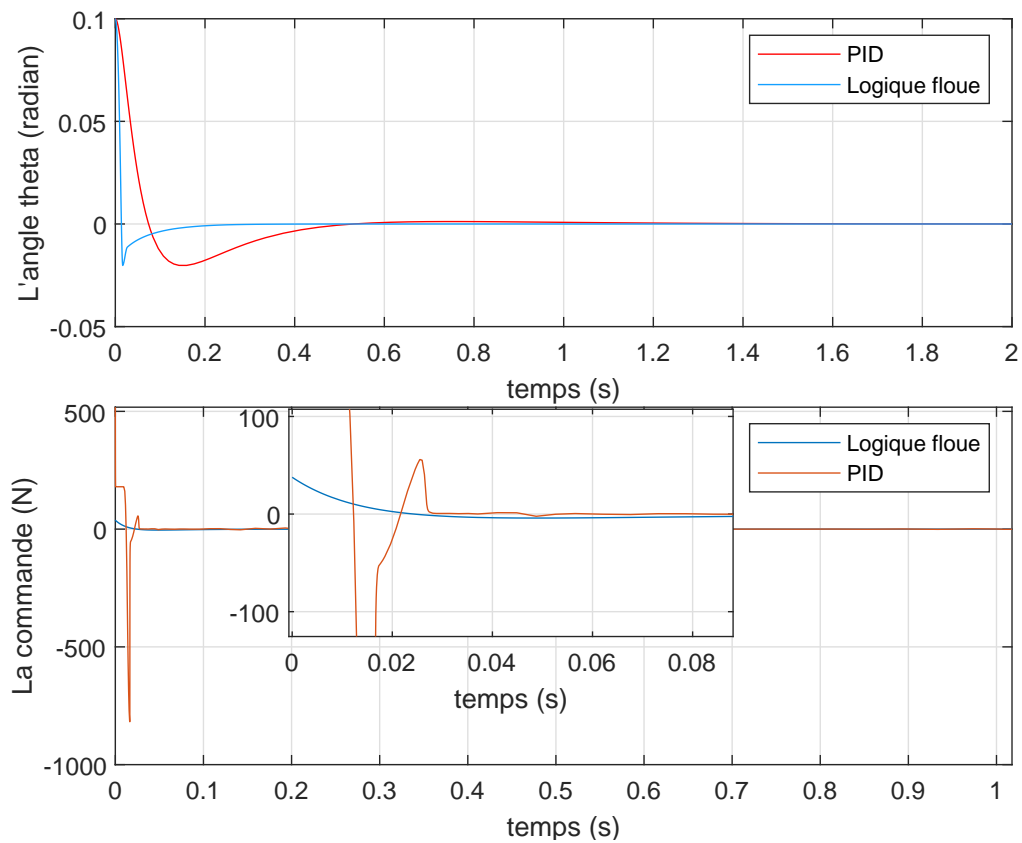


FIGURE 4.12 – Comparaison entre logique floue et PID

## 4.4 Interprétation des résultats

L'application de la logique floue pour contrôler le pendule inversé sur un chariot afin de le maintenir en position verticale semble donner de meilleurs résultats que l'utilisation d'un régulateur PID.

D'après les résultats trouvés dans les figures 4.10, 4.11 et 4.12, on peut observer que le pendule se stabilise après environ 0.2 seconde lorsqu'il est contrôlé par la logique floue. Cela signifie que le système parvient rapidement à atteindre une position verticale stable avec un temps de réponse relativement court.

En comparant avec le contrôleur PID, on constate que ce dernier met plus de temps à stabiliser le pendule, nécessitant environ 0.5 seconde. Cela indique que le système contrôlé par la logique floue est plus réactif et plus rapide pour atteindre la position verticale désirée.

Si une perturbation est injectée à  $t = 4$ sec pour les deux contrôleurs, on observe une différence de comportement entre le contrôleur PID et le contrôleur flou.

Avec le contrôleur PID, le pendule tombe de sa position d'équilibre suite à la perturbation et nécessite un certain temps pour revenir à sa position d'équilibre initiale. Cela peut être dû à la réaction plus lente du PID aux perturbations brusques.

En revanche, avec le contrôleur flou, le pendule réagit différemment. Il peut bouger légèrement en réponse à la perturbation, mais il parvient rapidement à revenir à sa position d'équilibre. Cela montre que le contrôleur flou est plus robuste face aux perturbations et est capable de rétablir la stabilité plus efficacement que le PID.

De ces résultats, on peut conclure que l'application de la logique floue présente des avantages en termes de performance de contrôle par rapport au contrôleur PID dans ce contexte spécifique du pendule inverse sur un chariot. La logique floue permet de mieux prendre en compte les variations et les imprécisions du système, ce qui lui permet de réagir plus rapidement et efficacement aux perturbations.

## 4.5 Conclusion

En conclusion, les techniques d'intelligence artificielle, telle que la logique floue, est une approche prometteuse pour surmonter les difficultés liées au contrôle du pendule inversé sur chariot. La logique floue présente des avantages par rapport aux autres approches de contrôle, notamment sa flexibilité, son adaptabilité et sa capacité à traiter des variables d'entrée incertaines, ainsi qu'à prendre en compte les facteurs non linéaires du système.

Dans cette étude, nous avons appliqué la logique floue pour le contrôle du pendule inversé en utilisant les connaissances existantes sur la dynamique du système et les techniques de contrôle intelligent. Nous avons analysé les performances de la logique floue par rapport à l'approche traditionnelle régulateur PID, et les résultats ont montré que la logique floue offre de meilleurs résultats que le PID dans ce contexte spécifique.

Cette recherche vise à fournir des perspectives précieuses pour le développement de méthodes de contrôle avancées et adaptatives pour le pendule inversé, ouvrant ainsi de nouvelles opportunités pour résoudre les défis associés à ce type de système complexe.

# Conclusion Générale

En conclusion générale, ce projet de fin d'études s'est concentré sur la modélisation et la commande du pendule inversé sur chariot en utilisant à la fois des techniques classiques, telles que le régulateur PID, et des approches plus avancées basées sur la logique floue. Nous avons étudié la complexité du système du pendule inversé, en mettant en évidence sa nature non linéaire et son équilibre instable, ce qui en fait un problème de contrôle stimulant.

Dans le cadre de notre recherche, nous avons effectué une revue de l'état de l'art sur les pendules inversés. Nous avons utilisé le formalisme d'Euler-Lagrange pour modéliser notre système et décrire son comportement dynamique. De plus, nous avons examiné en détail les principes fondamentaux de la logique floue, une méthode de contrôle adaptée aux systèmes complexes et incertains tels que le pendule inversé.

Le projet s'est ensuite divisé en deux parties distinctes. Dans la première partie, nous avons étudié l'application de la commande classique PID sur le pendule inversé. Nous avons expliqué les principes de fonctionnement du contrôleur PID et présenté les résultats de simulations du modèle non linéaire du système, utilisant les gains calculés par la méthode du placement des pôles.

Dans la deuxième partie, nous avons appliqué la logique floue pour la commande du pendule inversé sur chariot. Nous avons exploré les concepts clés de la logique floue, tels que la représentation floue des variables, les opérations floues et les règles d'inférence. Des simulations comparatives ont été réalisées pour évaluer les performances du contrôleur logique floue par rapport au contrôleur PID.

En résumé, ce projet nous a permis de développer une compréhension approfondie du contrôle du pendule inversé sur chariot en utilisant différentes approches. Nous avons constaté que l'application de la logique floue donne de meilleurs résultats par rapport au régulateur PID. Les performances supérieures de la logique floue se manifestent par une stabilisation plus rapide du pendule dans sa position verticale après une perturbation, ainsi qu'une capacité accrue à prendre en compte les variations et les imprécisions du système. Ces résultats renforcent l'idée que la logique floue est une approche prometteuse pour le contrôle de systèmes complexes tels que le pendule inversé sur chariot, offrant des perspectives intéressantes pour de futures applications et développements dans ce domaine.

Enfin, nous espérons que cette étude servira de base solide pour de futures recherches et applications dans des domaines tels que la robotique, l'automatisation industrielle et la stabilisation de plateformes. Le contrôle du pendule inversé sur chariot reste un domaine riche en défis et en opportunités, et les compétences acquises grâce à ce projet peuvent être appliquées à d'autres systèmes dynamiques non linéaires, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives dans le domaine de l'ingénierie.

# Bibliographie

- [1] Alexis Ball. Robust control of an inverted pendulum on a cart. *ME/ECE*, 854, 2007.
- [2] Kazunobu Yoshida. Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods. In *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*, volume 6, pages 4045–4047. IEEE, 1999.
- [3] Lal Bahadur Prasad, Barjeev Tyagi, and Hari Om Gupta. Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using pid controller and lqr : performance analysis without and with disturbance input. *International Journal of Automation and Computing*, 11 :661–670, 2014.
- [4] Nesrine AISSAT. Modélisation et commande d’un système non linéaire : Application au pendule inversé rotatif. Master’s thesis, Enseignement supérieur des sciences appliquées tlemcen, 2020.
- [5] Alexander Bogdanov. Optimal control of a double inverted pendulum on a cart. *Oregon Health and Science University, Tech. Rep. CSE-04-006, OGI School of Science and Engineering, Beaverton, OR*, 2004.
- [6] K. Furuta, M. Yamakita, and Kobayashi. Swing up control of inverted pendulum. In *Proceedings IECON ’91 : 1991 International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, pages 2193–2198 vol.3, 1991.
- [7] Ahmed Chemori, Sébastien Krut, and Nahla Touati. Le pendule inversé stabilisé par volant d’inertie, un système non linéaire sous-actionné. In *3èmes Journées Démonstrateurs 2010*, page 10, 2010.
- [8] Ilyes AICHE. *Commande des systemes non linéaires par la technique deep learning*. PhD thesis, Univ M’sila, 2020.
- [9] Ali Abdessetar BERKOUNE and Mohammed Rida RABEHI. Modélisation et commande en temps réel d’un pendule inversé rotatif : Approche linéaire. 2021.
- [10] Thomas BRECHET and Julien TRIBINO. Pendule inverse en robotique. page 23, 4 avril 2008.
- [11] Abderrafik Boudab and Ala eddine Saadallah. Commande pid robuste d’un pendule inversé rotatif. Master’s thesis, Université de Jijel, 2019.
- [12] Boston Dynamics. Robot atlas. Website, 2021.
- [13] Hitachi. Robot emiew. Website, 2005.
- [14] Salvatore Di Natale. Model-based design of a fuzzy logic controller for an inverse pendulum. Master’s thesis, Politecnico di Torino, 2019.
- [15] Alexis Delisse and Christophe Le Mao. Moto autonome : Honda riding assist-e. Website, October 2017.

- [16] N Surendranath Reddy, M Srinivasa Saketh, Pikaso Pal, and Rajeeb Dey. Optimal pid controller design of an inverted pendulum dynamics : a hybrid pole-placement & firefly algorithm approach. In *2016 IEEE First International Conference on Control, Measurement and Instrumentation (CMI)*, pages 305–310. IEEE, 2016.
- [17] Lotfi A Zadeh. Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3) :338–353, 1965.
- [18] Hamza BARKATI. *Modélisation floue d'un système Non linéaire*. PhD thesis, Univ M'sila, 2020.
- [19] Marwa Hmida. *Reconnaissance de formes basée sur l'approche possibiliste dans les images mammographiques*. PhD thesis, 12 2017.
- [20] Timothy J Ross. *Fuzzy logic with engineering applications*. John Wiley & Sons, 2009.
- [21] Gueltoum Bendiab. *Un Nouveau Modèle de Gestion Dynamique de la Confiance pour la Fédération des Identités dans le Cloud Computing*. PhD thesis, 03 2020.
- [22] Y. Himour. Commande intelligente. Cours Master 2 AII, 2022-2023.
- [23] Ahmad Ibrahim. *Fuzzy logic for embedded systems applications*. Newnes, 2004.
- [24] J.S.R. Jang, C.T. Sun, and E. Mizutani. Neuro-fuzzy and soft computing-a computational approach to learning and machine intelligence [book review]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(10) :1482–1484, 1997.
- [25] Franck Deroncourt. Introduction to fuzzy logic. *Massachusetts Institute of Technology*, 21 :50–56, 2013.
- [26] Guanrong Chen, Trung Tat Pham, and NM Boustany. Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems. *Applied Mechanics Reviews*, 54(6) :B102–B103, 2001.
- [27] Nader Vadiee, Mohammad Jamshidi, and Charles Peter Elkan. The promising future of fuzzy logic. 1994.
- [28] Katsuhiko Ogata. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 2010.
- [29] Cheng-Ching Yu. *Autotuning of PID controllers : A relay feedback approach*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [30] Christophe Le Brun. *Analysis and control of multivariable processes–Applied to a turboprop engine*. PhD thesis, CentraleSupélec, 2015.
- [31] Aman Jacknoon and MA Abido. Ant colony based lqr and pid tuned parameters for controlling inverted pendulum. In *2017 International Conference on Communication, Control, Computing and Electronics Engineering (ICCCCEE)*, pages 1–8. IEEE, 2017.
- [32] Kevin M Passino, Stephen Yurkovich, and Michael Reinfrank. *Fuzzy control*, volume 42. Addison-wesley Reading, MA, 1998.
- [33] Ernesto León Esteban Salazar. Fuzzy neural and neuro-fuzzy controllers for an inverted pendulum. Master's thesis, 2011.
- [34] Arpit Jain, Deep Tayal, and Neha Sehgal. Control of non-linear inverted pendulum using fuzzy logic controller. *International Journal of Computer Applications*, 69(27), 2013.