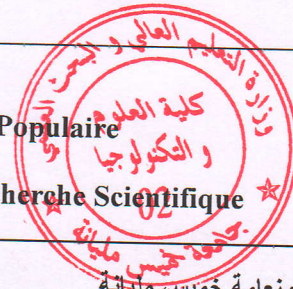


الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Djilali BOUNAAMA Khemis Miliana
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie mécanique



جامعة الجيلالي بونعاما خميس مليانة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية

Adresse : Rue Thniet El Had, Khemis Miliana, Ain Defla , Algérie. Tel : (213) 27556844

Polycopié du cours

Turbomachines

Destiné aux étudiants

Niveau : Master 2

Spécialité : Génie mécanique/Construction

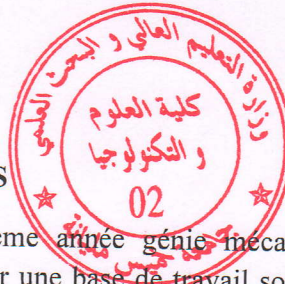
Présenté par :

Dr ALLICHE Ridha

Année universitaire

2025/2026

AVANT-PROPOS



Ce polycopié s'adresse aux étudiants de deuxième année génie mécanique, spécialité Construction Mécanique. Il a pour ambition de vous offrir une base de travail solide et structurée dans le domaine des machines hydrauliques, et plus particulièrement des turbomachines, qui représentent un volet essentiel de votre formation d'ingénieur mécanicien.

L'objectif principal de cet enseignement est de vous familiariser avec le fonctionnement des turbomachines et d'acquérir la maîtrise des calculs énergétiques qui leur sont associés. Pour cela, nous mobiliserons les concepts fondamentaux de la thermodynamique et de la mécanique des fluides, en les appliquant concrètement à l'étude des performances et des rendements de ces machines. Au-delà de la simple compréhension théorique, il s'agit de développer votre capacité à analyser, dimensionner et choisir une machine adaptée à une situation industrielle donnée.

Pour aborder ce cours dans de bonnes conditions, il est nécessaire d'avoir assimilé les notions de base de thermodynamique (propriétés des fluides, principes de conservation) et de mécanique des fluides (équation de Bernoulli, notions de pression et de charge, pertes de charge). Ces prérequis constituent le socle sur lequel nous construirons progressivement des connaissances plus spécialisées.

Le contenu est organisé en sept chapitres qui suivent une progression logique. Les premiers chapitres posent les définitions fondamentales et introduisent les outils d'analyse que sont les lois de similitude. Nous abordons ensuite le cœur du sujet avec l'étude détaillée des pompes centrifuges, en insistant particulièrement sur les phénomènes physiques qui gouvernent leur fonctionnement, y compris les aspects néfastes comme la cavitation. Les chapitres suivants traitent du couplage des pompes et du dimensionnement pratique des installations. Enfin, un dernier chapitre est consacré aux turbines hydrauliques, complétant ainsi le panorama des turbomachines.

Chaque chapitre a été conçu pour être accessible et progressif. Les concepts nouveaux sont introduits pas à pas, illustrés par des figures schématiques et des exemples chiffrés. Les équations fondamentales sont clairement identifiées et commentées, afin que vous puissiez non seulement les utiliser mais aussi en saisir la signification physique profonde.

Nous vous encourageons à adopter une démarche active dans l'étude de ce polycopié : lisez chaque chapitre avec attention, refaites les démonstrations par vous-même, interrogez-vous sur le sens des formules et exercez-vous régulièrement sur les applications proposées. N'hésitez pas à consulter la nomenclature pour vous familiariser avec les nombreux symboles utilisés.

Ce document est le fruit d'un travail de compilation et d'harmonisation de diverses sources pédagogiques. Il n'a d'autre ambition que de vous être utile dans votre parcours de formation et, peut-être, dans votre future vie professionnelle. Toutes vos remarques et suggestions seront accueillies avec intérêt pour en améliorer encore le contenu.

Bon travail à toutes et à tous.

Dr. ALLICHE Ridha



Table des matières

CHAPITRE I : DEFINITIONS GENERALES DES TURBOMACHINES.....	1
I.1 INTRODUCTION.....	1
I.2 MACHINES VOLUMÉTRIQUES	1
I.2.1 DÉFINITION.....	1
I.2.2 CLASSIFICATION DES MACHINES VOLUMÉTRIQUES.....	2
I.3 TURBOMACHINES.....	12
I.3.1 DÉFINITION.....	12
I.3.2 CLASSIFICATION DES TURBOMACHINES	12
I.3.3 APPLICATIONS DES TURBOMACHINES	17
I.3.4 CONSTITUTION DES TURBOMACHINES	17
I.3.5 THÉORIES GÉNÉRALES DANS LES TURBOMACHINES	18
I.3.6 THÉORÈME D'EULER POUR LES TURBOMACHINES	20
I.4 COMPARAISON ENTRE MACHINES VOLUMÉTRIQUES ET TURBOMACHINES	23
I.4.1 En résumé	24
CHAPITRE II : SIMILITUDES DANS LES TURBOMACHINES	25
II.1 UNITÉS ET DIMENSIONS	25
II.2 ANALYSE DIMENSIONNELLE ET LOIS DE SIMILITUDE	26
II.2.1 PRINCIPE GÉNÉRAL DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE.....	26
II.2.2 DIFFICULTÉS D'UNE APPROCHE EXPÉRIMENTALE CLASSIQUE (SANS ANALYSE DIMENSIONNELLE)	26
II.2.3 APPORT DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE.....	27
II.2.4 INTÉRÊT PRATIQUE ET PÉDAGOGIQUE DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE	28
II.3 INVARIANTS DE RATEAU (COEFFICIENTS DE RATEAU)	29
II.3.1 Identification des grandeurs physiques	29
II.3.2 Obtention des groupes adimensionnels	29
II.3.3 Définition des coefficients de Rateau.....	30
II.3.4 Machines en fonctionnement semblable	31
II.4 LA VITESSE SPÉCIFIQUE	32



II.4.1 Vitesse spécifique pour les turbines	32
II.4.2 Vitesse spécifique pour les pompes.....	33
II.4.3 Relation entre les vitesses spécifiques des pompes et des turbines.....	33
CHAPITRE III : LES POMPES	35
III.1 PRINCIPES FONDAMENTAUX – TRIANGLES DES VITESSES	35
III.1.1 INTRODUCTION ET PARAMÈTRES DE BASE.....	35
III.1.2 TRIANGLE DES VITESSES À L'ENTRÉE.....	36
III.1.3 TRIANGLE DES VITESSES À LA SORTIE.....	37
III.1.4 RÉGIME D'ADAPTATION ET DÉGRADATION HORS RÉGIME	38
III.2 CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT THÉORIQUES	39
III.2.1 CARACTÉRISTIQUES IDÉALES SANS PERTES	39
III.2.2 INFLUENCE DE β_2 * SUR LA RÉPARTITION ÉNERGÉTIQUE – DEGRÉ DE RÉACTION	42
III.3 EFFET DU NOMBRE FINI D'AUBES – GLISSEMENT.....	44
III.3.1 Déviation angulaire $\Delta\beta_2$	44
III.3.2 Coefficient de glissement σ	44
III.3.3 Hauteur indiquée réelle prenant en compte le glissement.....	45
III.4 FONCTIONNEMENT RÉEL – PERTES, RENDEMENTS ET CARACTÉRISTIQUES RÉELLES	45
III.4.1 CASCADE ÉNERGÉTIQUE ET TYPOLOGIE DES PERTES	45
III.4.2 DÉFINITIONS DES RENDEMENTS	47
III.4.3 CARACTÉRISTIQUES ÉNERGÉTIQUES RÉELLES.....	48
CHAPITRE IV : CAVITATION DANS LES POMPES.....	50
IV.1 DÉFINITION PHYSIQUE DE LA CAVITATION.....	50
IV.1.1 Définition générale	50
IV.1.2 Mécanisme physique en trois étapes.....	50
IV.1.3 Stades de développement.....	51
IV.2 EFFETS NOCIFS DE LA CAVITATION	51
IV.2.1 Effets sur les performances hydrauliques	52
IV.2.2 Effets mécaniques (les plus destructeurs).....	52
IV.2.3 Conséquences	52
IV.3 RAPPEL : ÉQUATION DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉE POUR LES CIRCUITS AVEC MACHINES.....	52
IV.3.1 Pour une pompe (machine génératrice)	52



IV.3.2 Pour une turbine (machine réceptrice).....	53
IV.4 LOCALISATION DE LA CAVITATION DANS UNE POMPE.....	53
IV.4.1 Analyse de l'évolution de pression.....	53
IV.4.2 Expression mathématique de la dépression locale.....	54
IV.4.3 Valeurs du coefficient de dépression κ	54
IV.5 CONDITION DE NON-CAVITATION.....	54
IV.5.1 Condition fondamentale.....	54
IV.5.2 Transformation en hauteur de fluide (forme hydraulique).....	55
IV.5.3 Substitution de l'expression de Δp	55
IV.6 DÉFINITION DU NPSH (NET POSITIVE SUCTION HEAD).....	55
IV.6.1 Définition du NPSH disponible (NPSHdispo).....	56
IV.6.2 Définition du NPSH requis (NPSHrequis).....	56
IV.6.3 Condition de sécurité (non-cavitation).....	56
IV.7 CALCUL PRATIQUE DU NPSH DISPONIBLE.....	56
IV.7.1 Configuration étudiée.....	57
IV.7.2 Application du théorème de Bernoulli généralisé.....	57
IV.7.3 Expression finale du NPSH disponible.....	57
IV.8 ANALYSE PHYSIQUE DES PARAMÈTRES INFLUENÇANT LE NPSH.....	58
IV.8.1 Facteurs influençant le NPSHdispo (caractéristique du CIRCUIT).....	58
IV.8.2 Comportement particulier du NPSHdispo avec le débit.....	58
IV.8.3 Analyse du NPSHrequis.....	58
IV.9 MÉTHODE GRAPHIQUE DE DÉTECTION DE LA CAVITATION.....	59
IV.9.1 Principe de la méthode.....	60
IV.9.2 Interprétation des cas.....	60
IV.9.3 Définition du point QvA	61
IV.10 EFFETS DE LA CAVITATION SUR LES PERFORMANCES.....	61
IV.10.1 Comportement de la pompe en régime cavitant.....	61
IV.10.2 Explication physique de la chute.....	61
IV.10.3 Conséquence pratique fondamentale.....	62
IV.11 SYNTHÈSE GÉNÉRALE.....	62
IV.12 POINTS CLÉS À RETENIR ABSOLUMENT.....	62
IV.13 CONCLUSION GÉNÉRALE.....	63
CHAPITRE V : COUPLAGE DES POMPES CENTRIFUGES.....	64



V.1 INTRODUCTION	64
V.2 RAPPELS SUR LES COURBES CARACTÉRISTIQUES	64
V.2.1 Courbe caractéristique d'une pompe	64
V.2.2 Courbe caractéristique d'un réseau.....	64
V.2.3 Point de fonctionnement	64
V.3 MONTAGE DE DEUX POMPES IDENTIQUES EN SÉRIE.....	65
V.3.1 Principe	65
V.3.2 Construction de la courbe caractéristique de l'ensemble.....	65
V.3.3 Exemple concret.....	65
V.3.4 Équations caractéristiques.....	67
V.4 MONTAGE DE DEUX POMPES IDENTIQUES EN PARALLÈLE	67
V.4.1 Principe	67
V.4.2 Construction de la courbe caractéristique de l'ensemble.....	68
V.4.3 Exemple concret.....	69
V.4.4 Équations caractéristiques.....	69
V.5 COMPARAISON SÉRIE VS PARALLÈLE.....	69
V.6 MONTAGE DE DEUX POMPES DIFFÉRENTES.....	70
V.6.1 Principe général.....	70
V.6.2 Construction des courbes pour des pompes différentes	70
V.6.3 Exemple de pompes différentes en parallèle.....	71
V.6.4 Condition de fonctionnement efficace pour un montage en parallèle.....	71
V.7 SYNTHÈSE ET RECOMMANDATIONS PRATIQUES	72
V.7.1 Quand utiliser le montage en série ?	72
V.7.2 Quand utiliser le montage en parallèle ?	72
V.7.3 Points de vigilance importants	72
CHAPITRE VI : DIMENSIONNEMENT DES POMPES CENTRIFUGES.....	74
VI.1 INTRODUCTION :	74
VI.2 CHARGE MOYENNE ET COEFFICIENT D'ÉNERGIE CINÉTIQUE (α)	74
VI.2.1 Rappel : La charge hydraulique (Bernoulli)	74
VI.2.2 Problème de la non-uniformité des vitesses.....	75
VI.2.3 La charge moyenne corrigée.....	75
VI.2.4 Définition et signification de α	75
VI.2.5 Valeurs pratiques de α	75



VI.3 PERTES DE CHARGE : L'ÉNERGIE PERDUE	76
VI.3.1 Pertes de charge régulières	76
VI.3.2 Diagramme de Moody	79
VI.3.3 Pertes de charge singulières	80
VI.4 RÉSEAUX DE CONDUITES	85
VI.4.1 Circuits fermés	85
VI.4.2 Circuits ouverts	85
VI.4.3 Réseau de conduites en série	86
VI.4.4 Réseau de conduites en parallèle	87
VI.4.5 Problème à trois réservoirs	88
VI.4.6 Réseaux complexes	89
VI.5 CIRCUITS AVEC MACHINES - THÉORÈME DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉ	90
VI.5.1 Machine (Pompe ou Turbine)	90
VI.5.2 Théorème de Bernoulli généralisé	90
VI.6 SYNTHÈSE : DÉMARCHE DE DIMENSIONNEMENT	91
CHAPITRE VII : LES TURBINES HYDRAULIQUES	93
VII.1 INTRODUCTION	93
VII.2 CLASSIFICATION DES TURBINES HYDRAULIQUES	93
VII.2.1 Classification basée sur le type d'énergie à l'entrée de la roue	94
VII.2.2 Classification basée sur la direction de l'écoulement dans la roue	94
VII.2.3 Classification basée sur la hauteur de chute	94
VII.2.4 Classification basée sur la vitesse spécifique	94
VII.2.5 Classification basée sur le nom de l'inventeur	94
VII.2.6 Classification basée sur la disposition de l'arbre	95
VII.3 GRANDEURS UNITAIRES	95
VII.3.1 Principe des grandeurs unitaires	95
VII.3.2 Vitesse unitaire Nu	95
VII.3.3 Débit unitaire Qu	95
VII.3.4 Puissance unitaire Pu	96
VII.4 LA ROUE PELTON (TURBINE À ACTION)	96
VII.4.1 Description générale	96
VII.4.2 Terminologie	97
VII.4.3 Composants de la roue Pelton	98



VII.4.4 Triangles des vitesses, puissance et rendement.....	99
VII.5 TURBINE FRANCIS (TURBINE À RÉACTION).....	101
VII.5.1 Description générale.....	101
VII.5.2 Composants principaux	101
VII.5.3 Triangles des vitesses	102
VII.5.4 L'aspirateur (draft tube)	103
VII.6 TURBINE KAPLAN (TURBINE AXIALE À RÉACTION).....	105
VII.6.1 Description générale.....	105
VII.6.2 Triangles des vitesses et conception.....	106
BIBLIOGRAPHIE	107

Liste des Figures

Figure I. 1: Types de turbomachines selon l'écoulement – (a) Axiale, (b) Radiale centrifuge, (c) Radiale centripète, (d) Mixte.....	5
Figure I. 2: Types de turbomachines – (a) Pompe centrifuge, (b) Pompe axiale, (c) Turbine à vapeur, (d) Roue Pelton, (e) Turbine Francis, (f) Turbine Kaplan	7
Figure I. 3: Formes schématiques des différents types de turbomachines	8
Figure II. 1: Caractéristique hauteur-débit adimensionnelle d'une pompe centrifuge.	21
Figure III. 1: Diagramme des vitesses dans une TM radiale centrifuge.....	30
Figure III. 2: Triangle de vitesse à l'entrée d'une pompe centrifuge	32
Figure III. 3: Triangle de vitesse à la sortie d'une pompe centrifuge	33
Figure III. 4: caractéristiques énergétiques et de puissance idéales	38
Figure III. 5: influence de β_2^* sur le degré de réaction théorique	40
Figure III. 6: Déviation angulaire et coefficient de glissement.....	42
Figure III. 7: Caractéristique de hauteur indiquée théorique avec glissement	42
Figure III. 8: Cascade énergétique	43
Figure III. 9: Allure de la caractéristique énergétique réelle d'une pompe centrifuge	48
Figure IV. 1: Érosion de cavitation sur les aubages de la roue d'une pompe	51
Figure IV. 2: zone de pression minimale dans une pompe	53
Figure IV. 3: Pompe aspirant au-dessus d'un réservoir	58
Figure V. 1: Montage de deux pompes en série	61
Figure V. 2: Courbes de fonctionnement pour le montage en série	63
Figure V. 3: Montage de deux pompes en parallèle	65

Figure VI. 1: Perte de charge linéaire dans une conduite en régime établi.....	71
Figure VI. 2: Abaque de Moody - coefficient de pertes de charge régulières de conduites circulaires rugueuses	74
Figure VI. 3: Écoulement dans un divergent – détail du décollement de la couche limite à la paroi.....	76
Figure VI. 4: Phénomène de « vena contracta » dans un rétrécissement à bords vifs	78
Figure VI. 5: Pertes de charge singulières engendrées par des changements de sections.....	79
Figure VI. 6: Écoulement dans un coude	80
Figure VI. 7: Circuit fermé et circuit ouvert	81
Figure VI. 8: Caractéristique d'un réseau fermé.....	82
Figure VI. 9: Caractéristique d'un réseau – conduites en série	83
Figure VI. 10: Caractéristique d'un réseau – conduites en parallèle	85
Figure VI. 11: Problème à trois réservoirs	85
Figure VI. 12: Réseau complexe	86
Figure VI. 13: Machine (pompe ou turbine)	88
Figure VII. 1: Types de turbines hydrauliques – (a) Écoulement tangentiel (Pelton), (b) Écoulement radial entrant (Francis ancienne), (c) Écoulement axial (Kaplan, hélice), (d) Écoulement mixte (Francis moderne)	92
Figure VII. 2: Centrale hydraulique de haute chute (roue Pelton)	96
Figure VII. 3: Roue Pelton avec ses principaux composants	97
Figure VII. 4: Triangles des vitesses pour une roue Pelton.....	98
Figure VII. 5: Turbine Francis et ses principaux composants	101
Figure VII. 6: Triangles des vitesses d'entrée et de sortie de la turbine Francis pour différentes vitesses : (a) Lente, (b) Moyenne, (c) Rapide	103
Figure VII. 7: Aspirateur conique	105
Figure VII. 8: Turbine Kaplan – (a) Roue, (b) Turbine avec composants.....	107
Figure VII. 9: Triangles des vitesses d'entrée – (a) Pour le diamètre extérieur (pointe), (b) Pour le diamètre intérieur (moyeu).....	107
Figure VII. 10: Triangles des vitesses de sortie – (a) Pour le diamètre extérieur, (b) Pour le diamètre intérieur	108

Liste des Symboles

SYMBOLES LATINS

Symbole	Signification	Unité
A	Coefficient de pertes par frottement continu	Variable
A	Section de passage	m ²
b_1, b_2	Largeur de la roue à l'entrée/sortie	M
B	Coefficient de pertes par choc	Variable
BEP	Best Efficiency Point (Point de meilleur rendement)	-
BHP	Brake Horsepower (Puissance à l'arbre en HP)	HP
C	Vitesse absolue (alternative à V)	m/s
C_v	Coefficient de vitesse de l'injecteur (Pelton)	sans dimension
ch	Cheval-vapeur (1 ch = 736 W)	Puissance
°C	Degré Celsius	Temperature
D	Diamètre	M
D_1, D_2	Diamètres d'entrée/sortie de la roue	M
D_b	Diamètre du moyeu (turbine Kaplan)	M
D_o	Diamètre extérieur de la roue (turbine Kaplan)	M
d	Diamètre du jet (turbine Pelton)	M
e	Énergie massique (travail massique)	J/kg
e_{th}	Énergie spécifique théorique	J/kg
E_{cin}	Énergie cinétique	J
E_{pot}	Énergie potentielle	J
F	Force	N

Symbole	Signification	Unité
F_x	Force dans la direction tangentielle	N
f	Fonction	-
g	Accélération de la pesanteur (9,81 m/s ²)	m/s ²
GPM	Gallons Per Minute	-
H	Hauteur manométrique totale (HMT) / Charge	m
H_1, H_2	Charge à l'entrée/sortie	m
H_g	Hauteur de chute brute	m
$H_{\text{réseau}}$	Hauteur du réseau	m
h	Hauteur géométrique (circuit ouvert)	m
h_f	Pertes de charge dans la conduite	m
h_g	Hauteur d'aspiration géométrique	m
h_i	Hauteur indiquée idéale	m
$h_{i,\text{réel}}$	Hauteur indiquée réelle (avec glissement)	m
$h_{i,\text{théo}}$	Hauteur indiquée théorique	M
h_j	Charge au nœud J	M
h_n	Hauteur nette (pompe)	M
HMT	Hauteur Manométrique Totale	M
HP	Horse Power (puissance en chevaux anglais)	HP
Hz	Hertz	s ⁻¹
i	Nombre de groupes adimensionnels	-
J	Perte de charge (notation alternative)	M
J	Joule	J
K	Facteur de frottement (Pelton, V_{r2}/V_{r1})	sans dimension
K_1, K_2, K_3	Constantes de proportionnalité	Variables
k	Rugosité absolue (notation alternative)	M

Symbole	Signification	Unité
k_1, k_2	Coefficient d'encombrement à l'entrée/sortie	sans dimension
L	Longueur	M
L_e	Longueur équivalente	M
M	Moment, couple	N·m
M_{th}	Couple théorique	N·m
m	Nombre d'unités fondamentales	-
m	Rapport de jet (Pelton, D/d)	sans dimension
$\dot{m}$	Débit massique	kg/s
mCE	Mètre de colonne d'eau	M
N	Vitesse de rotation	tr/min
n	Nombre de grandeurs physiques	-
n_s	Vitesse spécifique	tr/min (ou sans dimension)
$n_{s(P)}$	Vitesse spécifique (pompe)	tr/min
$n_{s(T)}$	Vitesse spécifique (turbine)	tr/min
NPSH	Net Positive Suction Head	M
$NPSH_{dispo}$	NPSH disponible	M
$NPSH_{requis}$	NPSH requis	M
P	Puissance	W
P_a	Puissance à l'arbre (absorbée)	W
P_i	Puissance indiquée idéale	W
P_r	Puissance à la roue	W
P_u	Puissance utile	W
P_u	Puissance unitaire (turbine)	W ou ch
p	Pression	Pa
p_1, p_2	Pression à l'entrée/sortie	Pa

Symbole	Signification	Unité
p_A	Pression au point A	Pa
p_a	Pression atmosphérique	Pa
p_{min}	Pression minimale	Pa
p_{vs}	Pression de vapeur saturante	Pa
Pa	Pascal	N/m ²
Q	Débit volumique	m ³ /s, l/min, GPM
Q_u	Débit unitaire (turbine)	m ³ /s
Q_v	Débit volumique	m ³ /s
$Q_{v,adapt}$	Débit d'adaptation	m ³ /s
Q_{vA}	Débit d'apparition de la cavitation	m ³ /s
Q_{vf}	Débit de fuite	m ³ /s
R	Résistance hydraulique	s ² /m ⁵
R	Degré de réaction	sans dimension
R	Rayon de courbure (coude)	m
Re	Nombre de Reynolds	sans dimension
r	Rayon	m
r_1, r_2	Rayon d'entrée/sortie de la roue	m
S	Surface, section	m ²
S_1, S_2	Sections d'entrée/sortie	m ²
SI	Système International d'unités	-
STEP	Station de Transfert d'Énergie par Pompage	-
T	Température	K, °C
T	Couple (notation alternative)	N·m
t	Temps	s
TM	Turbomachine	-

Symbole	Signification	Unité
U	Vitesse d'entraînement (périphérique)	m/s
u	Vitesse d'entraînement (périphérique)	m/s
u_1, u_2	Vitesse d'entraînement à l'entrée/sortie	m/s
V	Vitesse absolue	m/s
V_1, V_2	Vitesse absolue à l'entrée/sortie	m/s
V_f	Vitesse d'écoulement (composante méridienne)	m/s
V_m	Vitesse méridienne	m/s
V_r	Vitesse relative	m/s
V_u	Vitesse tangentielle (tourbillonnaire)	m/s
v	Vitesse	m/s
v_1, v_2	Vitesse à l'entrée/sortie	m/s
v_m	Vitesse moyenne	m/s
v_t	Vitesse tangentielle	m/s
W	Vitesse relative	m/s
W	Travail massique	J/kg
W_n	Énergie massique échangée	J/kg
w	Vitesse relative	m/s
w_1, w_2	Vitesse relative à l'entrée/sortie	m/s
w	Poids spécifique (ρg)	N/m ³
W	Watt	J/s
z	Cote (altitude)	M
z_1, z_2	Cote à l'entrée/sortie	M

SYMBOLES GRECS

Symbole	Nom	Signification	Unité
α	Alpha	Coefficient d'énergie cinétique	sans dimension
α_1, α_2	Alpha	Angles de la vitesse absolue à l'entrée/sortie	degrés (°) ou rad
β_1, β_2	Bêta	Angles de la vitesse relative (angles d'aube)	degrés (°) ou rad
β_2^*	Bêta	Angle géométrique de l'aube à la sortie	degrés (°) ou rad
$\Delta\beta_2$	Delta	Déviation angulaire	degrés (°) ou rad
ΔH	Delta	Perte de charge	m
ΔH_{A-B}	Delta	Perte de charge entre les points A et B	m
ΔH_{choc}	Delta	Perte de charge par choc	m
ΔH_{frott}	Delta	Perte de charge par frottement	m
ΔP	Delta	Perte de puissance	W
ΔP_{fd}	Delta	Pertes par frottement de disque	W
ΔP_h	Delta	Pertes hydrauliques	W
ΔP_m	Delta	Pertes mécaniques	W
ΔP_v	Delta	Pertes volumétriques	W
Δp	Delta	Dépression locale	Pa
δ	Delta	Coefficient de débit (Rateau)	sans dimension
ε	Epsilon	Rugosité absolue	m
ε/D	Epsilon	Rugosité relative	sans dimension
η	Êta	Rendement	sans dimension
η_d	Êta	Rendement de l'aspirateur	sans dimension
η_g	Êta	Rendement global	sans dimension
η_H	Êta	Rendement hydraulique	sans dimension
η_h	Êta	Rendement hydraulique	sans dimension

Symbole	Nom	Signification	Unité
η_{int}	Êta	Rendement interne	sans dimension
η_m	Êta	Rendement mécanique	sans dimension
η_N	Êta	Rendement de l'injecteur	sans dimension
η_o	Êta	Rendement global (turbine)	sans dimension
η_v	Êta	Rendement volumétrique	sans dimension
θ	Thêta	Angle (coude)	degrés (°)
κ	Kappa	Coefficient de dépression (cavitation)	sans dimension
λ	Lambda	Coefficient de perte de charge régulière	sans dimension
μ	Mu	Viscosité dynamique	Pa·s
ν	Nu	Viscosité cinématique	m²/s
ξ	Xi	Coefficient de perte de charge singulière	sans dimension
ρ	Rhô	Masse volumique	kg/m³
σ	Sigma	Coefficient de glissement	sans dimension
τ	Tau	Coefficient de puissance (Rateau)	sans dimension
ϕ	Phi	Coefficient de débit / Rapport de vitesse	sans dimension
ψ	Psi	Coefficient de hauteur / d'énergie	sans dimension
ω	Oméga	Vitesse angulaire	rad/s

INTRODUCTION GENERALE

Le domaine des turbomachines occupe une place centrale dans de nombreux secteurs de l'ingénierie mécanique et énergétique. Qu'il s'agisse de produire de l'électricité à partir de chutes d'eau, de pomper de l'eau pour l'irrigation ou l'adduction urbaine, ou encore de propulser des avions et des navires, ces machines constituent un maillon essentiel dans la chaîne de conversion et de transport de l'énergie.

Ce polycopié s'adresse aux étudiants de Master 2 en génie mécanique, spécialité « Construction ». Il a été conçu comme un support pédagogique structuré, progressif et rigoureux, permettant d'acquérir les connaissances fondamentales et appliquées nécessaires à la compréhension, au dimensionnement et à l'exploitation des turbomachines, avec un accent particulier sur les pompes centrifuges et les turbines hydrauliques.

L'objectif principal de cet enseignement est double. D'une part, il vise à familiariser l'étudiant avec les principes physiques régissant le fonctionnement des turbomachines : conservation de la masse, de la quantité de mouvement, théorème d'Euler, analyse dimensionnelle et lois de similitude. D'autre part, il met l'accent sur les aspects pratiques du dimensionnement, du choix et du couplage des machines, en intégrant les phénomènes réels tels que les pertes de charge, la cavitation, et les interactions machine-réseau.

Le contenu est organisé de manière à guider l'étudiant depuis les définitions générales jusqu'aux applications concrètes. Après un premier chapitre posant les bases théoriques et la distinction entre machines volumétriques et turbomachines, le cours aborde successivement :

- Les outils de similitude et la notion de vitesse spécifique,
- L'étude détaillée des pompes centrifuges (triangles des vitesses, glissement, pertes, rendements),

- Le phénomène critique de la cavitation et sa maîtrise par la notion de NPSH,
- Les stratégies de couplage (série, parallèle) pour adapter les pompes aux réseaux,
- Les méthodes de dimensionnement hydraulique des circuits,
- Enfin, une présentation complète des turbines hydrauliques (Pelton, Francis, Kaplan) et de leurs principes de fonctionnement.

Les connaissances préalables recommandées concernent les bases de la thermodynamique et de la mécanique des fluides, indispensables pour comprendre les principes de conservation, les propriétés des fluides et les équations fondamentales utilisées tout au long du cours.

Ce document a été conçu pour accompagner l'étudiant dans l'acquisition de compétences analytiques et pratiques en turbomachines, lui permettant ainsi d'aborder avec confiance des problèmes réels d'ingénierie, qu'il s'agisse de conception, d'exploitation ou de maintenance d'installations hydrauliques et mécaniques.

CHAPITRE I : DEFINITIONS GENERALES DES TURBOMACHINES

I.1 INTRODUCTION

Généralement, on distingue deux types de machines utilisant un fluide pour réaliser une transformation d'énergie, depuis le fluide ou vers celui-ci : les machines volumétriques et les turbomachines. Selon leur conception, ces deux catégories se différencient par leurs principes de fonctionnement et leurs caractéristiques principales. Le fonctionnement des turbomachines étant plus complexe, elles feront l'objet d'une présentation plus détaillée. Les machines volumétriques seront, quant à elles, abordées de manière plus succincte, en mettant l'accent sur les aspects qui les distinguent des turbomachines.

Ce premier chapitre a pour objectif de poser les bases fondamentales nécessaires à la compréhension des machines hydrauliques. Nous y définirons les concepts clés, les classifications et les principes physiques qui régissent le fonctionnement aussi bien des machines volumétriques que des turbomachines.

I.2 MACHINES VOLUMÉTRIQUES

I.2.1 DÉFINITION

Une machine volumétrique fonctionnant avec un fluide incompressible — catégorie qui se limite en pratique essentiellement aux pompes volumétriques — est constituée d'un volume fermé et étanche (corps de pompe) à l'intérieur duquel se déplace un organe mobile ajusté avec précision. Le mouvement de cet organe provoque successivement une dépression au niveau de l'orifice d'aspiration et une surpression au niveau de l'orifice de refoulement, assurant ainsi le transfert du fluide de manière cyclique.

Chapitre I : Définitions générales des turbomachines

Le principe fondamental des machines volumétriques repose sur le déplacement forcé d'un volume de fluide emprisonné. Contrairement aux turbomachines, l'énergie est transférée au fluide par variation du volume de la chambre de travail, d'où le terme "volumétrique". Ce mode de fonctionnement confère à ces machines des propriétés particulières :

- Le débit est théoriquement proportionnel à la vitesse de rotation et indépendant de la pression de refoulement (dans la limite des capacités de la machine)
- La pression de refoulement est limitée par la puissance motrice disponible et la résistance mécanique des composants
- L'écoulement peut être pulsatoire selon la conception de la machine

Ces machines sont généralement utilisées pour des applications difficilement réalisables à l'aide de turbopompes, notamment :

- Le pompage de liquides fortement visqueux (huiles, bitume, résines, etc.)
- Les opérations nécessitant un dosage instantané précis (injection de produits chimiques, additifs)
- Le pompage de liquides dits « sensibles », c'est-à-dire des fluides fragiles supportant mal les turbulences et les remous (exemple : lait, produits alimentaires, liquides biologiques)
- Les applications nécessitant des pressions très élevées (systèmes hydrauliques, injection)
- Le pompage de fluides à haute température ou à fort pouvoir abrasif (selon la technologie)

1.2.2 CLASSIFICATION DES MACHINES VOLUMÉTRIQUES

Les machines volumétriques sont divisées en deux grandes familles selon le mouvement de l'organe mobile : **rotatives** et **alternatives (à pistons)**.

1.2.2.1. Machines volumétriques rotatives

Le fluide est transporté mécaniquement par rotation d'un rotor dans un carter étanche. On distingue

- **Pompes à engrenages** (externes ou internes) : débit lisse, sensibles aux abrasifs et à la marche à sec, pressions jusqu'à 200 bars.
- **Pompes à lobes** : tolérantes aux solides, faciles à nettoyer, pression modérée (< 15 bars).
- **Pompes à palettes** : débit très constant, réversibles, adaptées aux systèmes hydrauliques.

- **Pompes à vis** (monovis ou multivis) : débit régulier, fluides très visqueux, pression élevée, silencieuses.
- **Pompes à impulsor flexible** : simples, auto-amorçantes, basse pression (< 2 bars).
- **Pompes à came excentrique** : étanchéité parfaite, dosage de produits corrosifs.
- **Pompes péristaltiques** : stérilité totale (fluide confiné dans un tube), mais usure rapide du tube et pression limitée.

I.2.2.2. Machines volumétriques à pistons

Le fluide est déplacé par un mouvement linéaire alternatif. On distingue :

- **Pompes à piston** (simple effet, double effet, multi-cylindres) : très haute pression, rendement élevé, mais débit pulsé et entretien important.
- **Pompes à diaphragme** (entraînement mécanique ou hydraulique) : excellente étanchéité, idéales pour produits corrosifs ou dosage précis. Les versions hydrauliques supportent de très hautes pressions.

I.3 TURBOMACHINES

I.3.1 DÉFINITION

Dans les turbomachines, le transfert d'énergie mécanique vers ou depuis la machine s'effectue généralement dans des conditions d'écoulement permanent. Le terme "turbo" fait référence à un mouvement de rotation. Les turbomachines regroupent aussi bien les machines produisant une élévation de charge ou de pression, telles que les pompes centrifuges et les compresseurs, que celles fournissant de la puissance mécanique, comme les turbines hydrauliques, à vapeur ou à gaz.

Contrairement aux machines volumétriques, le fluide n'est pas confiné dans un volume fermé dont on fait varier la contenance ; il s'écoule de manière continue à travers la machine et subit des variations de pression et de quantité de mouvement dues à des effets dynamiques. Pour cette raison, les turbomachines sont également désignées sous le terme de **machines dynamiques**.

Une turbomachine peut ainsi être définie comme un dispositif dans lequel un échange d'énergie a lieu entre un fluide en écoulement continu et un organe en rotation (le rotor), par action dynamique,

entraînant des modifications de la pression et de la quantité de mouvement du fluide. L'énergie échangée est principalement régie par les lois de la mécanique des fluides, en particulier les théorèmes d'Euler et de Bernoulli.

I.3.2 CLASSIFICATION DES TURBOMACHINES

Il existe plusieurs façons de classer les turbomachines, selon le critère choisi. Les classifications les plus courantes sont présentées ci-dessous.

I.3.2.1 Classification selon le sens de transfert d'énergie

Cette classification est fondamentale car elle distingue les machines en fonction du rôle qu'elles jouent dans le système énergétique.

- **Machines réceptrices (ou génératrices pour le fluide) :**
 - Ce sont des machines qui **reçoivent** de l'énergie mécanique d'un moteur (électrique, thermique, etc.) pour la **transférer au fluide**.
 - Le fluide voit son énergie (pression, vitesse) augmenter entre l'entrée et la sortie de la machine.
 - Exemples : Pompes (pour liquides), ventilateurs (pour gaz à faible compression), compresseurs (pour gaz avec augmentation significative de pression), soufflantes.
- **Machines motrices (ou réceptrices pour le fluide) :**
 - Ce sont des machines qui **prélèvent** de l'énergie au fluide (qui la perd) pour la **transférer à un arbre rotatif** sous forme de travail mécanique.
 - Le fluide voit son énergie diminuer entre l'entrée et la sortie.
 - Exemples : Turbines hydrauliques (Pelton, Francis, Kaplan), turbines à vapeur, turbines à gaz, éoliennes.

I.3.2.2 Classification selon le sens de l'écoulement du fluide par rapport à l'axe de rotation

- **Turbomachines axiales :**
 - L'écoulement du fluide est parallèle à l'axe de rotation de la machine.
 - Le fluide entre axialement et sort axialement (ou quasiment).

- Exemples : Hélices de navire ou d'avion, éoliennes, compresseurs axiaux, turbines axiales (certaines turbines à vapeur, turbines Kaplan).
- **Turbomachines radiales (ou centrifuges/centripètes) :**
 - L'écoulement est principalement perpendiculaire à l'axe de rotation.
 - **Type centrifuge** : Le fluide entre axialement (au centre de la roue) et sort radialement (à la périphérie). C'est le cas le plus courant pour les pompes et les compresseurs centrifuges.
 - **Type centripète** : Le fluide entre radialement (à la périphérie) et sort axialement (au centre). Ce type est moins courant mais se rencontre dans certaines turbines (ex: certaines turbines Francis anciennes).
- **Turbomachines mixtes (ou diagonales) :**
 - L'écoulement a des composantes à la fois axiales et radiales.
 - Le fluide entre axialement et quitte avec des composantes axiales et radiales en même temps (selon une direction diagonale).
 - Exemple : Turbines Francis modernes, certaines pompes hélico-centrifuges.

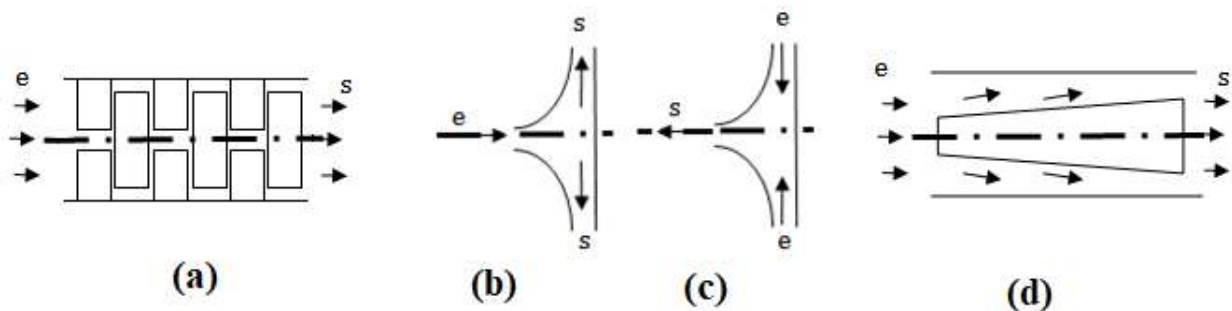


Figure I. 1: Types de turbomachines selon l'écoulement – (a) Axiale, (b) Radiale centrifuge, (c) Radiale centripète, (d) Mixte

1.3.2.3 Classification selon la nature du fluide

- **Turbomachines à fluide incompressible :**
 - Le fluide est considéré comme incompressible (masse volumique constante). Cela simplifie les équations.
 - Exemples : Pompes hydrauliques (pour eau, huile...), turbines hydrauliques.

- **Turbomachines à fluide compressible :**

- Le fluide est un gaz dont la masse volumique varie avec la pression et la température. L'analyse est plus complexe et fait appel à la thermodynamique.
- Exemples : Compresseurs, ventilateurs (parfois considérés incompressibles à basse pression), turbines à gaz, turbines à vapeur.

1.3.2.4 Classification selon la nature du transfert énergétique

- **Turbomachines à action (ou à impulsion) :**

- L'énergie est transférée au rotor uniquement par variation de la quantité de mouvement (impulsion) du fluide. La pression du fluide ne change pas lors de son passage à travers le rotor (elle est convertie en vitesse en amont).
- Exemple typique : Turbine Pelton (la pression atmosphérique règne dans le rotor).

- **Turbomachines à réaction :**

- L'énergie est transférée au rotor à la fois par variation de quantité de mouvement ET par variation de pression. Le fluide se détend dans le rotor, ce qui contribue à la production de travail.
- Exemples : Turbines Francis et Kaplan, la plupart des pompes centrifuges.

- **Turbomachines combinées :** Des machines qui combinent les deux principes dans différents étages.

1.3.2.5 Classification selon le type d'installation

- **Turbomachines encastrées :** L'écoulement est confiné dans des conduits ou des carénages (pompes centrifuges dans leur corps, turbines à gaz dans leur carter, etc.). C'est le cas le plus courant.
- **Turbomachines en veines libres :** L'écoulement est libre, non confiné par une paroi solide tout autour. Exemples : Éoliennes, hélices d'avion ou de navire (non carénées).

1.3.2.6 Classification selon le nom de l'inventeur ou le type spécifique

Souvent, les turbines sont désignées par le nom de leur inventeur ou par une caractéristique de conception :

- **Turbines à action** : Pelton, Turgo, Banki-Michell
- **Turbines à réaction** : Francis, Kaplan, Hélice, Dériaz

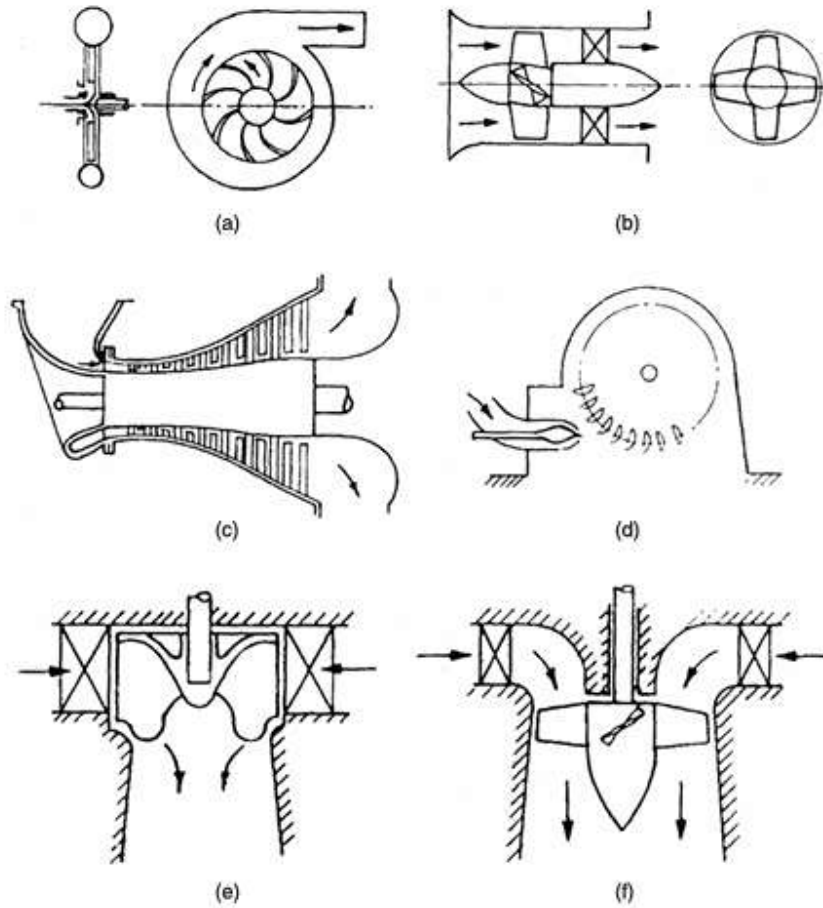


Figure I. 2: Types de turbomachines – (a) Pompe centrifuge, (b) Pompe axiale, (c) Turbine à vapeur, (d) Roue Pelton, (e) Turbine Francis, (f) Turbine Kaplan

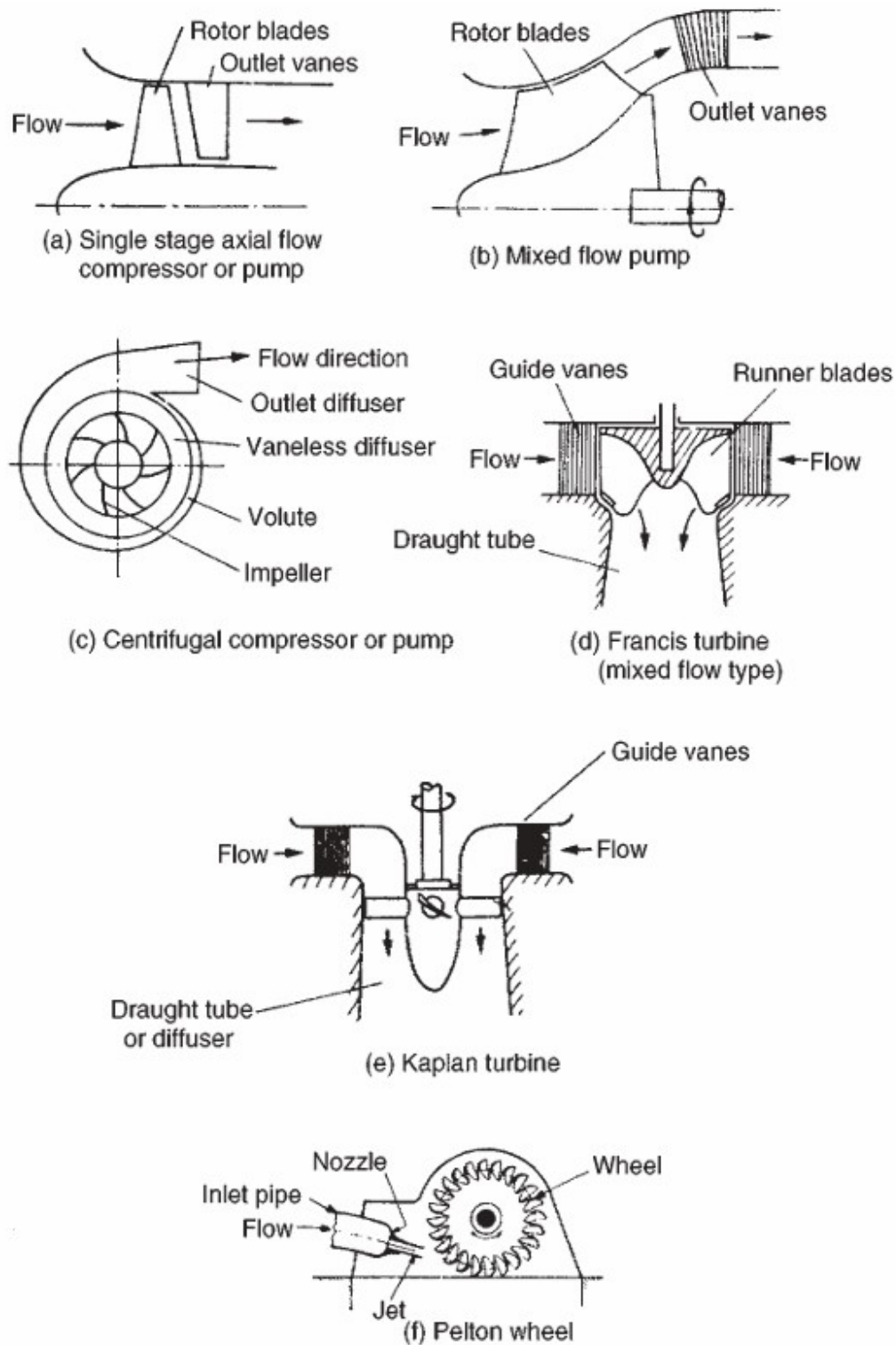


Figure I. 3: Formes schématiques des différents types de turbomachines

I.3.3 APPLICATIONS DES TURBOMACHINES

On distingue généralement trois grands domaines d'application des turbomachines :

1. Production d'énergie (machines motrices) :

- Turbines hydrauliques dans les barrages (Pelton pour hautes chutes, Francis pour moyennes chutes, Kaplan pour basses chutes)
- Turbines à vapeur dans les centrales thermiques (classiques, nucléaires, solaires)
- Turbines à gaz dans les centrales électriques et l'aviation
- Éoliennes pour la production d'électricité éolienne

2. Transport et distribution de fluides (machines réceptrices) :

- Pompes centrifuges pour l'adduction d'eau, l'irrigation, le chauffage, les réseaux d'incendie
- Pompes de circulation dans les installations industrielles
- Compresseurs pour le transport de gaz naturel dans les pipelines
- Ventilateurs pour la ventilation des bâtiments et l'aération industrielle

3. Propulsion (machines motrices et réceptrices combinées) :

- Réacteurs d'avion (compresseur + turbine)
- Hélices de bateau (pompe axiale)
- Propulseurs de navires (type hydrojet)

4. Processus industriels :

- Compresseurs pour la réfrigération et la climatisation
- Pompes pour le transfert de produits chimiques
- Turbines de détente dans les procédés pétrochimiques (récupération d'énergie)

I.3.4 CONSTITUTION DES TURBOMACHINES

Une turbomachine, qu'elle soit motrice ou réceptrice, est constituée d'organes fixes et d'organes mobiles. Une machine ne comportant qu'un seul rotor est dite **à simple étage** ou encore **monocellulaire**. Les machines comportant plusieurs rotors montés en série sur le même arbre sont appelées **multicellulaires** (ou multi-étages).

Chapitre I : Définitions générales des turbomachines

Une machine monocellulaire complète se compose généralement de trois organes distincts que le fluide traverse successivement :

A- Le distributeur : Son rôle est de conduire le fluide depuis la section d'entrée de la machine jusqu'à la section d'entrée du rotor, en lui donnant une vitesse et une direction appropriées pour aborder la roue dans des conditions optimales (généralement sans choc à l'entrée). Le distributeur peut être :

- Une simple canalisation d'amenée (cône d'aspiration pour une pompe).
- Une volute en forme de spirale (carter spirale) qui répartit uniformément le fluide autour de la roue.
- Une couronne d'aubes fixes (stator) qui oriente l'écoulement. Ces aubes peuvent être fixes ou orientables afin de régler le débit et d'adapter la machine à différents régimes de fonctionnement (ex: aubes directrices des turbines Francis et Kaplan).

B- Le rotor (ou roue, ou impulseur) : C'est l'organe tournant, siège principal de l'échange d'énergie. Il est constitué d'un ensemble d'aubes (ou d'ailettes) fixées sur un moyeu. Au sein du rotor, le fluide échange de l'énergie avec la machine par le travail des forces aérodynamiques (ou hydrodynamiques) exercées par les aubes en rotation sur le fluide (pompes) ou du fluide sur les aubes (turbines). La forme des aubes (courbure, angle) est déterminante pour les performances.

C- Le diffuseur (ou collecteur) : Son rôle est de collecter le fluide à la sortie du rotor et de l'amener à la section de sortie de la machine. Comme pour le distributeur, le diffuseur peut être :

- Une simple canalisation de refoulement.
- Une volute (souvent de section croissante) qui collecte le fluide et convertit une partie de son énergie cinétique en pression (dans les pompes).
- Une couronne d'aubes fixes (redresseur) qui sert à redresser l'écoulement (rendre la vitesse axiale) et à convertir l'énergie cinétique résiduelle en pression. Ces aubes fixes sont notamment utiles lorsque l'écoulement a une forte composante tangentielle (tourbillonnaire) à la sortie du rotor.

Remarque importante : Le distributeur et le diffuseur ne sont pas toujours présents sous cette forme, ou sont parfois réduits à un simple tronçon de canalisation. C'est notamment le cas pour certaines hélices (propulseurs) ou éoliennes où l'écoulement est libre.

Dans les machines multicellulaires, chaque étage ne comprend généralement que deux éléments :

- Pour une pompe ou un compresseur multi-étages : un rotor suivi d'un diffuseur (redresseur) qui prépare l'écoulement pour l'étage suivant.
- Pour une turbine multi-étages : un distributeur (stator) suivi d'un rotor pour chaque étage.

I.3.5 THÉORIES GÉNÉRALES DANS LES TURBOMACHINES

L'analyse du fonctionnement des turbomachines repose sur les lois fondamentales de la mécanique des fluides appliquées à un volume de contrôle (la machine ou une partie de celle-ci). Les trois principes de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie) sont essentiels.

I.3.5.1 Conservation de la masse

Le principe de conservation de la masse stipule que toute variation de la masse contenue dans un volume de contrôle résulte exclusivement des échanges de matière à travers sa surface de délimitation. Autrement dit, l'augmentation ou la diminution de la masse à l'intérieur du volume est compensée par la différence entre les flux massiques entrants et sortants.

Pour un volume de contrôle fixe V , délimité par une surface S , la forme intégrale de l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \, dV + \iint_S \rho \, \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (\text{Éq. I.1})$$

où :

- ρ est la masse volumique du fluide
- $\vec{v}$ est le vecteur vitesse
- $\vec{n}$ est la normale unitaire sortante à la surface S
- dV est un élément de volume
- dS est un élément de surface

Le premier terme représente le taux de variation de la masse à l'intérieur du volume. Le second terme représente le flux net de masse sortant à travers la surface.

Pour un écoulement **stationnaire** (permanent), le premier terme est nul, et l'équation se réduit à :

$$\iint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (\text{Éq. I.2})$$

Ce qui signifie que le flux de masse entrant est égal au flux de masse sortant.

En pratique, pour une turbomachine avec une seule entrée et une seule sortie, on utilise souvent la forme simplifiée :

$$\dot{m} = \rho_1 Q_{v1} = \rho_2 Q_{v2} = \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \quad (\text{Éq. I.3})$$

où $\dot{m}$ est le débit massique (kg/s), Q_v le débit volumique (m³/s), et les indices 1 et 2 se réfèrent respectivement à l'entrée et à la sortie de la machine.

Pour un fluide incompressible (liquide), ρ est constant, et l'équation se simplifie encore en conservation du débit volumique :

$$Q_v = v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (\text{Éq. I.4})$$

I.3.5.2 Conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement (deuxième loi de Newton appliquée à un volume de contrôle) énonce que la résultante des forces extérieures appliquées à un volume de contrôle est égale à la variation temporelle de la quantité de mouvement contenue dans ce volume, à laquelle s'ajoute le flux net de quantité de mouvement traversant sa surface.

Sous forme intégrale, pour un volume de contrôle fixe :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \vec{v} dV + \iint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \quad (\text{Éq. I.5})$$

où $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ est la somme de toutes les forces extérieures agissant sur le fluide contenu dans le volume de contrôle (forces de pression sur les surfaces, forces de pesanteur, forces exercées par les parois solides, etc.).

Pour un écoulement **stationnaire**, le premier terme est nul, et on obtient :

$$\iint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \quad (\text{Éq. I.6})$$

Cette équation est fondamentale pour calculer les forces exercées par le fluide sur les aubes d'une turbomachine (ou inversement). En pratique, on l'applique souvent à un volume de contrôle englobant une aube ou un ensemble d'aubes, en faisant des hypothèses de répartition uniforme des vitesses aux sections d'entrée et de sortie.

I.3.5.3 Conservation du moment de la quantité de mouvement (ou moment cinétique)

Le principe de conservation du moment de la quantité de mouvement, également appelé conservation du moment cinétique, est le plus important pour les turbomachines car il relie directement le couple sur l'arbre aux variations du moment cinétique du fluide.

Il indique que la variation temporelle du moment cinétique d'un volume de contrôle est égale à la somme des moments des forces extérieures appliquées à ce volume.

Pour un volume de contrôle fixe :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho (\vec{r} \times \vec{v}) dV + \iint_S \rho (\vec{r} \times \vec{v}) (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \sum \vec{M}_{\text{ext}} \quad (\text{Éq. I.7})$$

où $\vec{r}$ est le vecteur position d'un point par rapport à un point de référence (souvent l'axe de rotation), et $\sum \vec{M}_{\text{ext}}$ est la somme des moments des forces extérieures.

Pour un écoulement **stationnaire** dans une turbomachine, la composante axiale de cette équation (parallèle à l'axe de rotation) se réduit à une forme particulièrement utile. Si on considère un volume de contrôle entourant la roue, avec des conditions uniformes à l'entrée (section 1) et à la sortie (section 2), la composante du couple exercé par le fluide sur la roue (ou par la roue sur le fluide) autour de l'axe de rotation est :

$$M = \dot{m}(r_2 v_{t2} - r_1 v_{t1}) \quad (\text{Éq. I.8})$$

où :

- M est le couple (moment) exercé sur le fluide par la roue (ou l'inverse, selon la convention de signe)
- r_1, r_2 sont les rayons moyens aux sections d'entrée et de sortie de la roue
- v_{t1}, v_{t2} sont les composantes tangentielles (ou tourbillonnaires) de la vitesse absolue à l'entrée et à la sortie (vitesses dans la direction de u)

Cette équation est la base du théorème d'Euler pour les turbomachines.

I.3.6 THÉORÈME D'EULER POUR LES TURBOMACHINES

L'équation d'Euler des turbomachines, parfois appelée équation fondamentale des turbomachines, est une application directe du principe de conservation du moment cinétique. Elle établit une relation directe entre le travail spécifique échangé (énergie par unité de masse) et les paramètres cinématiques et géométriques de la roue, notamment les vitesses et les rayons aux sections d'entrée et de sortie.

I.3.6.1 Hypothèses du théorème d'Euler

Pour établir l'équation d'Euler, on se place dans le cadre d'hypothèses simplificatrices, souvent appelées hypothèses de l'écoulement unidimensionnel moyen :

5. **Écoulement stationnaire (permanent)** : Toutes les grandeurs sont indépendantes du temps (en moyenne) : $\frac{d}{dt} = 0$.
6. **Conditions moyennes uniformes aux sections d'entrée et de sortie** : On considère que les grandeurs (vitesse, pression, etc.) sont uniformes sur les sections d'entrée (indice e) et de sortie (indice s) de la roue. On travaille donc avec des valeurs moyennes.
 - À l'entrée : ρ_e, v_e, r_e, S_e (avec v_e la vitesse absolue moyenne)
 - À la sortie : ρ_s, v_s, r_s, S_s
7. **L'écoulement est axisymétrique** en moyenne (les grandeurs ne varient pas avec l'angle autour de l'axe).
8. **On néglige les forces de pesanteur** dans l'équation du moment cinétique (souvent justifié pour les gaz, et parfois pour les liquides car l'effet est faible devant les autres forces).

I.3.6.2 Application du théorème du moment de la quantité de mouvement

Sous ces hypothèses, l'équation de conservation du moment de la quantité de mouvement (Éq. I.7) appliquée à un volume de contrôle entourant la roue, et projetée sur l'axe de rotation, se réduit à une relation simple entre le couple et les flux de moment cinétique :

$$\int_{S_s} \rho_s v_{ts} r_s (v_s \cdot \vec{n}) dS_s - \int_{S_e} \rho_e v_{te} r_e (v_e \cdot \vec{n}) dS_e = M \quad (\text{Éq. I.9})$$

où M est le couple exercé par la roue sur le fluide (ou par le fluide sur la roue, selon la convention), et v_t est la composante tangentielle (circonférentielle) de la vitesse absolue. Le produit scalaire $v \cdot \vec{n}$ est positif pour une sortie, négatif pour une entrée.

En supposant les grandeurs uniformes sur chaque section, et en notant que $(v_s \cdot \vec{n}) = v_s$ à la sortie et $(v_e \cdot \vec{n}) = -v_e$ à l'entrée (car la normale sortante est opposée à la vitesse d'entrée), on obtient :

$$\rho_s v_{ts} r_s v_s S_s - \rho_e v_{te} r_e (-v_e) S_e = M \quad \rho_s v_{ts} r_s v_s S_s + \rho_e v_{te} r_e v_e S_e = M \quad (\text{Éq. I.10})$$

I.3.6.3 Application de l'équation de continuité

L'équation de conservation de la masse (Éq. I.3) donne, sous les mêmes hypothèses de stationnarité et d'uniformité :

$$\rho_s v_s S_s = \rho_e v_e S_e = \dot{m} \quad (\text{Éq. I.11})$$

où $\dot{m}$ est le débit massique traversant la turbomachine.

I.3.6.4 Équation d'Euler des turbomachines

En combinant les équations (I.10) et (I.11), on obtient l'expression fondamentale du couple échangé :

$$M = \dot{m}(v_{ts} r_s - v_{te} r_e) \quad (\text{Éq. I.12})$$

Cette équation montre que le couple est directement proportionnel au débit massique et à la variation du moment cinétique spécifique (produit $v_t r$) entre la sortie et l'entrée.

Remarque importante sur les vitesses considérées : Aux sections d'entrée et de sortie, les vitesses qui interviennent dans cette équation sont les **composantes tangentielles** (ou tourbillonnaires) de la vitesse absolue. Ces composantes sont perpendiculaires au rayon ($\vec{v}_t \perp \vec{r}$). C'est pourquoi on a la relation $\vec{v} \times \vec{r} = v_t r$ dans la direction axiale.

I.3.6.5 Équation d'Euler pour l'énergie (hauteur ou travail)

La puissance mécanique échangée entre la roue et le fluide est le produit du couple et de la vitesse angulaire ω :

$$P = M\omega = \dot{m}\omega(v_{ts} r_s - v_{te} r_e) \quad (\text{Éq. I.13})$$

Comme la vitesse d'entraînement (périphérique) $u = \omega r$, on peut écrire $\omega r = u$. L'équation devient :

$$P = \dot{m}(u_s v_{ts} - u_e v_{te}) \quad (\text{Éq. I.14})$$

Cette puissance correspond au transfert d'énergie mécanique. En divisant par le débit massique $\dot{m}$, on obtient le **travail massique** (énergie par unité de masse) échangé, noté W ou e :

$$e = \frac{P}{\dot{m}} = u_s v_{ts} - u_e v_{te} \quad (\text{Éq. I.15})$$

Pour une **pompe** (machine réceptrice), le fluide reçoit de l'énergie, donc $e > 0$ (travail fourni au fluide). Pour une **turbine** (machine motrice), le fluide cède de l'énergie, donc $e < 0$ (travail fourni par le fluide).

En hydraulique, on exprime souvent cette énergie sous forme de **hauteur** (charge) en divisant par g :

$$H_{\text{th}} = \frac{e}{g} = \frac{u_s v_{ts} - u_e v_{te}}{g} \quad (\text{Éq. I.16})$$

C'est la **hauteur théorique** (ou hauteur d'Euler) que la pompe pourrait fournir en l'absence de pertes.

Pour une pompe centrifuge typique où le fluide entre sans whirl ($v_{te} = 0$), cette équation se simplifie en :

$$H_{\text{th}} = \frac{u_s v_{ts}}{g} \quad (\text{Éq. I.17})$$

I.3.6.6 Interprétation physique

L'équation d'Euler montre que l'énergie échangée dépend uniquement des conditions cinématiques aux entrée et sortie de la roue (vitesses tangentielles et vitesses d'entraînement). Elle est indépendante de la nature du fluide (pour un fluide incompressible) et des phénomènes dissipatifs internes (pertes). Elle représente l'échange d'énergie **idéal**, en l'absence de pertes par frottement.

Le terme uv_t représente une puissance spécifique. On peut l'interpréter comme le produit de la force tangentielle ($F_t \propto \dot{m}v_t$) et de la vitesse d'entraînement u .

CHAPITRE II : SIMILITUDES DANS LES TURBOMACHINES

II.1 UNITÉS ET DIMENSIONS

Le Système International d'Unités (SI) est le système de référence utilisé en sciences et en ingénierie. Il est basé sur le système MKS (mètre, kilogramme, seconde) et se caractérise par sa cohérence, sa simplicité et son usage décimal, ce qui le rend facile à utiliser. Il est aujourd'hui le système universel pour l'enseignement et la pratique de l'ingénierie.

À partir des années 1960, de nombreux pays ont progressivement abandonné le système impérial au profit du SI, notamment pour des raisons scientifiques et économiques. Bien que certains anciens documents utilisent encore les unités impériales, le SI est désormais dominant, et les conversions nécessaires sont généralement fournies en annexe.

En mécanique des fluides et en thermodynamique, les unités de base SI sont :

- Le mètre (m) pour la longueur
- Le kilogramme (kg) pour la masse
- La seconde (s) pour le temps
- Le kelvin (K) pour la température thermodynamique

Toutes les autres unités sont dérivées de celles-ci.

Exemples d'unités dérivées courantes :

- La force s'exprime en newton (N) : $1N = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$
- La pression en pascal (Pa) : $1Pa = 1 \frac{N}{m^2}$, avec un usage fréquent du kilopascal (kPa) pour les ordres de grandeur courants.
- L'énergie et le travail en joule (J) : $1J = 1N \cdot m$

- La puissance en watt (W) : $1W = 1 \frac{J}{s}$
- La fréquence en hertz (Hz) : $1Hz = 1s^{-1}$
- La viscosité dynamique s'exprime en pascal-seconde (Pa·s) ou en poiseuille (Pl) : $1Pa \cdot s = 1 \frac{N \cdot s}{m^2}$

La température thermodynamique est mesurée en kelvin (K), tandis que le degré Celsius (°C) est utilisé pour les variations de température, les deux ayant la même grandeur d'unité. Les capacités thermiques spécifiques s'expriment en J/(kg·K).

En hydraulique, la pression est parfois représentée sous forme de hauteur de liquide (charge), liée à la relation fondamentale :

$$p = \rho g H \quad (\text{Éq. II.1})$$

où H est la hauteur de la colonne de fluide (en mètres), ρ la masse volumique du fluide (kg/m³) et g l'accélération de la pesanteur (m/s²). Cette relation exprime que la pression est proportionnelle à la hauteur de la colonne de fluide. Par exemple, une pression de 1 bar correspond à environ 10 mètres de colonne d'eau (mCE).

II.2 ANALYSE DIMENSIONNELLE ET LOIS DE SIMILITUDE

L'analyse dimensionnelle est un outil mathématique puissant qui permet de réduire la complexité des problèmes physiques en les exprimant en termes de grandeurs sans dimension. Appliquée aux turbomachines, elle est fondamentale pour l'étude des performances, la comparaison entre machines de tailles différentes et la prédiction du comportement d'un prototype à partir d'essais sur modèle réduit.

II.2.1 PRINCIPE GÉNÉRAL DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE

L'idée de base est que les lois physiques doivent être indépendantes du choix des unités de mesure. Par conséquent, toute équation physique décrivant un phénomène peut être réécrite sous une forme équivalente faisant intervenir uniquement des combinaisons sans dimension des variables physiques pertinentes.

Théorème de Buckingham (théorème π) : Dans un problème comprenant n grandeurs physiques indépendantes (variables) où il y a m dimensions fondamentales (unités de base), on peut réécrire ces n grandeurs physiques en $(n - m)$ groupes adimensionnels indépendants, appelés nombres π .

$$i = n - m \quad (\text{Éq. II.2})$$

Avec :

- i : nombre de groupes adimensionnels nécessaires pour décrire le phénomène
- n : nombre de grandeurs physiques (variables)
- m : nombre d'unités fondamentales (dans les turbomachines, ces unités sont généralement : Longueur [L], Masse [M], Temps [T]. Parfois, la température [θ] s'ajoute pour les problèmes thermiques.)

L'application de ce théorème permet de passer d'une relation complexe entre n variables dimensionnées à une relation plus simple entre $i = n - m$ groupes sans dimension.

II.2.2 DIFFICULTÉS D'UNE APPROCHE EXPÉRIMENTALE CLASSIQUE (SANS ANALYSE DIMENSIONNELLE)

Pour comprendre l'intérêt de l'analyse dimensionnelle, considérons une étude expérimentale classique sans cet outil.

Supposons que l'on veuille étudier les performances d'une pompe, qui dépendent de nombreuses grandeurs physiques pouvant varier indépendamment : débit Q , vitesse de rotation N , diamètre de la roue D , masse volumique du fluide ρ , viscosité dynamique μ , et hauteur manométrique H produite.

Une approche classique consisterait à étudier l'influence d'une variable à la fois en fixant toutes les autres. Par exemple, pour étudier l'influence du débit Q , il faudrait fixer N , D , ρ , μ et H . On obtiendrait une courbe $H = f(Q)$ pour ces valeurs spécifiques.

En répétant cette opération pour chaque variable (en faisant varier N , puis D , etc.), on obtiendrait un très grand nombre de courbes, rendant l'analyse fastidieuse et difficile. De plus, chaque courbe ne serait valable que pour des valeurs bien précises des paramètres fixés (par exemple $D = 0,1$ m,

$N = 1500$ tr/min). Il serait impossible de généraliser ces résultats à une autre pompe de taille différente ou à une autre vitesse de rotation sans refaire tous les essais.

II.2.3 APPORT DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE

L'analyse dimensionnelle permet de surmonter ces difficultés. Elle nous indique que le fonctionnement d'une turbomachine peut être décrit par un nombre réduit de paramètres sans dimension, qui regroupent les effets de plusieurs variables physiques.

Pour une pompe, les paramètres sans dimension pertinents sont notamment :

- **Le coefficient de débit** (ou nombre de débit) : $\phi = \frac{Q}{ND^3}$ (Éq. II.3) Ce coefficient représente le débit adimensionnalisé par la vitesse de rotation et la taille de la machine.
- **Le coefficient de hauteur** (ou nombre de hauteur) : $\psi = \frac{gH}{N^2 D^2}$ (Éq. II.4) Ce coefficient représente la hauteur manométrique adimensionnée.
- **Le coefficient de puissance** : $\tau = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$ (Éq. II.5) Ce coefficient représente la puissance absorbée par la pompe (ou fournie par la turbine) adimensionnée.
- **Le nombre de Reynolds** (pour la roue) : $Re = \frac{\rho N D^2}{\mu}$ (Éq. II.6) Ce coefficient rend compte des effets de viscosité.

Grâce à ces coefficients, tous les points expérimentaux, quelle que soit la vitesse de rotation N ou la taille de la machine D (pour des machines géométriquement semblables), se regroupent sur une **courbe unique** lorsqu'on trace $\psi = f(\phi)$ à Re constant (ou si les effets de Re sont négligeables, ce qui est souvent le cas en régime turbulent établi).

Cette courbe unique, appelée **courbe maîtresse** ou **caractéristique universelle**, est valable pour toute une famille de machines géométriquement semblables.

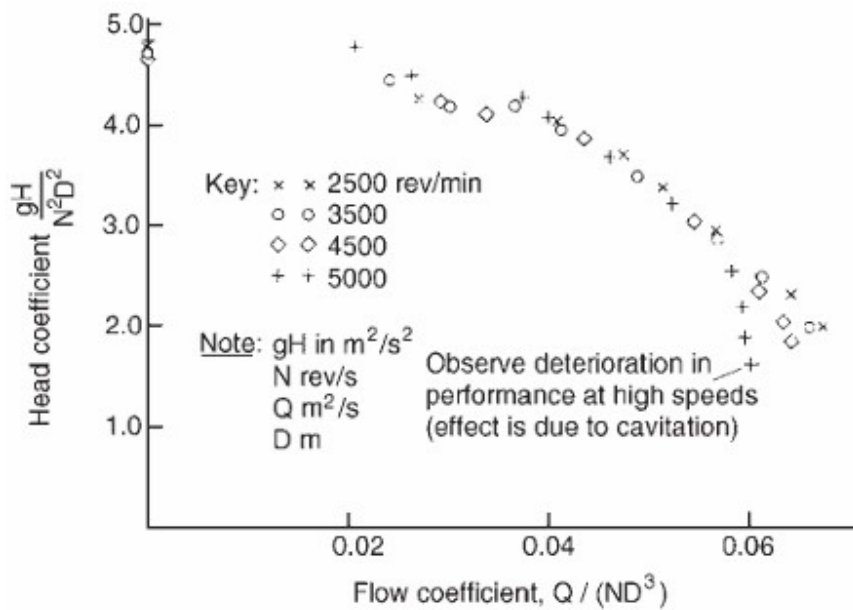


Figure II. 1: Caractéristique hauteur-débit adimensionnelle d'une pompe centrifuge.

II.2.4 INTÉRÊT PRATIQUE ET PÉDAGOGIQUE DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE

Grâce à l'analyse dimensionnelle et aux coefficients sans dimension :

1. **Le nombre d'essais expérimentaux est fortement réduit** : Au lieu de faire varier indépendamment N et D , on peut se contenter de faire varier ϕ et étudier son influence sur ψ et τ .
2. **La présentation des résultats est simplifiée** : On obtient des courbes universelles, faciles à interpréter et à comparer entre différentes machines.
3. **Les résultats peuvent être généralisés** : Les courbes adimensionnelles obtenues pour un modèle de pompe sont valables pour toutes les pompes géométriquement semblables (mêmes proportions), quelle que soit leur taille (du petit modèle de laboratoire à la pompe industrielle géante).
4. **Les performances d'un prototype peuvent être prédites à partir d'un modèle réduit** : C'est une application fondamentale en ingénierie. On peut construire et tester un modèle réduit (moins

coûteux) d'une future grande machine, et utiliser les lois de similitude pour prédire avec précision les performances du prototype grandeur nature.

5. **On peut comparer différents types de machines** : Les coefficients adimensionnels permettent de comparer objectivement les performances de pompes ou de turbines de conceptions différentes, indépendamment de leur taille et de leur vitesse de rotation. C'est ainsi que l'on définit la **vitesse spécifique**, un paramètre clé pour choisir le type de machine le mieux adapté à une application donnée.

II.3 INVARIANTS DE RATEAU (COEFFICIENTS DE RATEAU)

Pour trouver les invariants de Rateau (ou coefficients de Rateau), il suffit d'appliquer l'analyse dimensionnelle aux turbomachines, en listant toutes les grandeurs physiques qui influencent leur fonctionnement.

II.3.1 Identification des grandeurs physiques

Le fonctionnement d'une turbomachine (pompe, turbine, compresseur) est affecté par un certain nombre de grandeurs physiques. Le tableau suivant liste les principales :

Tableau II.1 : Grandeurs physiques affectant le fonctionnement d'une turbomachine

Quantité	Symbole	Unité SI	Dimension
Énergie spécifique (travail massique)	e_{th}	J/kg	L^2T^{-2}
Puissance à l'arbre	P	W	ML^2T^{-3}
Rayon du rotor (ou Diamètre)	r (ou D)	m	L
Vitesse angulaire (ou Vitesse de rotation)	ω (ou N)	rad/s (ou tr/min)	T^{-1}
Débit volumique	Q	m ³ /s	L^3T^{-1}
Masse volumique du fluide	ρ	kg/m ³	ML^{-3}
Viscosité dynamique du fluide	μ	Pa·s	$ML^{-1}T^{-1}$

On considère que l'énergie spécifique e_{th} (travail massique échangé) et la puissance à l'arbre P sont des fonctions des autres grandeurs :

$$e_{th} = f_1(r, \omega, Q, \rho, \mu) \quad (\text{Éq. II.7}) \quad P = f_2(r, \omega, Q, \rho, \mu) \quad (\text{Éq. II.8})$$

Remarque : e_{th} et P sont liés par la relation $P = \dot{m}e_{th} = \rho Q e_{th}$. Les fonctions f_1 et f_2 ne sont donc pas indépendantes.

Le nombre de grandeurs physiques n dans ce problème est de 6 (en comptant e_{th} ou P comme la variable dépendante, et les 5 autres comme indépendantes). Le nombre d'unités fondamentales m est de 3 (Longueur L, Masse M, Temps T). D'après le théorème de Buckingham, le nombre de groupes adimensionnels nécessaires est :

$$i = n - m = 6 - 3 = 3 \quad (\text{Éq. II.9})$$

Il y aura donc 3 groupes sans dimension pour décrire l'équation (II.7) et 3 groupes pour l'équation (II.8).

II.3.2 Obtention des groupes adimensionnels

En appliquant la méthode de l'analyse dimensionnelle (par exemple, en cherchant des produits sans dimension des variables), on obtient les relations suivantes :

$$\frac{e_{th}}{\omega^2 r^2} = f\left(\frac{Q}{\omega r^3}, \frac{\rho \omega r^2}{\mu}\right) \quad (\text{Éq. II.10})$$

$$\frac{P}{\rho \omega^3 r^5} = f\left(\frac{Q}{\omega r^3}, \frac{\rho \omega r^2}{\mu}\right) \quad (\text{Éq. II.11})$$

Ces groupes adimensionnels sont appelés les **coefficients (ou invariants) de Rateau**, du nom de l'ingénieur français qui les a introduits. Ils sont fondamentaux pour l'étude des similitudes.

II.3.3 Définition des coefficients de Rateau

On définit ainsi :

- **Le coefficient de débit :** $\delta = \frac{Q}{\omega r^3} = \frac{Q}{ND^3}$ (Éq. II.12) C'est une mesure du débit adimensionnalisé. En pratique, on utilise souvent le diamètre D plutôt que le rayon r , d'où la forme $\frac{Q}{ND^3}$.

- **Le coefficient d'énergie (ou de hauteur) :** $\boxed{\psi = \frac{e_{th}}{\omega^2 r^2} = \frac{gH}{N^2 D^2}}$ (Éq. II.13) C'est une mesure de l'énergie (ou de la hauteur) adimensionnalisée. La forme $\frac{gH}{N^2 D^2}$ est la plus courante en hydraulique.
- **Le coefficient de puissance :** $\boxed{\tau = \frac{P}{\rho \omega^3 r^5} = \frac{P}{\rho N^3 D^5}}$ (Éq. II.14) C'est une mesure de la puissance adimensionnalisée.
- **Le nombre de Reynolds (pour la roue) :** $\boxed{Re = \frac{\rho \omega r^2}{\mu} = \frac{\rho(\omega r)r}{\mu} = \frac{\rho U r}{\mu}}$ (Éq. II.15) où $U = \omega r$ est la vitesse périphérique. Ce nombre caractérise le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent).

Ces quatre coefficients sont les invariants de Rateau. Ils permettent de décrire complètement le fonctionnement d'une turbomachine sous une forme universelle.

Les équations (II.10) et (II.11) se réécrivent alors simplement :

$$\psi = f(\delta, Re) \quad (\text{Éq. II.16}) \quad \tau = f(\delta, Re) \quad (\text{Éq. II.17})$$

Interprétation : Pour une famille de machines géométriquement semblables, le coefficient de hauteur ψ et le coefficient de puissance τ ne dépendent que du coefficient de débit δ et du nombre de Reynolds Re . Si l'on néglige l'influence de Re (ce qui est souvent acceptable en régime turbulent établi), alors ψ et τ sont uniquement fonction de δ . Cela signifie que toutes les machines de la même famille auront la même courbe $\psi = f(\delta)$ (la courbe maîtresse).

II.3.4 Machines en fonctionnement semblable

Deux machines (ou une même machine à des vitesses différentes) sont dites en **fonctionnement semblable** si elles sont géométriquement semblables (mêmes proportions) et si leurs coefficients sans dimension sont égaux.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Deux machines en} \\ \text{fonctionnement} \\ \text{semblable} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Machines} \\ \text{géométriquement} \\ \text{semblables} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Coefficients sans} \\ \text{dimensions égaux} \end{array} \right)$$

C'est-à-dire :

$$\begin{cases} \psi = \psi' \\ \tau = \tau' \\ \delta = \delta' \\ Re = Re' \quad (\text{si nécessaire}) \end{cases} \quad (\text{Éq. II.18})$$

L'égalité des coefficients sans dimension permet de passer des paramètres de fonctionnement d'une machine (modèle réduit, noté avec ') à ceux d'une autre machine géométriquement semblable (prototype réel, noté sans prime). En utilisant les définitions des coefficients, on obtient les **lois de similitude** :

$$\begin{cases} \frac{Q}{ND^3} = \frac{Q'}{N'D'^3} & \Rightarrow \frac{Q}{Q'} = \frac{N}{N'} \left(\frac{D}{D'} \right)^3 & (\text{Éq. II.19}) \\ \frac{gH}{N^2 D^2} = \frac{gH'}{N'^2 D'^2} & \Rightarrow \frac{H}{H'} = \left(\frac{N}{N'} \right)^2 \left(\frac{D}{D'} \right)^2 & (\text{Éq. II.20}) \\ \frac{P}{\rho N^3 D^5} = \frac{P'}{\rho N'^3 D'^5} & \Rightarrow \frac{P}{P'} = \left(\frac{N}{N'} \right)^3 \left(\frac{D}{D'} \right)^5 & (\text{Éq. II.21}) \end{cases}$$

Ces trois relations sont les **lois de similitude** fondamentales pour les turbomachines. Elles permettent de prédire les performances d'une machine à partir de celles d'une autre machine géométriquement semblable.

Application à la même machine ($D = D'$) :

Si on considère la même machine (donc $D = D'$), les lois de similitude se simplifient considérablement et permettent de prédire le comportement de la machine lorsqu'on fait varier sa vitesse de rotation :

$$\begin{cases} \frac{Q}{Q'} = \frac{N}{N'} & (\text{Éq. II.22}) \\ \frac{H}{H'} = \left(\frac{N}{N'} \right)^2 & (\text{Éq. II.23}) \\ \frac{P}{P'} = \left(\frac{N}{N'} \right)^3 & (\text{Éq. II.24}) \end{cases}$$

Interprétation pratique : Si on double la vitesse de rotation d'une pompe ($N = 2N'$) :

- Le débit Q est multiplié par 2 ($Q = 2Q'$)
- La hauteur manométrique H est multipliée par 4 ($H = 4H'$)

- La puissance absorbée P est multipliée par 8 ($P = 8P'$)

Ces relations sont extrêmement utiles pour estimer rapidement les conséquences d'un changement de vitesse sur les performances d'une pompe ou d'une turbine.

II.4 LA VITESSE SPÉCIFIQUE

L'application stricte de l'analyse dimensionnelle et des lois de similitude de Rateau conduit à un autre invariant très important : **la vitesse spécifique**. Cet invariant relie les trois grandeurs principales caractérisant le fonctionnement d'une turbomachine (débit Q , hauteur H et vitesse de rotation N) et la gravité g .

L'invariant adimensionnel exact est :

$$\frac{\omega \cdot Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \quad (\text{Éq. II.25})$$

Cependant, dans la pratique industrielle, on utilise des formes légèrement différentes de la vitesse spécifique, qui intègrent des hypothèses simplificatrices et qui ne sont pas toujours sans dimension. Ces formes sont très utiles pour classer les types de machines et choisir la technologie la plus adaptée à une application donnée.

II.4.1 Vitesse spécifique pour les turbines

Pour les turbines hydrauliques, on utilise couramment la formule suivante :

$$n_{s(T)} = N \frac{P^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (\text{Éq. II.26})$$

Avec :

- N : vitesse de rotation (en tr/min)
- P : puissance (en chevaux, ch) avec 1 ch = 736 W
- H : hauteur de chute (en mètres d'eau)

Cette expression suppose que le fluide est de l'eau froide ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) et que l'accélération due à la pesanteur g est constante et prise égale à sa valeur standard ($9,81 \text{ m/s}^2$). Elle n'est donc

pas rigoureusement sans dimension, mais elle a une signification physique claire : elle représente la vitesse de rotation (en tr/min) qu'aurait une turbine géométriquement semblable à celle considérée, qui développerait une puissance de 1 ch sous une hauteur de chute de 1 m.

Interprétation : La vitesse spécifique $n_{s(T)}$ caractérise la forme de la turbine :

- **Faible vitesse spécifique** ($n_s < 60$) : turbines adaptées aux hautes chutes, avec un débit relativement faible. La turbine Pelton est typique de cette catégorie.
- **Vitesse spécifique moyenne** ($60 < n_s < 300$) : turbines adaptées aux moyennes chutes. La turbine Francis est la plus représentative.
- **Haute vitesse spécifique** ($n_s > 300$) : turbines adaptées aux basses chutes, avec de grands débits. La turbine Kaplan et les turbines hélices appartiennent à cette famille.

II.4.2 Vitesse spécifique pour les pompes

Pour les pompes, on utilise une formule analogue, mais basée sur le débit plutôt que sur la puissance :

$$n_{s(P)} = N \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (\text{Éq. II.27})$$

Avec :

- N : vitesse de rotation (en tr/min)
- Q : débit (en m³/s)
- H : hauteur manométrique (en mètres de colonne de fluide)

Comme pour les turbines, cette expression n'est pas sans dimension. Elle représente la vitesse de rotation qu'aurait une pompe géométriquement semblable qui débiterait 1 m³/s sous une hauteur de 1 m.

Interprétation : La vitesse spécifique $n_{s(P)}$ caractérise le type de pompe centrifuge :

- **Faible vitesse spécifique** ($n_s < 40$) : pompes centrifuges lentes, à écoulement radial, adaptées aux hautes pressions et aux faibles débits (roue à canaux étroits).

- **Vitesse spécifique moyenne** ($40 < n_s < 150$) : pompes centrifuges normales, à écoulement radial, les plus courantes.
- **Haute vitesse spécifique** ($150 < n_s < 300$) : pompes hélico-centrifuges (ou semi-axiales), à écoulement mixte, adaptées aux débits moyens à grands et aux hauteurs modérées.
- **Très haute vitesse spécifique** ($n_s > 300$) : pompes axiales (hélices), adaptées aux très grands débits et aux faibles hauteurs.

II.4.3 Relation entre les vitesses spécifiques des pompes et des turbines

Pour une même machine hydraulique (considérée alternativement comme pompe ou comme turbine), les deux vitesses spécifiques sont reliées par une formule qui fait intervenir le rendement.

Pour un fluide de masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ (eau), on a :

$$\frac{n_{s(T)}}{n_{s(P)}} = \sqrt{\frac{1000}{75}} \eta^{1/2} = 3.65 \eta^{1/2} \quad (\text{Éq. II.28})$$

où η est le rendement de la machine au point de fonctionnement considéré.

Cette relation permet de passer de la vitesse spécifique "pompe" à la vitesse spécifique "turbine" pour une machine réversible (comme une pompe-turbine utilisée dans les stations de transfert d'énergie par pompage - STEP).

En résumé : La vitesse spécifique est un paramètre de conception fondamental. Elle permet au concepteur de choisir, dès les premières étapes d'un projet, le type de machine le mieux adapté aux conditions hydrauliques (débit, hauteur) et à la vitesse de rotation disponible ou souhaitée.

CHAPITRE III : LES POMPES

III.1 PRINCIPES FONDAMENTAUX – TRIANGLES DES VITESSES

III.1.1 INTRODUCTION ET PARAMÈTRES DE BASE

Le mouvement du fluide à l'intérieur des canaux d'une roue à aubes est le résultat de deux mouvements superposés :

9. **La rotation de la roue** : c'est le mouvement d'entraînement. La vitesse associée est la vitesse tangentielle de la roue, aussi appelée vitesse périphérique ou vitesse d'entraînement. Elle est notée U et s'exprime en fonction du rayon r (en m) et de la vitesse angulaire ω (en rad/s) ou de la vitesse de rotation N (en tr/min) :

$$U = \omega r = \frac{2\pi N}{60} r \quad (\text{Éq. III.1})$$

2. **Le déplacement par rapport à l'aube** : c'est le mouvement relatif du fluide le long de l'aube. La vitesse associée est la vitesse relative, notée W . Elle est tangente à l'aube en chaque point.

La composition vectorielle de ces deux mouvements donne la vitesse absolue du fluide, notée C ou V , qui est la vitesse observée dans un repère fixe (lié au carter de la machine) :

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \quad (\text{Éq. III.2})$$

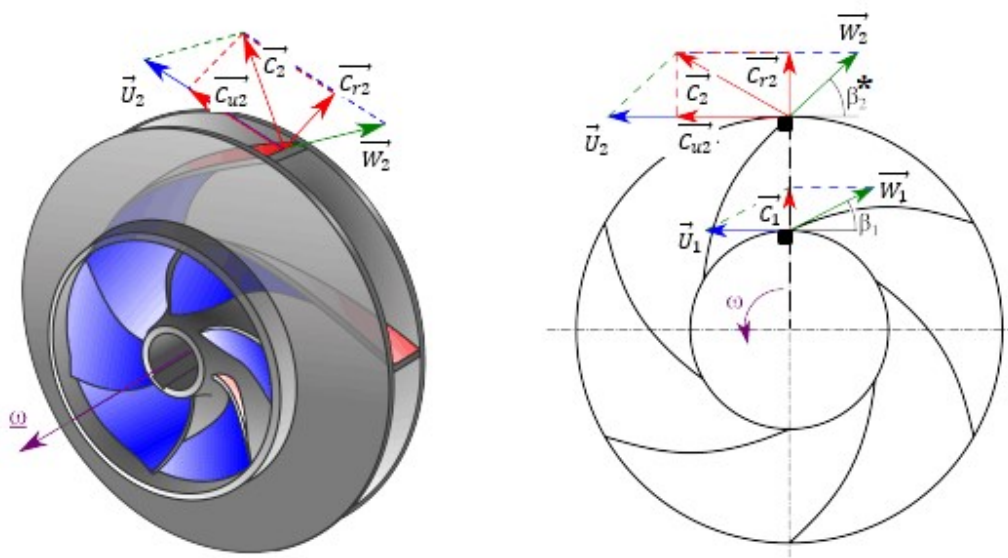


Figure III. 1: Diagramme des vitesses dans une TM radiale centrifuge

La figure III.1 montre une roue de turbomachine radiale (vue en coupe). Les vecteurs vitesse sont tracés à l'entrée (indice 1) et à la sortie (indice 2) de la roue. On distingue clairement le triangle des vitesses formé par la vitesse absolue V , la vitesse d'entraînement U et la vitesse relative W .

Une pompe centrifuge est une turbomachine qui transfère de l'énergie mécanique à un fluide via une roue en rotation. Son fonctionnement est déterminé par deux paramètres fondamentaux :

- La vitesse angulaire de rotation ω de la roue (en rad/s) ou sa vitesse de rotation N (en tr/min)
- Le débit volumique Q_v du fluide traité (en m³/s)

Ces grandeurs permettent de déterminer le champ de vitesse du fluide dans la pompe, analysé à travers les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue. Cette analyse, basée sur l'hypothèse d'un écoulement unidimensionnel moyen, est la base de la théorie élémentaire des turbomachines.

III.1.2 TRIANGLE DES VITESSES À L'ENTRÉE

III.1.2.1 Hypothèses et définitions

À l'entrée de la roue (section 1), on considère généralement une hypothèse de conception courante : l'écoulement est **purement radial**. Cela signifie que la vitesse absolue V_1 n'a pas de composante tangentielle ; elle est dirigée selon le rayon. L'angle α_1 entre la vitesse absolue et la direction

tangentielle (direction de U_1) est donc de 90° ($\alpha_1 = 90^\circ$). Ce choix de conception (entrée radiale sans pré-rotation) maximise théoriquement le transfert d'énergie.

Définitions des vitesses à l'entrée (section 1) :

- **Vitesse absolue V_1** : C'est la vitesse du fluide par rapport au repère fixe. Dans l'hypothèse d'entrée radiale, elle est purement radiale et s'exprime à partir du débit et de la géométrie de la roue :

$$V_1 = \frac{Q_v}{2\pi r_1 b_1 k_1} \quad (\text{Éq. III.3})$$

Avec :

- r_1 : rayon d'entrée de la roue (m) (distance de l'axe au bord d'attaque des aubes)
- b_1 : largeur de la roue à l'entrée (m) (hauteur du canal dans la direction axiale)
- k_1 : coefficient d'encombrement à l'entrée ($0 < k_1 < 1$). Ce coefficient tient compte de la réduction effective de la section de passage due à l'épaisseur physique des aubes. Si les aubes étaient infiniment minces, $k_1 = 1$. En pratique, k_1 est de l'ordre de 0,85 à 0,95.
- **Vitesse d'entraînement U_1** : C'est la vitesse tangentielle d'un point situé au rayon r_1 de la roue en rotation.

$$U_1 = r_1 \omega = \frac{2\pi N}{60} r_1 \quad (\text{Éq. III.4})$$

- **Vitesse relative W_1** : C'est la vitesse du fluide par rapport à la roue en mouvement. Elle est tangente à l'aube à l'entrée, ce qui définit l'angle de calage de l'aube à l'entrée, noté β_1 . Géométriquement, elle est déterminée par la différence vectorielle entre V_1 et U_1 :

$$\vec{W}_1 = \vec{V}_1 - \vec{U}_1 \quad (\text{car } \vec{V}_1 = \vec{U}_1 + \vec{W}_1)$$

III.1.2.2 Forme du triangle des vitesses à l'entrée

Dans l'hypothèse d'entrée radiale ($\alpha_1 = 90^\circ$), le triangle des vitesses à l'entrée est un **triangle rectangle**. En effet, V_1 est perpendiculaire à U_1 . La vitesse relative W_1 est alors l'hypoténuse de ce

triangle rectangle, et l'angle β_1 est l'angle entre W_1 et la direction de $-U_1$ (ou plus simplement, l'angle que fait W_1 avec la direction tangentielle). On a les relations trigonométriques simples :

$$W_1 = \sqrt{V_1^2 + U_1^2} \quad (\text{Éq. III.5}) \quad \tan \beta_1 = \frac{V_1}{U_1} \quad (\text{Éq. III.6})$$

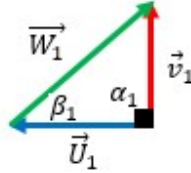


Figure III. 2: Triangle de vitesse à l'entrée d'une pompe centrifuge

Schéma du triangle des vitesses à l'entrée d'une pompe centrifuge. On voit U_1 tangential, V_1 radial et perpendiculaire à U_1 , et W_1 fermant le triangle rectangle. L'angle β_1 est l'angle de l'aube à l'entrée.

III.1.3 TRIANGLE DES VITESSES À LA SORTIE

À la sortie de la roue (section 2), la situation est plus complexe. Le fluide quitte la roue avec une vitesse ayant généralement deux composantes : une composante radiale (ou axiale) et une composante tangentielle.

Définitions des vitesses à la sortie (section 2) :

- **Vitesse d'entraînement U_2 :**

$$U_2 = r_2 \omega = \frac{2\pi N}{60} r_2 \quad (\text{Éq. III.7})$$

où r_2 est le rayon de sortie de la roue.

- **Hypothèse de guidage parfait (cas idéal) :** Dans un premier temps, pour simplifier l'analyse, on suppose que les aubes guident parfaitement le fluide. Ainsi, la vitesse relative W_2 est parfaitement alignée avec la tangente à l'aube à la sortie. Sa direction est donc définie par l'angle de construction de l'aube à la sortie, noté β_2^* . Dans ce cas idéal, le module de W_2 est lié au débit par la relation de continuité dans le canal inter-aubes :

$$W_2 = \frac{Q_v}{2\pi r_2 b_2 \sin \beta_2^* k_2} \quad (\text{Éq. III.8})$$

où b_2 est la largeur de la roue à la sortie, et k_2 le coefficient d'encombrement à la sortie.

- **Vitesse absolue V_2 et son angle α_2** : Ces grandeurs sont déterminées à partir du triangle des vitesses formé par U_2 , W_2 et l'angle β_2^* . On a la relation vectorielle :

$$\vec{V}_2 = \vec{U}_2 + \vec{W}_2 \quad (\text{Éq. III.9})$$

La composante tangentielle de la vitesse absolue, notée V_{u2} (ou $V_{\theta 2}$), est particulièrement importante car c'est elle qui intervient directement dans le théorème d'Euler pour le calcul de l'énergie transférée. D'après le triangle des vitesses, on a :

$$V_{u2} = U_2 - W_2 \cos \beta_2^* \quad (\text{Éq. III.10})$$

La composante radiale (ou méridienne) de V_2 , notée V_{m2} , est donnée par :

$$V_{m2} = W_2 \sin \beta_2^* \quad (\text{Éq. III.11})$$

L'angle absolu α_2 est alors défini par $\tan \alpha_2 = V_{m2}/V_{u2}$.

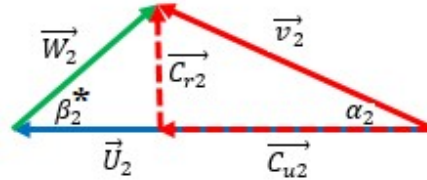


Figure III. 3: Triangle de vitesse à la sortie d'une pompe centrifuge

Schéma du triangle des vitesses à la sortie d'une pompe centrifuge. On voit U_2 tangentiel, W_2 faisant un angle β_2^* avec la direction tangentielle, et V_2 résultant. La composante tangentielle V_{u2} et la composante radiale V_{m2} sont également représentées.

III.1.4 RÉGIME D'ADAPTATION ET DÉGRADATION HORS RÉGIME

III.1.4.1 Régime d'adaptation (ou régime nominal)

On appelle **régime d'adaptation** la condition de fonctionnement pour laquelle les triangles de vitesses réels à l'entrée et à la sortie sont parfaitement alignés avec les angles géométriques des aubes.

- **À l'entrée** : Cela signifie que la vitesse relative W_1 est exactement tangente à l'aube. L'angle d'incidence (angle entre W_1 et la tangente à l'aube) est nul. Le fluide aborde l'aube sans choc.
- **À la sortie** : Cela signifie que la direction de l'écoulement relatif (donc de W_2) correspond exactement à l'angle de l'aube β_2^* .

Le débit correspondant à ce régime d'adaptation, noté $Q_{v,adapt}$, est un paramètre de conception important. On peut l'exprimer en déduisant de la condition d'entrée sans choc (W_1 tangent à l'aube). En utilisant l'équation (III.6) et la définition de V_1 (Éq. III.3), on obtient :

$$Q_{v,adapt} = 2\pi k_1 r_1 b_1 \tan\beta_1 \omega \quad (\text{Éq. III.12})$$

Ce débit est donc fixé par la géométrie de la roue à l'entrée (r_1, b_1, β_1, k_1) et par sa vitesse de rotation ω . C'est le point de fonctionnement pour lequel le rendement hydraulique est maximal (car les pertes par incidence sont nulles).

III.1.4.2 Comportement hors régime d'adaptation

Si le débit réel Q_v est différent du débit d'adaptation $Q_{v,adapt}$, les triangles des vitesses se déforment, ce qui entraîne des pertes supplémentaires.

- **À l'entrée** : Si $Q_v \neq Q_{v,adapt}$, la vitesse radiale V_1 change (car $V_1 = Q_v / (2\pi r_1 b_1 k_1)$). La vitesse relative W_1 n'est plus tangente à l'aube. L'écoulement aborde l'aube avec un certain angle d'incidence. Cela provoque des décollements de la couche limite et la formation de tourbillons à l'entrée du canal inter-aubes. Ces perturbations sont à l'origine des **pertes par choc** (ou pertes par incidence), qui augmentent rapidement dès que l'on s'éloigne du débit d'adaptation.
- **À la sortie** : Même si l'on admet souvent que le guidage dans le canal reste efficace (donc que W_2 reste tangent à l'aube et que β_2 reste constant), la variation du débit modifie la vitesse débitante

V_{m2} (composante radiale ou axiale de V_2). En effet, V_{m2} est proportionnelle au débit. Cela modifie la grandeur et la direction de la vitesse absolue V_2 . En particulier, l'angle absolu α_2 à la sortie de la roue change. Il ne correspond plus à l'angle d'entrée optimal des aubes fixes du diffuseur (si le diffuseur en possède). Cette mauvaise incidence à l'entrée du diffuseur génère également des pertes hydrauliques supplémentaires.

III.2 CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT THÉORIQUES

III.2.1 CARACTÉRISTIQUES IDÉALES SANS PERTES

On établit ici les performances d'une pompe dans un cas idéal, en faisant les hypothèses simplificatrices suivantes (souvent appelées hypothèses de la théorie unidimensionnelle) :

- Fluide parfait (non visqueux), donc pas de pertes par frottement.
- Guidage parfait par un nombre infini d'aubes infiniment minces, donc pas de glissement.
- Écoulement parfaitement établi et uniforme dans les sections.
- Absence de toutes pertes (hydrauliques, volumétriques, mécaniques).

Dans ce cadre idéal, la hauteur fournie par la pompe est appelée **hauteur indiquée idéale** h_i .

III.2.1.1 Hauteur indiquée idéale h_i

Le point de départ est le **théorème d'Euler pour les turbomachines**, que nous avons établi au chapitre I (Éq. I.16). Il relie le couple exercé sur l'arbre aux variations de moment cinétique du fluide :

$$M_{th} = \dot{m}(r_2 v_{u2} - r_1 v_{u1}) \quad (\text{Éq. III.13})$$

La puissance théorique P_i transmise au fluide est le produit du couple et de la vitesse angulaire :

$$P_i = M_{th} \omega = \dot{m} \omega (r_2 v_{u2} - r_1 v_{u1}) = \dot{m} (u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}) \quad (\text{Éq. III.14})$$

Cette puissance peut aussi s'exprimer en fonction de la hauteur manométrique indiquée h_i , qui est l'énergie par unité de poids de fluide : $P_i = \rho g Q_v h_i = \dot{m} g h_i$.

En combinant ces deux expressions, on obtient la **formule d'Euler généralisée** pour la hauteur :

$$h_i = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g} \quad (\text{Éq. III.15})$$

Pour une pompe centrifuge standard, on fait souvent l'hypothèse d'une entrée sans whirl, c'est-à-dire que le fluide entre dans la roue sans composante tangentielle de vitesse absolue ($v_{u1} = 0$). C'est le cas, par exemple, d'une entrée radiale avec un distributeur qui ne donne pas de pré-rotation. Dans ce cas, l'équation se simplifie considérablement en :

$$\boxed{h_i = \frac{u_2 v_{u2}}{g}} \quad (\text{Éq. III.16})$$

C'est l'équation fondamentale de la hauteur pour une pompe centrifuge idéale.

En exprimant v_{u2} à partir du triangle des vitesses idéal de sortie (Éq. III.10) et en remplaçant W_2 par son expression en fonction du débit Q_v (Éq. III.8), on peut écrire h_i en fonction du débit :

$$v_{u2} = U_2 - W_2 \cos \beta_2^* = U_2 - \frac{Q_v}{2\pi r_2 b_2 \tan \beta_2^* k_2}$$

En substituant dans (III.16) :

$$h_i = \frac{U_2}{g} \left(U_2 - \frac{Q_v}{2\pi r_2 b_2 \tan \beta_2^* k_2} \right)$$

Soit :

$$\boxed{h_i = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{2\pi r_2 b_2 g \tan \beta_2^* k_2} Q_v} \quad (\text{Éq. III.17})$$

C'est l'équation d'une **droite** décroissante en fonction du débit Q_v (pour $\beta_2^* < 90^\circ$, car $\tan \beta_2^* > 0$).

La pente de cette droite est négative et dépend de l'angle de sortie des aubes β_2^* .

III.2.1.2 Influence de l'angle de sortie des aubes β_2^*

L'angle de sortie des aubes β_2^* est un paramètre de conception fondamental qui influence fortement la forme de la caractéristique $h_i(Q_v)$ et les performances de la pompe. On distingue trois familles de roues, basées sur la valeur de β_2^* par rapport à 90° :

Aubages courbés vers l'arrière ($\beta_2^* < 90^\circ$, typiquement 15° à 30°) :

- C'est le cas le plus courant pour les pompes centrifuges industrielles.
- La pente de la droite $h_i(Q_v)$ est négative (équation III.17). La hauteur diminue quand le débit augmente.
- La caractéristique est dite **stable**, car la hauteur décroît continûment avec le débit, ce qui facilite le fonctionnement en parallèle et évite les zones d'instabilité.
- Le degré de réaction (voir section III.2.2) est élevé, ce qui signifie qu'une grande partie de l'énergie est convertie en pression dès la sortie de la roue.

Aubages droits ($\beta_2^* = 90^\circ$) :

- Dans ce cas, $\tan\beta_2^* \rightarrow \infty$, le terme en Q_v dans l'équation (III.17) devient nul.
- L'équation se simplifie en $h_i = U_2^2/g$, une constante indépendante du débit.
- La caractéristique théorique est une droite horizontale. En réalité, les effets de glissement et les pertes la feront décroître.

Aubages courbés vers l'avant ($\beta_2^* > 90^\circ$) :

- $\tan\beta_2^*$ est négatif (car $\tan(> 90^\circ) < 0$). Le terme en Q_v dans l'équation (III.17) devient positif.
- La pente de la droite $h_i(Q_v)$ est positive : la hauteur théorique **augmente** avec le débit.
- Cette caractéristique est potentiellement instable. Elle peut conduire à une zone de fonctionnement où, pour une même hauteur, plusieurs débits sont possibles, ce qui est à éviter.
- Bien que la hauteur théorique soit plus élevée à grand débit, le degré de réaction est faible. La majeure partie de l'énergie est sous forme cinétique à la sortie de la roue, ce qui nécessite une conversion efficace dans le diffuseur (souvent difficile et source de pertes). Le rendement global est généralement médiocre.

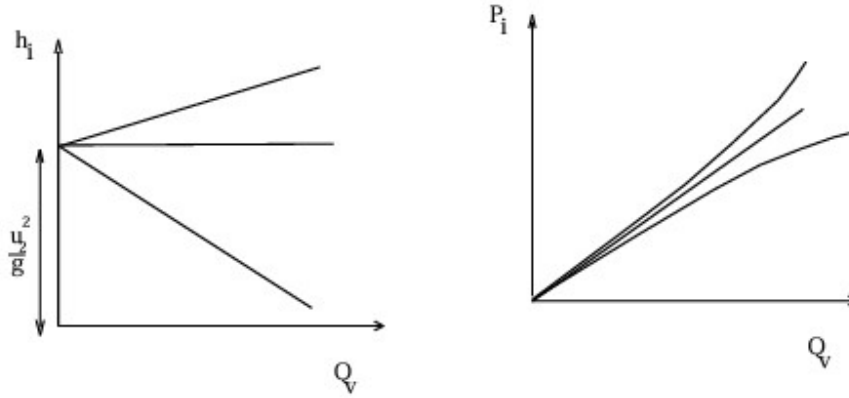


Figure III. 4: caractéristiques énergétiques et de puissance idéales

Le graphique montre trois droites $h_i(Q_v)$ pour les trois types d'aubages : pente négative ($\beta_2^* < 90^\circ$), horizontale ($\beta_2^* = 90^\circ$), et pente positive ($\beta_2^* > 90^\circ$). Les courbes de puissance idéale $P_i(Q_v)$ (paraboles) sont également représentées.

III.2.1.3 Puissance indiquée idéale P_i

À partir de h_i , on déduit la puissance hydraulique idéale fournie au fluide :

$$P_i = \rho g Q_v h_i = \rho g Q_v \left(\frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{2\pi r_2 b_2 g \tan \beta_2^* k_2} Q_v \right)$$

Après simplification, on obtient :

$$P_i = \rho \left(U_2^2 Q_v - \frac{U_2}{2\pi r_2 b_2 \tan \beta_2^* k_2} Q_v^2 \right) \quad (\text{Éq. III.18})$$

C'est l'équation d'une **parabole** passant par l'origine (car $P_i = 0$ pour $Q_v = 0$). Pour $\beta_2^* < 90^\circ$, cette parabole présente un maximum. La puissance idéale croît d'abord avec le débit, atteint un maximum, puis décroît. Ce maximum correspond au point où la dérivée $dP_i/dQ_v = 0$.

III.2.2 INFLUENCE DE β_2^* SUR LA RÉPARTITION ÉNERGÉTIQUE – DEGRÉ DE RÉACTION

L'énergie transférée par la roue au fluide se manifeste sous deux formes à la sortie du rotor :

- **Énergie de pression** (potentielle) : $E_{pot}/g = (p_2 - p_1)/(\rho g)$

- **Énergie cinétique** : $E_{cin}/g = (v_2^2 - v_1^2)/(2g)$

La somme de ces deux contributions est égale à la hauteur indiquée : $h_i = E_{pot}/g + E_{cin}/g$.

Définition du degré de réaction théorique R :

Le degré de réaction théorique R quantifie la part de l'énergie totale transférée qui est convertie en pression (énergie potentielle) dans le rotor lui-même :

$$R = \frac{E_{pot}/g}{h_i} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g h_i} \quad (\text{Éq. III.19})$$

- $R = 0$: Toute l'énergie est sous forme cinétique à la sortie du rotor. C'est le cas limite des turbines à action (ex: Pelton), mais pas celui d'une pompe.
- $R = 1$: Toute l'énergie est sous forme de pression. C'est un cas limite irréaliste pour une pompe (nécessiterait $v_2 = v_1$).
- Pour les pompes centrifuges, R est typiquement compris entre 0,5 et 0,75. Cela signifie que 50% à 75% de l'énergie est convertie en pression dans la roue, le reste étant de l'énergie cinétique qui devra être convertie en pression dans le diffuseur et la volute.

Influence de β_2^* sur R :

On peut montrer (par le calcul des triangles des vitesses) que le degré de réaction théorique est lié à β_2^* et au rapport de vitesses. Pour une pompe idéale avec entrée sans whirl, on obtient :

$$R = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{V_{m2}}{U_2} \cot \beta_2^* \right) \quad (\text{forme simplifiée})$$

Ou plus directement, en considérant le triangle des vitesses, on voit que :

- Pour β_2^* faible (aubages vers l'arrière), la composante V_{u2} est plus petite (car $W_2 \cos \beta_2^*$ est grand), donc V_2 est plus faible et la part d'énergie cinétique est moindre. **R est élevé.**
- Pour β_2^* grand (aubages vers l'avant), V_{u2} est plus grande, V_2 est plus grande, et la part d'énergie cinétique est plus importante. **R est faible.**

Conclusion pratique : Le choix d'un β_2^* faible (15° à 30° , aubages courbés vers l'arrière) favorise un degré de réaction élevé. Cela limite l'énergie cinétique à convertir dans les parties fixes

(diffuseur, volute), où les pertes hydrauliques sont souvent importantes. C'est pourquoi la majorité des pompes centrifuges industrielles sont conçues avec des aubages courbés vers l'arrière, ce qui leur confère un meilleur rendement global.

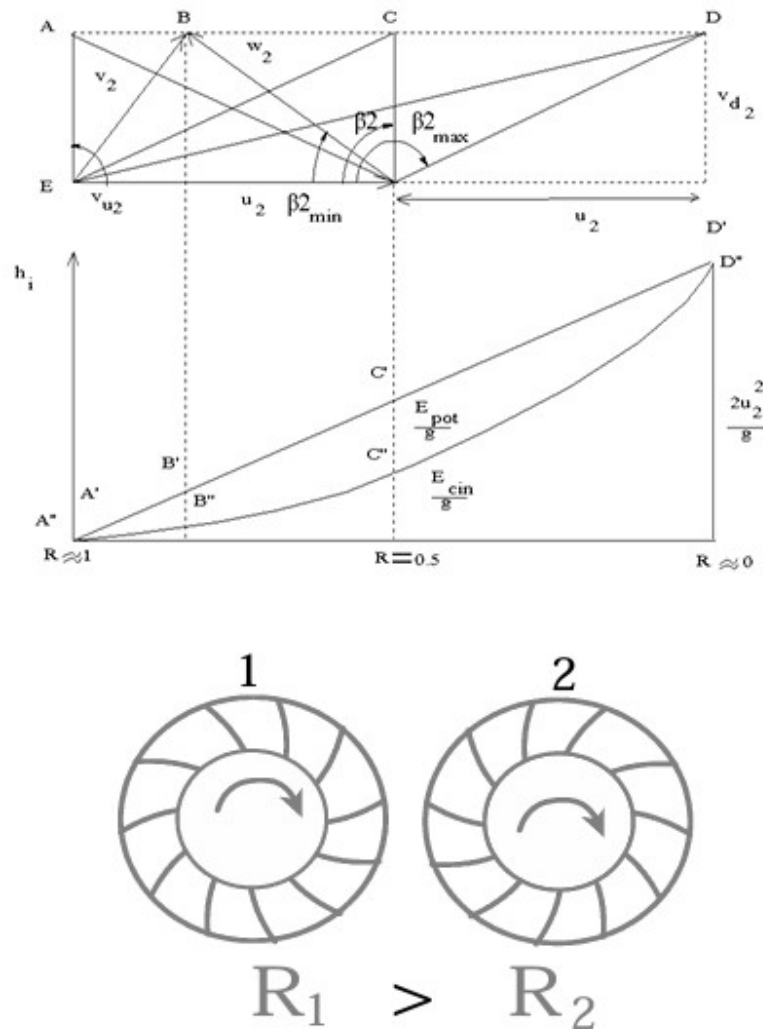


Figure III. 5: influence de β_2^* sur le degré de réaction théorique

Schémas des triangles des vitesses de sortie pour les trois types d'aubages, illustrant la variation de la grandeur de V_2 et donc de l'énergie cinétique. Un graphique montre l'évolution de R en fonction de β_2^* .

III.3 EFFET DU NOMBRE FINI D'AUBES – GLISSEMENT

III.3.1 Déviation angulaire $\Delta\beta_2$

Dans la réalité, le nombre d'aubes d'une roue de pompe centrifuge est fini (généralement entre 5 et 12). Le guidage du fluide n'est donc pas parfait, contrairement à l'hypothèse du "nombre infini d'aubes". Les canaux inter-aubes sont relativement larges, et la rotation de la roue induit une circulation secondaire au sein de ces canaux. Le fluide a tendance à "glisser" par rapport à la direction idéale imposée par les aubes.

On modélise cet effet en considérant que l'écoulement moyen à la sortie de la roue est caractérisé par un angle effectif de la vitesse relative β_2 qui est **inférieur** à l'angle géométrique de l'aube β_2^* .

La **déviation angulaire** est définie comme la différence entre l'angle géométrique de l'aube et l'angle effectif de l'écoulement relatif :

$$\Delta\beta_2 = \beta_2^* - \beta_2 \quad (\text{Éq. III.20})$$

C'est un concept de modélisation (difficile à mesurer directement) qui traduit le fait que le fluide ne suit pas parfaitement la courbure de l'aube jusqu'à son extrémité.

III.3.2 Coefficient de glissement σ

Une façon plus pratique et plus courante de quantifier cet effet est d'utiliser le **coefficient de glissement** σ . Il est défini comme le rapport entre la composante tangentielle réelle de la vitesse absolue à la sortie et sa valeur idéale (avec guidage parfait, nombre infini d'aubes) :

$$\sigma = \frac{v_{u2,\text{réel}}}{v_{u2,\text{idéal}}} \quad (\text{Éq. III.21})$$

Puisque le glissement réduit la composante tangentielle, on a $\sigma < 1$. Pour les pompes centrifuges courantes, σ est typiquement compris entre 0,70 et 0,80. Il dépend principalement du nombre et de la forme des aubes, ainsi que du rapport des rayons r_1/r_2 .

En pratique, on admet souvent que σ est **indépendant du débit** dans la plage normale de fonctionnement de la pompe. C'est une approximation raisonnable qui simplifie l'analyse.

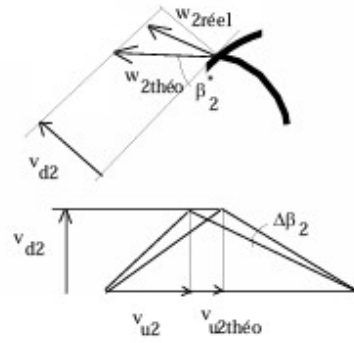


Figure III. 6: Déviation angulaire et coefficient de glissement

La figure montre le triangle des vitesses de sortie "réel" (avec glissement) superposé au triangle idéal. On voit que $W_{2,réel}$ est moins incliné (angle β_2 plus petit) que $W_{2,idéal}$, ce qui réduit $v_{u2,réel}$ par rapport à $v_{u2,idéal}$. La déviation $\Delta\beta_2$ est indiquée.

III.3.3 Hauteur indiquée réelle prenant en compte le glissement

En introduisant le coefficient de glissement σ dans l'équation de la hauteur idéale (Éq. III.17), on obtient la hauteur indiquée théorique **corrigée du glissement**, qui est une meilleure approximation de la réalité (mais toujours sans pertes par frottement) :

$$h_{i,réel} = \sigma \cdot h_{i,théo} = \sigma \left(\frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{2\pi r_2 b_2 g \tan \beta_2^* k_2} Q_v \right) \quad (\text{Éq. III.22})$$

C'est encore l'équation d'une droite, mais de pente plus faible (car multipliée par σ) et d'ordonnée à l'origine (hauteur à débit nul) également réduite d'un facteur σ .

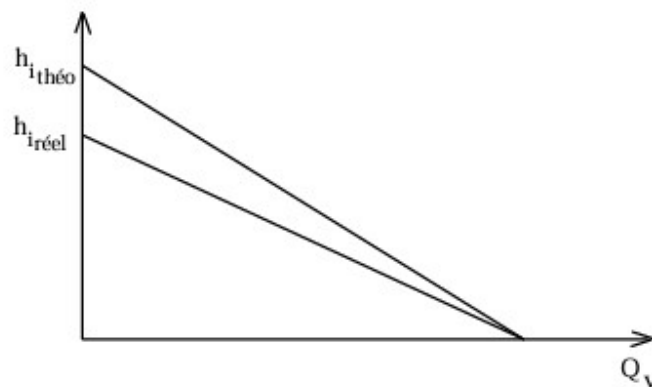


Figure III. 7: Caractéristique de hauteur indiquée théorique avec glissement

Le graphique compare la droite idéale (nombre infini d'aubes) et la droite corrigée du glissement (nombre fini d'aubes). La droite corrigée est en dessous de la droite idéale, montrant que le glissement réduit la hauteur fournie pour un débit donné.

III.4 FONCTIONNEMENT RÉEL – PERTES, RENDEMENTS ET CARACTÉRISTIQUES RÉELLES

Jusqu'à présent, nous avons considéré un fonctionnement idéal, sans pertes. Dans une machine réelle, seule une partie de la puissance fournie à l'arbre est finalement transmise au fluide sous forme d'énergie utile. Le reste est dissipé en différentes formes de pertes.

III.4.1 CASCADE ÉNERGÉTIQUE ET TYPOLOGIE DES PERTES

La **cascade énergétique** (ou diagramme des flux de puissance) est une représentation schématique de la dégradation de la puissance depuis l'arbre d'entrée jusqu'à la puissance hydraulique utile.

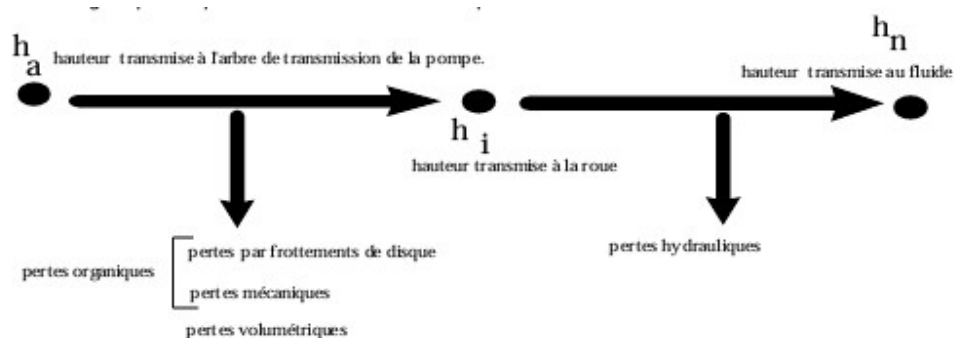


Figure III. 8: Cascade énergétique

Schéma montrant les différents étages de pertes : de la puissance à l'arbre P_a à la puissance utile P_u . On voit apparaître les pertes mécaniques, les pertes par frottement de disque, les pertes volumétriques et les pertes hydrauliques.

On distingue plusieurs types de pertes :

Pertes mécaniques (ΔP_m) :

- Ce sont les pertes par frottement dans les parties mécaniques de la pompe : paliers (roulements ou butées), garnitures d'étanchéité (presse-étoupe, joint mécanique), et éventuellement le contact entre la roue et le fluide dans les interstices (mais celles-ci sont souvent classées ailleurs).
- Ces pertes réduisent la puissance effectivement transmise à la roue. La puissance disponible à la roue, appelée puissance à la roue P_r , est :

$$P_r = P_a - \Delta P_m \quad (\text{Éq. III.23})$$

Pertes par frottement de disque (ΔP_{fd}) :

- Ce sont des pertes hydrauliques mais qui ne participent pas à l'écoulement principal. Elles sont dues au frottement visqueux des faces externes de la roue (le disque) avec le fluide quasi-stagnant contenu dans les espaces entre la roue et le corps de pompe (jeux latéraux).
- Elles sont proportionnelles à la densité du fluide, au cube de la vitesse de rotation et à la puissance cinquième du diamètre. Elles deviennent importantes pour les grandes machines rapides.
- Ces pertes réduisent encore la puissance disponible pour l'écoulement principal.

Pertes volumétriques (ΔP_v ou Q_{vf}) :

- Elles sont dues aux **fuites internes** de fluide à travers les jeux existant entre la roue et le corps de pompe (garnitures d'usure, anneaux d'usure). Une partie du débit qui traverse la roue (Q_{roue}) ne sort pas par la bride de refoulement, mais retourne vers l'aspiration en passant par ces jeux.
- Le débit utile Q_v (celui qui sort de la pompe) est donc inférieur au débit traversant la roue :

$$Q_v = Q_{roue} - Q_{vf} \quad (\text{Éq. III.24})$$

Pertes hydrauliques (ΔP_h) :

- Ce sont les plus importantes et les plus complexes. Elles correspondent aux dissipations d'énergie au sein même de l'écoulement du fluide dans la pompe (dans la roue, le diffuseur, la volute). Elles sont dues à :
 - La viscosité du fluide (frottement dans les couches limites, pertes régulières).

- La formation de tourbillons et de décollements (pertes singulières), notamment aux entrées et sorties des aubes, dans les coudes, etc. Les **pertes par choc** (ou incidence) sont une part importante de ces pertes hors adaptation.
- Ces pertes réduisent la hauteur effectivement fournie par la pompe. La hauteur nette h_n (celle mesurée entre les brides d'aspiration et de refoulement) est égale à la hauteur indiquée réelle diminuée de la somme de toutes ces pertes hydrauliques internes, exprimées en mètres de fluide ($\sum \Delta H$) : $h_n = h_{i,r\acute{e}el} - \sum \Delta H$ (Éq. III.25)

III.4.2 DÉFINITIONS DES RENDEMENTS

Pour quantifier ces différentes pertes, on définit plusieurs rendements, qui sont des rapports de puissances ou de grandeurs caractéristiques.

- **Rendement mécanique** η_m : Il tient compte des pertes mécaniques dans les paliers et garnitures.

$$\eta_m = \frac{P_r}{P_a} \quad (\text{Éq. III.26})$$

P_r est la puissance disponible à la roue.

- **Rendement volumétrique** η_v : Il tient compte des fuites internes (Q_{vf}).

$$\eta_v = \frac{Q_v}{Q_{roue}} = \frac{Q_v}{Q_v + Q_{vf}} \quad (\text{Éq. III.27})$$

- **Rendement hydraulique (ou manométrique)** η_h : C'est le plus important pour l'analyse énergétique. Il tient compte des pertes hydrauliques internes ($\sum \Delta H$).

$$\eta_h = \frac{h_n}{h_{i,r\acute{e}el}} \quad (\text{Éq. III.28})$$

Il compare la hauteur réellement utile à la hauteur que la roue pourrait fournir en l'absence de pertes hydrauliques.

- **Rendement interne** η_{int} : Il combine les pertes volumétriques et hydrauliques. C'est le rapport de la puissance hydraulique utile à la puissance disponible à la roue.

$$\eta_{int} = \frac{P_u}{P_r} = \frac{\rho g Q_v h_n}{\rho g Q_{roue} h_{i,r\acute{e}el}} \approx \eta_v \cdot \eta_h \quad (\text{Éq. III.29})$$

où $P_u = \rho g Q_v h_n$ est la puissance utile (hydraulique) fournie au fluide.

- **Rendement global (ou effectif) η_g** : C'est le rendement total de la machine, rapport de la puissance hydraulique utile à la puissance absorbée sur l'arbre. C'est le rendement qui intéresse l'utilisateur final.

$$\eta_g = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_r} \cdot \frac{P_r}{P_a} = \eta_{int} \cdot \eta_m \quad (\text{Éq. III.30})$$

Et en développant :

$$\boxed{\eta_g = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h} \quad (\text{Éq. III.31})$$

Si les fuites sont négligeables ($\eta_v \approx 1$), alors $\eta_g \approx \eta_m \cdot \eta_h$.

III.4.3 CARACTÉRISTIQUES ÉNERGÉTIQUES RÉELLES

III.4.3.1 Modélisation des pertes hydrauliques

Pour obtenir la courbe caractéristique réelle $h_n = f(Q_v)$, il faut modéliser les pertes hydrauliques $\Sigma \Delta H$. On les décompose classiquement en deux termes principaux :

Pertes par frottement continu (pertes régulières) :

- Elles sont dues à la viscosité du fluide le long des parois des canaux (dans la roue, le diffuseur, la volute).
- Elles sont approximativement **proportionnelles au carré de la vitesse**, donc au carré du débit. Elles existent à tout débit, même au point d'adaptation.

$$\Delta H_{frott} = A Q_v^2 \quad (\text{Éq. III.32})$$

où A est un coefficient qui dépend de la géométrie des canaux, de leur rugosité, et de la viscosité du fluide.

Pertes par choc (ou par incidence) :

- Elles sont dues au mauvais alignement de l'écoulement avec les aubes à l'entrée de la roue et du diffuseur, lorsque le débit s'écarte du débit d'adaptation $Q_{v,adapt}$.
- Elles sont minimales (idéalement nulles dans le modèle) au débit d'adaptation, et augmentent rapidement lorsqu'on s'en écarte. On les modélise souvent par une loi quadratique :

$$\Delta H_{choc} = B(Q_v - Q_{v,adapt})^2 \quad (\text{Éq. III.33})$$

où B est un coefficient.

La perte hydraulique totale est donc la somme de ces deux contributions :

$$\boxed{\Sigma\Delta H = A Q_v^2 + B(Q_v - Q_{v,adapt})^2} \quad (\text{Éq. III.34})$$

III.4.3.2 Courbe caractéristique réelle Hauteur Nette - Débit $h_n = f(Q_v)$

La hauteur nette est obtenue en retranchant ces pertes de la hauteur indiquée réelle (qui inclut déjà l'effet du glissement, Éq. III.22) :

$$h_n = h_{i,r\acute{e}el} - \Sigma\Delta H = \sigma h_{i,th\acute{e}o}(Q_v) - [A Q_v^2 + B(Q_v - Q_{v,adapt})^2] \quad (\text{Éq. III.35})$$

- **Forme de la courbe** : Puisque $h_{i,th\acute{e}o}(Q_v)$ est linéaire (droite) et $\Sigma\Delta H$ est quadratique (parabole), la fonction résultante $h_n(Q_v)$ est une **fonction parabolique** (ou plus exactement une fonction du second degré). Elle a l'allure d'une parabole inversée, avec un maximum (ou un plateau) au voisinage du point de meilleur rendement.
- **Comportement selon β_2^*** :
 - Pour $\beta_2^* < 90^\circ$ (aubages vers l'arrière), la droite $h_{i,r\acute{e}el}$ a une pente négative. La parabole $h_n(Q_v)$ est généralement **toujours décroissante** (ou avec un maximum très proche de l'origine). C'est une caractéristique stable.
 - Pour β_2^* nettement $> 90^\circ$ (aubages vers l'avant), la droite $h_{i,r\acute{e}el}$ a une pente positive. La combinaison avec les pertes peut, dans certains cas, conduire à une portion ascendante de la courbe $h_n(Q_v)$ à faible débit. Cela crée une zone d'instabilité où, pour une même hauteur, deux débits différents sont possibles. Ce type de caractéristique est généralement évité dans la pratique.
- **Point de rendement hydraulique maximal** : Il ne correspond pas exactement au débit sans choc $Q_{v,adapt}$. En effet, les pertes par frottement continu augmentent avec le débit ($A Q_v^2$). Le maximum de $\eta_h = h_n/h_{i,r\acute{e}el}$ se produit pour un débit légèrement **inférieur** à $Q_{v,adapt}$, là où la somme des pertes $\Sigma\Delta H$ est minimale par rapport à $h_{i,r\acute{e}el}$.

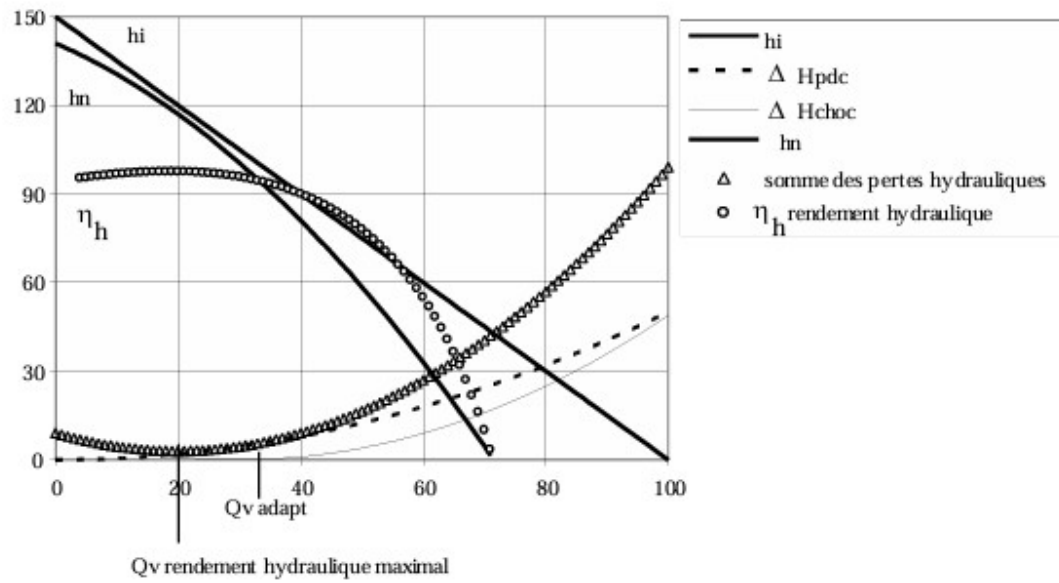


Figure III. 9: Allure de la caractéristique énergétique réelle d'une pompe centrifuge

Le graphique superpose la droite de hauteur indiquée théorique (h_i), la droite corrigée du glissement ($h_{i,réel}$), et la courbe de hauteur nette réelle (h_n). On voit que h_n se situe en dessous de $h_{i,réel}$ d'une quantité égale aux pertes $\Sigma\Delta H$, qui sont représentées. Le point de rendement hydraulique maximal est indiqué, ainsi que le débit d'adaptation $Q_{v,adapt}$.

CHAPITRE IV : CAVITATION DANS LES POMPES

IV.1 DÉFINITION PHYSIQUE DE LA CAVITATION

IV.1.1 Définition générale

La cavitation est un phénomène thermodynamique et hydrodynamique apparaissant dans l'écoulement d'un liquide lorsqu'il subit une diminution locale de pression suffisamment importante. Elle correspond à la formation de bulles ou de poches de vapeur à l'intérieur même du liquide, un processus souvent appelé "ébullition froide" car il est provoqué par une chute de pression et non par un apport de chaleur.

Un liquide entre en ébullition (vaporisation) lorsque sa température atteint la température d'ébullition correspondant à la pression locale. Inversement, à température constante, un liquide se vaporise si la pression locale descend en dessous de sa **pression de vapeur saturante** à cette température. La pression de vapeur saturante p_{vs} est la pression à laquelle les phases liquide et vapeur coexistent en équilibre à une température donnée. Elle augmente rapidement avec la température.

La condition de vaporisation locale est donc :

$$p = p_{vs} \quad (\text{Éq. IV.1})$$

Si la pression locale devient inférieure à la pression de vapeur saturante ($p < p_{vs}$), le liquide ne peut plus rester entièrement à l'état liquide : il se forme des bulles de vapeur (cavités) au sein du liquide. C'est le phénomène de **cavitation**.

IV.1.2 Mécanisme physique en trois étapes

Le phénomène de cavitation se déroule généralement selon trois étapes successives :

1. **Formation des bulles (germination) :**

- Dans les zones de l'écoulement où la pression devient inférieure à p_{vs} (zones de dépression), de minuscules bulles de vapeur (cavités) se forment. Ces bulles naissent souvent sur des sites de germination préexistants, comme des impuretés, des micro-bulles de gaz dissous, ou des microfissures sur les surfaces solides.
- Condition : $p_{\text{local}} \leq p_{vs}$

2. Transport et croissance des bulles :

- Les bulles formées sont entraînées par l'écoulement du fluide. Si elles se déplacent vers des zones où la pression est encore plus basse, elles peuvent croître en taille. Si la pression reste basse, elles peuvent former des poches de vapeur plus importantes.

3. Implosion (recondensation) :

- Lorsque les bulles sont transportées vers des zones où la pression redevient supérieure à la pression de vapeur saturante ($p > p_{vs}$), la vapeur qu'elles contiennent se recondense brutalement en liquide. Cette recondensation n'est pas un effondrement doux, mais une **implosion** violente et quasi-instantanée.
- Cette implosion provoque :
 - Des pics de pression locaux extrêmement élevés, pouvant atteindre **200 à 300 bars** (voire plus).
 - Des micro-jets liquides à très grande vitesse (plusieurs centaines de m/s) qui frappent les surfaces solides environnantes.
 - Des variations de pression à très haute fréquence (de l'ordre de **20 à 25 kHz**), générant un bruit caractéristique (crépitement, bruit de gravier).

C'est cette troisième étape, l'implosion, qui est responsable des effets destructeurs de la cavitation.

IV.1.3 Stades de développement

On peut distinguer différents stades de sévérité de la cavitation :

- **Cavitation naissante** : Apparition de bulles isolées, de petite taille, qui se déplacent avec l'écoulement. Les effets sur les performances sont encore faibles, mais le bruit et les vibrations peuvent déjà être perceptibles.

- **Cavitation avancée** : Formation de poches de vapeur de plus grande dimension, souvent attachées aux aubes ou aux parois. L'écoulement est fortement perturbé, les performances chutent, et l'érosion mécanique devient sévère.

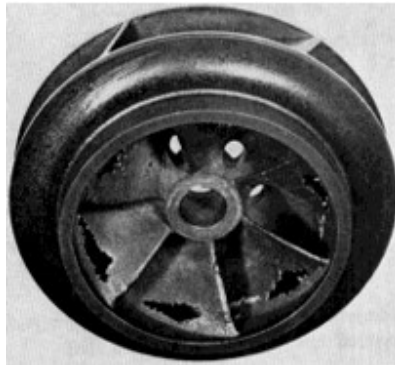


Figure IV. 1: Érosion de cavitation sur les aubages de la roue d'une pompe

Photographie macroscopique d'une roue de pompe endommagée par la cavitation. On observe des zones de métal arraché, des cratères et des cavités caractéristiques, notamment sur la face arrière des aubes près du bord d'attaque.

IV.2 EFFETS NOCIFS DE LA CAVITATION

La cavitation est un phénomène extrêmement dangereux pour les turbomachines. Ses effets se manifestent à plusieurs niveaux :

IV.2.1 Effets sur les performances hydrauliques

- **Perturbation profonde de l'écoulement** : La présence de vapeur (fluide compressible) dans les canaux inter-aubes, normalement conçus pour un liquide incompressible, modifie radicalement la cinématique de l'écoulement et le transfert d'énergie.
- **Dégradation des caractéristiques** : La courbe hauteur-débit $h_n(Q_v)$ s'infléchit et chute brutalement lorsque la cavitation s'installe. La pompe n'arrive plus à fournir la hauteur attendue.
- **Chute du rendement** : L'énergie dissipée dans les implosions et la perturbation de l'écoulement réduisent considérablement le rendement.

IV.2.2 Effets mécaniques (les plus destructeurs)

Ce sont les conséquences directes des implosions :

- **Érosion des matériaux** : Les micro-jets liquides et les ondes de choc répétées arrachent progressivement la matière des surfaces métalliques. Cela commence par une micro-érosion (aspect mat, rugueux), puis des cratères se forment, s'agrandissent, et peuvent finalement percer les aubes ou le corps de pompe. L'érosion par cavitation est un mode de défaillance majeur.
- **Bruit caractéristique** : Le bruit de la cavitation est très reconnaissable : un crépitement aigu, semblable à celui de graviers ou de billes d'acier agitées dans un récipient. C'est souvent un signe d'alarme précoce.
- **Vibrations anormales** : Les implosions génèrent des vibrations à haute fréquence qui peuvent endommager les roulements, les joints et autres composants, et réduire la durée de vie de la machine.

IV.2.3 Conséquences

Tous ces effets sont cumulatifs et peuvent conduire à une défaillance rapide et complète de la pompe. Il est donc **impératif d'éviter le fonctionnement en régime cavitant**.

IV.3 RAPPEL : ÉQUATION DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉE POUR LES CIRCUITS AVEC MACHINES

Avant d'analyser la cavitation en détail, rappelons l'équation de Bernoulli généralisée qui permet de relier les grandeurs en différents points d'un circuit hydraulique comprenant une pompe.

IV.3.1 Pour une pompe (machine génératrice)

Entre deux sections A et B d'un circuit comprenant une pompe et des pertes de charge ΔH_{A-B} :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A + h_n = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_{A-B} \quad (\text{Éq. IV.2})$$

IV.3.2 Pour une turbine (machine réceptrice)

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_{A-B} + |h_n| \quad (\text{Éq. IV.3})$$

IV.4 LOCALISATION DE LA CAVITATION DANS UNE POMPE

IV.4.1 Analyse de l'évolution de pression

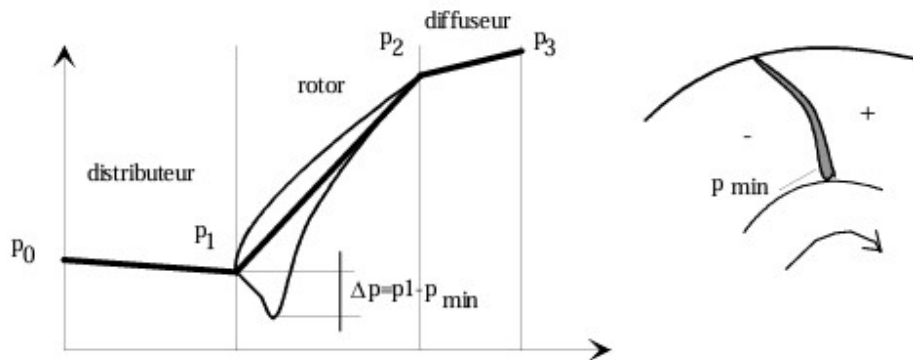


Figure IV. 2: zone de pression minimale dans une pompe

La figure représente schématiquement une pompe centrifuge avec son entrée (aspiration), sa roue (rotor) et son diffuseur/volute (sortie). Les points clés pour l'analyse de la pression sont indiqués.

L'observation de l'évolution de la pression le long de l'écoulement dans une pompe est cruciale :

- La pression décroît dans la conduite d'aspiration (pertes de charge).
- À l'entrée de la roue (section 1), la pression moyenne est p_1 .
- **Cependant, ce n'est PAS la pression minimale réelle dans la pompe.**

Pourquoi ? Lorsque le fluide aborde les aubages du rotor, il doit contourner le bord d'attaque des aubes. La vitesse locale augmente sur la face en dépression (face "arrière" de l'aube, opposée au sens de rotation), et par application du théorème de Bernoulli, la pression y diminue localement en dessous de la pression moyenne p_1 . C'est précisément **au niveau du bord d'entrée des aubes, sur leur face arrière (face en dépression), que naît la cavitation.**

On note :

- p_1 = pression moyenne statique à l'entrée de la roue (mesurable ou calculable).

- $p_{\min}$ = pression minimale réelle, atteinte localement sur la face arrière des aubes.

La **dépression locale** est définie comme l'écart entre ces deux pressions :

$$\Delta p = p_1 - p_{\min} \quad (\text{Éq. IV.4})$$

IV.4.2 Expression mathématique de la dépression locale

Des études théoriques et expérimentales (basées sur l'analyse de l'écoulement autour d'un profil d'aube) montrent que cette dépression locale est proportionnelle à l'énergie cinétique du fluide basée sur la vitesse relative à l'entrée de la roue w_1 :

$$\Delta p = \kappa \frac{\rho w_1^2}{2} \quad (\text{Éq. IV.5})$$

où :

- w_1 = vitesse relative du fluide à l'entrée de la roue (m/s)
- κ = **coefficient de dépression** (ou coefficient de cavitation) de la pompe, sans dimension. Il est caractéristique de la forme du bord d'attaque des aubes et de l'incidence de l'écoulement.
- ρ = masse volumique du fluide (kg/m³)

Interprétation physique fondamentale : Le terme $\frac{1}{2}\rho w_1^2$ n'est autre que la pression dynamique basée sur la vitesse relative. La dépression locale est donc directement proportionnelle à cette pression dynamique. Ainsi :

- **Plus la vitesse relative d'entrée w_1 est élevée, plus la dépression locale Δp est importante.**
- **Plus le risque de cavitation est grand.**

IV.4.3 Valeurs du coefficient de dépression κ

Le coefficient κ dépend de la forme de l'aube et de l'angle d'incidence. Il est généralement déterminé expérimentalement par le constructeur.

- Il varie avec le point de fonctionnement (l'incidence). Il est **minimal au point d'adaptation** (incidence nulle).

- Pour les pompes centrifuges, les valeurs typiques de κ au point nominal sont comprises entre **0,16** et **0,30**.

IV.5 CONDITION DE NON-CAVITATION

IV.5.1 Condition fondamentale

Il y a cavitation si la pression minimale $p_{\min}$ devient inférieure à la pression de vapeur saturante p_{vs} :

$$p_{\min} < p_{vs} \quad (\text{Éq. IV.6})$$

En utilisant la définition de $p_{\min} = p_1 - \Delta p$ (Éq. IV.4), cette condition devient :

$$p_1 - \Delta p < p_{vs} \quad (\text{Éq. IV.7})$$

La condition d'absence de cavitation est donc l'inverse :

$$p_1 - \Delta p > p_{vs} \quad (\text{Éq. IV.8})$$

Soit encore, en réarrangeant :

$$p_1 - p_{vs} > \Delta p \quad (\text{Éq. IV.9})$$

Cette inégalité simple a une signification physique claire : pour éviter la cavitation, l'écart entre la pression moyenne à l'entrée de la roue p_1 et la pression de vapeur saturante p_{vs} (cet écart est une réserve de pression) doit être **supérieur** à la dépression locale Δp créée par l'écoulement autour des aubes.

IV.5.2 Transformation en hauteur de fluide (forme hydraulique)

En hydraulique, on travaille habituellement avec des hauteurs de fluide (charges). On divise donc l'inégalité (IV.9) par ρg (poids volumique) :

$$\frac{p_1 - p_{vs}}{\rho g} > \frac{\Delta p}{\rho g} \quad (\text{Éq. IV.10})$$

Le terme de gauche $\frac{p_1 - p_{vs}}{\rho g}$ a la dimension d'une hauteur. Pour obtenir une forme plus complète, on ajoute le terme d'énergie cinétique à l'entrée $\frac{v_1^2}{2g}$ des deux côtés de l'inégalité (ce qui est mathématiquement correct) :

$$\frac{p_1 - p_{vs}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} > \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} \quad (\text{Éq. IV.11})$$

IV.5.3 Substitution de l'expression de Δp

On remplace maintenant Δp par son expression (Éq. IV.5) :

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{\kappa \frac{\rho w_1^2}{2}}{\rho g} = \kappa \frac{w_1^2}{2g} \quad (\text{Éq. IV.12})$$

En substituant dans (IV.11), on obtient l'équation fondamentale de non-cavitation sous sa forme définitive :

$$\boxed{\frac{p_1 - p_{vs}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} > \kappa \frac{w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g}} \quad (\text{Éq. IV.13})$$

Cette équation est la base de la définition du NPSH.

IV.6 DÉFINITION DU NPSH (NET POSITIVE SUCTION HEAD)

Pour comprendre et prévenir la cavitation de manière pratique, les ingénieurs ont développé le concept de **NPSH** (Net Positive Suction Head), que l'on peut traduire par "hauteur nette d'aspiration" ou "charge nette à l'aspiration". C'est un outil de diagnostic universel.

IV.6.1 Définition du NPSH disponible ($\text{NPSH}_{\text{dispo}}$)

Le **NPSH disponible** est défini comme le terme de gauche de l'inégalité (IV.13). C'est la charge absolue (énergie par unité de poids) disponible au niveau de l'entrée de la roue, au-dessus de la pression de vapeur saturante.

$$\boxed{\text{NPSH}_{\text{dispo}} = \frac{p_1 - p_{vs}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}} \quad (\text{Éq. IV.14})$$

Signification physique : Le $NPSH_{dispo}$ représente la **charge réellement disponible à l'entrée de la pompe** pour "survivre" à la dépression locale. C'est une caractéristique du **circuit d'aspiration** et des conditions d'installation (pression en amont, température, pertes de charge, hauteur d'aspiration). Plus le $NPSH_{dispo}$ est grand, plus la marge de sécurité par rapport à la cavitation est grande.

IV.6.2 Définition du NPSH requis ($NPSH_{requis}$)

Le **NPSH requis** est défini comme le terme de droite de l'inégalité (IV.13). C'est la charge minimale absolue nécessaire à l'entrée de la pompe pour que la dépression locale ne fasse pas chuter la pression en dessous de p_{vs} .

$$NPSH_{requis} = \kappa \frac{w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} \quad (\text{Éq. IV.15})$$

Signification physique : Le $NPSH_{requis}$ représente la **charge minimale exigée par la pompe** à son entrée pour fonctionner sans cavitation. C'est une **caractéristique intrinsèque de la pompe**, déterminée par le constructeur lors d'essais sur banc. Elle dépend de la géométrie de la roue (forme des aubes, angles) et du point de fonctionnement (débit Q_v et vitesse N).

IV.6.3 Condition de sécurité (non-cavitation)

L'équation fondamentale (IV.13) se réécrit alors de manière extrêmement simple et pratique :

$$NPSH_{dispo} > NPSH_{requis} \quad (\text{Éq. IV.16})$$

C'est la **règle d'or** pour éviter la cavitation. Elle doit être vérifiée en tout point de fonctionnement de la pompe.

- Si $NPSH_{dispo} > NPSH_{requis}$: pas de cavitation (marge de sécurité).
- Si $NPSH_{dispo} = NPSH_{requis}$: début de cavitation (début de chute de performances, seuil).
- Si $NPSH_{dispo} < NPSH_{requis}$: cavitation installée, avec tous ses effets néfastes.

IV.7 CALCUL PRATIQUE DU NPSH DISPONIBLE

En pratique, on ne mesure pas directement p_1 et v_1 à l'entrée de la roue. On calcule le $NPSH_{dispo}$ à partir des caractéristiques connues du circuit d'aspiration.

IV.7.1 Configuration étudiée

Considérons le cas classique d'une pompe aspirant au-dessus d'un réservoir (ou d'un bassin) dont la surface libre est à la pression atmosphérique p_a .

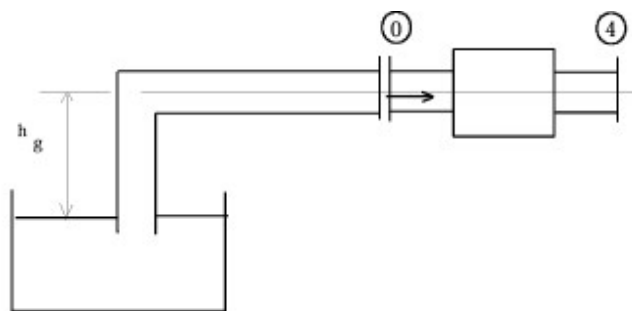


Figure IV. 3: Pompe aspirant au-dessus d'un réservoir

Légende : Schéma montrant un réservoir ouvert à l'atmosphère, une conduite d'aspiration de longueur L , des singularités (coudes, crépine, clapet de pied) et la pompe placée à une hauteur h_g (hauteur géométrique d'aspiration) au-dessus du niveau du réservoir. Les points A (surface libre) et 1 (entrée pompe) sont indiqués.

IV.7.2 Application du théorème de Bernoulli généralisé

On applique l'équation de Bernoulli généralisée (Éq. IV.2) entre :

- **Section A** : la surface libre du réservoir, où $p_A = p_a$ (pression atmosphérique), $v_A \approx 0$ (grande surface), et $z_A = 0$ (si on prend ce niveau comme référence).
- **Section 1** : l'entrée de la roue de la pompe, où la pression est p_1 , la vitesse v_1 , et la cote $z_1 = h_g$ (hauteur géométrique d'aspiration, positive si la pompe est au-dessus du réservoir).

On obtient :

$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + 0 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + h_g + \Delta H_{A-1} \quad (\text{Éq. IV.17})$$

où ΔH_{A-1} représente la somme des pertes de charge (régulières et singulières) dans la conduite d'aspiration entre le réservoir et l'entrée pompe.

On isole les termes qui apparaissent dans la définition du $\text{NPSH}_{\text{dispo}}$ ($\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}$) :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} - h_g - \Delta H_{A-1} \quad (\text{Éq. IV.18})$$

IV.7.3 Expression finale du NPSH disponible

En introduisant la pression de vapeur saturante p_{vs} dans l'équation (IV.18) pour former la définition (IV.14), on obtient la formule pratique du NPSH disponible :

$$\boxed{\text{NPSH}_{\text{dispo}} = \frac{p_a - p_{vs}}{\rho g} - h_g - \Delta H_{A-1}} \quad (\text{Éq. IV.19})$$

Cette formule est valable pour une aspiration au-dessus du réservoir. Si la pompe est en charge (réservoir au-dessus de la pompe), h_g est négatif et le terme devient $+|h_g|$. Si le réservoir est sous pression, p_a est remplacé par la pression absolue dans le réservoir.

CHAPITRE V : COUPLAGE DES POMPES CENTRIFUGES

V.1 INTRODUCTION

Le montage de plusieurs pompes dans un circuit hydraulique permet d'adapter les performances de pompage aux besoins spécifiques d'une installation. Deux configurations principales sont possibles, chacune ayant un effet distinct sur la courbe caractéristique résultante :

- **Le montage en série** : les pompes sont disposées l'une à la suite de l'autre, la première refoulant dans l'aspiration de la seconde. Ce montage permet d'**augmenter la hauteur manométrique totale (HMT)** disponible.
- **Le montage en parallèle** : les pompes sont connectées sur un collecteur d'aspiration commun et un collecteur de refoulement commun. Ce montage permet d'**augmenter le débit** pouvant être fourni à un réseau.

Ce chapitre présente les principes de ces montages, la construction des courbes caractéristiques résultantes, l'analyse des points de fonctionnement obtenus, et les conditions d'efficacité, en se basant sur des exemples concrets de pompes (notamment la motopompe Tsurumi TEF2-50).

V.2 RAPPELS SUR LES COURBES CARACTÉRISTIQUES

V.2.1 Courbe caractéristique d'une pompe

Une pompe est caractérisée par sa **courbe caractéristique** $H = f(Q)$ qui donne la hauteur manométrique totale (HMT) en fonction du débit. Cette courbe est fournie par le constructeur et est généralement décroissante : la hauteur diminue lorsque le débit augmente.

V.2.2 Courbe caractéristique d'un réseau

Un réseau hydraulique est caractérisé par sa **courbe de réseau** qui représente les pertes de charge (régulières et singulières) en fonction du débit. Pour un réseau avec pertes de charge uniquement (pas de dénivelé à vaincre, circuit fermé), cette courbe est une parabole passant par l'origine :

$$H_{\text{réseau}} = R \times Q^2 \quad (\text{Éq. V.1})$$

où R est la **résistance hydraulique** du circuit.

V.2.3 Point de fonctionnement

Le **point de fonctionnement** d'une pompe sur un réseau est donné par l'intersection de la courbe de la pompe et de la courbe du réseau. C'est le seul point où l'énergie fournie par la pompe équilibre exactement l'énergie dissipée dans le réseau.

V.3 MONTAGE DE DEUX POMPES IDENTIQUES EN SÉRIE

V.3.1 Principe

Le montage de deux pompes en série (figure V.1) consiste à faire refouler la première pompe directement dans l'aspiration de la seconde. Le fluide traverse donc successivement les deux pompes. Ce montage permet d'**augmenter fortement la hauteur de refoulement** disponible.

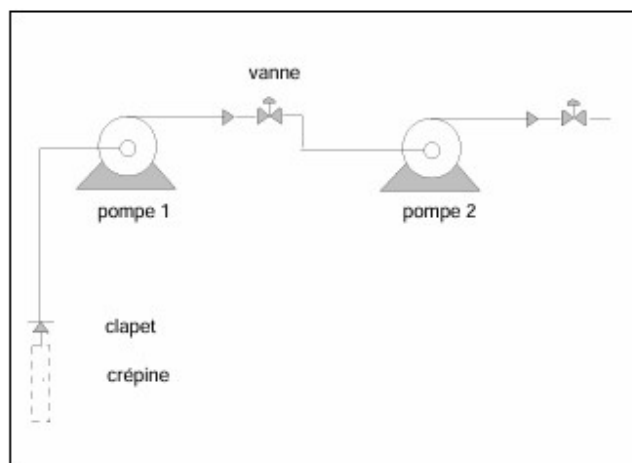


Figure V. 1: Montage de deux pompes en série

Légende : Schéma hydraulique montrant deux pompes (P1 et P2) connectées en série. La bride de refoulement de P1 est reliée à la bride d'aspiration de P2. Un clapet anti-retour est généralement placé après chaque pompe pour éviter les retours de fluide.

V.3.2 Construction de la courbe caractéristique de l'ensemble

Pour construire la courbe caractéristique de l'ensemble de deux pompes montées en série, on applique le principe suivant : **à débit égal, on additionne les hauteurs** fournies par chaque pompe.

$$H_{\text{série}}(Q) = H_1(Q) + H_2(Q) \quad (\text{Éq. V.2})$$

Si les pompes sont **identiques**, et qu'elles fonctionnent à la même vitesse, alors $H_1(Q) = H_2(Q) = H_{\text{pompe}}(Q)$. La relation devient :

$$H_{\text{série}}(Q) = 2 \times H_{\text{pompe}}(Q) \quad (\text{Éq. V.3})$$

La courbe résultante s'obtient donc en multipliant par 2 l'ordonnée (la hauteur) de la courbe d'une pompe seule pour chaque valeur de débit Q .

Conséquence : Si l'on conserve le débit nominal d'une pompe seule, la HMT est doublée.

V.3.3 Exemple concret

Prenons l'exemple d'une motopompe Tsurumi TEF2-50 (moteur Robin) dont les caractéristiques nominales sont :

- Débit nominal : 200 l/min
- HMT nominale : 50 mCE

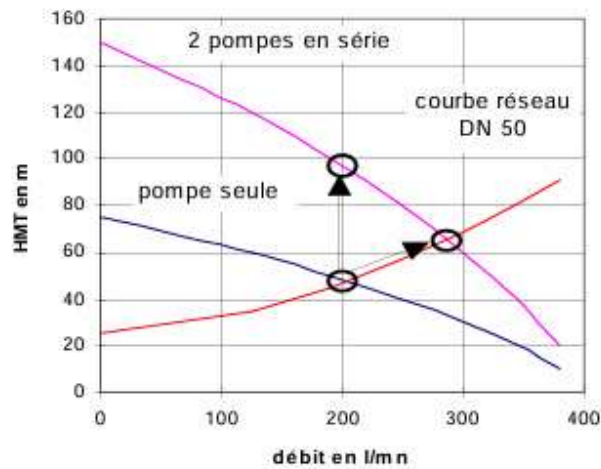


Figure V. 2: Courbes de fonctionnement pour le montage en série

Légende : Le graphique montre la courbe d'une pompe seule (H_{pompe}), la courbe de l'ensemble en série ($H_{\text{série}} = 2H_{\text{pompe}}$), et la courbe du réseau ($H_{\text{réseau}} = RQ^2$). Les points de fonctionnement sont indiqués.

Le tableau ci-dessous résume les différents fonctionnements possibles, illustrés sur la figure V.2 :

Tableau V.1 : Résultats pour le montage en série

Fonctionnement	Débit (l/min)	HMT (mCE)	Commentaire
Pompe seule sur le réseau	200	50	Point de fonctionnement nominal de la pompe seule.
Pompes en série sur le réseau	290	65	Point d'intersection de la courbe $H_{\text{série}}(Q)$ et de la courbe du réseau. Le débit augmente également ($290 > 200$).
Pompes en série avec vannage	200	100	Point obtenu en ajoutant des pertes de charge supplémentaires (vanne partiellement fermée) pour ramener le débit à 200 l/min. La hauteur est alors le double de la hauteur nominale.

Analyse des cas :

- Pompe seule sur le réseau** : Le point de fonctionnement est le point nominal (200 l/min, 50 mCE), intersection de la courbe de la pompe et de la courbe du réseau.
- Pompes en série sur le réseau (sans modification du réseau)** :

- Le point de fonctionnement est l'intersection de la **nouvelle courbe caractéristique de l'ensemble en série** $H_{\text{série}}(Q)$ avec la **courbe du réseau inchangée** $H_{\text{réseau}}(Q) = RQ^2$.
- On obtient un nouveau point de fonctionnement avec un débit de **290 l/min** et une HMT de **65 mCE**.
- **Observation importante** : Le débit n'est pas resté à 200 l/min, il a augmenté. Cela est dû au fait que la courbe du réseau n'est pas une droite verticale, mais une parabole. L'augmentation de la hauteur disponible (due au montage en série) permet de vaincre des pertes de charge plus élevées, ce qui se traduit par une augmentation du débit. Le débit n'est doublé que si la courbe du réseau est infiniment pentue (ce qui n'est jamais le cas).

3. Pompes en série avec vannage :

- Si l'objectif est d'obtenir exactement le débit nominal de 200 l/min avec les deux pompes en série, il faut modifier la courbe du réseau en y ajoutant des pertes de charge supplémentaires, par exemple en fermant partiellement une vanne. Cela augmente la résistance hydraulique R du circuit, donc la pente de la courbe du réseau.
- La nouvelle courbe du réseau ($R' > R$) est choisie pour qu'elle coupe la courbe $H_{\text{série}}(Q)$ au point $Q = 200$ l/min. On obtient alors une HMT de **100 mCE**, soit exactement le double de la HMT nominale d'une pompe.

V.3.4 Équations caractéristiques

Pour deux pompes identiques en série, la relation hauteur-débit de l'ensemble est :

$$H_{\text{série}} = 2 \times H_{\text{pompe}}(Q) \quad (\text{Éq. V.4})$$

Le point de fonctionnement avec le réseau est déterminé par la résolution de l'équation :

$$2 \times H_{\text{pompe}}(Q) = H_{\text{réseau}}(Q) = R \times Q^2 \quad (\text{Éq. V.5})$$

V.4 MONTAGE DE DEUX POMPES IDENTIQUES EN PARALLÈLE

V.4.1 Principe

Le montage de deux pompes en parallèle (figure V.3) consiste à connecter les brides d'aspiration des pompes sur un collecteur d'aspiration commun, et leurs brides de refoulement sur un collecteur

de refoulement commun. Les pompes alimentent donc le même réseau en parallèle. Ce montage permet d'**augmenter le débit pompé** sur un réseau.

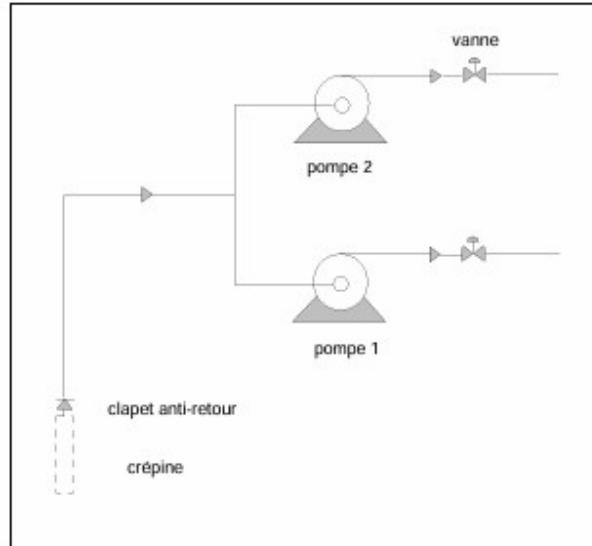


Figure V. 3: Montage de deux pompes en parallèle

Légende : Schéma hydraulique montrant deux pompes (P1 et P2) dont les aspirations sont reliées à un même collecteur, et les refoulements à un autre collecteur commun. Des clapets anti-retour sont placés sur chaque refoulement pour empêcher le reflux à travers une pompe à l'arrêt.

V.4.2 Construction de la courbe caractéristique de l'ensemble

Pour construire la courbe caractéristique de l'ensemble de deux pompes montées en parallèle, on applique le principe suivant : **à hauteur égale, on additionne les débits** de chaque pompe.

$$Q_{\text{parallèle}}(H) = Q_1(H) + Q_2(H) \quad (\text{Éq. V.6})$$

Si les pompes sont **identiques**, alors $Q_1(H) = Q_2(H) = Q_{\text{pompe}}(H)$. La relation devient :

$$Q_{\text{parallèle}}(H) = 2 \times Q_{\text{pompe}}(H) \quad (\text{Éq. V.7})$$

Ou, de manière équivalente, en exprimant la hauteur en fonction du débit total (ce qui est plus pratique pour tracer la courbe sur un graphique $H = f(Q)$), on a :

$$H_{\text{parallèle}}(Q) = H_{\text{pompe}}\left(\frac{Q}{2}\right) \quad (\text{Éq. V.8})$$

La courbe résultante s'obtient donc en prenant la courbe d'une pompe seule et en **doublant l'abscisse** (le débit) pour chaque valeur de hauteur.

Attention importante : Compte tenu que les pertes de charge du réseau croissent comme le carré du débit ($H_{\text{réseau}} \propto Q^2$), le débit total fourni par les deux pompes en parallèle **ne pourra jamais être le double** du débit d'une pompe seule sur le même réseau. L'augmentation de débit est significative, mais limitée par la courbe du réseau.

V.4.3 Exemple concret

Reprenons l'exemple de la motopompe Tsurumi TEF2-50, mais cette fois-ci sur un réseau différent (ou avec des conditions différentes) où le point de fonctionnement d'une pompe seule est de 240 l/min à 43 mCE.

Tableau V.2 : Résultats pour le montage en parallèle

Fonctionnement	Débit (l/min)	HMT (mCE)
Pompe seule	240	43
Pompes en parallèle sur le réseau	320	57

Analyse :

- **Pompe seule :** Le point de fonctionnement nominal est de 240 l/min à 43 mCE. C'est l'intersection de la courbe d'une pompe avec la courbe du réseau.
- **Pompes en parallèle :** Avec deux pompes en parallèle sur le **même réseau** (courbe du réseau inchangée), le nouveau point de fonctionnement est l'intersection de la courbe composite $H_{\text{parallèle}}(Q)$ avec la courbe du réseau. On obtient un débit total de **320 l/min** (et non 480 l/min, qui serait le double du débit d'une pompe) avec une HMT de **57 mCE**.
- **Explication de la limitation :** Lorsque le débit total augmente (de 240 à 320 l/min), les pertes de charge dans le réseau augmentent également (de 43 à 57 mCE), conformément à la loi $H = RQ^2$. Cette augmentation de la hauteur requise par le réseau freine l'augmentation du débit. Les deux pompes fonctionnent donc à un point de fonctionnement différent de leur point nominal (elles fournissent un débit individuel de 160 l/min chacune à 57 mCE, un point situé plus à droite sur leur courbe individuelle).

V.4.4 Équations caractéristiques

Pour deux pompes identiques en parallèle, la relation débit-hauteur de l'ensemble est donnée par l'équation (V.8) :

$$H_{\text{parallèle}}(Q) = H_{\text{pompe}}\left(\frac{Q}{2}\right) \quad (\text{Éq. V.9})$$

Le point de fonctionnement avec le réseau est déterminé par la résolution de l'équation :

$$H_{\text{pompe}}\left(\frac{Q}{2}\right) = H_{\text{réseau}}(Q) = R \times Q^2 \quad (\text{Éq. V.10})$$

V.5 COMPARAISON SÉRIE VS PARALLÈLE

Tableau V.3 : Comparaison des montages en série et en parallèle

Caractéristique	Montage en série	Montage en parallèle
Grandeur additionnée	Hauteur H	Débit Q
Effet principal	Augmentation de la hauteur de refoulement disponible	Augmentation du débit pouvant être fourni
Relation pour pompes identiques	$H_{\text{série}} = 2H_{\text{pompe}}(Q)$	$H_{\text{parallèle}}(Q) = H_{\text{pompe}}(Q/2)$
Point de fonctionnement	Intersection de $2H_{\text{pompe}}(Q)$ avec $H_{\text{réseau}}(Q)$	Intersection de $H_{\text{pompe}}(Q/2)$ avec $H_{\text{réseau}}(Q)$
Limitation	Le débit peut aussi augmenter si la pente du réseau le permet.	Le débit total est limité par l'augmentation des pertes de charge avec Q^2 .

CHAPITRE VI : DIMENSIONNEMENT DES POMPES CENTRIFUGES

VI.1 INTRODUCTION :

Le dimensionnement correct d'une installation de pompage est crucial pour garantir son fonctionnement efficace, fiable et économique. Un mauvais choix de pompe entraîne des conséquences néfastes :

- **Sous-dimensionnement** : La pompe est trop petite. Elle ne peut pas fournir le débit requis dans les conditions de l'installation. Le point de fonctionnement est trop à droite sur sa courbe, la hauteur est insuffisante, le rendement est mauvais, et il y a un risque de cavitation.
- **Sur-dimensionnement** : La pompe est trop grosse. Elle fonctionnera loin de son point de meilleur rendement, souvent en butée à gauche de sa courbe. Cela entraîne une consommation d'énergie excessive, une usure prématurée (vibrations, échauffement), et un coût d'investissement inutilement élevé.

Ce chapitre a pour objectif de fournir les outils et la méthodologie nécessaires pour dimensionner correctement une pompe centrifuge. Nous y aborderons :

- Le calcul des pertes de charge dans les conduites (régulières et singulières).
- La détermination de la résistance hydraulique d'un circuit.
- La construction de la courbe caractéristique d'un réseau.
- La détermination du point de fonctionnement d'une pompe sur un réseau.
- L'analyse des réseaux simples et complexes (série, parallèle, maillé).

VI.2 CHARGE MOYENNE ET COEFFICIENT D'ÉNERGIE CINÉTIQUE (α)

VI.2.1 Rappel : La charge hydraulique (Bernoulli)

Pour un fluide parfait incompressible en écoulement permanent le long d'une ligne de courant, la charge (ou hauteur totale) H est constante :

$$H = \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \quad (\text{Éq. VI.1})$$

Cette équation exprime la conservation de l'énergie mécanique par unité de poids de fluide.

VI.2.2 Problème de la non-uniformité des vitesses

Dans la réalité, pour un fluide visqueux en écoulement dans une conduite, la vitesse n'est pas uniforme dans une section droite. Elle est maximale au centre et diminue jusqu'à s'annuler à la paroi (condition d'adhérence). L'utilisation de la vitesse moyenne $v_m = Q_v/S$ dans le terme d'énergie cinétique $v^2/(2g)$ sous-estime l'énergie cinétique réelle du fluide, car l'énergie cinétique est proportionnelle au cube de la vitesse ($\int v^3 dS$).

VI.2.3 La charge moyenne corrigée

Pour tenir compte de cette non-uniformité, on introduit un **coefficient correcteur** α , appelé **coefficient d'énergie cinétique** ou **coefficient de Coriolis**. La charge moyenne s'écrit alors :

$$H = \alpha \frac{v_m^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \quad (\text{Éq. VI.2})$$

VI.2.4 Définition et signification de α

Le coefficient α est défini à partir du flux d'énergie cinétique à travers une section. Le débit de charge (puissance hydraulique) traversant une section S est :

$$\int_S \left(\frac{p}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} \right) v dS = \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) \int_S v dS + \frac{1}{2g} \int_S v^3 dS = \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) Q_v + \frac{1}{2g} \int_S v^3 dS$$

En introduisant la vitesse moyenne $v_m = Q_v/S$, on peut écrire l'intégrale de v^3 comme :

$$\int_S v^3 dS = v_m^3 S \times \frac{1}{S} \int_S \left(\frac{v}{v_m} \right)^3 dS = v_m^3 S \times \alpha$$

où α est défini par :

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{S} \int_S \left(\frac{v}{v_m} \right)^3 dS} \quad (\text{Éq. VI.3})$$

α est donc la moyenne du cube du rapport des vitesses locales à la vitesse moyenne. Il est toujours supérieur ou égal à 1, et ne dépend que de la forme du profil de vitesse (donc du régime d'écoulement et de la géométrie de la section).

VI.2.5 Valeurs pratiques de α

- **Écoulement laminaire** (profil parabolique dans une conduite circulaire) : le profil de vitesse est $v(r) = 2v_m(1 - (r/R)^2)$. Le calcul de l'intégrale donne $\alpha = 2$. L'énergie cinétique réelle est le double de celle calculée avec la vitesse moyenne.
- **Écoulement turbulent** (profil aplati) : le profil de vitesse est beaucoup plus uniforme. Le coefficient α est proche de 1. Pour les conduites circulaires lisses ou rugueuses en régime turbulent établi, on a typiquement $1,04 < \alpha < 1,1$. Dans la plupart des applications pratiques d'ingénierie, on prend $\alpha = 1$ par simplification (sauf indication contraire pour des calculs de très haute précision).

VI.3 PERTES DE CHARGE : L'ÉNERGIE PERDUE

Définition : Le fluide étant visqueux, une partie de son énergie mécanique est convertie en chaleur par frottement lors de l'écoulement. Cette perte d'énergie se traduit par une diminution de la charge, appelée **perte de charge** (notée ΔH ou J), exprimée en mètres de colonne de fluide.

On distingue deux types de pertes de charge, par leur origine :

- **Les pertes de charge régulières (ou linéaires)** : provoquées par le frottement visqueux du fluide sur une longueur droite de canalisation de section constante.
- **Les pertes de charge singulières (ou locales)** : provoquées par les singularités de la conduite (changements de section, coudes, vannes, raccords, etc.) qui perturbent l'écoulement et génèrent des tourbillons.

VI.3.1 Pertes de charge régulières

Définition : Pertes continues dues au frottement du fluide sur une longueur droite de conduite de diamètre constant, en régime établi.

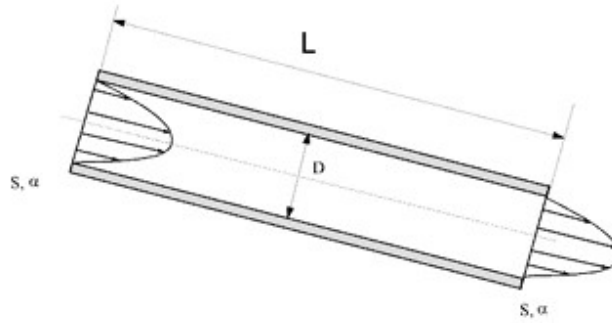


Figure VI. 1: Perte de charge linéaire dans une conduite en régime établi

Légende : Schéma d'une conduite horizontale de diamètre constant. On trace l'évolution de la pression le long de la conduite : elle décroît linéairement avec la distance, la pente étant proportionnelle à la perte de charge par unité de longueur.

VI.3.1.1 Calcul de la perte de charge régulière

Entre deux sections 1 et 2 d'une conduite droite, horizontale et de diamètre constant, espacées d'une longueur L , la perte de charge régulière s'écrit simplement (car $v_1 = v_2$ et $z_1 = z_2$) :

$$\Delta H_{1-2} = H_1 - H_2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (\text{Éq. VI.4})$$

La perte de charge régulière est donc une **perte de pression piézométrique**. La pression diminue linéairement avec la distance.

VI.3.1.2 Formule générale (de Darcy-Weisbach)

Par analyse dimensionnelle, on montre que la perte de charge régulière peut s'exprimer par la formule universelle de **Darcy-Weisbach** :

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Éq. VI.5})$$

Où :

- λ = coefficient de perte de charge régulière (ou coefficient de frottement), sans dimension.
- L = longueur de la conduite (m)
- D = diamètre intérieur de la conduite (m)
- v = vitesse moyenne du fluide dans la conduite (m/s)
- g = accélération de la pesanteur (9,81 m/s²)

VI.3.1.3 Détermination du coefficient λ

Le coefficient λ n'est pas constant. Il dépend de deux paramètres adimensionnels :

1. **Le nombre de Reynolds** $Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{\rho v D}{\mu}$, qui caractérise le régime d'écoulement (laminaire, turbulent).
2. **La rugosité relative** ε/D , où ε (ou k chez certains auteurs) est la rugosité absolue (hauteur moyenne des aspérités de la paroi, en m). ε/D est sans dimension.

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (\text{Éq. VI.6})$$

De nombreuses formules, pour la plupart empiriques, permettent de déterminer λ en fonction du régime. Le diagramme de Moody (voir section VI.3.2) en est la synthèse graphique.

VI.3.1.3.1 Régime laminaire ($Re < 2000$)

L'écoulement est parfaitement ordonné, les filets de fluide sont parallèles. La solution analytique de l'écoulement de Poiseuille dans une conduite circulaire donne une relation simple :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (\text{Éq. VI.7})$$

Caractéristique : Cette formule est valable pour une conduite circulaire et est **indépendante de la rugosité** de la paroi. En effet, en régime laminaire, la sous-couche visqueuse est très épaisse et englobe toutes les aspérités.

VI.3.1.3.2 Régime turbulent lisse ($4000 < Re < \frac{23}{\varepsilon/D}$)

Dans ce régime, la turbulence est modérée. L'épaisseur de la sous-couche laminaire (visqueuse) est encore suffisante pour "noyer" toutes les aspérités de la conduite. Les pertes sont indépendantes de la rugosité.

Formules :

- **Formule de Blasius** (simple, valable pour $Re < 10^5$) :

$$\lambda = 0.316 Re^{-0.25} \quad (\text{Éq. VI.8})$$

- **Formule de Prandtl-Karman** (plus précise, mais implicite en λ) :

- $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (\text{Éq. VI.9})$

Note : "Implicite" signifie que λ apparaît des deux côtés de l'équation, nécessitant une résolution par itérations.

VI.3.1.3.3 Régime turbulent mixte (ou de transition) ($\frac{23}{\varepsilon/D} < Re < \frac{560}{\varepsilon/D}$)

C'est le cas le plus fréquent dans les applications industrielles courantes. Les aspérités commencent à dépasser de la sous-couche laminaire, créant une traînée de forme supplémentaire. λ dépend à la fois de Re et de ε/D .

Formules :

- **Formule de Colebrook** (la plus utilisée, mais implicite) : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.7D} \right) \quad (\text{Éq. VI.10})$

Explication : Le terme $\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}}$ domine aux faibles rugosités (proche du régime lisse), le terme $\frac{\varepsilon}{3.7D}$ domine aux fortes rugosités (proche du régime rugueux).

- **Formule d'Altshoul** (variante, également implicite) : $\lambda = \left[1.8 \log \left(\frac{Re}{Re - \frac{\varepsilon}{10D} + 7} \right) \right]^{-2} \quad (\text{Éq. VI.11})$

VI.3.1.3.4 Régime turbulent rugueux ($Re > \frac{560}{\varepsilon/D}$)

La turbulence est si intense que la sous-couche laminaire est extrêmement mince. Les pertes sont dominées par la traînée de forme autour des aspérités. Le coefficient λ devient **indépendant du**

nombre de Reynolds et ne dépend plus que de la rugosité relative ε/D . Sur un diagramme log-log, les courbes deviennent des droites horizontales.

Formules :

- **Formule de Nikuradzé** (basée sur des expériences avec rugosité artificielle homogène) : $\lambda = \left[2 \log \left(\frac{3.7D}{\varepsilon} \right) \right]^{-2}$ (Éq. VI.12) C'est à partir de ces résultats expérimentaux que l'on a pu définir une **rugosité équivalente** pour les conduites industrielles réelles, dont la rugosité n'est pas homogène.
- **Formule de Blench** (formule explicite simplifiée) : $\lambda = 0.79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}$ (Éq. VI.13)

VI.3.2 Diagramme de Moody

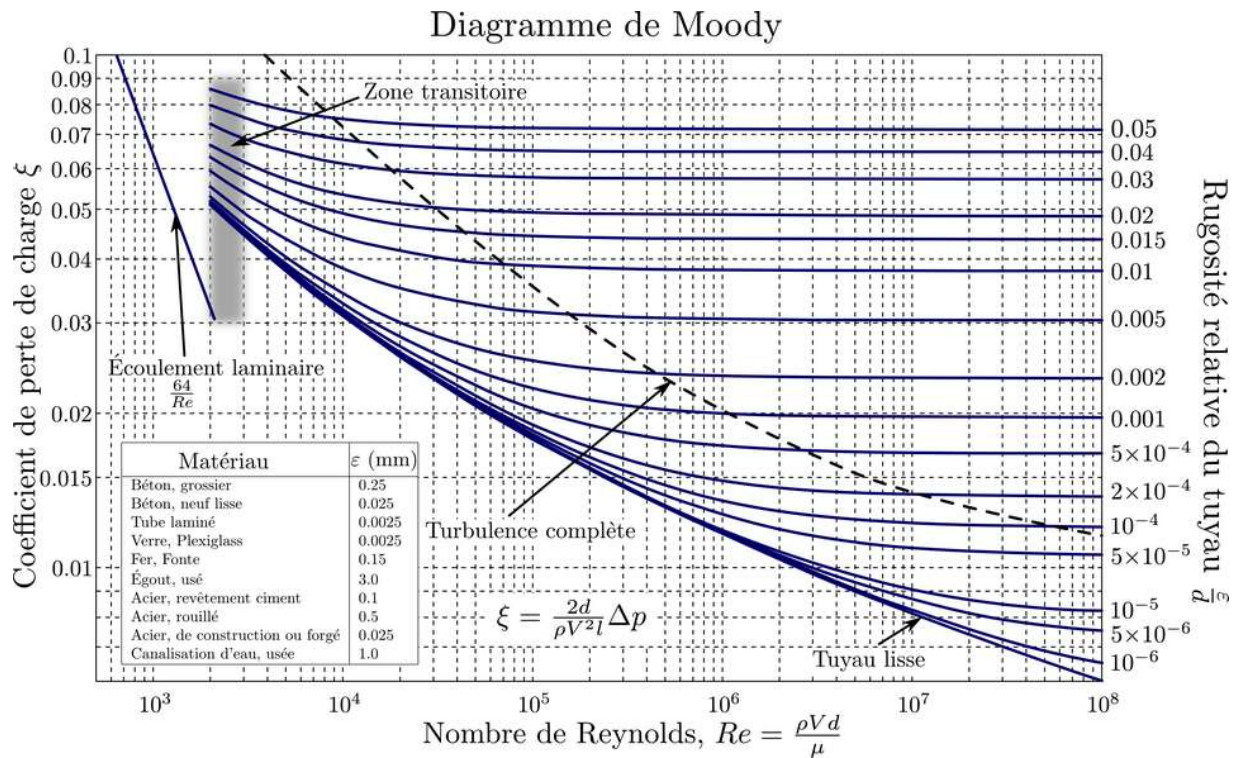


Figure VI. 2: Abaque de Moody - coefficient de pertes de charge régulières de conduites circulaires rugueuses

Graphique en coordonnées log-log. En abscisse, le nombre de Reynolds Re . En ordonnée, le coefficient de perte de charge λ . Une famille de courbes est tracée pour différentes valeurs de rugosité relative ε/D . On distingue les zones laminaire (droite $\lambda = 64/Re$), de transition ($2000 <$

$Re < 4000$), *turbulent lisse* (courbes confondues avec la droite de Prandtl-Karman), *turbulent mixte* (courbes distinctes), et *turbulent rugueux* (droites horizontales).

VI.3.2.1 Qu'est-ce que c'est ?

Le **diagramme de Moody** est un **abaque universel** qui synthétise graphiquement toutes les formules précédentes. Il permet de déterminer rapidement la valeur de λ pour une conduite donnée, quel que soit le régime d'écoulement, en connaissant Re et ε/D .

Il a été établi à partir d'expériences sur des conduites industrielles réelles, et la formule de Colebrook (Éq. VI.10) est l'équation implicite qui permet de tracer les courbes du diagramme.

VI.3.2.2 Comment l'utiliser ?

1. Calculer le nombre de Reynolds Re (abscisse).
2. Connaître ou estimer la rugosité relative ε/D de la conduite (choisir la courbe correspondante).
3. Lire la valeur de λ sur l'axe des ordonnées à l'intersection de la verticale de Re et de la courbe de ε/D .

VI.3.2.3 Formule explicite de Haaland

Pour éviter les itérations nécessaires avec la formule de Colebrook, on peut utiliser une approximation explicite très satisfaisante, la formule de **Haaland** :

$$\lambda \approx \left[-1.8 \log \left(\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} \right)^{1.11} \right) \right]^{-2} \quad (\text{Éq. VI.14})$$

VI.3.2.4 Précision des méthodes

Toutes ces méthodes de détermination de λ restent **approchées**. Il faut considérer une incertitude de l'ordre de $\pm 15\%$ sur le résultat, en raison des variations de rugosité réelle, des tolérances de fabrication, et des imperfections des formules empiriques.

Remarque importante : Le domaine de validité des différentes formules n'est pas très strictement défini, et il peut y avoir des discontinuités si on applique les formules sur toute la plage sans transition. Pour des calculs plus précis, certains constructeurs de conduites fournissent directement les valeurs de pertes de charge de leurs tuyaux, exprimées en mètres de colonne de fluide par mètre linéaire de conduite (j en m/m).

VI.3.3 Pertes de charge singulières

VI.3.3.1 Définition et mécanisme physique

Différence fondamentale avec les pertes régulières :

- **Pertes régulières** : Dissipation par cisaillement visqueux (frottement) dans la couche limite sur les parois.
- **Pertes singulières** : Dissipation par **décollement de la couche limite** et formation de structures tourbillonnaires (zones de recirculation) dans les singularités.

Lorsque l'écoulement rencontre une singularité (changement de direction, élargissement brusque, etc.), il est décéléré ou accéléré de manière non uniforme. Un gradient de pression défavorable peut entraîner un décollement de la couche limite, créant une zone de recirculation où de l'énergie cinétique est dissipée en chaleur par frottement visqueux dans les tourbillons (cascade énergétique).

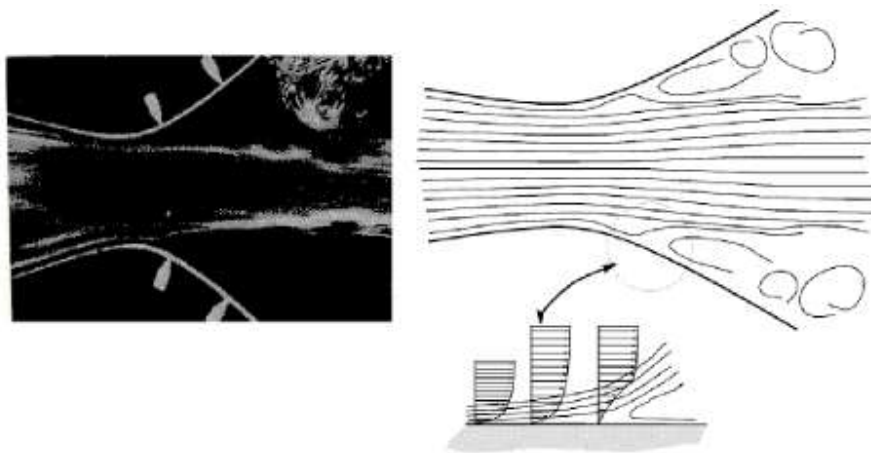


Figure VI. 3: Écoulement dans un divergent – détail du décollement de la couche limite à la paroi

Légende : Schéma d'un divergent (élargissement progressif). On voit la couche limite se détacher de la paroi, créant une zone de recirculation (tourbillon) en aval du décollement.

VI.3.3.2 Formule générale

La perte de charge singulière d'un composant (sans partie mobile, comme un coude, une vanne, un changement de section) entre deux sections 1 et 2 s'exprime par :

$$\Delta H_{1-2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_{m1}^2 - \alpha_2 v_{m2}^2}{2g}$$

L'analyse dimensionnelle montre que cette perte peut être mise sous la forme générale :

$$\boxed{\Delta H = \xi \frac{v^2}{2g}} \quad (\text{Éq. VI.15})$$

où ξ est le **coefficient de perte de charge singulière** (sans dimension), et v est une vitesse de référence (généralement la vitesse dans la conduite en amont ou en aval, selon la convention). Les valeurs de ξ sont tabulées pour les différents types de singularités.

VI.3.3.3 Élargissement brusque et rétrécissement brusque

• Élargissement brusque

En utilisant le théorème de la quantité de mouvement sur un volume de contrôle englobant l'élargissement, et en supposant un écoulement turbulent (répartition de pression hydrostatique dans la section élargie), on démontre la **formule de Bélanger-Carnot** :

$$\Delta H = \frac{(v_{m1} - v_{m2})^2}{2g}$$

Soit, en fonction des sections S_1 et S_2 ($S_1 < S_2$) :

$$\boxed{\Delta H = \frac{v_{m1}^2}{2g} \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2} \quad (\text{Éq. VI.16})$$

Explication physique : Le fluide ne peut pas suivre l'élargissement brutal. Il forme un jet qui se diffuse progressivement dans la section plus large, avec des tourbillons dans les angles morts. Toute l'énergie cinétique correspondant à la "perte de vitesse" ($v_{m1} - v_{m2}$) est dissipée.

En tenant compte du coefficient d'énergie cinétique α , et pour une conduite circulaire de diamètres d (petit) et D (grand), on a :

$$\xi = \alpha \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2 \quad (\text{Éq. VI.17})$$

- **Rétrécissement brusque**

Dans le cas d'un rétrécissement brusque, le coefficient de perte de charge est plus faible que pour un élargissement, car le gradient de pression est favorable (accélération), ce qui limite les décollements. Cependant, le phénomène de **vena contracta** se produit.

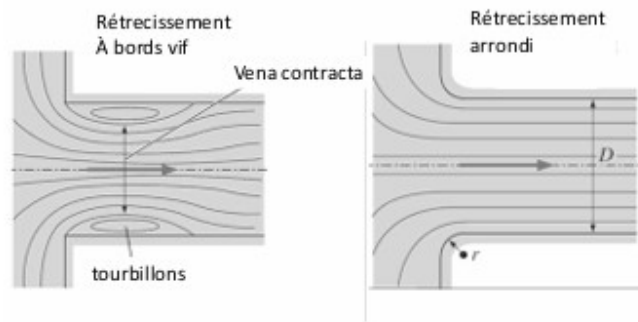


Figure VI. 4: Phénomène de « vena contracta » dans un rétrécissement à bords vifs

Légende : Schéma d'un rétrécissement brusque à bords vifs. Les lignes de courant montrent une contraction du jet en aval de la section réduite (veina contracta), avec formation de deux zones de recirculation dans les angles.

- **Bords vifs** : Le jet se détache des bords et se contracte (veina contracta) avant de se ré-épanouir. La perte de charge est modérée (ξ de l'ordre de 0,5 pour un rapport de section élevé).
- **Bords arrondis** : L'écoulement est beaucoup plus fluide, la veina contracta est atténuée ou supprimée, et la perte de charge est très faible.

VI.3.3.4 Entrée et sortie d'un réservoir

- **Sortie de conduite vers un grand réservoir**

Lorsqu'une conduite se déverse dans un grand réservoir, toute l'énergie cinétique du jet est dissipée en chaleur dans le réservoir. Le coefficient de perte de charge singulière est donc pratiquement égal au coefficient d'énergie cinétique α du fluide dans la conduite :

$$\xi_{\text{sortie}} \approx \alpha$$

En régime turbulent, $\alpha \approx 1$. On prend donc souvent $\xi_{\text{sortie}} = 1$. En régime laminaire, $\alpha = 2$.

- **Entrée de réservoir vers une conduite**

Chapitre VI : Dimensionnement des pompes centrifuges

Dans le cas contraire (prise d'eau dans un réservoir), le coefficient dépend de la géométrie de l'entrée :

- **Entrée brutale (bords droits, non profilée) :** $\xi \approx 0,5$
- **Entrée légèrement évasée :** ξ plus faible (0,2-0,3)
- **Entrée parfaitement profilée (convergente) :** ξ peut être très faible, voire négligeable.

VI.3.3.5 Changement de section progressif

La **figure VI.5** (d'après YUNUS A. CENGEL) donne des valeurs de ξ pour différents types de changements de section progressifs (divergents et convergents).

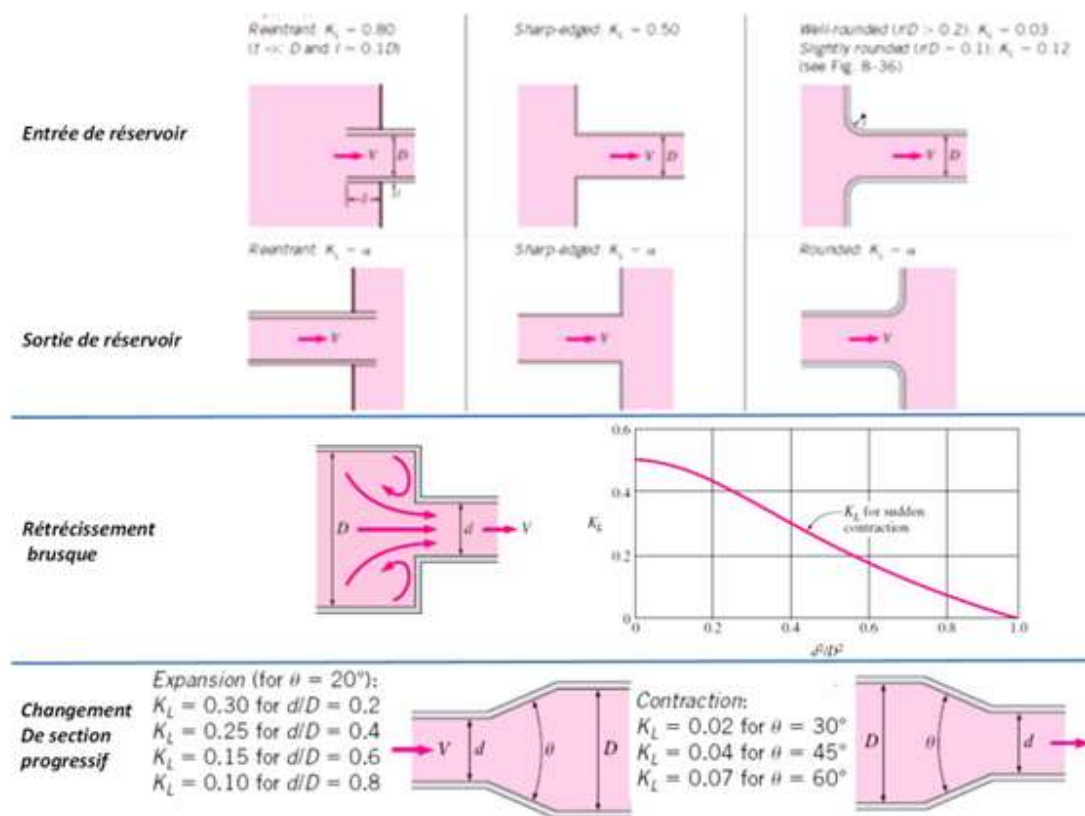


Figure VI. 5: Pertes de charge singulières engendrées par des changements de sections

Légende : Tableau ou graphique donnant les coefficients ξ pour des élargissements et rétrécissements progressifs (coniques) en fonction de l'angle du cône et du rapport des sections.

- **Divergent (élargissement progressif)** : Le décollement de la couche limite est très sensible à l'angle du divergent. Pour un angle trop grand ($> 8^\circ$ environ), le décollement se produit et les pertes deviennent importantes, approchant celles d'un élargissement brusque. Pour un angle faible ($< 8^\circ$), l'écoulement reste attaché et la perte est faible (proche de la perte régulière équivalente).
- **Convergent (rétrécissement progressif)** : Les pertes sont généralement plus faibles que pour un divergent, car le gradient de pression favorable maintient l'écoulement attaché. Cependant, pour des angles très grands, le phénomène de veina contracta peut encore se produire, entraînant des pertes non négligeables.

VI.3.3.6 Changement de direction (coudes)

L'écoulement dans un coude est complexe et tridimensionnel. La force centrifuge crée un gradient de pression radial (pression plus forte à l'extérieur du coude). Ce gradient génère un mouvement secondaire (tourbillons longitudinaux) en forme de double hélice, qui s'ajoute à l'écoulement principal et augmente la dissipation d'énergie.

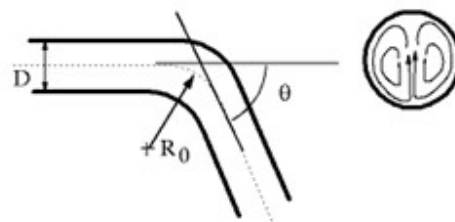


Figure VI. 6: Écoulement dans un coude

Légende : Schéma d'un coude à 90°. On représente schématiquement l'écoulement secondaire (tourbillons) qui se forme.

Une formule empirique (M.A. MOREL, 1994) permet d'estimer le coefficient de perte de charge pour un coude :

$$\xi = \left[0.13 + 0.16 \left(\frac{D}{R} \right)^{3.5} \right] \left(\frac{\theta}{90} \right)^{0.5} \quad (\text{Éq. VI.18})$$

où :

- D = diamètre de la conduite

- R = rayon de courbure moyen du coude (à l'axe)
- θ = angle du coude (en degrés)

VI.3.3.7 Longueur équivalente de conduite

Une méthode pratique pour prendre en compte les pertes singulières dans un calcul de réseau consiste à les exprimer sous forme d'une **longueur équivalente de conduite droite** L_e . On définit L_e telle que la perte de charge singulière soit égale à la perte de charge régulière qu'aurait une longueur L_e de la même conduite droite :

$$\xi \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{L_e}{D} \frac{v^2}{2g} \Rightarrow \xi = \lambda \frac{L_e}{D} \quad (\text{Éq. VI.19})$$

Avantage : Si toutes les conduites du circuit ont le même diamètre, on peut additionner simplement les longueurs réelles L et les longueurs équivalentes $\sum L_e$ pour obtenir une longueur totale fictive, et calculer la perte de charge totale en une seule fois :

$$\Delta H_{\text{total}} = \sum \Delta H_r + \sum \Delta H_s = \lambda \frac{L + \sum L_e}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Éq. VI.20})$$

VI.4 RÉSEAUX DE CONDUITES

VI.4.1 Circuits fermés

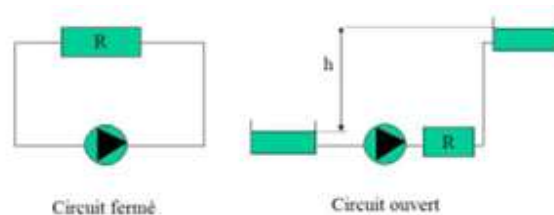


Figure VI. 7: Circuit fermé et circuit ouvert

Légende : Schémas comparatifs. Un circuit fermé (ex: circuit de chauffage) est une boucle sans contact avec l'atmosphère. Un circuit ouvert (ex: conduite reliant deux réservoirs) a une surface libre.

Définition : Un circuit fermé est un circuit totalement rempli de liquide, sans contact avec l'air extérieur (sauf éventuellement un vase d'expansion fermé). C'est le cas typique d'un circuit de chauffage ou de refroidissement.

Caractéristique : Dans un circuit fermé, la gravité et les différences d'altitude n'interviennent pas dans le bilan énergétique global (elles s'annulent sur une boucle). La pompe ne doit vaincre que les pertes de charge du circuit. La relation entre la perte de charge ΔH (fournie par la pompe) et le débit Q_v est donc :

$$\Delta H = R \times Q_v^2 \quad (\text{Éq. VI.21})$$

où R est appelée la **résistance hydraulique** du circuit (en s^2/m^5 ou unités équivalentes). Cette relation est une parabole passant par l'origine.



Figure VI. 8: Caractéristique d'un réseau fermé

Légende : Graphique montrant la courbe $\Delta H = RQ^2$, une parabole.

VI.4.2 Circuits ouverts

Définition : Un circuit ouvert est un circuit où le liquide est en contact avec l'air extérieur à au moins un endroit. C'est le cas, par exemple, d'une conduite reliant deux réservoirs ouverts à l'atmosphère.

Caractéristique : Dans ce cas, la pompe doit vaincre non seulement les pertes de charge, mais aussi la **hauteur géométrique** h , qui est la différence d'altitude entre les surfaces libres des deux réservoirs (ou entre le point de puisage et le point de rejet). La relation devient :

$$\Delta H = h + R \times Q_v^2 \quad (\text{Éq. VI.22})$$

La courbe caractéristique du réseau est une parabole décalée vers le haut d'une hauteur h à débit nul.

VI.4.3 Réseau de conduites en série

Configuration : Plusieurs tronçons de conduite (de diamètres éventuellement différents) sont placés les uns à la suite des autres.

Propriétés :

- Le **débit volumique** est le même dans tous les tronçons : $Q = Q_1 = Q_2 = \dots$
- La **perte de charge totale** est la somme des pertes de charge de chaque tronçon : $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \dots$

Développement mathématique :

Pour un tronçon de conduite avec pertes régulières et singulières, on a $\Delta H_i = R_i Q_i^2$ (en ayant exprimé R_i en fonction de λ , L , D , ξ , etc.).

Pour deux tronçons en série, avec $Q_1 = Q_2 = Q$: $\Delta H_1 = R_1 Q^2$ (Éq. VI.23) $\Delta H_2 = R_2 Q^2$ (Éq. VI.24) $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = (R_1 + R_2) Q^2$ (Éq. VI.25)

Par identification avec $\Delta H = R_{eq} Q^2$, la résistance équivalente pour des tronçons en série est la **somme des résistances** :

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots} \quad (\text{Éq. VI.26})$$

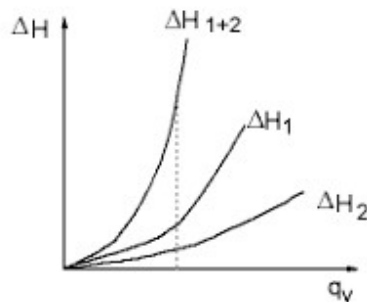


Figure VI. 9: Caractéristique d'un réseau – conduites en série

Légende : Graphique montrant les courbes $\Delta H(Q)$ pour chaque tronçon et la courbe résultante (somme des ΔH à Q donné).

VI.4.4 Réseau de conduites en parallèle

Configuration : Plusieurs tronçons de conduite sont connectés entre deux nœuds communs, offrant des chemins alternatifs pour l'écoulement.

Propriétés :

- La **perte de charge** est la même pour tous les tronçons (car ils sont connectés aux mêmes nœuds) : $\Delta H = \Delta H_1 = \Delta H_2 = \dots$
- Le **débit total** est la somme des débits dans chaque tronçon : $Q = Q_1 + Q_2 + \dots$

Développement mathématique :

Pour chaque tronçon i en parallèle, on a $\Delta H = R_i Q_i^2$, d'où $Q_i = \sqrt{\frac{\Delta H}{R_i}}$.

Pour le circuit équivalent, on a aussi $Q = \sqrt{\frac{\Delta H}{R_{eq}}}$.

En appliquant la conservation du débit : $\sqrt{\frac{\Delta H}{R_{eq}}} = \sqrt{\frac{\Delta H}{R_1}} + \sqrt{\frac{\Delta H}{R_2}} + \dots$

En simplifiant par $\sqrt{\Delta H}$ (non nul), on obtient la relation fondamentale :

$$\frac{1}{\sqrt{R_{eq}}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} + \dots \quad (\text{Éq. VI.27})$$

Pour deux tronçons en parallèle, on peut également exprimer R_{eq} sous une forme plus explicite :

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2})^2} \quad (\text{Éq. VI.28})$$

Propriété importante : La résistance équivalente d'un ensemble de conduites en parallèle est toujours inférieure à la plus petite des résistances individuelles.

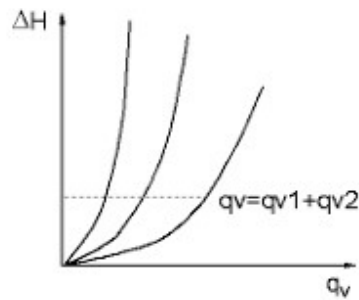


Figure VI. 10: Caractéristique d'un réseau – conduites en parallèle

Légende : Graphique montrant les courbes $\Delta H(Q)$ pour chaque tronçon et la courbe résultante (somme des Q à ΔH donné).

VI.4.5 Problème à trois réservoirs

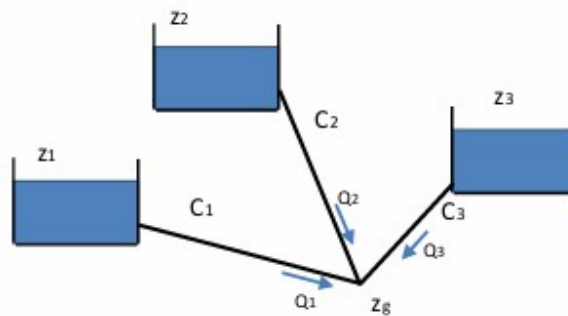


Figure VI. 11: Problème à trois réservoirs

Légende : Schéma montrant trois réservoirs à des cotes z_1, z_2, z_3 reliés par un nœud commun J . Les débits Q_1, Q_2, Q_3 sont conventionnés positifs vers le nœud.

Configuration : Trois réservoirs à des altitudes différentes (z_1, z_2, z_3) sont reliés par un réseau de conduites convergeant vers un nœud unique J . On cherche à déterminer les débits Q_1, Q_2, Q_3 dans chaque branche (sens et grandeur).

Équations du système :

1. **Continuité au nœud (conservation de la masse) :** La somme algébrique des débits au nœud est nulle. En prenant la convention "débit entrant au nœud positif" : $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$ (Éq. VI.29) (Certains débits seront donc négatifs, correspondant à un écoulement sortant du nœud).

2. **Unicité de la charge au nœud** : Au nœud J , la pression (donc la charge $h_J = z_J + p_J/(\rho g)$) est unique, quelle que soit la branche considérée.
3. **Relation perte de charge dans chaque branche** : La perte de charge entre le réservoir i et le nœud J est égale à la différence de charge (qui n'est due qu'à la différence de cote, car les réservoirs sont à pression atmosphérique et vitesses négligeables) : $\Delta H_i = z_i - h_J$ (Éq. VI.30)

En exprimant ΔH_i en fonction du débit (en valeur absolue) et de la résistance de la conduite i ($\Delta H_i = R_i |Q_i| Q_i$, avec le signe de Q_i indiquant le sens), on a un système d'équations à résoudre.

Méthode de résolution (itérative) :

1. Faire une hypothèse sur la valeur de la charge h_J au nœud.
2. Calculer les pertes de charge $\Delta H_i = z_i - h_J$ pour chaque branche.
3. En déduire les débits (en valeur absolue et signe) : $|Q_i| = \sqrt{|\Delta H_i|/R_i}$, le signe étant celui de ΔH_i (si $z_i > h_J$, l'écoulement va du réservoir vers le nœud, donc $Q_i > 0$).
4. Vérifier si l'équation de continuité (Éq. VI.29) est satisfaite (somme nulle).
5. Ajuster h_J (l'augmenter si la somme est positive, la diminuer si elle est négative) et itérer jusqu'à convergence.

VI.4.6 Réseaux complexes

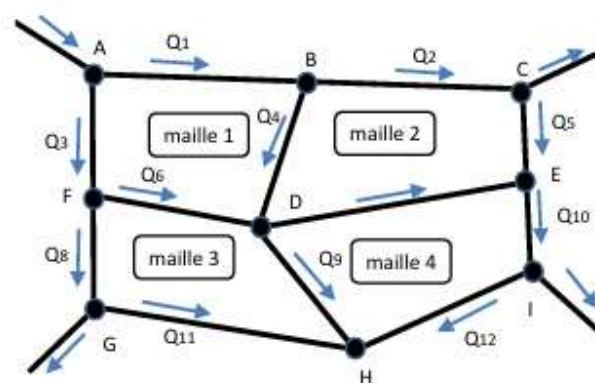


Figure VI. 12: Réseau complexe

Légende : Schéma d'un réseau maillé avec plusieurs nœuds, plusieurs mailles, des entrées et sorties.

Dans les réseaux industriels complexes (réseaux maillés), le problème se résout à l'aide de deux règles fondamentales, analogues aux lois de Kirchhoff en électricité :

1. **Loi des nœuds** : À chaque nœud, la somme algébrique des débits est nulle (conservation de la masse).
2. **Loi des mailles** : Le long d'une maille fermée (parcours orienté revenant à son point de départ), la somme algébrique des pertes de charge est nulle (unicité de la charge à chaque nœud).

La résolution se fait généralement par des méthodes itératives numériques (logiciels), la plus célèbre étant la **méthode de Hardy-Cross**.

VI.4.6.1 Méthode de Hardy-Cross

Principe : Méthode itérative manuelle (ou algorithmique) qui ajuste progressivement une répartition initiale des débits dans chaque tronçon jusqu'à satisfaire la loi des mailles.

Algorithme simplifié :

1. **Initialisation** : Estimer une répartition des débits dans chaque conduite qui satisfait la loi des nœuds.
2. **Pour chaque maille** :
 - Calculer la perte de charge dans chaque tronçon de la maille : $\Delta H_i = R_i |Q_i| Q_i$ (en tenant compte du sens).
 - Calculer la somme algébrique des pertes de charge sur la maille : $\sum \Delta H_i$.
 - Si cette somme n'est pas nulle, calculer une correction de débit ΔQ à appliquer à tous les tronçons de la maille.

Formule de correction : En linéarisant la relation $\Delta H = RQ^2$, on montre que la correction pour une maille est :

$$\Delta Q = -\frac{\sum (R_i Q_i^2)}{2 \sum |R_i Q_i|} \quad (\text{Éq. VI.31})$$

3. **Appliquer la correction** : Ajouter ΔQ (avec son signe) aux débits des tronçons de la maille, en respectant une convention de signe (par exemple, ΔQ est ajouté aux débits dans le sens horaire, retranché à ceux dans le sens antihoraire).

4. **Itérer** : Revenir à l'étape 2 jusqu'à ce que les corrections ΔQ deviennent négligeables.

VI.5 CIRCUITS AVEC MACHINES - THÉORÈME DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉ

VI.5.1 Machine (Pompe ou Turbine)

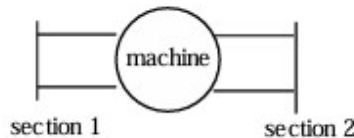


Figure VI. 13: Machine (pompe ou turbine)

Légende : Schéma d'une machine avec ses sections d'entrée (1) et de sortie (2).

Définition : Une machine hydraulique (pompe ou turbine) est un dispositif qui échange de l'énergie avec le fluide qui la traverse.

On définit la **hauteur nette** h_n de la machine comme l'énergie mécanique échangée par unité de poids de fluide. C'est une grandeur algébrique :

$$h_n = \frac{W_n}{g} = H_2 - H_1 \quad (\text{Éq. VI.32})$$

où W_n est l'énergie massique échangée (J/kg), et H_1, H_2 sont les charges totales à l'entrée et à la sortie de la machine.

- **Pompe** (machine génératrice pour le fluide) : $H_2 > H_1$, donc $h_n > 0$. La machine **fournit** de l'énergie au fluide.
- **Turbine** (machine réceptrice pour le fluide) : $H_2 < H_1$, donc $h_n < 0$. La machine **prélève** de l'énergie du fluide.

VI.5.2 Théorème de Bernoulli généralisé

Le théorème de Bernoulli généralisé permet d'écrire le bilan énergétique entre deux sections A et B d'un circuit qui peut contenir une ou plusieurs machines et des pertes de charge.

Pour une pompe (machine génératrice) :

$$\boxed{\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A + h_n = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_{A-B}} \quad (\text{Éq. VI.33})$$

Pour une turbine (machine réceptrice) :

$$\boxed{\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_{A-B} + |h_n|} \quad (\text{Éq. VI.34})$$

Note importante : Les pertes de charge ΔH_{A-B} dans ces équations concernent uniquement les pertes dans les **conduites et accessoires du circuit** entre A et B . Les pertes internes à la machine (hydrauliques, volumétriques, mécaniques) sont déjà prises en compte dans son rendement et ne sont pas ajoutées séparément ici ; la hauteur nette h_n est la hauteur effectivement transmise au fluide.

VI.6 SYNTHÈSE : DÉMARCHE DE DIMENSIONNEMENT

1. Caractériser le circuit

- Identifier tous les tronçons de conduite (longueurs L , diamètres D , matériau/rugosité ε).
- Lister toutes les singularités (coudes, vannes, clapets, filtres, etc.) et leurs coefficients ξ .
- Déterminer la configuration (série, parallèle, complexe) et s'il s'agit d'un circuit ouvert ou fermé (hauteur géométrique h à prendre en compte?).

2. Calculer les résistances hydrauliques

- Choisir un débit de dimensionnement (ou une plage de débits).
- Pour chaque tronçon, calculer la vitesse, le nombre de Reynolds, déterminer le régime d'écoulement et calculer λ (formules ou diagramme de Moody).
- Calculer la résistance hydraulique R_i de chaque tronçon (en s^2/m^5 ou équivalent), en incluant les pertes régulières ($\lambda L/D$) et singulières (ξ) sous la forme $R_i = \frac{8}{\pi^2 g D^4} \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right)$ ou une formule équivalente.

3. Déterminer la caractéristique du réseau

- Pour un circuit simple : établir la relation $\Delta H_{\text{réseau}} = f(Q)$ (parabole).

Chapitre VI : Dimensionnement des pompes centrifuges

- Pour un circuit complexe : utiliser les lois d'association (série, parallèle) ou une méthode de résolution de réseau (Hardy-Cross) pour obtenir la relation globale.

4. Choisir la pompe

- Superposer la caractéristique du réseau $\Delta H_{\text{réseau}}(Q)$ à la (ou aux) courbe(s) de pompe(s) candidates.
- Le point de fonctionnement est l'intersection de la courbe de la pompe et de la courbe du réseau.
- Vérifier que ce point de fonctionnement est dans une plage acceptable : proche du point de meilleur rendement (BEP), avec une marge de sécurité suffisante pour la cavitation (NPSH), et que la puissance motrice est adéquate.

5. Vérifier l'absence de cavitation (voir Chapitre IV)

- Calculer le NPSH disponible ($\text{NPSH}_{\text{dispo}}$) à partir des conditions d'aspiration.
- Lire le NPSH requis ($\text{NPSH}_{\text{requis}}$) sur la courbe de la pompe au point de fonctionnement.
- Vérifier la condition $\text{NPSH}_{\text{dispo}} > \text{NPSH}_{\text{requis}}$ avec une marge de sécurité.

CHAPITRE VII : LES TURBINES HYDRAULIQUES

VII.1 INTRODUCTION

Une **turbine hydraulique** est une machine motrice qui convertit l'énergie hydraulique (potentielle et cinétique) d'un fluide (généralement l'eau) en énergie mécanique disponible sur un arbre rotatif. Elle utilise l'énergie potentielle de l'eau, provenant d'une retenue à un niveau haut (barrage, lac de montagne), ou son énergie cinétique (cours d'eau), pour mettre en mouvement son rotor (roue) et produire du travail. Ce travail est ensuite le plus souvent converti en électricité par l'intermédiaire d'un alternateur.

Les turbines hydrauliques sont des composants clés des centrales hydroélectriques, une source d'énergie renouvelable majeure. Leur conception et leur sélection dépendent fortement des conditions hydrauliques du site : hauteur de chute (dénivelé) et débit disponible.

VII.2 CLASSIFICATION DES TURBINES HYDRAULIQUES

Les turbines hydrauliques peuvent être classées selon plusieurs critères, comme illustré dans la figure VII.1.

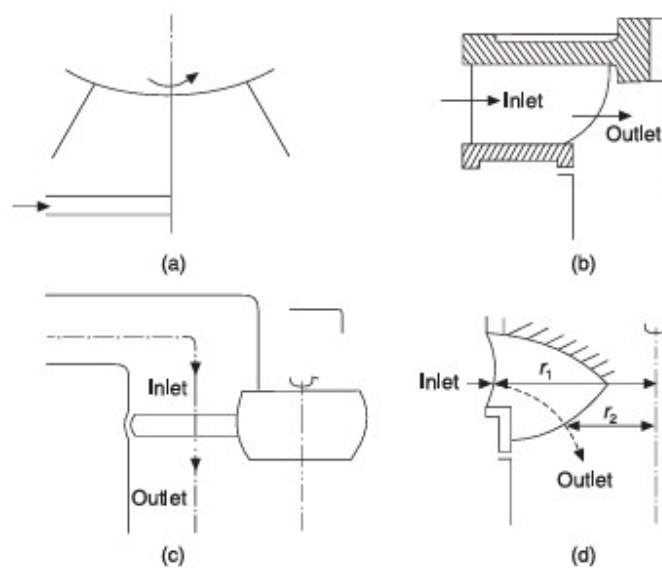


Figure VII. 1: Types de turbines hydrauliques – (a) Écoulement tangentiel (Pelton), (b) Écoulement radial entrant (Francis ancienne), (c) Écoulement axial (Kaplan, hélice), (d) Écoulement mixte (Francis moderne)

VII.2.1 Classification basée sur le type d'énergie à l'entrée de la roue

Type	Principe	Caractéristiques	Exemples
Turbine à action	Toute l'énergie de pression est convertie en énergie cinétique dans l'injecteur avant d'atteindre la roue. La pression dans la roue est constante (égale à la pression atmosphérique ou ambiante).	Adaptée aux très hautes chutes. La roue tourne dans l'air.	Pelton, Turgo, Banki
Turbine à réaction	L'énergie est sous forme cinétique ET de pression à l'entrée de la roue. La pression diminue progressivement dans la roue, contribuant à la production de travail. La roue est complètement immergée.	Adaptée aux moyennes et basses chutes.	Francis, Kaplan, hélice

VII.2.2 Classification basée sur la direction de l'écoulement dans la roue

Type d'écoulement	Description	Exemples	Figure
Tangentiel	Le jet d'eau frappe les augets tangentiellement à la trajectoire de la roue.	Pelton	VII.1(a)
Radial entrant	L'eau entre à la périphérie extérieure de la roue et se dirige radialement vers le centre.	Anciennes Francis, Thomson	VII.1(b)

Type d'écoulement	Description	Exemples	Figure
Radial sortant	L'eau entre au centre de la roue et s'écoule radialement vers l'extérieur (moins courant).	Forneyron	-
Axial	L'écoulement est parallèle à l'axe de rotation de la roue.	Kaplan, hélice	VII.1(c)
Mixte	L'eau entre radialement et sort axialement (ou l'inverse).	Francis moderne	VII.1(d)

VII.2.3 Classification basée sur la hauteur de chute

Type de chute	Plage de hauteur (indicative)	Turbine typique
Très haute chute	$H > 300$ m	Pelton
Haute chute	$100 < H < 300$ m	Pelton, Francis
Moyenne chute	$30 < H < 100$ m	Francis
Basse chute	$2.5 < H < 30$ m	Kaplan, hélice
Très basse chute	$H < 2.5$ m	Turbines bulbes, groupes horloge

VII.2.4 Classification basée sur la vitesse spécifique

La vitesse spécifique n_s (voir Chapitre II) est un paramètre de conception fondamental qui caractérise la forme de la roue.

Vitesse spécifique n_s (turbine, unités métriques)	Type de turbine
$n_s < 60$	Pelton (action)
$60 < n_s < 300$	Francis (réaction)
$n_s > 300$	Kaplan, hélice (réaction axiale)

VII.2.5 Classification basée sur le nom de l'inventeur

De nombreuses turbines portent le nom de leur inventeur :

- **Turbines à action** : Pelton, Girard, Banki-Michell, Turgo
- **Turbines à réaction** : Fourneyron (première turbine à réaction pratique), Jonval, Francis, Dubs, Deriaz, Thomson, Kaplan, Moody, Nagler, Bell

VII.2.6 Classification basée sur la disposition de l'arbre

- **Arbre horizontal** : souvent utilisé pour les petites unités (Pelton, petites Francis) et pour les turbines à action.
- **Arbre vertical** : généralement préféré pour les grandes unités (grosses Francis, Kaplan) car il facilite l'installation de l'alternateur au-dessus et réduit l'emprise au sol.

VII.3 GRANDEURS UNITAIRES

Les performances d'une turbine (débit, vitesse, puissance) dépendent fortement de la hauteur de chute H . Pour pouvoir comparer des turbines de tailles différentes ou prédire le comportement d'une machine sous différentes chutes, on utilise les **grandeurs unitaires**. Ce sont les valeurs que prendraient les grandeurs si la turbine fonctionnait sous une chute unitaire de 1 mètre, tout en restant géométriquement et dynamiquement semblable à elle-même.

VII.3.1 Principe des grandeurs unitaires

Les grandeurs unitaires sont basées sur les lois de similitude. Pour une turbine donnée (géométrie fixe), la vitesse d'écoulement est proportionnelle à $\sqrt{H}$ (Torricelli). Le débit, produit d'une section par une vitesse, est donc aussi proportionnel à $\sqrt{H}$. La puissance, proportionnelle au produit QH , est donc proportionnelle à $H^{3/2}$. La vitesse de rotation, liée à la vitesse périphérique $u \propto \sqrt{H}$, est aussi proportionnelle à $\sqrt{H}$.

VII.3.2 Vitesse unitaire N_u

C'est la vitesse de rotation (en tr/min) qu'aurait la turbine si elle fonctionnait sous une chute de 1 m.

Développement : Soit u la vitesse périphérique, $u = \pi DN/60$. Pour une turbine, $u \propto \sqrt{H}$ (car $u \propto$ vitesse d'écoulement). Donc $N \propto \sqrt{H}$. On peut écrire :

$$N = K_1 \sqrt{H} \quad (\text{Éq. VII.1})$$

Sous chute unitaire ($H = 1$ m), la vitesse correspondante est la vitesse unitaire N_u : $N_u = K_1 \sqrt{1} = K_1$

En substituant K_1 dans (Éq. VII.1), on obtient :

$$\boxed{N_u = \frac{N}{\sqrt{H}}} \quad (\text{Éq. VII.2})$$

VII.3.3 Débit unitaire Q_u

C'est le débit (en m^3/s) que traverserait la turbine sous une chute de 1 m.

Développement : Le débit Q est le produit de la section de passage A (constante pour une turbine donnée) et de la vitesse d'écoulement $V \propto \sqrt{H}$. Donc $Q \propto \sqrt{H}$. On écrit :

$$Q = K_2 \sqrt{H} \quad (\text{Éq. VII.3})$$

Sous chute unitaire ($H = 1$ m), $Q = Q_u = K_2$. D'où :

$$\boxed{Q_u = \frac{Q}{\sqrt{H}}} \quad (\text{Éq. VII.4})$$

VII.3.4 Puissance unitaire P_u

C'est la puissance (en W ou en ch) que développerait la turbine sous une chute de 1 m.

Développement : La puissance hydraulique fournie est $\rho g Q H$. La puissance mécanique développée P est $P = \eta \rho g Q H$, où η est le rendement global. Comme η est supposé constant pour une turbine donnée fonctionnant dans des conditions de similitude, on a $P \propto Q H$. Avec $Q \propto \sqrt{H}$, on obtient $P \propto H^{3/2}$. On écrit :

$$P = K_3 H^{3/2} \quad (\text{Éq. VII.5})$$

Sous chute unitaire ($H = 1$ m), $P = P_u = K_3$. D'où :

$$\boxed{P_u = \frac{P}{H^{3/2}}} \quad (\text{Éq. VII.6})$$

Les grandeurs unitaires sont très utiles pour les essais sur modèles réduits : on mesure N_u, Q_u, P_u sur le modèle, et on peut les utiliser pour prédire les performances du prototype à différentes chutes, à condition que les rendements soient similaires.

VII.4 LA ROUE PELTON (TURBINE À ACTION)

VII.4.1 Description générale

La turbine Pelton est une turbine à action, inventée par Lester Allan Pelton à la fin du XIX^e siècle. Elle est utilisée pour les **très hautes chutes** (généralement au-dessus de 300 m) et les **débits relativement faibles**. Sa vitesse spécifique est basse ($n_s < 60$).

Principe de fonctionnement : L'eau provenant du réservoir (haute pression) est acheminée vers la turbine par une ou plusieurs conduites forcées. À l'extrémité de chaque conduite se trouve un **injecteur** (ou ajutage). Dans l'injecteur, toute l'énergie de pression de l'eau est convertie en énergie cinétique. Un jet d'eau à très haute vitesse émerge de l'injecteur et frappe les **augets** en forme de double cuillère fixés à la périphérie de la roue. Le choc du jet sur les augets et le changement de direction de l'eau (déflexion) transfèrent la quantité de mouvement du jet à la roue, la mettant en rotation. L'eau, après avoir cédé son énergie, tombe dans le canal de fuite (bief aval) à la pression atmosphérique.

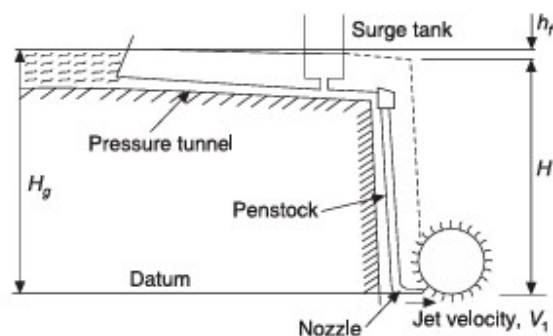


Figure VII. 2: Centrale hydraulique de haute chute (roue Pelton)

Légende : Schéma d'ensemble montrant la retenue d'eau, la conduite forcée, l'injecteur, la roue Pelton avec ses augets, et le canal de fuite.

VII.4.2 Terminologie

- **Hauteur de chute brute (H_g) :** Dénivelé géométrique entre le niveau de la retenue et le niveau du canal de fuite.

- **Hauteur de chute nette (H)** : Hauteur réellement disponible à l'entrée de l'injecteur, après déduction des pertes de charge dans la conduite forcée : $H = H_g - h_f$.
- **Pertes dans la conduite (h_f)** : Pertes par frottement dans la conduite forcée et ses accessoires.
- **Coefficient de vitesse de l'injecteur (C_V)** : Rapport de la vitesse réelle du jet V_1 à la vitesse théorique (Torricelli) $\sqrt{2gH}$: $C_V = \frac{V_1}{\sqrt{2gH}}$ (Éq. VII.7) C_V est typiquement de l'ordre de 0,96 à 0,98.
- **Rendement de l'injecteur (η_N)** : Rapport de l'énergie cinétique réelle du jet à l'énergie potentielle disponible : $\eta_N = \frac{V_1^2/2}{gH} = C_V^2$ (Éq. VII.8)

VII.4.3 Composants de la roue Pelton

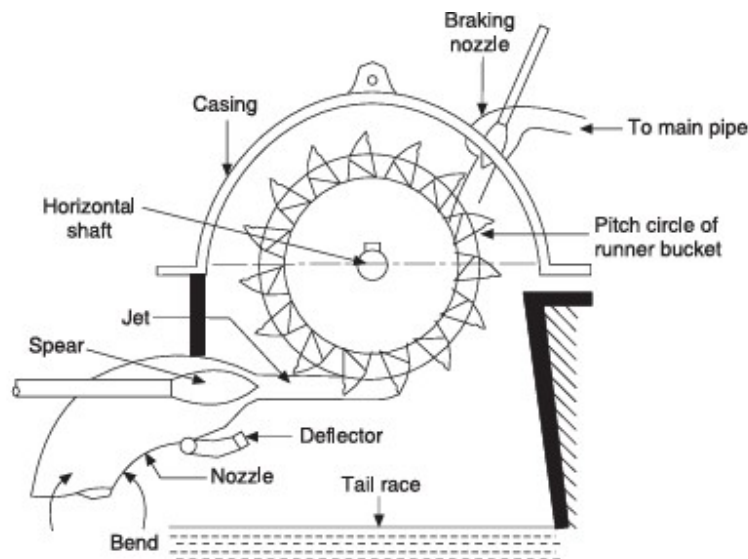


Figure VII. 3: Roue Pelton avec ses principaux composants

- **Injecteur et pointeau (spear)** : L'injecteur est un organe essentiel qui convertit la pression en vitesse. Le **pointeau** est un cône mobile axialement à l'intérieur de l'injecteur. En se déplaçant, il modifie la section de passage du jet, et donc le débit. C'est le principal organe de réglage de la turbine.

- **Défecteur de jet (jet deflector) :** En cas de baisse rapide de la charge (demande de puissance), il faut réduire rapidement le débit pour éviter l'emballement. Mais une fermeture trop rapide de l'injecteur provoquerait un coup de bélier dans la conduite forcée. Le défecteur est un organe de sécurité qui dévie instantanément le jet pour qu'il ne frappe qu'une partie des augets, réduisant ainsi la puissance. Ensuite, le pointeau se ferme progressivement.
- **Jet de freinage (braking jet) :** Pour arrêter complètement la turbine, un petit injecteur auxiliaire dirige un jet d'eau sur le dos des augets, créant un couple de freinage.
- **Roue et augets :** La roue est un disque sur lequel sont fixés (ou usinés) les augets. Chaque auget est divisé en deux parties symétriques par une arête centrale (splitter). L'angle de déflexion du jet est généralement de l'ordre de 165° (et non 180°) pour éviter que l'eau sortant d'un auget ne perturbe l'auget suivant.

VII.4.4 Triangles des vitesses, puissance et rendement

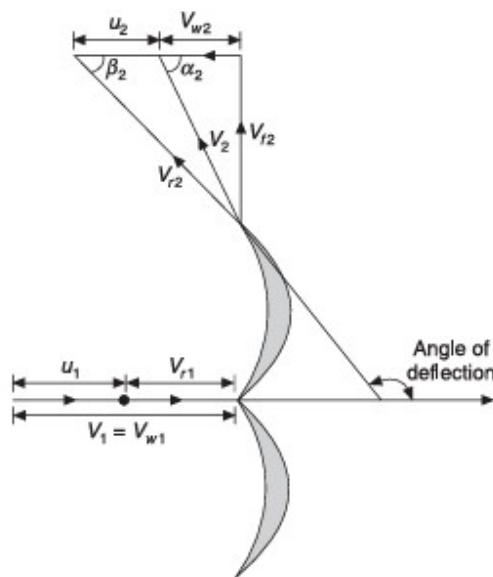


Figure VII. 4: Triangles des vitesses pour une roue Pelton

Schéma de l'auget avec les vecteurs vitesse. À l'entrée (indice 1), le jet est tangentiel, donc $\alpha_1 = 0$. À la sortie (indice 2), la vitesse relative est inversée et légèrement réduite par frottement.

VII.4.4.1 Notations

- V_1 : vitesse absolue du jet à l'entrée ($V_1 = C_V \sqrt{2gH}$)
- u : vitesse périphérique de la roue (au centre du jet) ($u = \pi DN/60$)
- V_{r1} : vitesse relative à l'entrée ($V_{r1} = V_1 - u$)
- V_2, V_{r2}, β_2 : grandeurs à la sortie
- $\dot{m} = \rho Q$: débit massique frappant les augets (si un seul jet, Q est le débit total)

Hypothèses simplificatrices : $u_1 = u_2 = u$ (même rayon pour le jet). Les aubes sont lisses, mais on tient compte du frottement par un coefficient $K = V_{r2}/V_{r1} < 1$ (généralement $K \approx 0.85 - 0.95$).

VII.4.4.2 Force exercée sur les augets

La force exercée par le jet sur les augets dans la direction tangentielle (direction de u) est donnée par le théorème de la quantité de mouvement appliqué à l'écoulement dans l'auget. En projection sur la direction de u :

$$F_x = \dot{m}(V_{u1} - V_{u2})$$

Avec $V_{u1} = V_1$ (car $\alpha_1 = 0$), et $V_{u2} = u - V_{r2} \cos \beta_2$ (en tenant compte de l'inversion du flux). En introduisant $V_{r2} = KV_{r1} = K(V_1 - u)$, on obtient :

$$F_x = \rho Q [V_1 - (u - K(V_1 - u) \cos \beta_2)] = \rho Q (V_1 - u + K(V_1 - u) \cos \beta_2)$$

$$\boxed{F_x = \rho Q (V_1 - u)(1 + K \cos \beta_2)} \quad (\text{Éq. VII.9})$$

VII.4.4.3 Puissance et rendement

La puissance développée par la roue est $P = F_x \times u$:

$$P = \rho Q (V_1 - u)(1 + K \cos \beta_2)u \quad (\text{Éq. VII.10})$$

Le rendement hydraulique de la roue (par rapport à la puissance cinétique du jet $\frac{1}{2} \rho Q V_1^2$) est :

$$\eta_H = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho Q V_1^2} = \frac{2u(V_1 - u)(1 + K \cos \beta_2)}{V_1^2} \quad (\text{Éq. VII.11})$$

VII.4.4.4 Condition de rendement maximum

Le rendement η_H est une fonction de la vitesse périphérique u . Pour trouver la condition de rendement maximum, on dérive η_H par rapport à u et on annule la dérivée :

$$\frac{d\eta_H}{du} = 0 \Rightarrow V_1 - 2u = 0 \Rightarrow \boxed{u = \frac{V_1}{2}} \quad (\text{Éq. VII.12})$$

Condition fondamentale : Le rendement hydraulique d'une roue Pelton est maximal lorsque la vitesse périphérique de la roue est égale à la moitié de la vitesse du jet.

En substituant cette condition dans l'équation du rendement, on obtient le rendement hydraulique maximal :

$$\eta_{H,\max} = \frac{1}{2}(1 + K\cos\beta_2) \quad (\text{Éq. VII.13})$$

Si les pertes par frottement sont négligeables ($K = 1$) et que l'angle de sortie β_2 est tel que $\cos\beta_2 \approx \cos 15^\circ \approx 0.966$, on obtient $\eta_{H,\max} \approx 0.983$ (98.3%). En pratique, avec les pertes, le rendement maximal d'une bonne turbine Pelton est de l'ordre de 90-92%.

VII.4.4.5 Paramètres de conception importants

- **Vitesse du jet :** $V_1 = C_V\sqrt{2gH}$, avec $C_V \approx 0.96 - 0.98$.
- **Vitesse périphérique :** $u = \phi\sqrt{2gH}$, avec $\phi = \frac{u}{\sqrt{2gH}}$. Pour un rendement optimal, $\phi \approx 0.46 - 0.48$ (car $u = V_1/2$ et $V_1 = C_V\sqrt{2gH}$, donc $\phi = C_V/2 \approx 0.48$).
- **Diamètre de la roue :** $D = \frac{60}{\pi N}$.
- **Rapport de jet** $m = D/d$, où d est le diamètre du jet. Généralement, m est compris entre 10 et 20. Un m élevé signifie une roue de grand diamètre par rapport au jet, ce qui est favorable au rendement mais augmente la taille de la machine.

VII.5 TURBINE FRANCIS (TURBINE À RÉACTION)

VII.5.1 Description générale

La turbine Francis, du nom de l'ingénieur américain James B. Francis, est une turbine à réaction à écoulement **radial entrant** (ou **mixte** dans les versions modernes). Elle est la turbine la plus répandue dans le monde pour les **moyennes chutes** (typiquement de 30 à 300 m) et des débits moyens à élevés.

Principe de fonctionnement : L'eau arrive du réservoir par une conduite forcée et entre dans un **carter spirale** (volute) de section décroissante, qui a pour rôle de répartir l'eau uniformément sur toute la périphérie de la roue. Ensuite, l'eau traverse un **distributeur** constitué d'une couronne d'aubes directrices orientables. Ces aubes permettent de régler le débit et de diriger l'eau sur la roue avec un angle d'incidence optimal. L'eau entre alors dans la roue, radialement (par la périphérie) pour les Francis anciennes, ou avec une composante radiale et axiale (mixte) pour les Francis modernes. En traversant la roue, l'eau exerce une force sur les aubes, cédant ainsi son énergie (de pression et cinétique) et mettant la roue en rotation. La pression diminue progressivement de l'entrée à la sortie de la roue. Enfin, l'eau est évacuée par un **aspirateur** (draft tube) qui ralentit l'écoulement et récupère une partie de l'énergie cinétique résiduelle.

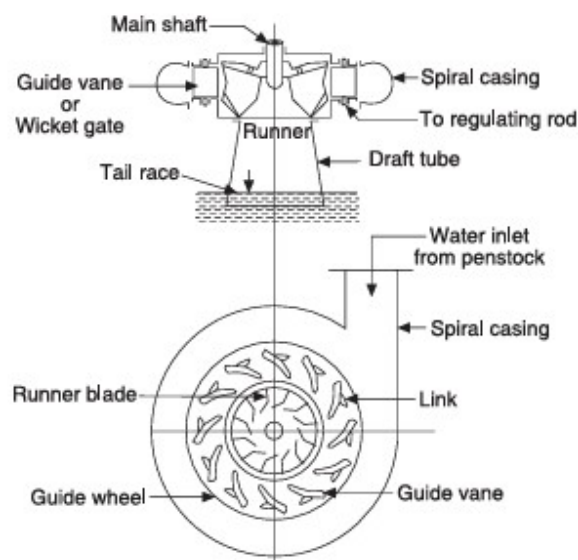


Figure VII. 5: Turbine Francis et ses principaux composants

Légende : Schéma en coupe d'une turbine Francis montrant le carter spirale, le distributeur à aubes orientables, la roue, et l'aspirateur.

VII.5.2 Composants principaux

- **Carter spirale (volute)** : Conduit de section décroissante qui entoure la roue et assure une distribution uniforme de l'eau sur toute sa circonférence.
- **Distributeur (aubes directrices)** : Couronne d'aubes fixes (mais orientables) située juste avant la roue. Leur orientation permet de régler le débit traversant la turbine et de créer un couple de rotation sur l'eau (swirl) pour optimiser l'entrée dans la roue.
- **Roue (runner)** : Partie tournante de la turbine, constituée d'aubes profilées fixées sur un moyeu. La forme des aubes est complexe et varie du type radial au type mixte.
- **Aspirateur (draft tube)** : Conduit divergent situé à la sortie de la roue, qui relie celle-ci au canal de fuite. Son rôle est crucial : il permet de récupérer une partie de l'énergie cinétique de l'eau sortant de la roue en la convertissant en énergie de pression, et permet d'installer la turbine au-dessus du niveau du canal de fuite sans perte de chute nette.

VII.5.3 Triangles des vitesses

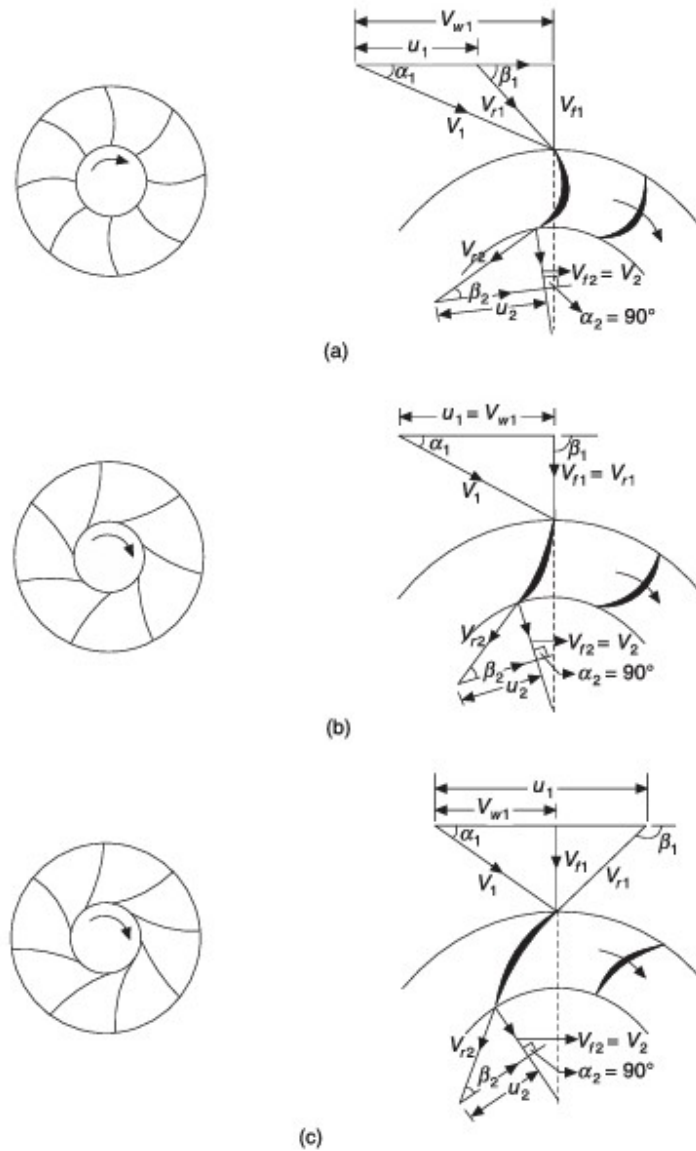


Figure VII. 6: Triangles des vitesses d'entrée et de sortie de la turbine Francis pour différentes vitesses : (a) Lente, (b) Moyenne, (c) Rapide

Les triangles des vitesses à l'entrée (1) et à la sortie (2) de la roue sont essentiels pour l'analyse du fonctionnement. Les indices 1 et 2 se réfèrent à l'entrée et à la sortie de la roue.

VII.5.3.1 Notations

- V : vitesse absolue

- U : vitesse d'entraînement (périphérique)
- V_r : vitesse relative
- V_u : composante tangentielle (tourbillonnaire) de V
- V_m : composante méridienne (dans le plan contenant l'axe) de V
- α : angle de V avec la direction tangentielle
- β : angle de V_r avec la direction tangentielle (angle de l'aube)

À l'entrée (1) : $U_1 = \omega R_1$, $V_{m1} = Q/A_1$ (où A_1 est la section d'entrée), et V_{u1} est déterminé par l'angle des aubes directrices. À la sortie (2) : $U_2 = \omega R_2$, $V_{m2} = Q/A_2$.

VII.5.3.2 Équation d'Euler pour la turbine Francis

La puissance transmise par l'eau à la roue est donnée par l'équation d'Euler (Éq. I.15 appliquée à une turbine, en changeant le signe car c'est le fluide qui fournit le travail) :

$$P = \rho Q(U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}) \quad (\text{Éq. VII.14})$$

La hauteur nette (énergie par unité de poids) utilisée par la turbine est :

$$H_n = \frac{U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}}{g} \quad (\text{Éq. VII.15})$$

VII.5.3.3 Optimisation et triangle de sortie

Pour maximiser l'énergie extraite, on cherche généralement à annuler la composante tourbillonnaire à la sortie de la roue ($V_{u2} = 0$). Cela signifie que l'eau sort de la roue sans swirl, axialement. Dans ce cas idéal, le triangle de sortie est rectangle ($V_2 = V_{m2}$ et $\alpha_2 = 90^\circ$), et l'équation se simplifie :

$$H_n = \frac{U_1 V_{u1}}{g} \quad (\text{Éq. VII.16})$$

C'est la condition de fonctionnement optimal d'une turbine Francis.

VII.5.4 L'aspirateur (draft tube)

L'aspirateur est un élément essentiel des turbines à réaction (Francis et Kaplan).

Rôle :

1. **Récupérer l'énergie cinétique de sortie** : L'eau sort de la roue avec une vitesse V_2 non nulle. En augmentant progressivement la section de l'aspirateur, on ralentit l'eau ($V_3 < V_2$), convertissant ainsi une partie de son énergie cinétique ($V_2^2/2g - V_3^2/2g$) en énergie de pression. Ce gain de pression augmente la hauteur nette effective vue par la turbine.
2. **Permettre l'installation de la turbine au-dessus du niveau du canal de fuite** : Sans aspirateur, la turbine devrait être placée au niveau du canal de fuite pour utiliser toute la chute. Grâce à l'aspirateur, la pression à la sortie de la roue (p_2) peut être inférieure à la pression atmosphérique (dépression), ce qui compense la hauteur de la turbine au-dessus du canal et permet de récupérer la totalité de la chute brute.

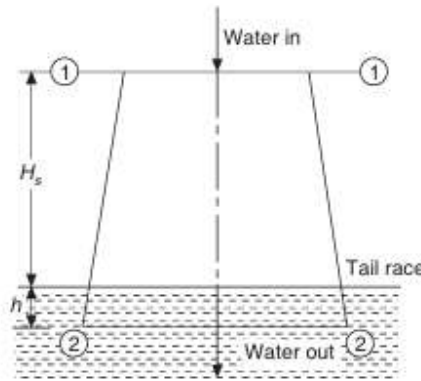


Figure VII. 7: Aspirateur conique

Légende : Schéma d'un aspirateur divergent avec les paramètres géométriques et les sections d'étude (1-1 à l'entrée, 2-2 à la sortie).

VII.5.4.1 Calcul du rendement de l'aspirateur

En appliquant l'équation de Bernoulli entre l'entrée (1) et la sortie (2) de l'aspirateur, en tenant compte des pertes par frottement h_f , on peut montrer que la pression à l'entrée de l'aspirateur (qui est aussi la pression à la sortie de la roue) est :

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - H_s - \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} - h_f \right) \quad (\text{Éq. VII.17})$$

Le terme $\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} - h_f$ représente le gain de charge dû à l'aspirateur.

Le **rendement de l'aspirateur** η_d est défini comme le rapport du gain de charge réel (après déduction des pertes) au gain de charge théorique maximal (si toute l'énergie cinétique était convertie, ce qui est impossible car V_2 ne peut être nulle) :

$$\eta_d = \frac{\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} - h_f}{\frac{V_1^2}{2g}} \quad (\text{Éq. VII.18})$$

En pratique, η_d est élevé (de l'ordre de 80-85%) pour les aspirateurs bien conçus. Pour éviter le décollement de la couche limite (et donc des pertes), l'angle d'ouverture d'un aspirateur conique ne doit pas dépasser 7-8°.

VII.6 TURBINE KAPLAN (TURBINE AXIALE À RÉACTION)

VII.6.1 Description générale

La turbine Kaplan, inventée par l'ingénieur autrichien Viktor Kaplan, est une turbine à réaction à écoulement **axial**. Elle est conçue pour les **basses chutes** (de 2 à 30-40 mètres) et les **très grands débits**. Sa vitesse spécifique est élevée ($n_s > 300$).

Caractéristique principale : Les pales de la roue sont **orientables**. Cela permet d'ajuster leur angle en fonction des variations de débit et de charge, maintenant ainsi un rendement élevé sur une très large plage de fonctionnement. Le distributeur à aubes orientables est également présent.

Principe : L'eau arrive du carter spirale, passe par le distributeur (qui oriente le flux axialement), puis traverse la roue axialement. La roue a la forme d'une hélice de bateau, mais avec des pales profilées. L'énergie (pression et cinétique) est transférée à la roue par la variation de la quantité de mouvement et la chute de pression à travers les pales.

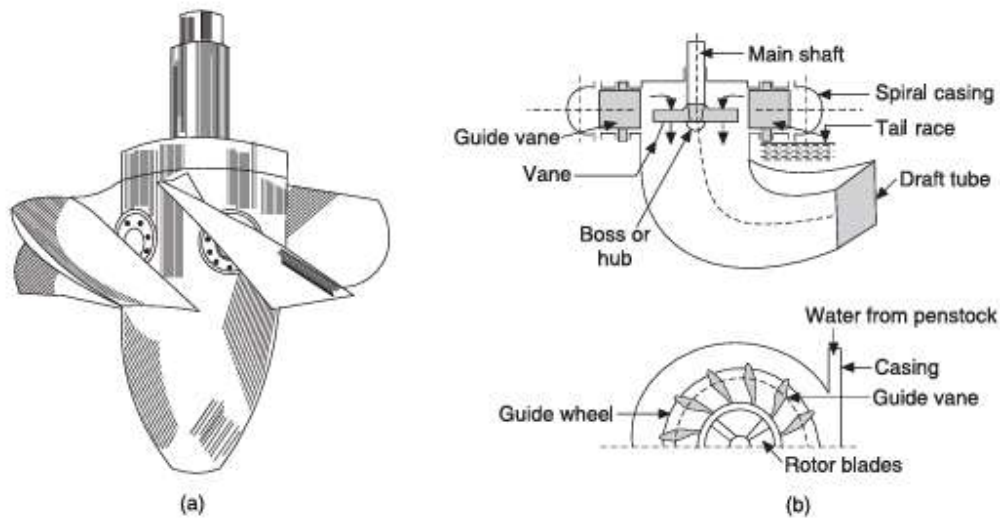


Figure VII. 8: Turbine Kaplan – (a) Roue, (b) Turbine avec composants

Légende : (a) Photo ou schéma d'une roue Kaplan montrant les pales orientables. (b) Schéma en coupe de l'ensemble turbine Kaplan (carter, distributeur, roue, aspirateur).

VII.6.2 Triangles des vitesses et conception

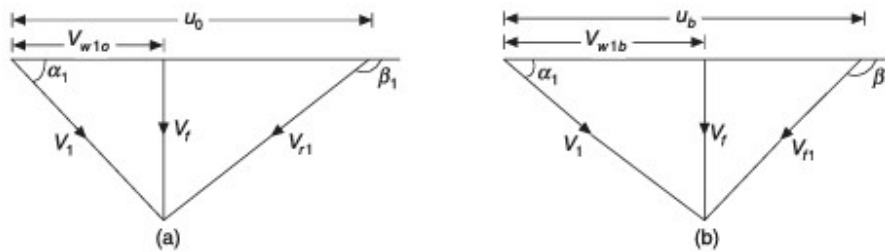
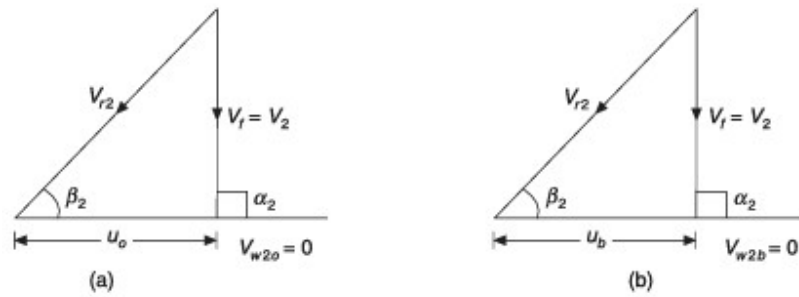


Figure VII. 9: Triangles des vitesses d'entrée – (a) Pour le diamètre extérieur (pointe), (b) Pour le diamètre intérieur (moyeu)



Dans une turbine axiale, la vitesse périphérique u varie avec le rayon ($u = \omega r$). Pour que le travail extrait soit uniforme sur toute la hauteur de la pale, il faut que le produit $V_u u$ soit constant le long de la pale. Cela implique que les angles des pales (β) doivent varier du moyeu à la périphérie : les pales sont donc **vrillées**.

Équations de conception simplifiées :

- Débit : $Q = \frac{\pi}{4}(D_o^2 - D_b^2)V_m$ (Éq. VII.19), où D_o est le diamètre extérieur de la roue, D_b le diamètre du moyeu, et V_m la vitesse méridienne (axiale) supposée constante.
- Vitesse périphérique à un rayon r : $u(r) = \omega r$.
- Pour une conception optimale avec sortie axiale ($V_{u2} = 0$), les angles de sortie des pales (β_2) sont donnés par $\tan\beta_2(r) = V_m/u(r)$.
- Les angles d'entrée (β_1) sont déterminés pour assurer une entrée sans choc, avec une condition de rotation constante ($V_{u1}u = \text{const}$).

L'orientabilité des pales permet de faire varier β_1 et β_2 simultanément pour s'adapter aux variations de débit et de hauteur de chute, maintenant ainsi des triangles de vitesse proches de l'optimum.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Daniel BOUGEARD. *Energétique des machines à fluide incompressible - Pompes, ventilateurs, turbines hydrauliques, éoliennes, réseaux, problèmes d'exploitation* Ecole d'Ingénieurs, Lille 2018
- [2] Mathieu Jenny. *TURBOMACHINES -ENERGIES HYDRAULIQUE ET EOLIENNE-*. École des Mines de Nancy, Université de Lorraine, 2018. Disponible en ligne : <http://energie.mines-nancy.univ-lorraine.fr/depEF/2A/turbo2a.pdf> (consulté le 01 mars 2026).
- [3] VENKANNA, B. K. *Fundamentals of turbomachinery*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2009.
- [4] DIXON, S. Larry et HALL, Cesare. *Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery*. Butterworth-Heinemann, 2013.
- [5] MONIZ, Octo et GIRDHAR, Paresh. *Practical Centrifugal Pumps: Design, Operation and Maintenance (Practical Professional Books from Elsevier)*. Elsevier, 2005.
- [6] KARASSIK, Igor J. *Pump handbook*. 2001
- [7] PANTALE, Olivier. *Machines Mécaniques et Turbomachines. Ecole Nationale Supérieure de Techniques avancées*, 2007, vol. 2008.
- [8] WRIGHT, Terry. *Fluid machinery: performance, analysis, and design*. CRC press, 1999.
- [9] HAMAN, Dorota Z., IZUNO, Forrest T., et SMAJSTRLA, Allen G. *Positive displacement pumps for agricultural applications*. 2005.
- [10] SCHOBELI, Meinhard. *Turbomachinery flow physics and dynamic performance*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [11] KORPELA, Seppo A. *Principles of turbomachinery*. John Wiley & Sons, 2019.
- [12] DUBEY, Maneesh, PRASAD, BVSSS, et NEMA, Archana. *Turbomachinery*. McGraw-Hill Education, 2018.