وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.

جامعة "الجليلالي بونعامة" خميس مليانة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم: علوم التسيير

Université Djilali Bounama
Khemis Meliana
Faculté Science Economique Et
Commerce Et Science De Gestion
Département : Science De Gestion

محاضرات وتمارين في مقياس:

رياضيات مالية.

مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس جميع شعب.

من اعداد:

د. حايد مروان.

أستاذ محاضر "أ" بالكلية.

قدمت يوم:..../..../........

اعتمدت من طرق المجلس العلمي يوم: ..../..../........

السنة الجامعية:

2024-2023

فهرس المحتويات

مقدمة

تعتبر الرياضيات المالية وقوانينها من أهم الطرق التي تؤدي إلى التسوية المالية بين الدائن والمدين في مجال الإقراض المصرفي، باعتبارها أنها ومن خلال مختلف العمليات الحسابية المتعلقة بها نقوم بحساب مختلف الفوائد المترتبة عن عمليات الإقراض المصرفي والتي يتم تطبيق مختلف الأنواع من الفوائد على القروض سيتم التعارف عليها وعلى كيفية حسابها من خلال هذه المطبوعة التي تحتوي علي مجمل المحاور المتعلقة ببرنامج مقياس الرياضيات المالية لتعريف الطالب بالرياضيات الاستثمارية والية احتساب الفائدة من خلال الوصف النظري المفصل ومن خلال التمارين الرياضية المتنوعة بهدف تعريف الطالب بالمعاملات المالية البنكية مثل القروض والفائدة البنكية البسيطة والمركبة، وطريقة سداد الاوراق التجارية، والقروض واستهلاكها.

تهدف هذه المطبوعة إلى توضيح وشرح المفاهيم والأدوات الأساسية في مجال الرياضيات المالية، وذلك من خلال التركيز على محاور رئيسية تشكل أساس فهم هذا المجال الشيق والمعقد. سنستكشف في هذا الكتاب العمليات المالية قصيرة الأجل والطويلة الأجل، وسنتعرض للفوائد البسيطة والمركبة، مع التركيز على تطبيقاتها العملية في تقييم الاستثمارات واختيار المشاريع.

في المحور الأول، سنتناول العمليات المالية قصيرة الأجل التي تعتمد على الفوائد البسيطة. سنبحر في عالم الفوائد البسيطة، ونستعرض كيفية حسابها وتطبيقاتها في مجموعة متنوعة من السيناريوهات المالية. سنستعرض أيضًا مفهوم خصم الديون والأوراق التجارية، ونتناول تكافؤ الأوراق التجارية كأداة أساسية لتمويل الأنشطة التجارية.

أما في المحور الثاني، سنستعرض العمليات المالية طويلة الأجل التي تستند إلى الفوائد المركبة. سنعمق في فهم مفهوم الفائدة المركبة ودورها في زيادة القيمة المالية على مر الزمن. سنتناول أنماط الدفعات المتساوية واستهلاك القروض، موضحين كيفية حساب القيم المستقبلية والقيم الحالية باستخدام الفوائد المركبة. ولنضمن استنتاجات دقيقة، سنركز في النهاية على تقييم واختيار المشاريع باستخدام أدوات رياضيات المالية.

تأتي هذه المطبوعة كدليل عملي ومفيد للطلبة والمهنيين في مجال الأعمال والمالية، ولكل من يرغب في فهم العمليات المالية من منظور رياضي، ستوفر للقراء إطارًا شاملاً لفهم الأسس النظرية وتطبيقاتها العملية، مما سيمكِّنهم من اتخاذ قرارات مالية مستنيرة ومدروسة، سواء في إدارة أموالهم الشخصية أو في تحليل استثماراتهم ومشاريعهم التجارية.

الفصل الاول: الفائدة البسيطة

اولا: تعريف الفائدة البسيطة

يمكن تعريف الفائدة البسيطة في الرياضيات المالية بأنها العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال فترة أو مدة زمنية معينة. فإذا أودع شخص مبلغًا (C) من المال في أحد البنوك لمدة معينة (n) وبمعدل فائدة متفق عليه (t)، فإنه يحصل من البنك في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه (C) بالإضافة إلى الفائدة المستحقة (I) له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك.

كذلك فإن الفائدة هي الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه أموال دائنة في نهاية مدة زمنية معينة، فإذا اقترض شخص مبلغًا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة تم الاتفاق عليه، فانه يدفع إلى البنك في نهاية مدة القرض المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك.

وبالتالي يمكن القول بأن قيمة الفائدة المستحقة (I) عن استثمار مبلغ ما تتوقف على العوامل التالية:

- المبلغ أو الأصل المستثمر، ويُرمز له بالرمز (C).
- معدل الفائدة ويُرمز له بالرمز (t).
- مدة الاستثمار، ويُرمز له بالرمز (n).

ويتم حساب الفائدة البسيطة في العمليات المالية قصيرة الأجل والتي تكون فيها مدة الاستثمار غالبًا اقل من سنتين.

وسوف يتم شرح كيفية إيجاد كل من الفائدة البسيطة، الجملة، الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة بالتفصيل.

ثانيا: حساب الفائدة البسيطة.

يمكن حساب مقدار الفائدة المستحقة على مبلغ ما ولمدة زمنية معينة ولمعدل متفق عليه من خلال استخدام الصيغة التالية:

$$I = (C * t * n)$$ (n) بالسنوات-----

$$I = (C * t * n)/12$$ (n) بالأشهر-----

$$I = (C * t * n)/360$$ (n) بالأيام------

مثال 01:

احسب فائدة مبلغ من المال قيمة 50000دج وظف في بنك لمدة 63 يوم، بمعدل فائدة 9%.

$$I = \frac{50000 * 0.09 * 63}{360} = 787,5$$

ملاحظات عند حساب الفائدة البسيطة:

- يجب أن تتفق وحدات قياس المدة مع معدل الاستثمار عند حساب الفائدة، لذلك يجب أن نتذكر أن المعدل غالبًا يكون سنويًا، وإذا كان معدل الفائدة غير سنوي فإنه يُفضّل تحويله إلى معدل فائدة سنوي، ويتم التعبير عن المعدل في صورة نسبة مئوية أو على صورة كسر عشري، كما يلي: معدل الفائدة 12% سنويًا = 0.12 سنويًا.
- السنة العادية هي السنة التي يكون فيها شهر فبراير 28 يومًا، ويمكن تحديدها بقسمتها على العدد 4 ووجد حاصل القسمة فيه باقي. مثلا: سنة 1990 إذا قُسمت على 4 فإنه يكون هناك باقي، وبالتالي فهي سنة عادية.
- السنة الكبيسة هي التي يكون فيها شهر فبراير 29 يومًا. وتكون السنة كبيسة فى حالة إذا تم قسمة السنة على 4 ووُجد أنها تقبل القسمة على 4 بدون باقي. مثلا، سنة 1992 إذا قُسمت على 4 ينتج 498 بدون باقي، أي أنها سنة كبيسة.

ثالثا: جملة المبلغ المستثمر (At).

هي عبارة عن أصل المبلغ المستثمر مضافًا إليه الفوائد المستحقة ويتم حساب الجملة باستخدام المعادلة التالية:

$$At = C + I = C + \frac{C * t * n}{360}$$
$$\Rightarrow At = C(1 + \frac{t * n}{360})$$

مثال02: احسب جملة المبلغ الموظف في المثال الاول.

الطريقة (01):

$$At = C + I = 50000 + 787.5 = 50787.5$$

الطريقة (02):

$$At = C\left(1 + \frac{t * n}{360}\right) = 50000\left(1 + \frac{0.09 * 63}{360}\right) = 50787.5$$

رابعا: الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية.

1/الفائدة التجارية.

إن الفائدة التجارية هي التي تعتبر أن عدد أيام السنة 360 يومًا، ويُرمز لها بالرمز (Ic)، كما أن الفائدة التجارية هي التي جرى العرف على استخدامها في المعاملات المالية.

2/الفائدة الصحيحة.

الفائدة الصحيحة هي التي يكون فيها عدد أيام السنة = 365 يومًا إذا كانت السنة عادية، حيث يكون شهر فبراير فيها 28 يومًا. أو أن يكون فيها عدد أيام السنة = 366 يومًا إذا كانت السنة كبيسة حيث يكون شهر فبراير فيها 29 يومًا. ويرمز للفائدة الصحيحة بالرمز (Ir).

ونظرًا لأن المقام في معادلة حساب الفائدة التجارية أقل من المقام في معادلة حساب الفائدة الصحيحة، نستنتج من ذلك بأن الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة.

3/العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

يمكن استنتاج العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة كما يلي:

$$Ic = (C * t * n)/360$$

$$Ir = (C * t * n)/365$$

بقسمة طرفي المعادلتين، ينتج أن:

$$\frac{(C * t * n)/360}{(C * t * n)/365} = \frac{Ic}{Ir}$$

وبتبسيط البسط والمقام في الطرف الأيسر، ينتج أن:

$$\frac{73}{72} = \frac{Ic}{Ir}$$

وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد الفائدة التجارية إذا كانت الفائدة البسيطة معلومة لدينا، والعكس صحيح، حيث يمكن استنتاج أن:

$$Ic = Ir\frac{73}{72}$$ أو $$Ir = Ic\frac{72}{73}$$

خامسا: حساب المدة بين تاريخين.

يستلزم الأمر في العديد من تطبيقات الفائدة البسيطة وخاصة عمليات البنوك ومنها عمليات الإيداع والسحب التي نحتاج فيها إلى حساب المدة التي تقع بين تاريخين.

فإذا افترضنا أن شخصًا له حساب جاري في أحد البنوك، وقام هذا الشخص بإيداع مبلغ ما فى البنك في تاريخ معين، فإن هذا التاريخ يسمى تاريخ الإيداع، وإذا قام بالسحب من البنك فى تاريخ معين فإن هذا التاريخ يسمى تاريخ السحب، ولحساب الفوائد المستحقة لهذا الشخص فإنه يلزم حساب المدة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب، والمدة تُحسب بعدد الأيام التي تقع بين هذين التاريخين، ويتم ذلك بحساب المدة الفعلية على أساس عدد الأيام الفعلية لشهور السنة الميلادية.

ويلاحظ أنه يوجد عدد 7 أشهر في السنة الميلادية تحتوي كل منها على 31 يومًا، وهي (جانفي، مارس، ماي، جوان، أوت، أكتوبر وديسمبر). كما أنه يوجد 4 أشهر في السنة الميلادية تحتوي كل منها على 30 يومًا، وهي (إبريل، جويلية، سبتمبر، نوفمبر)، هذا بالإضافة لشهر فبراير الذي قد يكون 28 يومًا في حالة السنة العادية أو 29 يومًا في حالة السنة الكبيسة.

كما يُلاحظ أنه عند حساب المدة بين تاريخين نقوم بإهمال يوم الإيداع أو يوم السحب، وقد جرت العادة على إهمال يوم الإيداع.

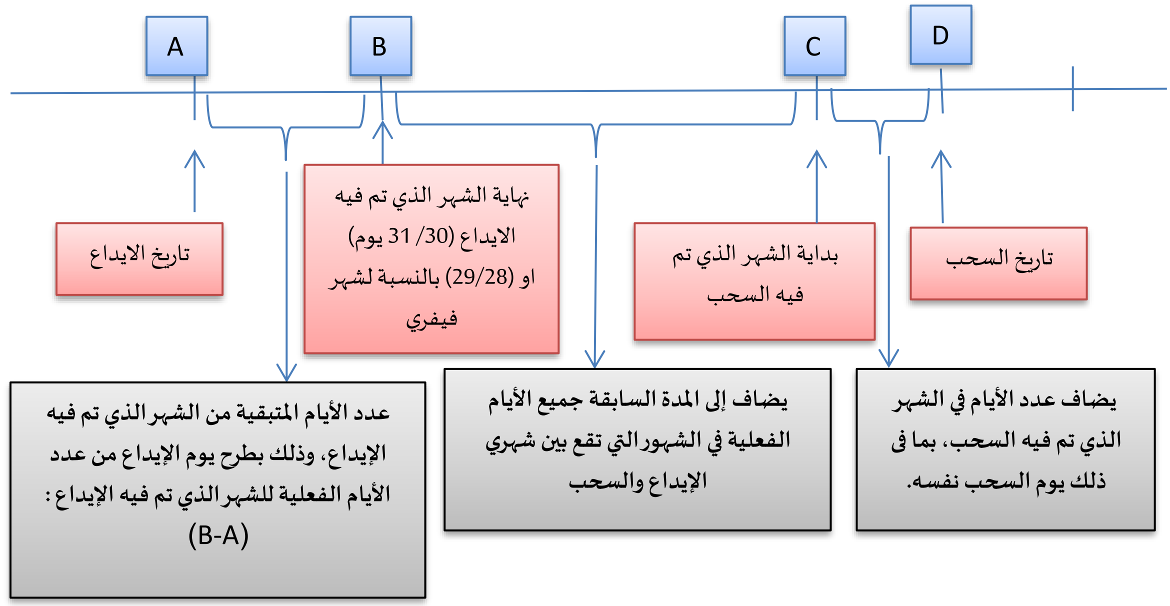
وتتم عملية حساب المدة الفعلية بين تاريخين وفقًا للخطوات التالية:

❖ نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذي تم فيه الإيداع، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذي تم فيه الإيداع.

❖ يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية في الشهور التي تقع بين شهري الإيداع والسحب.

❖ يضاف عدد الأيام في الشهر الذي تم فيه السحب، بما في ذلك يوم السحب نفسه.

المحور الاول: العمليات قصيرة الاجل (بالفائدة البسيطة).



ملاحظات على حساب المدة .

❖ إذا كان المطلوب حساب الفائدة والمدة بالأيام ولم يذكر نوع الفائدة هل هي فائدة تجارية أم صحيحة. ففي هذه الحالة يتم حساب الفائدة التجارية.

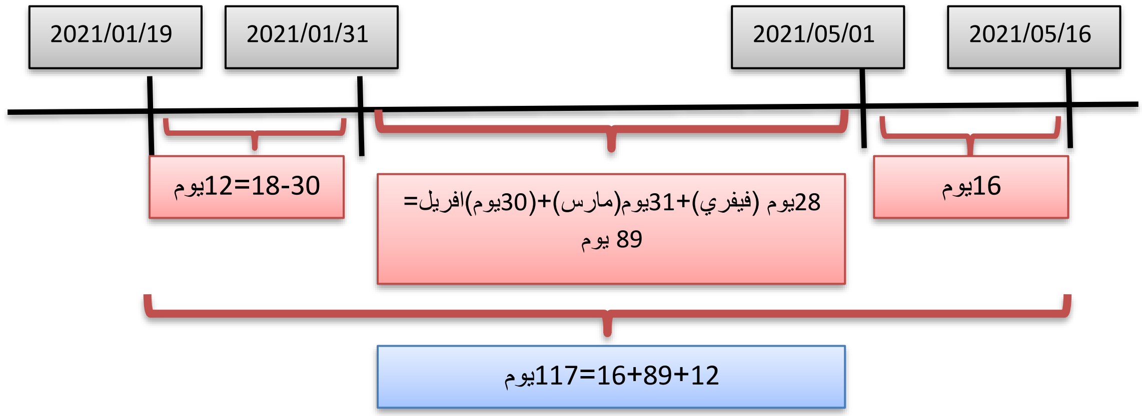
❖ إذا كانت المدة بالأيام ولم تحدد السنة، وكان المطلوب حساب الفائدة البسيطة الصحيحة، فتعتبر السنة عادية وبالتالي يكون عدد أيام السنة 365 يومًا، وبذلك يكون شهر فبراير 28 يومًا.

مثال03: وظف تاجر مبلغ مالي 50000دج بمعدل 6% من (19جانفي 2021 الى غاية 16 ماي 2021)، المطلوب حساب الفائدة والجملة المحصل عليها.

أولا يجب معرفة السنة التي تم فيها التوظيف هل هي سنة عادية او سنة كبيسة لمعرفة عدد أيام شهر فيفري:

$$2021 \div 4 = 505.25$$

سنة التوظيف هي سنة عادية وبذلك شهر فيفري 28يوم.



$$I = \frac{50000 * 0.06 * 117}{360} = 975$$

$$At = C\left(1 + \frac{t * n}{360}\right) = 50000\left(1 + \frac{0.06 * 117}{360}\right) = 50975$$

سادسا: طريقة النمر والقاسم لحساب الفائدة البسيطة.

تقوم هذه الطريقة بتغيير معادلة حساب الفائدة البسيطة حيث يشمل البسط حاصل ضرب المبلغ في المدة ونسميه "الرقم" أو "النمر"(N)، أما المقام فيعبر عنه بحاصل قسمة أيام السنة (360 يوم) على معدل الفائدة ونسميه القاسم (D)، وذلك على النحو التالي:

$$I = \frac{C * t * n}{360} = \frac{(C * n)}{(\frac{360}{t})} = \frac{N}{D}$$

ومنه اختصار العملية الحسابية في جمع عدة فوائد بنفس معدل الفائدة على النحو التالي:

$$I_{total} = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots I_m$$

$$\Rightarrow I_{total} = \frac{(C_1 * n_1)}{(\frac{360}{t})} + \frac{(C_2 * n_2)}{(\frac{360}{t})} + \frac{(C_3 * n_3)}{(\frac{360}{t})} + \cdots + \frac{(C_m * n_m)}{(\frac{360}{t})}$$
$$= \frac{(C_1 * n_1) + (C_2 * n_2) + (C_3 * n_3) + \cdots + (C_m * n_m)}{(\frac{360}{t})}$$

$$\Rightarrow I_{total} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + \cdots + N_m}{(D)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{D}$$

مثال04: احسب باستخدام طريق النمر والقاسم مجموع فوائد المبالغ (80000دج، 100000دج، 120000دج) مستثمرة على التوالي لمدة: (60يوم،80يوم، 50يوم) بمعدل فائدة 12%.

الحل:

$$\Rightarrow I_{total} = \frac{(C_1 * n_1) + (C_2 * n_2) + (C_3 * n_3)}{\left(\frac{360}{t}\right)}.$$

$$\Rightarrow I_{total} = \frac{(80000 * 60) + (100000 * 80) + (120000 * 50)}{\left(\frac{360}{0.12}\right)} = 6266{,}66.$$

السلسلة رقم 01 (الفائدة البسيطة).

التمرين الاول:

أصل بقيمة 28000 دج أودع لدى البنك بمعدل قدره 9% من تاريخ 13 سبتمبر 2020 إلى غاية 27 فيفري للسنة 2021. أحسب الفائدة المحصل عليها في نهاية المدة؟

التمرين الثاني:

رأسمال قدره 8400 دج أنتج فائدة قدرها 231 دج من تاريخ 16 ماي إلى غاية 25 سبتمبر من نفس السنة. أحسب معدل الفائدة؟

التمرين الثالث:

يرغب أحد الاشخاص في توفير مبلغ مالي قدره 152200دج، لتاريخ 22 ماي 2021، ما هو المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 21 جانفي 2021 بمعدل 4% حتى يتحقق هذا الشخص هدفه؟

التمرين الرابع:

بتاريخ 13 ديسمبر 2019 أودع شخص في أحد البنوك مبلغ 12000دج فإذا كان البنك يمنح عملائه فائدة بمعدل 6% سنويا. أحسب ما يستحق هذا الشخص من فائدة في 22 مارس 2020 على أساس:

- ❖ معدل فصلي (ربع سنة)
- ❖ معدل سداسي (نصف سنة)
- ❖ معدل سنوي ثم فسر النتائج؟

التمرين الخامس:

الفرق بين مبلغين 250دج، حيث وظف المبلغ الاكبر لمدة 8 أشهر بمعدل 6% والثاني وظف لمدة 6 أشهر بمعدل 5%، إذا علمت أن فائدة المبلغ الاكبر تساوي ضعف فائدة المبلغ الاصغر. احسب قيمة المبلغين وفوائدهما؟

التمرين السادس:

مجموع ثلاث مبالغ يساوي 36000دج تتناسب مع الاعداد 3، 4، 5، على الترتيب.

1/احسب قيمة كل مبلغ؟

2/ وظفت هذه المبالغ لنفس المدة بمعدل (5%، 4%، 3%) على التوالي، وفي آخر هذه المدة اصبحت القيمة المحصلة لمجموعها 38760دج. أحسب مدة التوظيف؟

التمرين السابع:

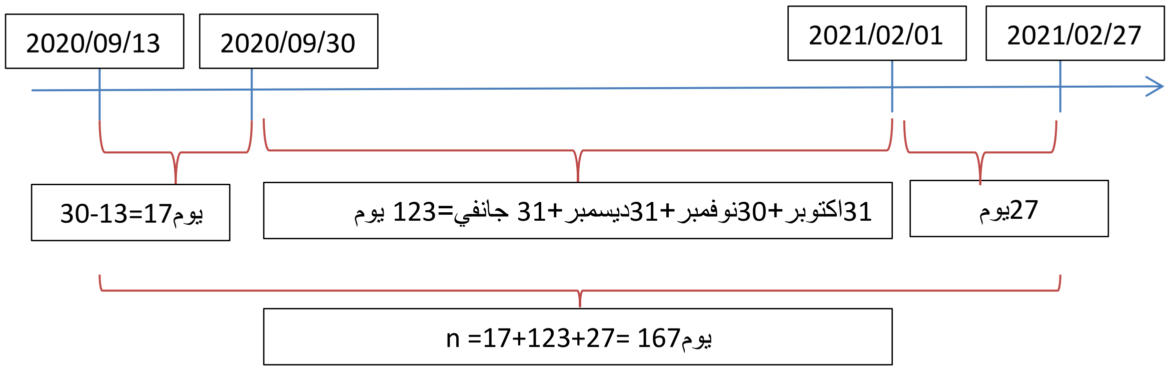
مبلغ مالي قدره 10000دج موظف بفائدة بسيطة بمعدل 8%، وملغ أخر قدره 9600دج موظف بمعدل 10%، أذا علمت أن المبلغين وظفا في نفس التاريخ. أحسب الفترة الزمنية التي تتساوى فيها جملتهما؟

المحور الاول: العمليات قصيرة الاجل (بالفائدة البسيطة).

حل السلسلة رقم 01 (الفائدة البسيطة).

حل التمرين الاول:

1/حساب (n) من تاريخ 13 سبتمبر 2020 إلى غاية 27 فيفري للسنة 2021:

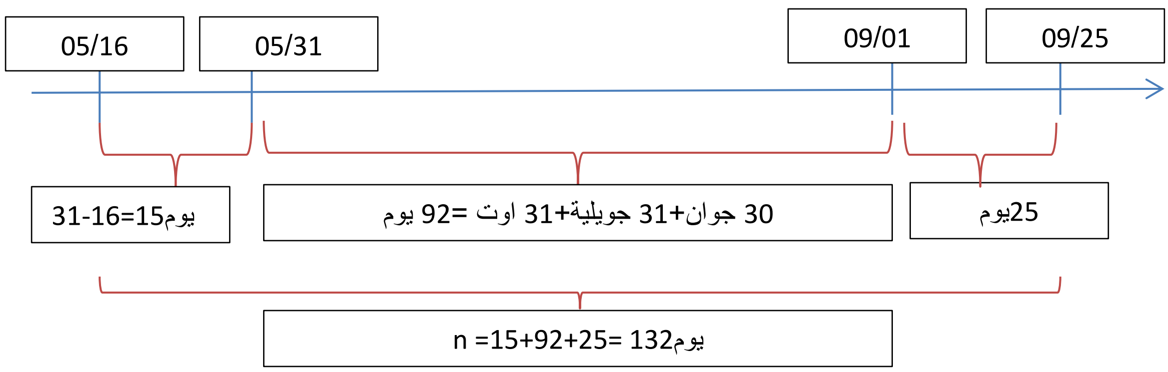


2/حساب الفائدة (I):

$$I = \frac{C * t * n}{360} = \frac{28000 * 0.09 * 167}{360} = 1169$$

حل التمرين الثاني:

1/حساب (n) من تاريخ 16 ماي إلى غاية 25 سبتمبر:



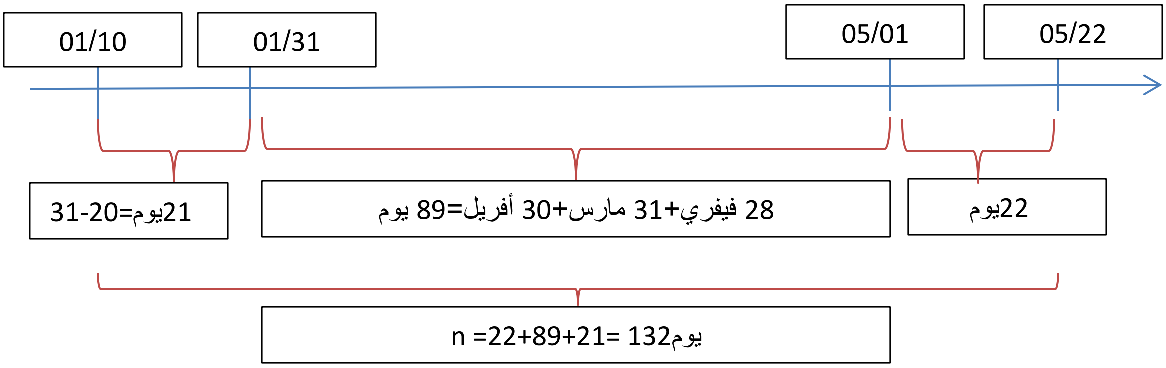
$$I = \frac{C * t * n}{360} \Rightarrow t = \frac{360 * I}{C * n} = \frac{360 * 231}{8400 * 132} = 0,075 = 7.5\%$$

حل التمرين الثالث:

سنة 2021 سنة عادية $[2021/4 = 505,25] \Leftarrow$ فيفري 28 يوم.

1/ حساب (n) من 10 جانفي 2021 الى 22 ماي 2021:

المحور الاول: العمليات قصيرة الاجل (بالفائدة البسيطة).

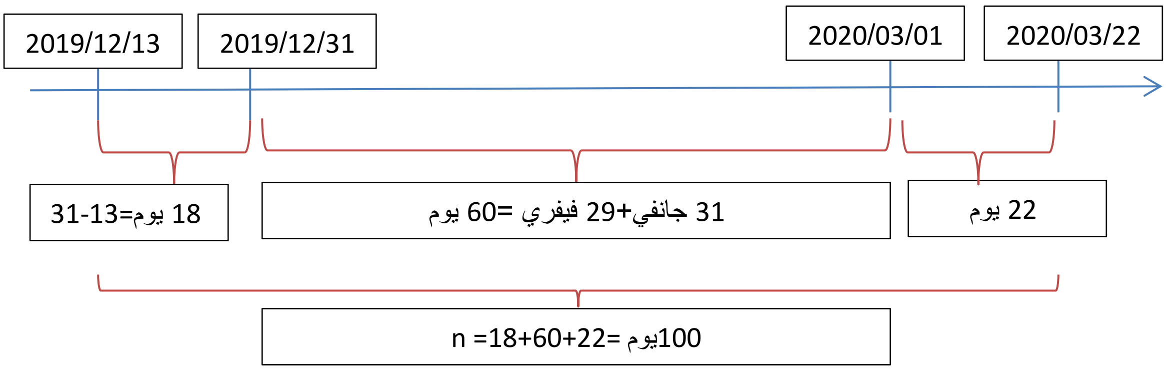


$$A = C * \left(1 + \frac{t * n}{360}\right) \Rightarrow C = \frac{A}{\left(1 + \frac{t * n}{360}\right)} = \frac{152200}{\left(1 + \frac{0.04 * 132}{360}\right)} = 150000$$

حل التموين الرابع:

سنة 2020 سنة كبيسة [2021/4 = 505] ⇐ فيفري 29 يوم.

1/ حساب (n) 13 ديسمبر 2019 الى 22 مارس 2020:



2/ الفائدة المحققة على أساس معدل الفصلي:

$$\begin{cases} 6\% \to 12\ \text{شهر} \\ t_1\% \to 3\ \text{شهر} \end{cases} \Rightarrow t_1 = 1.5\%$$

$$I_1 = \frac{C * t * n}{\frac{360}{4}} = \frac{12000 * 0.015 * 100}{90 = 3\ \text{أشهر}} = 200$$

3/ الفائدة المحققة على أساس معدل سداسي:

$$\begin{cases} 6\% \rightarrow 12_{\text{شهر}} \\ t_1\% \rightarrow 6_{\text{شهر}} \end{cases} \Rightarrow t_1 = 3\%$$

$$I_2 = \frac{C * t * n}{\frac{360}{2}} = \frac{12000 * 0.03 * 100}{180 = 6_{\text{أشهر}}} = 200$$

4/ الفائدة المحققة على أساس معدل سنوي:

$$I_3 = \frac{C * t * n}{360} = \frac{12000 * 0.06 * 100}{360} = 200$$

5/نلاحظ أن الفوائد متساوية وهذا راجع لتناسب المعدل مع المدة.

حل التمرين الخامس:

$C_2 - C_1 = 250 \Rightarrow C_2 = C_1 + 250 \ldots (1)$

$I_2 = 2 * I_1 \ldots (2)$

$C_2 \rightarrow n_2 = 8_{\text{أشهر}} \rightarrow t_2 = 6\%$

$C_1 \rightarrow n_1 = 6_{\text{أشهر}} \rightarrow t_1 = 5\%$

$$I_2 = \frac{C_2 * t_2 * n_2}{12} \Rightarrow I_2 = \frac{(C_1 + 250) * t_2 * n_2}{12}$$

$$I_1 = \frac{C_1 * t_1 * n_1}{12}$$

$$I_2 = 2 * I_1 \Rightarrow \left(\frac{(C_1 + 250) * t_2 * n_2}{12}\right) = 2 * \left(\frac{C_1 * t_1 * n_1}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(C_1 + 250) * 0.06 * 8}{12}\right) = 2 * \left(\frac{C_1 * 0.05 * 6}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \left(C_1 * \frac{0.06 * 8}{12}\right) + 10 = C_1 * \left(\frac{2 * 0.05 * 6}{12}\right)$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{10}{\left(\frac{2*0.05*6}{12}\right) - \left(\frac{0.06*8}{12}\right)} = 1000$$

$$C_2 = C_1 + 250 = 1250$$

$$I_2 = 50 \qquad\qquad I_1 = 25$$

حل التمرين السادس:

1/ ثلاث مبالغ تتناسب مع الاعداد 3، 4، 5، هذا يعني أن:

$$\frac{C_1}{3} = \frac{C_2}{4} = \frac{C_3}{5}$$

$$\frac{C_1}{3} = \frac{C_2}{4} \Rightarrow C_1 = \frac{3C_2}{4} \ldots (1)$$

$$\frac{C_2}{4} = \frac{C_3}{5} \Rightarrow C_3 = \frac{5C_2}{4} \ldots (2)$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 36000 \ldots (3)$$

بتعويض العلاقة (1) و(2) في (3) نجد:

$$\frac{3C_2}{4} + C_2 + \frac{5C_2}{4} = 36000 \Rightarrow 3C_2 = 36000 \Rightarrow C_2 = 12000$$

$$C_1 = 9000$$

$$C_3 = 15000$$

/2

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 38760$$

$$\Rightarrow C_1(1 + \frac{t_1 * n}{360}) + C_2\left(1 + \frac{t_2 * n}{360}\right) + C_3\left(1 + \frac{t_3 * n}{360}\right) = 38760$$

$$\Rightarrow 9000(1 + \frac{0.05 * n}{360}) + 12000\left(1 + \frac{0.04 * n}{360}\right) + 15000\left(1 + \frac{0.03 * n}{360}\right) = 38760$$

$$n = \frac{38760 - (9000 + 12000 + 15000)}{\frac{(0.05 * 9000) + (0.04 * 12000) + (0.03 * 15000)}{360}}$$

$$n = \frac{2760}{\frac{(450) + (480) + (450)}{360}} = 720_{\text{يوم}} = 2_{\text{سنة}}$$

حل التمرين السابع:

جملة المبلغ الاول تساوي جملة المبلغ الثاني يعني:

$$A_1 = A_2 \Rightarrow 10000(1 + \frac{0.08 * n}{360}) = 9600\left(1 + \frac{0.1 * n}{360}\right)$$

$$(10000 + \frac{10000 * 0.08 * n}{360}) = \left(9600 + \frac{9600 * 0.1 * n}{360}\right)$$

$$n = \frac{10000 - 9600}{\frac{(9600 * 0.1) - (10000 * 0.08)}{360}} = \frac{400}{\frac{160}{360}} = 900_{\text{يوم}}$$

الفصل الثاني: خصم الديون قصيرة الأجل

أولا: مفهوم خصم الديون.

عندما يقوم الدائن بتقديم الأوراق التجارية، المتمثلة في الشيك والكمبيالات والسندات، إلى البنك للحصول على قيمتها نقدًا قبل ميعاد استحقاقها، فإن البنك يقوم بخصم مبلغ معين (E) نظير دفع قيمة هذه الأوراق قبل ميعادها، تسمى هذه العملية باسم خصم الديون أو قطعها، وبناءً على ذلك فإن المقصود بخصم الديون هو سداد الديون قبل ميعاد استحقاقها.

وبالتالي يمكن القول بأن قيمة الخصم المستحق (E) تتوقف على العوامل التالية:

- ❖ القيمة الاسمية للورقة التجارية المراد خصمها، ويُرمز له بالرمز (V).
- ❖ معدل الخصم ويُرمز له بالرمز.(t)
- ❖ مدة التي تفرق تاريخ الخصم عن تاريخ استحقاق الورقة التجارية، ويُرمز له بالرمز(n) .

ثانيا: الفرق بين الكمبيالة والشيك والسند الإذني.

❖ **الكمبيالة**: هي صك (محرر) مكتوب وفق أوضاع شكلية، حددها القانون، قابلة للتداول. وتتضمن ثلاثة أطراف، هم: الساحب، والمسحوب عليه والمستفيد، ويتم فيها أمر بالدفع غير مشروط من الساحب إلى المسحوب عليه بأن يدفع مبلغاً من المال في تاريخ محدد أو بمجرد الاطلاع إلى الطرف الثالث وهو المستفيد أو حامل الصك.

❖ **الشيك**: رهو صك (محرر) مكتوب وفق أوضاع شكلية استقر عليها العُرف التجاري، وهو مكون من ثلاثة أطراف، وفيها أمر صادر من صاحب الشيك وهو الساحب إلى طرف آخر مسحوب عليه وهو – في هذه الحالة – البنك، وذلك بأن يدفع البنك مبلغاً من المال للطرف الثالث وهو المستفيد، ويسمى أيضاً حامله أو "لأمره" وذلك عند الاطلاع، أي بمجرد تقديم الشيك.

يشبه الشيك الكمبيالة غير أنه يختلف عنها في أمرين:

- ➢ أنه يكون دائماً مستحق الوفاء بقيمته بمجرد الاطلاع أو تقديمه للبنك لأنه أداة وفاء، ولأنه لا يقوم بوظيفة ائتمان، وإن كان يستعمل كأداة للائتمان في بعض الحالات، فذلك يعتبر عرفاً تجارياً ولكن ليس قانونياً.
- ➢ حيث الشيك مسحوب على بنك أما الكمبيالة فمسحوبة على أشخاص أو جهات أخرى.

❖ **السند الاذني:** هو صك مكتوب في شكل خاص قابل للتداول، وهو يتضمن طرفين فقط. وفيه تعهد المدين (محرر السند) بدفع مبلغ من المال بمجرد الاطلاع أو في ميعاد محدد لأمر أو لإذن شخص آخر هو المستفيد، ويختلف السند عن الكمبيالة في أنه يتضمن طرفين فقط، ويعتبر أداة وفاء إذا كان يستحق السداد بمجرد الاطلاع، وفي هذه الحالة يقوم مقام النقود. ويعتبر أداة ائتمان إذا تضمن أجلاً للوفاء (أي دفع القيمة في تاريخ محدد). والسند الأذني هو الجاري العمل به في مجال البنوك.

❖ **ما معنى البروتستو؟** هو ورقة رسمية يحررها مُحضر من المحكمة، وفيها يثبت امتناع المدين الأصلي (المسحوب عليه) عن السداد للورقة التجارية المقدمة له. وهو إجراء لابد منه إذا أراد حامل الورقة (المستفيد) الاحتفاظ بحقه في الرجوع قانونياً على المدين، ويتبع إجراء البروتستو إجراءات قانونية أخرى من اختصاص المحاكم.

ثالثا: حساب الخصم.

يمكن حساب مقدار الخصم على القيمة الاسمية ما ولمدة زمنية معينة ولمعدل خصم متفق عليه من خلال استخدام الصيغة التالية:

(n) بالسنوات-----

$$E = V * t * n$$

(n) بالأشهر-----

$$E = (V * t * n)/12$$

(n) بالأيام------

$$E = (V * t * n)/360$$

رابعا: الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية.

إن الخصم التجاري هو الذي يعتبر أن عدد أيام السنة 360 يومًا، ويُرمز له بالرمز (Ec)، كما أن الخصم التجاري هو الذي جرى العرف على استخدامه في المعاملات المالية وهو(E).

القيمة الحالية للورقة التجارية (VA).

هي عبارة عن القيمة الاسمية للورقة التجارية ناقص الخصم التجاري.

ويتم حساب الجملة باستخدام المعادلة التالية:

$$VA = V - E = V - \frac{C * t * n}{360} = V(1 - \frac{t * n}{360})$$

مثال01: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 10000دج خصمت قبل تاريخ استحقاقها بـ 100يوم بمعدل خصم 5%، المطلوب حساب قيمة الخصم والقيمة الحالية للورقة التجارية.

الحل:

- قيمة الخصم=

$$E = (V * t * n)/360 = \frac{10000 * 0.05 * 100}{360} = 138,88$$

- القيمة الحالية=

- **طريقة01:**

$$VA = V - E = 10000 - 138.88 = 9861.11$$

- **طريقة02:**

$$VA = V\left(1 - \frac{t * n}{360}\right) = 10000\left(1 - \frac{0.05 * 100}{360}\right) = 9861.11$$

خامسا: الخصم الصحيح (العقلاني) والقيمة الحالية الصحيحة.

هو تخفيض من أصل (القيمة الاسمية للورقة التجارية) الدين لقاء تسديده قبل موعد استحقاقه بمدة معينة.

ويحسب كفائدة بسيطة على المبلغ المدفوع أي على (القيمة الحالية) للفترة بين تاريخ التسديد وتاريخ الاستحقاق.

الخصم الصحيح هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة (VAr).

$$Er = (VA_r * t * n)/360$$

ويلاحظ أنه لو استثمرنا القيمة الحالية الصحيحة طوال مدة الخصم (وهي المدة من تاريخ التسوية أو تاريخ تقديم الأوراق التجارية للقطع حتى تاريخ الاستحقاق) وبمعدل خصم متفق عليه فإن جملتها تُصبح مساوية للقيمة الاسمية (V)، بمعنى آخر ان القيمة الاسمية (V) هي جملة القيمة الحالية الصحيحة (VA_r).

كما يمكن إيجاد القيمة الحالية الصحيحة كما يلي حيث يفرض أن (n) بالسنوات لتسهيل الحساب:

$$V = VA_r(1 + (t * n)) \Leftrightarrow VA_r = \frac{V}{(1 + (t * n))}$$

ويتم حساب الخصم الصحيح باستخدام المعادلة التالية:

الخصم الصحيح (Er)= القيمة الاسمية (V) – القيمة الحالية الصحيحة (VA_r).

$$Er = V - VA_r$$

بالتعويض قيمة (VA_r):

$$Er = V - VA_r = V - \left(\frac{V}{(1 + (t * n))}\right) = V(1 - \frac{1}{(1 + (t * n))})$$

بتوحيد المقام:

$$\Rightarrow Er = V\left(\frac{(1+(t*n)-1}{(1+(t*n))}\right)$$

ومنه يصبح حساب الخصم الصحيح بالعلاقة التالية:

$$\Rightarrow Er = V\left(\frac{(t*n)}{(1+(t*n))}\right) = \frac{(V*n)}{\left(\frac{1}{t}+n\right)}$$

وعند تحويل العلاقة أعلاه بالأيام تصبح:

$$Er = \frac{(V*n)}{\left(\frac{360}{t}+n\right)}$$

مثال02: شخص مدين بمبلغ معين يستحق بعد 6 أشهر وتم تسديده قبل موعده بـ 4 أشهر بمبلغ 600دج فما هو أصل الدين إذا كان الخصم الحقيقي قد جرى بعدل 4%؟

الحل:

$$Er = \frac{VA_r * t * n}{12} = \frac{600 * 0.04 * 4}{12} = 8$$

$$Er = V - VA_r \Rightarrow V = Er + VA_r = 8 + 600 = 608$$

بطريقة أخرى:

$$V = VA_r\left(1+\left(\frac{t*n}{12}\right)\right) \Leftrightarrow V = 600(1+\frac{0.04*4}{12}) = 608$$

سادسا: العلاقة بين الخصم التجاري والخصم العقلاني.

من خلال ما سبق نلاحظ ان الورقة التجارية الواحدة لها قيمتين حاليتين إذا خصمت بالطريقة التجارية والعقلاني، حيث يكون دائما الخصم التجاري أكبر من الخصم العقلاني، لان القيمة الاسمية لأي ورقة تجارية أكبر من قيمتها الحالية.

الفرق بين الخصم التجاري والخصم العقلاني:

$$D = Ec - Er = \left(\frac{V*t*n}{360}\right) - \left(\frac{VAr*t*n}{360}\right)$$

$$= (V - VAr) * \left(\frac{t*n}{360}\right) = \frac{Er * t * n}{360}$$

ومنه نستنتج ان الفرق بين الخصم التجاري والخصم العقلاني ما هي إلا فائدة الخصم العقلاني، وبتعويض قمة الخصم العقلاني في العلاقة اعلاه تصبح:

$$D = \frac{(V * n)}{\left(\frac{360}{t} + n\right)} * \left(\frac{t * n}{360}\right)$$

سابعا: مفهوم الأجيو (AGIO).

إذا قدم الدائن كمبيالة أو سند إذني إلى أحد البنوك للحصول عل قيمتها نقدًا قبل ميعاد استحقاقها، فإن البنك يحل محل الدائن في الحصول على القيمة الاسمية للورقة التجارية من المدين فى تاريخ استحقاقها، وذلك في نظير أن يقوم بخصم مبلغ معين من الدائن مقابل دفع قيمة هذه الورقة قبل ميعاد استحقاقها، هذا بالإضافة إلى الحصول على عمولة معينة متفق عليها من القيمة الاسمية، وتسمى عمولة البنك (غير مرتبطة بالزمن)، زائدة عمولة التظهير (مرتبطة بالزمن)، وكذلك مصروفات تحصيل على القيمة الاسمية للورقة التجارية وتكون قيمة ثابتة ولا تدخل المدة أو معدل الخصم في الاعتبار.

وبناءً على ما سبق فإن مصاريف الأجيو (AGIO) تتكون من الخصم التجاري وعمولة البنك وعمولة التظهير ومصاريف التحصيل.

الأجيو (AGIO) = الخصم التجاري (E) +عمولة البنك (B) +عمولة التظهير(H)+ مصاريف التحصيل(Z).

$$AGIO = E + B + H + Z$$

ومنة **صافي الخصم** (Av_{net}) أو صافي قيمة الورقة التجارية = القيمة الاسمية (V)– الأجيو(AGIO).

$$VA_{net} = V - AGIO$$

و**معدل الخصم الحقيقي** (**tr**) الذي يحسب على الاجيو = الأجيو (AGIO)÷ (القيمة الاسمية(V) × المدة(n))

$$t_{reel} = (AGIO * 360)/(V * n)$$

مثال02:

بتاريخ 2021/04/17 تم خصم ورقة تجارية بمعدل 6% فكان خصمها التجاري يساوي 48دج، إذا علمت ان قيمتها الاسمية 24000دج،

المطلوب:

1–حساب تاريخ استحقاقها،

2-المبلغ الكلي للاجيو إذا كان:

- معدل العمولة البنك 0.2% (غير مرتبطة بالزمن).
- عمولة مرتبطة بالزمن 0.2%.
- عمولة ثابتة 5دج.

3-صافي ما تحصل عليه صاحب الورقة التجارية.

4-معدل الخصم الحقيقي الذي طبقه البنك.

الحل:

1-

$$E = (V * t * n)/360 \Leftrightarrow n = \frac{E * 360}{V * t} = \frac{48 * 360}{24000 * 0.06} = 12_{\text{يوم}}$$

تاريخ الاستحقاق هو:

2021/04/17 + (12يوم)=2021/04/29

2-

$$AGIO = E + B + H + Z$$

$$AGIO = 48 + (24000 * 0.002) + (24000 * 0.002 * \frac{12}{360}) + 5$$

$$AGIO = 102{,}6$$

3-

$$VA_{net} = V - AGIO = 24000 - 102{,}6 = 23897{,}4$$

4-

$$t_{reel} = \frac{AGIO * 360}{V * n} = \frac{102{,}6 * 360}{24000 * 12} = 0{,}12825 = 12{,}825\%$$

السلسلة رقم 2 (خصم الاوراق التجارية).

التمرين الاول:

1/ ورقة قيمتها 15000دج تم خصمها ب 10% في 13 أكتوبر 2020 فكانت قيمة الخصم 400دج.

- ❖ حدد تاريخ استحقاق هذه الورقة ثم أحسب قيمتها الحالية؟

2/ بنك يقدم 9% كمعدل خصم تجاري على الأوراق التجارية. احسب القيم الاسمية لهذه الاوراق إذا تلقى الزبون:

- ❖ 35000دج لمدة 45 يوما؛
- ❖ 22740دج لمدة 7 أشهر.
- ❖ 22000دج للفترة من 6 سبتمبر –30 ديسمبر من نفس السنة.

3/ بنك يمنح قيمة 4875دج لزبون بعد خصم ورقة 5000 دج مستحقة بعد 75 يوما. ما هو معدل الخصم؟

التمرين الثاني:

اشترى شخص سيارة بقيمة 115000دج، واتفق مع البائع على دفع 30000دج فقط وتحرير كمبيالة بباقي تستحق بعد 200 يوم من تاريخ الشراء بحيث لو خصمها البائع في يوم تحريرها بمعدل 9% سنويا لحصل على باقي المبلغ. احسب القيمة الاسمية للكمبيالة؟

التمرين الثالث:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000دج خصمت قبل تاريخ استحقاقها ب36 يوم بمعدل 5%، حساب مقدار الخصم الحقيقي والتجاري والفرق بينهما، وماذا يمثل هذا الفرق؟

التمرين الرابع:

بتاريخ 02 جوان قامت مؤسسة لبيع مواد البناء بخصم ثلاثة أوراق تجارية:

- ❖ 98000دج تستحق في 02 جويلية.
- ❖ 126000دج تستحق في 31 أوت.
- ❖ 72000دج تستحق في 30 أكتوبر.

وذلك بمعدل خصم 9%. أحسب الخصم الإجمالي والقيمة الحالية الإجمالية؟

المحور الاول: العمليات قصيرة الاجل (بالفائدة البسيطة).

التمرين الخامس:

1/بتاريخ 2021/04/17 تم خصم ورقة تجارية بمعدل 3% فكان خصمها التجاري يساوي 240دج، إذا علمت أن قيمتها الاسمية 24000دج. احسب تاريخ استحقاقها؟

2/أحسب قيمة AGIO إذا كان يحتوي بالإضافة الى الخصم على:

- عمولة التظهير (مرتبطة بالزمن) بمعدل 0.2%.
- مصاريف التحصيل (غير مرتبطة بالزمن) 0.1%
- عمولة ثابتة 10دج.

3/ صافي ما تحصل علية صاحب الورقة؟

4/ معدل الخصم الحقيقي الذي طبقة البنك؟

التمرين السادس:

ورقة تجارية تم خصمها بمعدل 3% فكانت قيمتها الحالية 33233دج ولو خصمت قبل تاريخ استحقاقها بـ 15 يوم لانخفضت قيمة الخصم بـ 125.25دج عن قيمة الخصم الأول.

1/ احسب القيمة الاسمية لهذه الورقة.

2/ المدة الباقية لاستحقاق عند الخصم الأول.

حل السلسلة رقم 2 (خصم الاوراق التجارية)

حل التمرين الاول:

/1

❖ تاريخ الاستحقاق:

$$E=\frac{V*t*n}{360}\Rightarrow n=\frac{E*360}{V*t}=\frac{400*360}{15000*0.09}=96_{\text{يوم}}$$

2020/10/13 + 96يوم = 17جانفي 2021.

❖ القيمة الحالية:

الطريقة 1:

$$VA=V-E=15000-400=14600$$

الطريقة 2:

$$VA=V*\left(1-\frac{t*n}{360}\right)=15000\left(1-\frac{0.1*96}{360}\right)=14600$$

/2

❖ القيمة الاسمية إذا كانت القيمة الحالية 3500000دج لمدة 45 يوما؛

$$VA=V*\left(1-\frac{t*n}{360}\right)\Rightarrow V=\frac{VA}{\left(1-\frac{t*n}{360}\right)}=\frac{35000}{\left(1-\frac{0.09*45}{360}\right)}=35398{,}23$$

❖ القيمة الاسمية إذا كانت القيمة الحالية 22740دج لمدة 7 أشهر.

$$VA=V*\left(1-\frac{t*n}{12}\right)\Rightarrow V=\frac{VA}{\left(1-\frac{t*n}{12}\right)}=\frac{22740}{\left(1-\frac{0.09*7}{12}\right)}=24000$$

❖ القيمة الاسمية إذا كانت القيمة الحالية 22000دج للفترة من 6 سبتمبر -30 ديسمبر.

6 سبتمبر -30 ديسمبر: n = 115

$$VA=V*\left(1-\frac{t*n}{360}\right)\Rightarrow V=\frac{VA}{\left(1-\frac{t*n}{360}\right)}=\frac{22000}{\left(1-\frac{0.09*115}{360}\right)}=22651{,}22$$

/3

$$VA=V*\left(1-\frac{t*n}{360}\right)\Rightarrow t=(1-\frac{VA}{V})*\left(\frac{360}{n}\right)=(1-\frac{4875}{5000})*\left(\frac{360}{75}\right)=0.12=12\%$$

حل التمرين الثاني:

القيمة الحالية للكمبيالة قبل 200 يوم من تاريخ استحقاقها تساوي:

$$VA = 115000 - 30000 = 85000$$

حساب القيمة الاسمية للكمبيالة:

$$VA = C * (1 - \frac{t * n}{360}) \Rightarrow C = \frac{VA}{(1 - \frac{t * n}{360})} = \frac{85000}{(1 - \frac{0.09 * 200}{360})} = 89473{,}68$$

حل التمرين الثالث:

❖ **الخصم التجاري:**

$$E_c = \frac{V * t * n}{360} = \frac{20000 * 0.05 * 36}{360} = 100$$

❖ **الخصم الحقيقي:**

$$E_r = \frac{(V * n)}{\left(\frac{360}{t} + n\right)} = \frac{(20000 * 36)}{\left(\frac{360}{0.05} + 36\right)} = 99{,}5025$$

❖ **الفرق بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:**

$$D = 100 - 99.5 = 0{,}4975$$

وهي فائدة الخصم الحقيقي ويمكن اثبات ذلك:

$$D = \left(\frac{E_r * t * n}{360}\right) = 99{,}5025 * \left(\frac{0.05 * 36}{360}\right) = 0{,}4975$$

حل التمرين الرابع:

يمكن حل التمرين باستعمال طريقة النمو والقاسم حسب الجدول التالي:

رقم الورقة	القيمة الاسمية (C_i)	تاريخ الاستحقاق	مدة الخصم(n_i)	النمر$(C_i * n_i)$	القاسم$\left(\frac{360}{t=0.09}\right)$
1	98000	2 جويلية	30	2940000	4000
2	126000	31 أوت	90	11340000	
3	72000	30 أكتوبر	150	10800000	
المجموع	296000			25080000	
الخصم الاجمالي	$E = \frac{25080000}{4000} = 6270$				
القيمة الحالية الاجمالية	$VA = V - E = 296000 - 6270 = 289730$				

حل التمرين الخامس:

/1

$$E = \frac{V * t * n}{360} \Rightarrow n = \frac{E * 360}{V * t} = \frac{240 * 360}{24000 * 0.03} = 120_{\text{يوم}}$$

2021/08/15 =يوم120+ 2021/04/17

/2

$$AGIO = \text{الخصم} + \text{عمولة التظهير} + \text{مصاريف التحصيل} + \text{عمولة ثابتة}$$

$$AGIO = 240 + \left(\frac{24000 * 0.002 * 120}{360}\right) + (24000 * 0.001) + 10$$

$$AGIO = 240 + 16 + 24 + 10 = 290$$

/3

$$VA_{\text{الصافية}} = V - AGIO = 24000 - 290 = 23\,710$$

/4

$$AGIO = \frac{V * t_{reel} * n}{360} \Rightarrow t_{reel} = \frac{AGIO * 360}{V * n} = \frac{290 * 360}{24000 * 120} = 0{,}03625$$
$$= 3.625\%$$

حل التمرين السادس:

/1

$$VA_1 = V - E_1 \dots \dots (1)$$
$$E_1 = E_2 + 125{,}25 \dots \dots (2)$$
$$E_2 = \frac{V * t * n_2}{360} = \frac{V * 0.03 * 15}{360} \dots \dots (3)$$

بتعويض (2) و (1):

$$VA_1 = V - (E_2 + 125{,}25) \dots (4)$$

بتعويض (3) في (4):

$$VA_1 = V - \left(\frac{V * t * n_2}{360} + 125{,}25\right) \Rightarrow 33233 = V - \frac{V * 0.03 * 15}{360} - 125{,}25$$

$$V = \frac{[33233 + 125.25]}{\left[1 - \left(\frac{0.03 * 15}{360}\right)\right]} = 33\,400$$

/2

$$VA_1 = V - E_1 \Rightarrow E_1 = V - VA_1 = 33400 - 33233 = 167$$

$$E_1 = \frac{V * t * n_1}{360} \Rightarrow 167 = \frac{33400 * 0.03 * n_1}{360} \Rightarrow n_1 = \frac{167 * 360}{33400 * 0.03} = 60_{\text{يوم}}$$

الفصل الثالث: تسوية الديون قصيرة الأجل (تكافؤ الاوراق التجارية)

أولا: مفهوم تسوية الديون.

تسوية الديون قصيرة الأجل يقصد بها اتفاق المدين مع الدائن على استبدال الديون القديمة بديون جديدة، وبالتالي فإن تسوية الديون قصيرة الأجل هي اتفاق كل من المدين والدائن على الطريقة التي يقوم المدين بموجبها باستبدال الديون القديمة الأصلية أو جزء منها بدين أو ديون أخرى جديدة بدلا من سداد المدين للديون القديمة في ميعاد استحقاقها.

القاعدة العامة لتسوية الديون قصيرة الأجل في الرياضيات المالية هي استخدام معادلة القيمة التي تساوي بين قيمة الديون القديمة في تاريخ محدد، يسمى تاريخ التسوية، وبين قيمة الديون الجديدة في نفس التاريخ.

وبالتالي تكون القاعدة العامة كما يلي:

مجموع القيم الحالية للديون (الاوراق التجارية) القديمة في تاريخ التسوية = مجموع القيم الحالية للديون (الاوراق التجارية) الجديدة في تاريخ التسوية

ومنه نتحصل على عدة حالات للتكافؤ تحسب كلها باستخدام القاعدة الموضحة اعلاه:

- ورقة تجارية واحدة قديمة تكافؤ ورقة تجارية واحد جديدة.
- عدة أوراق تجارية قديمة تكافؤ ورقة تجارية واحدة جديدة.
- ورقة تجارية واحدة قديمة تكافؤ عدة أوراق تجارية جديدة.
- عدة أوراق تجارية قديمة تكافؤ عدة أوراق تجارية جديدة.
- (ورقة أو عدة أوراق تجارية قديمة +مبلغ نقدي) تكافؤ ورقة أو عدة اوراق تجارية جديدة.
- ورقة أو عدة اوراق تجارية قديمة تكافؤ (ورقة أو عدة اوراق جديدة+ مبلغ نقدي).

وذلك وفقًا للشروط التالية:

- قيمة الحالية للدين الجديد تُحسب على أنها القيمة الحالية (المبلغ – الخصم) لمبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية قبل تاريخ استحقاق الدين الأصلي.
- القيمة الحالية للدين الجديد تُحسب على أنها جملة (المبلغ + الفائدة) مبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية بعد تاريخ استحقاق الدين الأصلي.

- قيمة الحالية للدين الجديد تساوى نفس قيمة مبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية هو نفس تاريخ استحقاق الدين الأصلي.
- يجب أن تُحسب القيمة الحالية في تاريخ التسوية على أساس الخصم التجاري ما لم يُنص على خلاف ذلك.

ثانيا: التكافؤ الاوراق التجارية بالخصم التجاري.

إذا استعملنا الطريقة التجارية كأساس للخصم، نقول عن أوراق أو ورقة تجارية قديمة (V) أنها متكافئة عن أوراق أو ورقة تجارية جديدة ($\widehat{V}$)، إذا تساوت قيمها الحالية وذلك بعد خصمهم بمعدل خصم (t) ولفترات استحقاق مختلفة (n) على التوالي:

$$V_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)+V_2\left(1-\frac{t*n_2}{360}\right)+\cdots+V_m\left(1-\frac{t*n_i}{360}\right)$$
$$=\hat{V}_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)+\hat{V}_2\left(1-\frac{t*n_2}{360}\right)+\cdots+\hat{V}_j\left(1-\frac{t*n_j}{360}\right)$$

مثال01: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 40000دج، تستحق بعد 180 يوم، تم استبدالها بورقة تجارية اخرى جديدة تستحق الدفع بعد 3 أشهر بمعدل خصم 6%، المطلوب حساب القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

الحل:

$$V_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)=\grave{V}_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)$$
$$\Rightarrow 40000\left(1-\frac{0.06*180}{360}\right)=\grave{V}_1\left(1-\frac{0.06*2}{12}\right)$$
$$\Rightarrow \grave{V}_1=\frac{40000\left(1-\frac{0.06*180}{360}\right)}{\left(1-\frac{0.06*3}{12}\right)}=\frac{38800}{0.99}=39191.91$$

مثال02: تاجر مدين بـ 3 اوراق تجارية

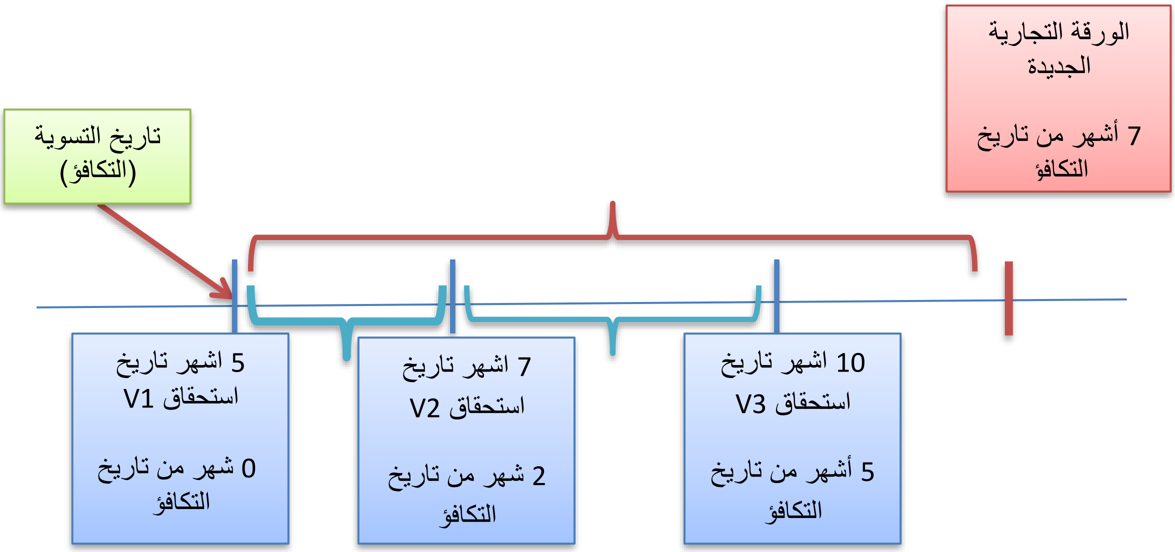
-الورقة الاولى قيمتها الاسمية (V_1) تساوي 50000دج تستحق بعد 5 أشهر.

-الورقة الثانية قيمتها الاسمية (V_2) تساوي 70000دج تستحق بعد 9 أشهر.

-الورقة الاولى قيمتها الاسمية (V_3) تساوي80000دج تستحق بعد 10 أشهر.

المحور الاول: العمليات قصيرة الاجل (بالفائدة البسيطة).

بافتراض أنه بتاريخ استحقاق الورقة التجارية الاولى قرر التاجر استبدال الاوراق التجارية الثلاث بورقة تجارية واحدة تستحق بعد 7 أشهر، المطلوب حساب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة اذا علمت ان معدل الخصم 5%.



$$V_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)+V_2\left(1-\frac{t*n_2}{360}\right)+V_3\left(1-\frac{t*n_3}{360}\right)=\grave{V}_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)$$

$$50000\left(1-\frac{0.05*0}{12}\right)+70000\left(1-\frac{0.05*2}{12}\right)+80000\left(1-\frac{0.05*5}{12}\right)=\grave{V}_1\left(1-\frac{0.05*7}{12}\right)$$

$$\grave{V}_1=\frac{50000+69416{,}66+78333{,}33}{0{,}97083}=203690{,}98$$

ثالثا: تاريخ الاستحقاق الوسطي:

تقوم فكرة تاريخ الاستحقاق الوسطي على استبدال عدة أوراق تجارية قديمة بورقة تجارية واحدة جديدة قيمتها الاسمية تساوي مجموع القيم الاسمية القدية، ويسمى تاريخ استحقاق الورقة الجدية بتاريخ الاستحقاق الوسطي حيث يتوسط تاريخ الاستحقاق الورقة الجديدة تواريخ استحقاق الاوراق القديمة، بمعنى آخر، انه يجب ان يقع بين تاريخ استحقاق اول ورقة تجارية وتاريخ استحقاق آخر ورقة تجارية.

يمكن حساب تاريخ الاستحقاق الوسطي بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{N}=\frac{(\mathrm{V}_1*\mathrm{n}_1)+(\mathrm{V}_2*\mathrm{n}_2)+(\mathrm{V}_3*\mathrm{n}_3)+\cdots+(\mathrm{V}_m*\mathrm{n}_m)}{V_1+V_2+V_3+\cdots+V_m=C_{total}}$$

مثال03:

احسب تاريخ استحقاق الوسطي للأوراق التجارية المذكورة في المثال (02).

الحل:

$$N = \frac{(50000 * 0) + (70000 * 2) + (80000 * 5)}{50000 + 70000 + 80000 = 200000} = 2{,}95_{\text{شهر}} \approx 88_{\text{يوم}}$$

ملاحظ01: نلاحظ أن 2.95شهر موجودة بين (0أشهر و5أشهر).

ملاحظ02: نلاحظ أنه لا يهم معرفة معدل الخصم (t).

سلسلة رقم 3 (تكافؤ الأوراق التجارية)

التمرين الأول:

شخص مدين لمورده بورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000دج تستحق بتاريخ (30 جوان 2020)، وفي (19 أفريل 2020) طلب تأجيل الدفع باستبدال الوقة التجارية بورقة تجارية جديدة تستحق يوم (16 اكتوبر 2020).

أحسب قيمة الاسمية للوقة الجديدة إذا علمت أن معدل الخصم 8%؟

التمرين الثاني:

تاجر مدين لمورده بثلاث أوراق تجارية التالية:

- الأولى قيمتها الاسمية 10000دج تستحق بتاريخ 11 أفريل 2020
- الثانية قيمتها الاسمية 30000دج تستحق بتاريخ 04 ماي 2021
- الثالثة قيمتها الاسمية 40000دج تستحق بتاريخ 10 جوان 2021

اتفق التاجر مع مورده على دفع كل مستحقاته بورق تجارية واحدة تستحق بتاريخ 05 أوت 2020.

إذا كان معدل الخصم والفائدة يساوي 6%، أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة إذا كان تاريخ الاتفاق 01 أفريل 2020 ثم إذا تاريخ الاتفاق 01 جوان 2020؟

التمرين الثالث:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

- 6000 دج تستحق بعد شهرين.
- 8000 دج تستحق بعد 4 أشهر.
- 10000 دج تستحق بعد 6 أشهر.

لم يتمكن هذا الشخص من تسديد الملغ الأول في موعده، وفي تاريخ استحقاق المبلغ الثاني تم الاتفاق على مايلي:

- تحرير ورقة تجارية قيمتها الاسمية 7000 دج تستحق الدفع بعد 4 أشهر من تاريخ الاتفاق
- تحرير ورقتين تجاريتين بنفس القيمة الاسمية 5000 دج واحدة تستحق بعد 3 أشهر والأخرى تستحق بعد 6 أشهر من تاريخ الاتفاق.

- ❖ دفع الباقي ما يستحق نقدا.

أحسب المبلغ الذي سيدفعه هذا الشخص نقدا، إذا علمت أن معدل الخصم والفائدة 12%؟

التمرين الرابع:

أشترى تاجر بضاعة بملغ 20000دج وبعد 3 أشهر من شرائها قام هذا التاجر ببيع هذه البضاعة وكان الدفع بتقديم الزبون مبلغ 12000دج نقدا مع تحرير ورقة تجارية قيمتها الاسمية 10000دج تستحق بعد 6 أشهر من تاريخ البيع.

احسب ربح هذا التاجر يوم بيعه للبضاعة إذا علمت أن معدل الخصم والفائدة 6%؟

التمرين الخامس:

لدينا 3 أوراق تجارية التالية:

- ❖ الأولى تستحق بعد 40 يوم.
- ❖ الثانية تستحق بعد 80 يوم.
- ❖ الثالثة تستحق بعد 60يوم.

تم الاتفاق على استبدالها بورقة وحيدة قيمتها الاسمية 54998 دج لمدة 65يوم حيث تكون مكافئة للأوراق الثلاثة، مع العلم أن معدل الخصم يساوي 3%، وأن الورقتين الأولى والثانية متناسبتين مع الأرقام 2 و5 على التوالي، وأن القيمة الاسمية للورقة الثالثة تساوي ضعف الأولى.

أحسب القيمة الاسمية للأوراق الثلاثة؟

التمرين السادس:

ورقتين تجارتين مجموع قيمتهما الاسمية 48800دج، ومجموع خصمهما 305دج، إذا علمت ان مدة الاستحقاق المتوسط لهما هو 45 يوم.

1/ أحسب معدل الخصم؟

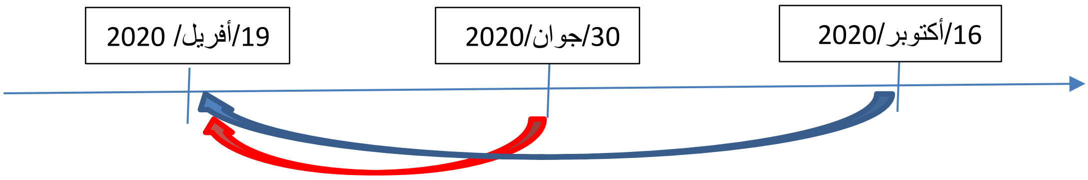
2/ أحسب مدة استحقاق الورقة الثانية، إذا علمت أن القيمة الاسمية للورقة الأولى 36600دج وتستحق بعد شهر؟

حل سلسلة رقم 3 (تكافؤ الأوراق التجارية)

الحل التمرين الأول:

قاعدة تكافؤ الأوراق التجارية:

القيمة الحالية للورقة التجارية القديمة تساوي القيمة الحالية للورقة التجارية الجديدة في تاريخ الاستبدال:



$n_1 =$ (2020/06/30) إلى (20 أفريل 2020) = (10+31+30=72يوم).

$n_2 =$ (2020/09/16) إلى (20 أفريل 2020) =(72+31+31+30+16=180يوم).

$$VA_1 = VA_2$$

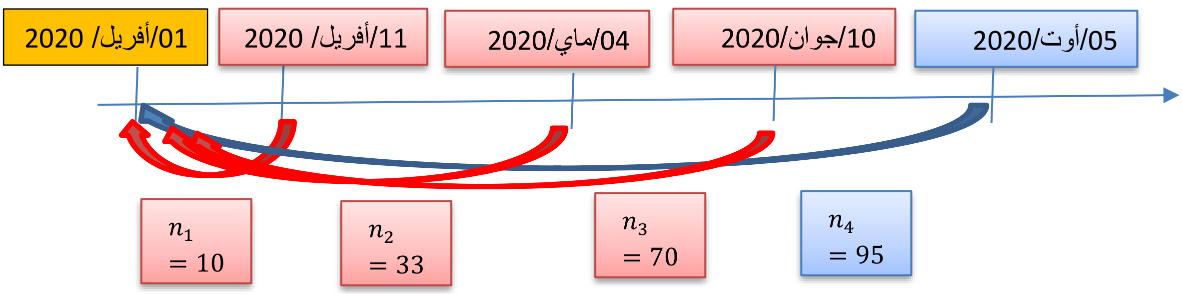
$$V_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right) = V_2\left(1-\frac{t*n_2}{360}\right)$$

$$20000\left(1-\frac{0.08*72}{360}\right) = V_2{}^{?}\left(1-\frac{0.08*180}{360}\right)$$

$$V_2{}^{?} = \frac{20000\left(1-\frac{0.08*72}{360}\right)}{\left(1-\frac{0.08*180}{360}\right)} = 20500$$

حل التمرين الثاني:

الحالة الأولى تاريخ الاتفاق 01 أفريل 2020.



قاعدة تكافؤ الأوراق التجارية:

مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية القديمة تساوي القيمة الحالية للورقة التجارية الجديدة في تاريخ الاتفاق:

$$VA_1 + VA_2 + VA_3 = VA_4$$

$$V_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)+V_2\left(1-\frac{t*n_2}{360}\right)+V_3\left(1-\frac{t*n_3}{360}\right)=V_4\left(1-\frac{t*n_4}{360}\right)$$

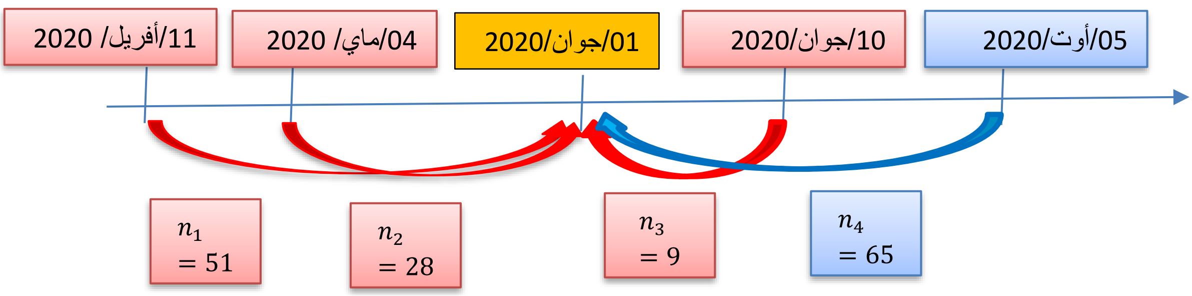
$$\frac{V_1\left(1-\frac{t*n_1}{360}\right)+V_2\left(1-\frac{t*n_2}{360}\right)+V_3\left(1-\frac{t*n_3}{360}\right)}{\left(1-\frac{t*n_4}{360}\right)}=V_4$$

$$\frac{10000\left(1-\frac{0.06*10}{360}\right)+30000\left(1-\frac{0.06*33}{360}\right)+40000\left(1-\frac{0.06*70}{360}\right)}{\left(1-\frac{0.06*95}{360}\right)}=V_4$$

$$V_4=80\ 628{,}28$$

الحالة الثانية تاريخ الاتفاق 01 جوان 2020.

نلاحظ أن تاريخ الاتفاق قد مر على تاريخ استحقاق الورقة التجارية الأولى والثانية وهذا ما ينجم عنه تكوين فائدة وليس خصم:



قاعدة تكافؤ الأوراق التجارية:

مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية القديمة تساوي القيمة الحالية للورقة التجارية الجديدة في تاريخ الاتفاق:

$$VA_1+VA_2+VA_3=VA_4$$

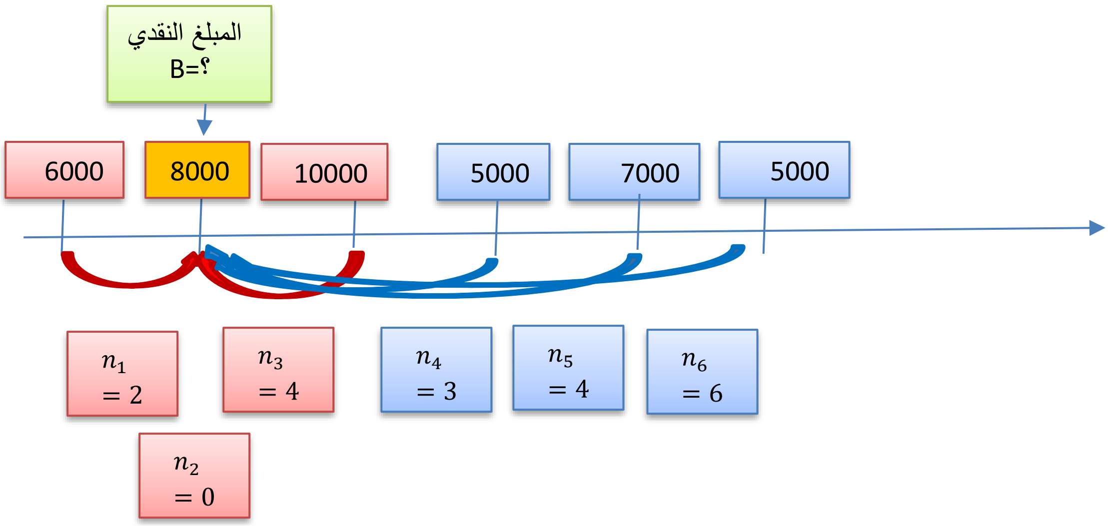
$$V_1\left(1+\frac{t*n_1}{360}\right)+V_2\left(1+\frac{t*n_2}{360}\right)+V_3\left(1-\frac{t*n_3}{360}\right)=V_4\left(1-\frac{t*n_4}{360}\right)$$

$$\frac{V_1\left(1+\frac{t*n_1}{360}\right)+V_2\left(1+\frac{t*n_2}{360}\right)+V_3\left(1-\frac{t*n_3}{360}\right)}{\left(1-\frac{t*n_4}{360}\right)}=V_4$$

$$\frac{10000\left(1+\frac{0.06*51}{360}\right)+30000\left(1+\frac{0.06*28}{360}\right)+40000\left(1-\frac{0.06*9}{360}\right)}{\left(1-\frac{0.06*65}{360}\right)}=V_4$$

$$V_4=81\ 042{,}96$$

حل التمرين الثالث:



$$VA_1+VA_2+VA_3=VA_4+VA_4+VA_4+B$$

$$B=[VA_1+VA_2+VA_3]-[VA_4+VA_4+VA_4]$$

$$B=\left[V_1\left(1+\frac{t*n_1}{12}\right)+V_2\left(1-\frac{t*n_2}{12}\right)+V_3\left(1-\frac{t*n_3}{12}\right)\right]-\left[V_4\left(1-\frac{t*n_4}{12}\right)+V_5\left(1-\frac{t*n_5}{12}\right)+V_6\left(1-\frac{t*n_6}{12}\right)\right]$$

$$B=\left[6000\left(1+\frac{0.12*2}{12}\right)+8000\left(1-\frac{\cancel{0.12*0}}{\cancel{12}}\right)+10000\left(1-\frac{0.12*4}{12}\right)\right]-\left[5000\left(1-\frac{0.12*3}{12}\right)+7000\left(1-\frac{0.12*4}{12}\right)+5000\left(1-\frac{0.12*6}{12}\right)\right]$$

$$B=[6120+8000+9\ 600]-[4\ 850+6\ 720+4\ 700]=39\ 990$$

حل التمرين الرابع

❖ تكلفة الشراء: قرر هذا التاجر شراء بضاعة بـ 20000 دج عوض توظيفها في البنك، وبذلك تصبح القيمة الحقيقية للبضاعة بعد 3 أشهر عبارة عن جملة المبلغ 20000 دج أي ثمن البضاعة زائد تكلفة الفرصة الضائعة من توظيف المبلغ في البنك والتي تساوي:

$$A = C\left(1 + \frac{t * n}{12}\right) = 20000\left(1 + \frac{0.06 * 3}{12}\right) = 20\,300$$

20000 دج ثمن الشراء + 300دج تكلفة الفرصة الضائعة من توظيف المبلغ في البنك.

❖ ثمن بيع البضاعة (B):

$$B = VA_1 + VA_2 = 12000 + 10000\left(1 - \frac{0.06 * 6}{12}\right) = 21\,700$$

الربح المحقق (R):

$$R = B - A = 21\,700 - 20\,300 = 1\,400$$

حل التمرين الخامس:

$$VA_1 + VA_2 + VA_3 = VA_4$$

$$V_1\left(1 - \frac{t * n_1}{360}\right) + V_2\left(1 - \frac{t * n_2}{360}\right) + V_3\left(1 - \frac{t * n_3}{360}\right) = V_4\left(1 - \frac{t * n_4}{360}\right) \ldots (1)$$

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_2}{5} \Rightarrow V_2 = \frac{5V_1}{2} \ldots (2)$$

$$V_3 = 2V_1 \ldots (3)$$

بتعويض (2) و(3) في (1):

$$V_1\left(1 - \frac{t * n_1}{360}\right) + \frac{5V_1}{2}\left(1 - \frac{t * n_2}{360}\right) + 2V_1\left(1 - \frac{t * n_3}{360}\right) = V_4\left(1 - \frac{t * n_4}{360}\right)$$

$$\Rightarrow V_1\left(1 - \frac{0.03 * 40}{360}\right) + \frac{5V_1}{2}\left(1 - \frac{0.03 * 80}{360}\right) + 2V_1\left(1 - \frac{0.03 * 60}{360}\right)$$

$$= 55000\left(1 - \frac{0.03 * 90}{360}\right)$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{54998 * \left(1 - \frac{0,03 * 65}{360}\right)}{\left[\left(1 - \frac{0,03 * 40}{360}\right) + \frac{5}{2}\left(1 - \frac{0,03 * 80}{360}\right) + 2\left(1 - \frac{0,03 * 60}{360}\right)\right]}$$

$$\Rightarrow V_1 = 10\,000$$
$$\Rightarrow V_2 = 25\,000$$
$$\Rightarrow V_2 = 20\,000$$

حل التمرين السادس:

1/ حساب معدل الخصم:

$$V_1 + V_2 = 48800 \dots (1)$$
$$E_1 + E_2 = \frac{V_1 * t * n_1}{360} + \frac{V_2 * t * n_2}{360} = 305$$
$$\Rightarrow \frac{t}{360}[(V_1 * n_1) + (V_2 * n_2)] = 305$$
$$\Rightarrow [(V_1 * n_1) + (V_2 * n_2)] = \frac{305 * 360}{t} \dots (2)$$

لدينا التاريخ الوسطي (N) يعطى بالعلاقة:

$$N = 45 = \frac{[(V_1 * n_1) + (V_2 * n_2)]}{(V_1 + V_2)} \dots (3)$$

بتعويض (1) و(2) في (3):

$$\Rightarrow N = \frac{\left(\frac{305 * 360}{t}\right)}{(V_1 + V_2)} \Rightarrow t = \left(\frac{305 * 360}{N * (V_1 + V_2)}\right) = \left(\frac{305 * 360}{45 * 48800}\right) = 0.05$$
$$t = 5\%$$

2/ حساب مدة استحقاق الورقة الثانية:

$$V_1 + V_2 = 48800$$
$$V_1 = 36600$$
$$V_2 = 48800 - 36600 = 12\,200$$
$$E_1 + E_2 = \frac{V_1 * t * n_1}{360} + \frac{V_2 * t * n_2}{360} = 305$$

$$\Rightarrow \frac{36600 * 0.05 * 1}{12} + \frac{12200 * 0.05 * n_2}{12} = 305$$
$$n_2 = \frac{\left(305 - \frac{36600 * 0.05 * 1}{12}\right) * 12}{(12200 * 0.05)} = 3_{\text{أشهر}}$$

الفصل الاول: الفائدة المركبة.

يعتبر المال أساس الحياة الاقتصادية وهو الأساس المنطقي والمتفق عليه للتبادل التجاري سواء كان سلعيًا أو خدميًا، وكذلك فهو الأساس المقبول لتقدير قيم السلع والخدمات.

يُعرف الادخار بأنه عدم استخدام الأموال المملوكة في الاستهلاك بل يتم الاحتفاظ بها لوقت الاحتياج إليها. كما أن الادخار غالبًا ما يأخذ إحدى الصورتين التاليتين:

- الاكتناز: أي الاحتفاظ بالأموال المملوكة لدى الشخص المالك لها دون أي توظيف لها.
- الاستثمار: أي توظيف وتشغيل هذه الأموال في المجالات الاقتصادية المختلفة.

اولا: تعريف الفائدة المركبة.

في الرياضيات المالية، الفائدة المركبة هي العائد على رأس المال المستثمر الذي يتم حسابه في نهاية مدة الاستثمار، ويتم حساب هذا العائد في نهاية كل فترة زمنية على أساس أصل المبلغ المستثمر مضافًا إليه الفوائد المحققة في الفترات الزمنية السابقة.

ومن هذا التعريف نستنتج أن:

- الفائدة المركبة هي ثمن تشغيل رأس المال كعامل من عوامل الإنتاج.
- الفائدة المركبة تُحسب على أساس المبلغ الأصلي المستثمر بالإضافة للفوائد التي تم حسابها عن الفترات السابقة.

ومن هذا التعريف نجد أن المبلغ الذي يُحسب على أساسه الفائدة المركبة في تزايد مستمر بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة، وذلك بعكس الفائدة البسيطة التي تتسم بثبات المبلغ الذي يُحسب على أساسه الفائدة وهو أصل المبلغ المستثمر فقط.

بمعنى آخر، يمكن القول أن الفائدة المركبة هي التي يتم فيها الحصول على فائدة على المبلغ الأصلي والفائدة معًا، أي الحصول على فائدة على الفائدة.

مثال توضيحي: في 2018/01/01 تم اقتراض مبلغ 200000دج من أحد البنوك بمعدل فائدة 7%.

الفوائد المترتبة عن هذا المبلغ في 2019/01/01:

$$I = 200000 * 0.07 * \left(\frac{1}{1}\right) = 200000 * 0.07 = 14000$$

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

في بداية السنة الثانية (2019) يكون المبلغ الجديد المتحصل عليه: (200000دج+14000دج=214000دج) هو المبلغ الاصلي لحساب فائدة هذه السنة:

$$I = 2140000 * 0.07 = 14980$$

في بداية السنة الثالثة (2020) يكون المبلغ الجديد المتحصل عليه (2014000دج+14980دج= 228980دج) هو المبلغ الاصلي لحساب فائدة هذه السنة:

$$I = 228980 * 0.07 = 16028,6$$

وهكذا السنة الرابعة والخامسة الى غاية نهاية مدة الاقتراض.

ملاحظة: الرموز المستخدمة في الفائدة البسيطة هي نفسها المستخدمة في الفائدة المركبة.

- ❖ المبلغ أو الأصل المستثمر، ويُرمز له بالرمز (C).
- ❖ معدل الفائدة ويُرمز له بالرمز (t).
- ❖ مدة الاستثمار، ويُرمز له بالرمز (n).
- ❖ جملة المبلغ المستثمر في نهاية مدة الاستثمار (At).

ثانيا: قانون حساب الجملة بفائدة المركبة.

من خلال محددات الفائدة المركبة التي تطرقنا إليها أعلاه، يمكننا استنتاج قانون الفائدة المركبة من خلال الجدول التالي:

الفترة (n)	المبلغ المستثمر لكل فترة (n)	الفائدة (I) لكل فترة (n)	الجملة المحصلة (At) في الفترة (n)	
1	C	$C * t$	$C + I_1 = C + (C * t)$	$C(1+t)^1$
2	$C(1+t)$	$[C(1+t)] * t$	$C(1+t) + I_2 = \{C(1+t) + [C(1+t) * t]\}$ $\underline{C(1+t)}$ عامل مشترك $= C(1+t)(1+t)$	$C(1+t)^2$
3	$C(1+t)^2$	$[C(1+t)^2] * t$	$C(1+t)^2 + I_3 = C(1+t)^2 + [C(1+t)^2 * t]$ $\underline{C(1+t)^2}$ عامل مشترك $= C(1+t)^2(1+t)$	$C(1+t)^3$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1	$C(1+t)^{n-2}$	$[C(1+t)^{n-2}] * t$	$C(1+t)^{n-2} + I_3 = C(1+t)^{n-2} + [C(1+t)^{n-2} * t]$ $\underline{C(1+t)^{n-2}}$ عامل مشترك $= C(1+t)^{n-2}(1+t)$	$C(1+t)^{n-1}$
n	$C(1+t)^{n-1}$	$[C(1+t)^{n-1}] * t$	$C(1+t)^{n-1} + I_3 = C(1+t)^{n-1} + [C(1+t)^{n-1} * t]$ $\underline{C(1+t)^{n-1}}$ عامل مشترك $= C(1+t)^{n-1}(1+t)$	$C(1+t)^n$

من خلال الجدول أعلاه نستنتج قانون الفائدة المركبة (قانون الجملة (At)) المحصلة عن توظيف المبلغ (C) لمدة (n) بمعدل فائدة (t)، تحسب وفقا للعلاقة التالية:

$$At = \mathrm{C}(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}$$

ومنه تحسب الفائدة في نهاية مدة الاستثمار بالعلاقة التالية:

$$I = At - C = [\mathrm{C}(1+\mathrm{t})^{n} - C]$$
$$I = C[(1+t)^{n} - 1]$$

مثال01: أحسب جملة وفائدة مبلغ 150000دج وظف بمعدل فائدة 8% لمدة خمس سنوات.

الحل:

الجملة (At)=

$$At = \mathrm{C}(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} = 150000(1+0.08)^{5} = 220399{,}21$$

الفائدة (I) =

الطريقة (01):

$$I = At - C = 220399{,}21 - 150000 = 70399{,}21$$

الطريقة (02):

$$I = C[(1+t)^{n} - 1] = 150000(1.08^{5} - 1) = 70399{,}21$$

ثالثا: عمليات على قانون الفائدة المركبة.

1/حساب المبلغ الاصلي (C):

❖ حساب المبلغ المستثمر (C) من جملة (**At**):

$$At = \mathrm{C}(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} \Leftrightarrow C = \frac{At}{(1+t)^{n}}$$
$$\Leftrightarrow C = \mathrm{At}(1+\mathrm{t})^{-\mathrm{n}}$$

❖ **حساب المبلغ المستثمر (C) من الفائدة (I):**

$$I = C[(1+t)^{n} - 1]$$
$$\Leftrightarrow C = \frac{I}{[(1+t)^{n} - 1]}$$

مثال02: احسب أصل مبلغ مقترض لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8%، حيث نتج عنه في نهاية مدة الاقتراض فوائد بقيمة 46932,80768دج.

الحل:

$$C = \frac{I}{[(1+t)^n - 1]} = \frac{46932{,}80768}{(1.08^5 - 1)} = 100000$$

1- حساب المعدل (t):

$$At = \mathrm{C}(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} \Leftrightarrow (1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} = \frac{At}{C} \Leftrightarrow (1+t) = \sqrt[n]{\frac{At}{C}}$$

$$\Leftrightarrow t = \left(\sqrt[n]{\frac{At}{C}} - 1\right) = \left(\sqrt[n]{\frac{C+I}{C}} - 1\right)$$

مثال03: احسب معدل الفائدة المركبة السنوي الذي تم توظيف على اساسه مبلغ 500000دج لمدة 5سنوات فأنتج في نهاية مدة التوظيف قدرها 234664,0384دج.

الحل:

$$t = \left(\sqrt[n]{\frac{C+I}{C}} - 1\right) = \sqrt[5]{\frac{500000 + 234664{,}0384}{500000}} - 1 = 0.08 = 8\%$$

2- حساب المدة (n):

$$At = \mathrm{C}(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} \Leftrightarrow \frac{At}{C} = (1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}$$

$$log\left(\frac{At}{C}\right) = log(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} \Leftrightarrow log\left(\frac{At}{C}\right) = n * log(1+\mathrm{t})$$

$$n = \frac{log\left(\frac{At}{C}\right)}{log(1+\mathrm{t})}$$

مثال04: احسب المدة التي اقترض بها مبلغ 250000دج بمعدل فائدة مركبة 12% فأنتج عنه جملة قدرها 393379,84دج.

الحل:

$$n = \frac{log\left(\frac{At}{C}\right)}{log(1+\mathrm{t})} = \frac{log\left(\frac{393379{,}84}{250000}\right)}{log(1+0.12)} = 4_{\text{سنوات}}$$

رابعا: المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة.

❖ **المعدلات المتناسبة:** معدل الفائدة غالبا ما يحدد سنويا، ولكن من الممكن أن تطبق معدلات الفائدة يوميا أو شهريا أ أو فصليا أو سداسيا.

يكون المعدل (t_k) متناسبا مع المعدل السنوي (t) إذا كان حاصل قسمة المعدل السنوي على عدد فترات الرسملة (K) يساوي (t_k)، حيث يحسب المعدل المتناسب وفق العلاقة التالية:

$$t_k = {}^{t}/_{k}$$

حيث (K) عدد مرات التوظيف خلال السنة الواحدة.

مثلا: المعدل السنوي 12% تقابله المعدلات المتناسبة التالية:

المعدل السداسي (k=2) لأن السنة فيها سداسيين:

$$t_2 = {}^{t}/_{2} = {}^{12}/_{2} = 6\%$$

المعدل الثلاثي (k=4) لأن السنة فيها 4 ثلاثيات:

$$t_4 = {}^{t}/_{4} = {}^{12}/_{4} = 3\%$$

المعدل الشهري (k=12) لأن السنة فيها 12شهر:

$$t_2 = {}^{t}/_{12} = {}^{12}/_{2} = 1\%$$

ملاحظة: المعدلات المتناسبة مع المعدلات السنوية لا تؤدي إلى نفس الجملة لنفس المدة.

مثال05: احسب جملة المبلغ 400000دج وظف لمدة 5 سنوات بمعدل سنوي 6% ومرة ثانية بمعدله التناسبي سداسي الذي يساوي 3%.

الحل:

المعدل السنوي: عدد الفترات الرسملة (n_1=5).

$$At = C(1 + t_{\text{سنوي}})^{n_1} = 400000(1.06)^5 = 535290{,}23$$

المعدل السداسي: بما أن السنة فيها سداسيين (K) لمدة 5 سنوات، يصبح عدد الفترات الرسملة ($n_2=n_1*K=5*2=10$).

$$At = C(1 + t_{\text{سداسي}})^{n_2} = 400000(1.03)^{10} = 537566{,}55$$

❖ **المعدلات المتكافئة**: المعدلات المتكافئة أو المتعادلة هي عكس المعدلات المتناسبة، إذ تؤدي إلى نفس الجملة لنفس المدة. فنقول عن معدلين أنهما متكافئان إذا اختلفا في قيمتهما وفي فترة رسملتهما، لكنهما ينتجان نفس الجملة المكتسبة لأي فترة زمنية مشتركة محددة، فالمعدل السنوي (t) بالرسملة السنوية يكون مكافئ للمعدل السداسي (t2) ذو الرسملة نصف السنوية، إذا عنه نتج نفس الجملة لنفس المدة.

$$C(1+t)^n = C(1+t_k)^{n*k}$$

ومنه يمكن كتابة العلاقة بين المعدل السنوي وأي معدل مكافئ له كمايلي:

$$C(1+t)^{\frac{n}{n}} = C(1+t_k)^{\frac{n*k}{n}} \Leftrightarrow \cancel{C}(1+t)^1 = \cancel{C}(1+t_k)^k$$

$$\Leftrightarrow t_k = \sqrt[k]{(1+t)} - 1$$

$$\Leftrightarrow t_k = (1+t)^{\frac{1}{k}} - 1$$

مثال06: احسب المعدل المكافئ للمعدل السداسي 10.5%.

الحل:

$$t_k = (1+t)^{\frac{1}{k}} - 1 = (1.105)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,05119 = 5.119\%$$

الآن عند توظيف أي مبلغين متساويين (مثلا 10000 دج) لأي مدتين متساوين (مثلا 12 سنة) واحد بمعدل سنوي 10.5%، والاخر بمعدل سداسي 5.119%، ستكون جملتهما متساويتين.

$$10000(1+0.105)^{12} = 10000(1+0.05119)^{24} = 331396,05657$$

خامسا: طريقة الجداول المالية.

نظرًا لطول آجال القروض في عمليات الفائدة المركبة فإنه يترتب عليها تعدد عمليات الضرب واحتمال الوقوع في خطأ في استخراج قيمة مُعامل التجميع مثلا: $(1+t)^n$، لذلك تم إعداد جداول جاهزة يمكن منها إيجاد نواتج المقادير المختلفة التي يحتاجها كل من يعمل في مجال الشؤون المالية والتجارية، وسُميت هذه الجداول باسم "جداول المالية" لحسابات الفائدة المركبة والدفعات•، وهي ستة مقادير خُصص لكل منها جدول أُعطى رقمًا مسلسلا للتمييز بينها، حيث خصص الصف الأفقي الأول للجدول لمعدل فائدة (t) ولفترة زمنية (n) خُصص لهذا المقدار العمود الأول.

• سنتطرق لموضوع الدفعات في الفصل القادم.

الجدول المالي رقم 1 $(1+i)^n$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04	1.0425	1.045	1.0475
2	1.0201	1.02515625	1.030225	1.03530625	1.0404	1.04550625	1.050625	1.05575625	1.0609	1.06605625	1.071225	1.07640625	1.0816	1.08680625	1.092025	1.09725625
3	1.030301	1.037970703	1.045678375	1.053424109	1.061208	1.069030141	1.076890625	1.084789547	1.092727	1.100703078	1.108717875	1.116771484	1.124864	1.132995516	1.141166125	1.149375922
4	1.04060401	1.050945337	1.061363551	1.071859031	1.08243216	1.093083319	1.103812891	1.114621259	1.12550881	1.136475928	1.147523001	1.158650415	1.16985856	1.181147825	1.192518601	1.203971278
5	1.05101005	1.064082154	1.077284004	1.090616564	1.104080803	1.117677693	1.131408213	1.145273344	1.159274074	1.173411396	1.187686306	1.202099806	1.216652902	1.231346608	1.246181938	1.261159914
6	1.061520151	1.077383181	1.093443264	1.109702354	1.126162419	1.142825442	1.159693418	1.176768361	1.194052297	1.211547266	1.229255326	1.247178548	1.265319018	1.283678838	1.302260125	1.32106501
7	1.072135352	1.09085047	1.109844913	1.129122145	1.148685668	1.168539014	1.188685754	1.209129491	1.229873865	1.250922552	1.272279263	1.293947744	1.315931779	1.338235189	1.36086183	1.383815598
8	1.082856706	1.104486101	1.126492587	1.148881783	1.171659381	1.194831142	1.218402898	1.242380552	1.266770081	1.291577535	1.316809037	1.342470784	1.36856905	1.395110185	1.422100613	1.449546839
9	1.093685273	1.118292177	1.143389975	1.168987214	1.195092569	1.221714843	1.24886297	1.276546017	1.304773184	1.333553805	1.362897353	1.392813439	1.423311812	1.454402367	1.48609514	1.518400313
10	1.104622125	1.13227083	1.160540825	1.18944449	1.21899442	1.249203426	1.280084544	1.311651033	1.343916379	1.376894304	1.410598761	1.445043943	1.480244285	1.516214468	1.552969422	1.590524328
11	1.115668347	1.146424215	1.177948937	1.210259769	1.243374308	1.277310504	1.312086658	1.347721436	1.384233871	1.421643369	1.459969717	1.49923309	1.539454056	1.580653583	1.622853046	1.666074234
12	1.12682503	1.160754518	1.195618171	1.231439315	1.268241795	1.30604999	1.344888824	1.384783775	1.425760887	1.467846778	1.511068657	1.555454331	1.601032219	1.64783136	1.695881433	1.74521276
13	1.13809328	1.175263949	1.213552444	1.252989503	1.29360663	1.335436115	1.378511045	1.422865329	1.468533713	1.515551799	1.56395606	1.613783869	1.665073507	1.717864193	1.772196097	1.828110366
14	1.149474213	1.189954749	1.231755731	1.274916819	1.319478763	1.365483427	1.412973821	1.461994126	1.512589725	1.564807232	1.618694522	1.674300764	1.731676448	1.790873421	1.851944922	1.914945609
15	1.160968955	1.204829183	1.250232067	1.297227864	1.345868338	1.396206804	1.448298166	1.502198964	1.557967417	1.615663467	1.675348831	1.737087043	1.800943506	1.866985542	1.935282443	2.005905525
16	1.172578645	1.219889548	1.268985548	1.319929351	1.372785705	1.427621457	1.484505621	1.543509436	1.604706439	1.66817253	1.73398604	1.802227807	1.872981246	1.946332427	2.022370153	2.101186037
17	1.184304431	1.235138167	1.288020331	1.343028115	1.400241419	1.45974294	1.521618261	1.585955945	1.652847632	1.722388137	1.794675551	1.869811349	1.947900496	2.029051555	2.11337681	2.200992374
18	1.196147476	1.250577394	1.307340636	1.366531107	1.428246248	1.492587156	1.559658718	1.629569734	1.702433061	1.778365751	1.857489196	1.939929275	2.025816515	2.115286246	2.208478766	2.305539512
19	1.20810895	1.266209612	1.326950745	1.390445401	1.456811173	1.526170367	1.598650186	1.674382901	1.753506053	1.836162638	1.922501317	2.012676623	2.106849176	2.205185912	2.307860311	2.415052639
20	1.22019004	1.282037232	1.346855007	1.414778196	1.485947396	1.560509201	1.63861644	1.720428431	1.806111235	1.895837924	1.989788863	2.088151996	2.191123143	2.298906313	2.411714025	2.529767639

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725	1.075	1.0775	1.08	1.0825	1.085	1.0875
2	1.1025	1.10775625	1.113025	1.11830625	1.1236	1.12890625	1.134225	1.13955625	1.1449	1.15025625	1.155625	1.16100625	1.1664	1.17180625	1.177225	1.18265625
3	1.157625	1.165913453	1.174241375	1.182608859	1.191016	1.199462891	1.207949625	1.216476297	1.225043	1.233649828	1.242296875	1.250984234	1.259712	1.268480266	1.277289125	1.286138672
4	1.21550625	1.227123909	1.238824651	1.250608869	1.26247696	1.274429321	1.286466351	1.298588447	1.31079601	1.323089441	1.335469141	1.347935513	1.36048896	1.373129888	1.385858701	1.398675806
5	1.276281563	1.291547915	1.306960006	1.322518879	1.338225578	1.354081154	1.370086663	1.386243167	1.402551731	1.419013425	1.435629326	1.452400515	1.469328077	1.486413103	1.50365669	1.521059939
6	1.340095641	1.35935418	1.378842807	1.398563714	1.418519112	1.438711226	1.459142297	1.479814581	1.500730352	1.521891898	1.543301526	1.564961555	1.586874323	1.609042184	1.631467509	1.654152683
7	1.407100423	1.430720275	1.454679161	1.478981128	1.503630259	1.528630678	1.553986546	1.579702065	1.605781476	1.632229061	1.65904914	1.686246075	1.713824269	1.741788164	1.770142247	1.798891043
8	1.477455444	1.505833089	1.534686515	1.564022543	1.593848075	1.624170095	1.654995671	1.686331954	1.71818618	1.750565668	1.783477826	1.816930146	1.85093021	1.885485688	1.920604338	1.956294009
9	1.551328216	1.584889326	1.619094273	1.653953839	1.689478959	1.725680726	1.76257039	1.800159361	1.838459212	1.877481679	1.917238662	1.957742232	1.999004627	2.041038257	2.083855707	2.127469735
10	1.628894627	1.668096016	1.708144458	1.749056185	1.790847697	1.833535771	1.877137465	1.921670118	1.967151357	2.013599101	2.061031562	2.109467255	2.158924997	2.209423914	2.260983442	2.313623337
11	1.710339358	1.755671057	1.802092404	1.849626915	1.898298558	1.948131757	1.999151401	2.051382851	2.104851952	2.159585035	2.215608929	2.272950968	2.331638997	2.391701386	2.453167034	2.516065379
12	1.795856326	1.847843787	1.901207486	1.955980463	2.012196472	2.069889992	2.129096242	2.189851194	2.252191589	2.316154951	2.381779599	2.449104668	2.518170117	2.589016751	2.661686232	2.7362211
13	1.885649142	1.944855586	2.005773897	2.068449339	2.13292826	2.199258116	2.267487497	2.337666149	2.409845	2.484076184	2.560413069	2.638910279	2.719623726	2.802610633	2.887929562	2.975640446
14	1.979931599	2.046960504	2.116091462	2.187385177	2.260903956	2.336711749	2.414874185	2.495458614	2.57853415	2.664171708	2.752444049	2.843425826	2.937193624	3.03382601	3.133403575	3.236008985
15	2.078928179	2.154425931	2.232476492	2.313159824	2.396558193	2.482756233	2.571841007	2.663902071	2.759031541	2.857324157	2.958877353	3.063791327	3.172169114	3.284116656	3.399742879	3.519159771
16	2.182874588	2.267533292	2.355262699	2.446166514	2.540351685	2.637928497	2.739010672	2.843715461	2.952163749	3.064480158	3.180793154	3.301235155	3.425942643	3.55505628	3.688721024	3.827086251
17	2.292018318	2.38657879	2.484802148	2.586821089	2.692772786	2.802799028	2.917046366	3.035666254	3.158815211	3.286654969	3.419352641	3.55708088	3.700018055	3.848348423	4.002262311	4.161956298
18	2.406619234	2.511874176	2.621466266	2.735563301	2.854339153	2.977973968	3.106654379	3.240573726	3.379932276	3.524937455	3.675804089	3.832754648	3.996019499	4.165837168	4.342454607	4.526127474
19	2.526950195	2.643747571	2.765646911	2.892858191	3.025599502	3.164097341	3.308586914	3.459312453	3.616527535	3.78049542	3.951489396	4.129793133	4.315701059	4.509518734	4.711563249	4.922163628
20	2.653297705	2.782544318	2.917757491	3.059197537	3.207135472	3.361853425	3.523645064	3.692816043	3.869684462	4.054581338	4.2478511	4.449852101	4.660957144	4.88155403	5.112046125	5.352852945

الجدول المالي رقم 2 $(1+i)^{-n}$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	0.99009901	0.987654321	0.985221675	0.982800983	0.980392157	0.97799511	0.975609756	0.97323601	0.970873786	0.968523002	0.966183575	0.963855422	0.961538462	0.959232614	0.956937799	0.954653938
2	0.980296049	0.975461058	0.970661749	0.965897772	0.961168781	0.956474435	0.951814396	0.947188331	0.942595909	0.938036806	0.9335107	0.929017274	0.924556213	0.920127208	0.915729951	0.911364141
3	0.970590148	0.963418329	0.956316994	0.949285279	0.942322335	0.935427321	0.928599411	0.921837791	0.915141659	0.908510224	0.901942706	0.895438336	0.888996359	0.882616026	0.876296604	0.870037366
4	0.960980344	0.951524275	0.94218423	0.932958506	0.923845426	0.914843345	0.905950645	0.897165734	0.888487048	0.87991305	0.871442228	0.863073095	0.854804191	0.846634078	0.838561344	0.830584598
5	0.951465688	0.939777062	0.928260325	0.916912536	0.90573081	0.894712318	0.883854288	0.873153999	0.862608784	0.852216029	0.841973167	0.831877682	0.821927107	0.81211902	0.802451047	0.792920857
6	0.942045235	0.928174876	0.914542193	0.901142542	0.887971382	0.875024272	0.862296866	0.849784914	0.837484257	0.825390827	0.813500644	0.801809814	0.790314526	0.77901105	0.767895738	0.756965019
7	0.932718055	0.916715927	0.901026791	0.885643776	0.870560179	0.855769459	0.841265235	0.827041278	0.813091511	0.799410002	0.785990961	0.772828737	0.759917813	0.747252806	0.734828458	0.722639636
8	0.923483222	0.905398446	0.887711124	0.870411573	0.853490371	0.836938346	0.820746571	0.804906354	0.789409234	0.774246975	0.759411556	0.744895168	0.730690205	0.716789262	0.703185127	0.689870774
9	0.914339824	0.894220688	0.87459224	0.855441349	0.836755266	0.81852161	0.800728362	0.783363848	0.766416732	0.749876005	0.733730972	0.717971246	0.702586736	0.687567638	0.672904428	0.658587851
10	0.905286955	0.883180926	0.861667232	0.840728599	0.8203483	0.800510132	0.781198402	0.762397906	0.744093915	0.72627216	0.708918814	0.692020478	0.675564169	0.659537302	0.643927682	0.628723486
11	0.896323718	0.872277458	0.848933233	0.826268893	0.804263039	0.782894995	0.762144782	0.741993095	0.722421277	0.703411293	0.684945714	0.66700769	0.649580932	0.63264969	0.616198739	0.600213352
12	0.887449225	0.8615086	0.836387422	0.81205788	0.788493176	0.765667477	0.743555885	0.722134399	0.70137988	0.681270017	0.661783298	0.642898978	0.62459705	0.606858216	0.589663865	0.57299604
13	0.878662599	0.850872692	0.824027017	0.798091283	0.773032525	0.748819048	0.725420376	0.702807201	0.68095134	0.659825683	0.639404153	0.619661666	0.600574086	0.582118193	0.564271641	0.547012926
14	0.86996297	0.840368091	0.811849277	0.784364897	0.757875025	0.732341367	0.707727196	0.683997276	0.661117806	0.639056351	0.61778179	0.597264256	0.577475083	0.558386756	0.539972862	0.522208044
15	0.861349475	0.829993176	0.799851505	0.770874592	0.74301473	0.716226276	0.690465557	0.66569078	0.641861947	0.618940776	0.596890619	0.575676391	0.555264503	0.535622787	0.516720442	0.498527965
16	0.852821262	0.819746347	0.788031039	0.757616307	0.728445814	0.700465796	0.673624934	0.647874238	0.623166939	0.599458379	0.576705912	0.554868811	0.533908176	0.513786847	0.494469323	0.475921685
17	0.844377487	0.809626021	0.77638526	0.744586051	0.714162562	0.685052123	0.657195057	0.630534538	0.605016446	0.580589229	0.557203779	0.534813312	0.513373246	0.4928411	0.473176385	0.454340511
18	0.836017314	0.799630638	0.764911587	0.731779902	0.700159375	0.669977626	0.641165909	0.613658918	0.587394608	0.562314023	0.53836114	0.51548271	0.493628121	0.472749256	0.452800369	0.433737958
19	0.827739915	0.789758655	0.753607474	0.719194007	0.68643076	0.655234842	0.625527716	0.597234957	0.570286027	0.544614066	0.52015569	0.496850805	0.474642424	0.453476505	0.433301788	0.41406965
20	0.81954447	0.780008548	0.742470418	0.706824577	0.672971333	0.640816472	0.610270943	0.581250566	0.553675754	0.52747125	0.502565884	0.478892342	0.456386946	0.434989453	0.41464286	0.395293222

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	0.952380952	0.950118765	0.947867299	0.945626478	0.943396226	0.941176471	0.938967136	0.93676815	0.934579439	0.932400932	0.930232558	0.928074246	0.925925926	0.923787529	0.921658986	0.91954023
2	0.907029478	0.902725667	0.898452416	0.894209435	0.88999644	0.885813149	0.881659283	0.877534567	0.873438728	0.869371499	0.865332612	0.861321806	0.85733882	0.853383398	0.849455287	0.845554234
3	0.863837599	0.857696596	0.851613664	0.845588118	0.839619283	0.833706493	0.827849092	0.822046432	0.816297877	0.810602796	0.80496057	0.799370586	0.793832241	0.788344941	0.782908098	0.777521135
4	0.822702475	0.81491363	0.807216743	0.799610514	0.792093663	0.784664935	0.777323091	0.770066916	0.762895212	0.755806803	0.74880053	0.741875253	0.735029853	0.728263225	0.721574284	0.714961963
5	0.783526166	0.774264732	0.765134354	0.756132873	0.747258173	0.738508174	0.729880837	0.72137416	0.712986179	0.704714968	0.696558632	0.688515316	0.680583197	0.672760485	0.665045423	0.657436288
6	0.746215397	0.735643451	0.725245833	0.715019266	0.70496054	0.695066516	0.685334119	0.675760337	0.666342224	0.657076893	0.647961518	0.638993333	0.630169627	0.621487746	0.612945091	0.604539115
7	0.71068133	0.698948647	0.687436809	0.67614115	0.665057114	0.654180251	0.643506215	0.633030761	0.622749742	0.612659108	0.602754901	0.593033256	0.583490395	0.574122629	0.564926351	0.555898037
8	0.676839362	0.664084225	0.651598871	0.639376974	0.627412371	0.61569906	0.604231188	0.593003055	0.582009105	0.571243923	0.560702233	0.550378892	0.540268885	0.530367325	0.520669448	0.511170609
9	0.644608916	0.630958884	0.617629261	0.604611795	0.591898464	0.579481468	0.567353228	0.555506374	0.543933743	0.532628367	0.521583473	0.510792475	0.500248967	0.48994672	0.479879675	0.470041939
10	0.613913254	0.599485875	0.585430579	0.571736922	0.558394777	0.545394323	0.532726036	0.520380678	0.508349292	0.496623186	0.485193928	0.474053341	0.463193488	0.45260667	0.442285415	0.432222473
11	0.584679289	0.569582779	0.554910502	0.540649572	0.526787525	0.513312304	0.50021224	0.487476045	0.475092796	0.463051921	0.451343189	0.439956697	0.428882859	0.418112397	0.407636327	0.397445952
12	0.556837418	0.541171287	0.525981518	0.51125255	0.496969364	0.483117462	0.469682854	0.456652033	0.444011959	0.431750043	0.419854129	0.40831248	0.397113759	0.386247018	0.375701684	0.365467542
13	0.530321351	0.514176995	0.498560681	0.483453948	0.468839022	0.454698788	0.441016765	0.42777708	0.414964448	0.402564143	0.390561981	0.378944297	0.367697925	0.356810178	0.346268833	0.336062108
14	0.505067953	0.488529211	0.472569366	0.457166854	0.442300964	0.4279518	0.414100249	0.400727944	0.387817241	0.375351182	0.363313471	0.351688442	0.340461041	0.329616793	0.319141782	0.309022628
15	0.481017098	0.464160771	0.447933048	0.432309082	0.417265061	0.402778165	0.388826524	0.375389175	0.36244602	0.349977792	0.337966019	0.326392986	0.315241705	0.304495883	0.294139891	0.284158738
16	0.458111522	0.441007858	0.424581088	0.408802914	0.393646284	0.379085332	0.365095328	0.351652623	0.338734598	0.32631962	0.314386995	0.302916924	0.291890468	0.281289499	0.271096674	0.261295391
17	0.436296688	0.419009841	0.402446529	0.38657486	0.371364419	0.356786195	0.342812515	0.329416977	0.31657439	0.304260718	0.292453018	0.281129396	0.270268951	0.259851731	0.249858686	0.240271624
18	0.415520655	0.398109113	0.381465904	0.365555423	0.350343791	0.335798772	0.321889685	0.308587332	0.295863916	0.283692977	0.272049319	0.260908952	0.250249029	0.240047789	0.230284503	0.220939425
19	0.395733957	0.378250939	0.361579056	0.345678887	0.33051301	0.316045903	0.302243836	0.289074784	0.276508333	0.264515596	0.253069134	0.242142879	0.231712064	0.221753153	0.212243781	0.203162689
20	0.376889483	0.359383315	0.342728963	0.326883108	0.311804727	0.297454967	0.283797029	0.270796051	0.258419003	0.246634589	0.235413148	0.22472657	0.214548207	0.204852798	0.195616388	0.186816266

الجدول المالي رقم 3

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.01	2.0125	2.015	2.0175	2.02	2.0225	2.025	2.0275	2.03	2.0325	2.035	2.0375	2.04	2.0425	2.045	2.0475
3	3.0301	3.03765625	3.045225	3.05280625	3.0604	3.06800625	3.075625	3.08325625	3.0909	3.09855625	3.106225	3.11390625	3.1216	3.12930625	3.137025	3.14475625
4	4.060401	4.075626953	4.090903375	4.106230359	4.121608	4.137036391	4.152515625	4.168045797	4.183627	4.199259328	4.214942875	4.230677734	4.246464	4.262301766	4.278191125	4.294132172
5	5.10100501	5.12657229	5.152266926	5.178089391	5.20404016	5.230119709	5.256328516	5.282667056	5.30913581	5.335735256	5.362465876	5.389328149	5.41632256	5.443449591	5.470709726	5.49810345
6	6.15201506	6.190654444	6.22955093	6.268705955	6.308120963	6.347797403	6.387736729	6.4279404	6.468409884	6.509146652	6.550152181	6.591427955	6.632975462	6.674796198	6.716891663	6.759263364
7	7.213535211	7.268037624	7.322994193	7.378408309	7.434283382	7.490622844	7.547430147	7.604708761	7.662462181	7.720693918	7.779407508	7.838606503	7.898294481	7.958475037	8.019151788	8.080328374
8	8.285670563	8.358888095	8.432839106	8.507530455	8.58296905	8.659161858	8.7361159	8.813838252	8.892336046	8.971616471	9.05168677	9.132554247	9.21422626	9.296710226	9.380013619	9.464143971
9	9.368527268	9.463374196	9.559331693	9.656412238	9.754628431	9.853993	9.954518798	10.0562188	10.15910613	10.26319401	10.36849581	10.47502503	10.58279531	10.69182041	10.80211423	10.91369081
10	10.46221254	10.58166637	10.70272167	10.82539945	10.949721	11.07570784	11.20338177	11.33276482	11.46387931	11.59674781	11.73139316	11.86783847	12.00610712	12.14622278	12.28820937	12.43209112
11	11.56683467	11.7139372	11.86326249	12.01484394	12.16871542	12.32491127	12.48346631	12.64441585	12.80779569	12.97364212	13.14199192	13.31288241	13.48635141	13.66243725	13.84117879	14.02261545
12	12.68250301	12.86036142	13.04121143	13.22510371	13.41208973	13.60222177	13.79555297	13.99213729	14.19202956	14.39528548	14.60196164	14.8121155	15.02580546	15.24309083	15.46403184	15.68868969
13	13.80932804	14.02111594	14.2368296	14.45654303	14.68033152	14.90827176	15.14044179	15.37692107	15.61779045	15.86313226	16.1130303	16.36756983	16.62683768	16.89092219	17.15991327	17.43390245
14	14.94742132	15.19637988	15.45038205	15.70953253	15.97393815	16.24370788	16.51895284	16.79978639	17.08632416	17.37868406	17.67698636	17.9813537	18.29191119	18.60878638	18.93210937	19.26201281
15	16.09689554	16.38633463	16.68213778	16.98444935	17.29341692	17.6091913	17.93192666	18.26178052	18.59891389	18.94349129	19.29568088	19.65565447	20.02358764	20.3996598	20.78405429	21.17695842
16	17.25786449	17.59116382	17.93236984	18.28167721	18.63928525	19.00539811	19.38022483	19.76397948	20.1568813	20.55915476	20.97102971	21.39274151	21.82453114	22.26664534	22.71933673	23.18286395
17	18.43044314	18.81105336	19.20135539	19.60160656	20.01207096	20.43301957	20.86473045	21.30748892	21.76158774	22.22732729	22.70501575	23.19496932	23.69751239	24.21297777	24.74170689	25.28404998
18	19.61474757	20.04619153	20.48937572	20.94463468	21.41231238	21.89276251	22.38634871	22.89344487	23.41443537	23.94971543	24.4996913	25.06478067	25.64541288	26.24202933	26.8550837	27.48504236
19	20.81089504	21.29676893	21.79671636	22.31116578	22.84055863	23.38534966	23.94600743	24.5230146	25.11686844	25.72808118	26.3571805	27.00470994	27.6712294	28.35731557	29.06356246	29.79058187
20	22.01900399	22.56297854	23.1236671	23.70161119	24.2973698	24.91152003	25.54465761	26.1973975	26.87037449	27.56424382	28.27968181	29.01738656	29.77807858	30.56250149	31.37142277	32.20563451

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.05	2.0525	2.055	2.0575	2.06	2.0625	2.065	2.0675	2.07	2.0725	2.075	2.0775	2.08	2.0825	2.085	2.0875
3	3.1525	3.16025625	3.168025	3.17580625	3.1836	3.19140625	3.199225	3.20705625	3.2149	3.22275625	3.230625	3.23850625	3.2464	3.25430625	3.262225	3.27015625
4	4.310125	4.326169703	4.342266375	4.358415109	4.374616	4.390869141	4.407174625	4.423532547	4.439943	4.456406078	4.472921875	4.489490484	4.506112	4.522786516	4.539514125	4.556294922
5	5.52563125	5.553293613	5.581091026	5.609023978	5.63709296	5.665298462	5.693640976	5.722120994	5.75073901	5.779495519	5.808391016	5.837425997	5.86660096	5.895916403	5.925372826	5.954970728
6	6.801912813	6.844841527	6.888051032	6.931542857	6.975318538	7.019379616	7.063727639	7.108364161	7.153290741	7.198508944	7.244020342	7.289826512	7.335929037	7.382329506	7.429029516	7.476030666
7	8.142008453	8.204195707	8.266893839	8.330106571	8.39383765	8.458090842	8.522869936	8.588178742	8.654021093	8.720400842	8.787321867	8.854788066	8.92280336	8.991371691	9.060497025	9.130183349
8	9.549108876	9.634915982	9.721573	9.809087699	9.897467909	9.986721519	10.07685648	10.16788081	10.25980257	10.3526299	10.44637101	10.54103414	10.63662763	10.73315986	10.83063927	10.92907439
9	11.02656432	11.14074907	11.25625951	11.37311024	11.49131598	11.61089161	11.73185215	11.85421276	11.97798875	12.10319557	12.22984883	12.35796429	12.48755784	12.61864554	12.75124361	12.8853684
10	12.57789254	12.7256384	12.87535379	13.02706408	13.18079494	13.33657234	13.49442254	13.65437212	13.81644796	13.98067725	14.1470875	14.31570652	14.48656247	14.6596838	14.83509932	15.01283814
11	14.20678716	14.39373441	14.58349825	14.77612027	14.97164264	15.17010811	15.37156001	15.57604224	15.78359932	15.99427635	16.20811906	16.42517377	16.64548746	16.86910771	17.09608276	17.32646147
12	15.91712652	16.14940547	16.38559065	16.62574718	16.8699412	17.11823987	17.37071141	17.62742509	17.88845127	18.15386139	18.42372799	18.69812474	18.97712646	19.2608091	19.54924979	19.84252685
13	17.71298285	17.99724926	18.28679814	18.58172764	18.88213767	19.18812986	19.49980765	19.81727629	20.14064286	20.47001634	20.80550759	21.14722941	21.49529658	21.84982585	22.21093603	22.57874795
14	19.59863199	19.94210484	20.29257203	20.65017698	21.01506593	21.38738798	21.76729515	22.15494244	22.55048786	22.95409252	23.36592066	23.78613969	24.2149203	24.65243648	25.09886559	25.5543884
15	21.57856359	21.98906535	22.4086635	22.83756216	23.27596988	23.72409973	24.18216933	24.65040105	25.12902201	25.61826423	26.1183647	26.62956552	27.15211393	27.68626249	28.23226916	28.79039738
16	23.65749177	24.14349128	24.64113999	25.15072198	25.67252808	26.20685596	26.75401034	27.31430312	27.88805355	28.47558839	29.07724206	29.69335684	30.32428304	30.97037915	31.63201204	32.30955715
17	25.84036636	26.41102457	26.99640269	27.5968885	28.21287976	28.84478446	29.49302101	30.15801858	30.8402173	31.54006854	32.25803521	32.994592	33.75022569	34.52543543	35.32073306	36.13664341
18	28.13238467	28.79760336	29.48120483	30.18370959	30.90565255	31.64758348	32.41006738	33.19368484	33.99903251	34.82672351	35.67738785	36.55167288	37.45024374	38.37378385	39.32299538	40.2985997
19	30.53900391	31.30947754	32.1026711	32.91927289	33.7599917	34.62555745	35.51672176	36.43425856	37.37896479	38.35166097	39.35319194	40.38442753	41.44626324	42.53962102	43.66544998	44.82472718
20	33.0659541	33.95322511	34.86831801	35.81213108	36.7855912	37.78965479	38.82530867	39.89357101	40.99549232	42.13215639	43.30468134	44.51422066	45.7619643	47.04913975	48.37701323	49.74689081

الجدول المالي رقم 4

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	0.99009901	0.987654321	0.985221675	0.982800983	0.980392157	0.97799511	0.975609756	0.97323601	0.970873786	0.968523002	0.966183575	0.963855422	0.961538462	0.959232614	0.956937799	0.954653938
2	1.970395059	1.963115379	1.955883424	1.948698755	1.941560938	1.934469545	1.927424152	1.92042434	1.913469696	1.906559809	1.899694275	1.892872696	1.886094675	1.879359821	1.87266775	1.866018079
3	2.940985207	2.926533707	2.912200417	2.897984034	2.883883273	2.869896866	2.856023563	2.842262132	2.828611355	2.815070033	2.801636981	2.788311032	2.775091033	2.761975848	2.748964354	2.736055446
4	3.901965552	3.878057983	3.854384648	3.83094254	3.807728699	3.784740211	3.761974208	3.739427865	3.717098403	3.694983082	3.673079209	3.651384127	3.629895224	3.608609926	3.587525698	3.566640043
5	4.853431239	4.817835045	4.782644973	4.747855076	4.713459509	4.679452529	4.645828496	4.612581864	4.579707187	4.547199111	4.515052375	4.483261809	4.451822331	4.420728946	4.389976744	4.359560901
6	5.795476475	5.746009921	5.697187165	5.648997617	5.601430891	5.554476801	5.508125362	5.462366778	5.417191444	5.372589938	5.32855302	5.285071623	5.242136857	5.199739996	5.157872483	5.11652592
7	6.728194529	6.662725847	6.598213956	6.534641393	6.471991069	6.41024626	6.349390597	6.289408056	6.230282955	6.17199994	6.11454398	6.05790036	6.00205467	5.946992802	5.89270094	5.839165556
8	7.651677752	7.568124294	7.48592508	7.405052966	7.32548144	7.247184607	7.170137167	7.09431441	7.01969219	6.946246915	6.873955537	6.802795528	6.732744875	6.663782064	6.595886067	6.52903633
9	8.566017576	8.462344982	8.36051732	8.260494316	8.162236706	8.065706217	7.970865529	7.877678258	7.786108922	7.696122921	7.607686509	7.520766774	7.435331611	7.351349702	7.268790495	7.187624181
10	9.471304531	9.345525908	9.222184552	9.101222915	8.982585006	8.866216349	8.752063931	8.640076163	8.530202837	8.42239508	8.316605323	8.212787252	8.110895779	8.010887004	7.912718177	7.816347667
11	10.36762825	10.21780337	10.07111779	9.927491808	9.786848045	9.649111344	9.514208713	9.382069259	9.252624113	9.125806373	9.001551036	8.879794941	8.760476711	8.643536695	8.528916916	8.416561019
12	11.25507747	11.07931197	10.90750521	10.73954969	10.57534122	10.41477882	10.2577646	10.10420366	9.954003994	9.807076391	9.663334335	9.522693919	9.38507376	9.250394911	9.118580781	8.989557058
13	12.13374007	11.93018466	11.73153222	11.53764097	11.34837375	11.16359787	10.98318497	10.80701086	10.63495533	10.46690207	10.30273849	10.14235558	9.985647847	9.832513104	9.682852422	9.536569984
14	13.00370304	12.77055275	12.5433815	12.32200587	12.10624877	11.89593924	11.69091217	11.49100814	11.29607314	11.10595842	10.92052028	10.73961984	10.56312293	10.39089986	10.22282528	10.05877803
15	13.86505252	13.60054592	13.34323301	13.09288046	12.8492635	12.61216551	12.38137773	12.15669892	11.93793509	11.7248992	11.5174109	11.31529623	11.11838743	10.92652265	10.73954573	10.55730599
16	14.71787378	14.42029227	14.13126405	13.85049677	13.57770931	13.31263131	13.05500266	12.80457315	12.56110203	12.32435758	12.09411681	11.87016504	11.65229561	11.44030949	11.23401505	11.03322768
17	15.56225127	15.22991829	14.90764931	14.59508282	14.29187188	13.99768343	13.71219772	13.43510769	13.16611847	12.90494681	12.65132059	12.40497835	12.16566885	11.93315059	11.70719143	11.48756819
18	16.39826858	16.02954893	15.67256089	15.32686272	14.99203125	14.66766106	14.35336363	14.04876661	13.75351308	13.46726083	13.18968173	12.92046106	12.65929697	12.40589985	12.1599918	11.92130615
19	17.2260085	16.81930759	16.42616837	16.04605673	15.67846201	15.3228959	14.97889134	14.64600157	14.32379911	14.0118749	13.70983742	13.41731187	13.1339394	12.85937636	12.59329359	12.3353758
20	18.04555297	17.59931613	17.16863879	16.7528813	16.35143334	15.96371237	15.58916229	15.22725213	14.87747486	14.53934615	14.2124033	13.89620421	13.59032634	13.29436581	13.00793645	12.73066902

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	0.952380952	0.950118765	0.947867299	0.945626478	0.943396226	0.941176471	0.938967136	0.93676815	0.934579439	0.932400932	0.930232558	0.928074246	0.925925926	0.923787529	0.921658986	0.91954023
2	1.859410431	1.852844432	1.846319714	1.839835913	1.833392666	1.826989619	1.820626419	1.814302717	1.808018168	1.801772431	1.79556517	1.789396052	1.783264746	1.777170927	1.771114273	1.765094464
3	2.723248029	2.710541028	2.697933378	2.685424031	2.673011949	2.660696112	2.648475511	2.636349149	2.624316044	2.612375227	2.60052574	2.588766638	2.577096987	2.565515868	2.554022371	2.542615599
4	3.545950504	3.525454659	3.505150122	3.485034544	3.465105613	3.445361047	3.425798602	3.406416065	3.387211256	3.36818203	3.34932627	3.330641891	3.31212684	3.293779093	3.275596656	3.257577563
5	4.329476671	4.299719391	4.270284476	4.241167418	4.212363786	4.183869221	4.155679438	4.127790224	4.100197436	4.072896998	4.045884902	4.019157207	3.992710037	3.966539578	3.940642079	3.915013851
6	5.075692067	5.035362841	4.995530309	4.956186684	4.917324326	4.878935737	4.841013557	4.803550562	4.76653966	4.729973891	4.69384642	4.65815054	4.622879664	4.588027324	4.55358717	4.519552966
7	5.786373397	5.734311488	5.682967117	5.632327833	5.58238144	5.533115988	5.484519772	5.436581322	5.389289402	5.342632998	5.296601321	5.251183796	5.206370059	5.162149953	5.11851352	5.075451003
8	6.463212759	6.398395713	6.334565988	6.271704807	6.209793811	6.148815047	6.088750959	6.029584377	5.971298506	5.913876921	5.857303555	5.801562688	5.746638944	5.692517277	5.639182968	5.586621612
9	7.107821676	7.029354597	6.952195249	6.876316602	6.801692274	6.728296515	6.656104187	6.585090751	6.515232249	6.446505288	6.378887028	6.312355163	6.246887911	6.182463997	6.119062643	6.056663552
10	7.721734929	7.628840472	7.537625829	7.448053525	7.360087051	7.273690838	7.188830223	7.10547143	7.023581541	6.943128474	6.864080956	6.786408504	6.710081399	6.635070667	6.561348058	6.488886024
11	8.306414218	8.198423251	8.09253633	7.988703097	7.886874577	7.787003141	7.689042463	7.592947475	7.498674337	7.406180395	7.315424145	7.226365201	7.138964258	7.053183065	6.968984386	6.886331976
12	8.863251636	8.739594538	8.618517849	8.499955647	8.38384394	8.270120604	8.158725317	8.049599508	7.942686297	7.837930438	7.735278275	7.634677681	7.536078017	7.439430083	7.34468607	7.251799519
13	9.393572987	9.253771533	9.11707853	8.983409595	8.852682963	8.724819392	8.599742082	8.477376589	8.357650744	8.240494581	8.125840255	8.013621977	7.903775942	7.796240261	7.690954903	7.587861626
14	9.89864094	9.742300744	9.589647895	9.440576449	9.294983927	9.152771192	9.01384233	8.878104533	8.745467985	8.615845763	8.489153726	8.36531042	8.244236983	8.125857054	8.010096685	7.896884254
15	10.37965804	10.20646151	10.03758094	9.872885531	9.712248988	9.555549357	9.402668855	9.253493707	9.107914005	8.965823556	8.827119745	8.691703406	8.559478688	8.430352937	8.304236576	8.181042992
16	10.83776956	10.64746937	10.46216203	10.28168845	10.10589527	9.934634689	9.767764183	9.60514633	9.446648603	9.292143175	9.14150674	8.99462033	8.851369155	8.711642436	8.57533325	8.442338384
17	11.27406625	11.06647921	10.86460856	10.66826331	10.47725969	10.29142088	10.1105767	9.934563307	9.763222993	9.596403893	9.433959758	9.275749726	9.121638107	8.971494167	8.825191935	8.682610008
18	11.6895869	11.46458833	11.24607447	11.03381873	10.82760348	10.62721966	10.43246638	10.24315064	10.05908691	9.88009687	9.706009077	9.536658679	9.371887136	9.211541956	9.055476438	8.903549433
19	12.08532086	11.84283926	11.60765352	11.37949762	11.15811649	10.94326556	10.73471022	10.53222542	10.33559524	10.14461247	9.959078211	9.778801558	9.6035992	9.433295109	9.267720219	9.106712122
20	12.46221034	12.20222258	11.95038248	11.70638072	11.46992122	11.24072053	11.01850725	10.80302147	10.59401425	10.39124705	10.19449136	10.00352813	9.818147407	9.638147907	9.463336608	9.293528388

الجدول المالي رقم 5

$$\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

المدة \ المعدل	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04	1.0425	1.045	1.0475
2	0.507512438	0.50939441	0.511277916	0.513162949	0.515049505	0.516937577	0.51882716	0.520718249	0.522610837	0.52450492	0.526400491	0.528297546	0.530196078	0.532096083	0.533997555	0.535900488
3	0.340022111	0.341701173	0.34338296	0.345067464	0.346754673	0.348444577	0.350137167	0.351832433	0.353530363	0.355230949	0.356934181	0.358640047	0.360348539	0.362059647	0.36377336	0.365489669
4	0.256281094	0.257861023	0.259444786	0.261032367	0.262623753	0.264218928	0.265817878	0.267420588	0.269027045	0.270637234	0.272251139	0.273868748	0.275490045	0.277115017	0.278743648	0.280375925
5	0.2060398	0.207562108	0.209089323	0.210621425	0.212158394	0.213700213	0.215246861	0.21679832	0.218354571	0.219915595	0.221481373	0.223051886	0.224627113	0.226207038	0.22779164	0.229380899
6	0.172548367	0.17403381	0.175525215	0.177022557	0.178525812	0.180034958	0.181549971	0.183070826	0.1845975	0.186129969	0.187668209	0.189212195	0.190761903	0.192317308	0.193878388	0.195445116
7	0.148628283	0.150088721	0.151556165	0.153030586	0.154511956	0.156000247	0.15749543	0.158997475	0.160506354	0.162022037	0.163544494	0.165073696	0.166609612	0.168152213	0.169701468	0.171257347
8	0.130690292	0.132133136	0.133584025	0.135042923	0.136509799	0.137984618	0.139467346	0.140957948	0.142456389	0.143962634	0.145476647	0.146998391	0.148527832	0.150064932	0.151609653	0.15316196
9	0.116740363	0.118170555	0.119609823	0.121058131	0.122515437	0.123981704	0.12545689	0.126940955	0.128433857	0.129935555	0.131446005	0.132965166	0.134492993	0.136029442	0.13757447	0.139128031
10	0.105582077	0.107003074	0.108434178	0.109875344	0.111326528	0.112787683	0.114258763	0.11573972	0.117230507	0.118731072	0.120241368	0.121761342	0.123290944	0.124830122	0.126378822	0.127936991
11	0.096454076	0.097868393	0.099293844	0.100730378	0.102177943	0.103636487	0.105105956	0.106586295	0.108077448	0.109579358	0.111091966	0.112615213	0.114149039	0.115693383	0.117248182	0.118813373
12	0.088848789	0.090258312	0.091679993	0.093113774	0.094559597	0.096017402	0.097487127	0.09896871	0.100462085	0.101967188	0.103483949	0.105012301	0.106552173	0.108103493	0.109666189	0.111240186
13	0.08241482	0.083820999	0.085240357	0.08667283	0.088118353	0.089576856	0.091048271	0.092532525	0.094029544	0.095539252	0.097061573	0.098596425	0.100143728	0.101703399	0.103275353	0.104859504
14	0.076901172	0.078305146	0.079723319	0.081155618	0.08260197	0.084062299	0.085536525	0.087024566	0.088526339	0.090041756	0.091570729	0.093113166	0.094668973	0.096238056	0.097820316	0.099415654
15	0.07212378	0.07352646	0.074944356	0.076377387	0.077825472	0.079288525	0.080766456	0.082259173	0.08376658	0.08528858	0.086825069	0.088375945	0.0899411	0.091520425	0.093113808	0.094721134
16	0.067944597	0.069346722	0.070765078	0.072199576	0.073650126	0.07511663	0.076598989	0.078097098	0.079610849	0.081140132	0.082684831	0.084244827	0.085819999	0.087410223	0.089015369	0.090635309
17	0.064258055	0.065660234	0.067079657	0.068516226	0.069969841	0.071440393	0.07292777	0.074431856	0.075952529	0.077489665	0.079043132	0.080612797	0.082198522	0.083800166	0.085417583	0.087050626
18	0.060982048	0.062384787	0.063805782	0.065244924	0.066702102	0.068177196	0.069670081	0.071180626	0.072708696	0.07425415	0.075816841	0.077396619	0.078993328	0.080606809	0.082236898	0.083883426
19	0.058051754	0.05945548	0.06087847	0.062320607	0.063781766	0.065261815	0.066760615	0.068278021	0.069813881	0.071368037	0.072940325	0.074530577	0.076138618	0.077764269	0.079407344	0.081067656
20	0.055415315	0.05682039	0.058245736	0.059691225	0.061156718	0.062642071	0.064147129	0.065671731	0.067215708	0.068778884	0.070361077	0.071962097	0.07358175	0.075219835	0.076876144	0.078550467

المدة \ المعدل	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725	1.075	1.0775	1.08	1.0825	1.085	1.0875
2	0.537804878	0.539710719	0.541618005	0.543526731	0.545436893	0.547348485	0.549261501	0.551175937	0.553091787	0.555009047	0.556927711	0.558847774	0.560769231	0.562692077	0.564616307	0.566541916
3	0.367208565	0.368930036	0.370654075	0.37238067	0.374109813	0.375841493	0.377575702	0.379312429	0.381051666	0.382793402	0.384537628	0.386284335	0.388033514	0.389785155	0.391539249	0.393295786
4	0.282011833	0.283651358	0.285294485	0.286941202	0.288591492	0.290245343	0.29190274	0.29356367	0.295228117	0.296896068	0.298567509	0.300242426	0.301920804	0.303602631	0.305287893	0.306976574
5	0.230974798	0.232573317	0.234176436	0.235784137	0.2373964	0.239013207	0.240634538	0.242260373	0.243890694	0.245525482	0.247164718	0.248808382	0.250456455	0.252108918	0.253765752	0.255426938
6	0.197017468	0.19859542	0.200178948	0.201768025	0.203362628	0.204962732	0.206568312	0.208179343	0.2097958	0.211417658	0.213044891	0.214677476	0.216315386	0.217958597	0.219607084	0.221260821
7	0.172819818	0.174388852	0.175964418	0.177546483	0.179135018	0.180729991	0.182331369	0.183939123	0.18555322	0.187173628	0.188800315	0.190433251	0.192072401	0.193717736	0.195369221	0.197026826
8	0.154721814	0.156289177	0.157864012	0.15944628	0.161035943	0.162632961	0.164237297	0.165848911	0.167467762	0.169093813	0.170727023	0.172367352	0.174014761	0.175669208	0.177330653	0.178999057
9	0.14069008	0.142260571	0.143839458	0.145426695	0.147022235	0.14862603	0.150238033	0.151858196	0.15348647	0.155122808	0.156767159	0.158419476	0.160079709	0.161747808	0.163423723	0.165107405
10	0.129504575	0.131081519	0.132667769	0.134263267	0.135867958	0.137481785	0.13910469	0.140736615	0.142377503	0.144027293	0.145685927	0.147353346	0.149029489	0.150714295	0.152407705	0.154109657
11	0.120388891	0.121974674	0.123570653	0.125176764	0.126792938	0.128419108	0.130055206	0.131701161	0.133356905	0.135022366	0.136697474	0.138382156	0.140076342	0.141779958	0.143492932	0.145215189
12	0.11282541	0.114421784	0.116029231	0.117647673	0.119277029	0.120917221	0.122568166	0.124229783	0.125901989	0.1275847	0.129277831	0.130981299	0.132695017	0.134418899	0.136152858	0.137896807
13	0.106455765	0.108064047	0.109684259	0.111316309	0.112960105	0.114615553	0.116282557	0.117961021	0.119650848	0.12135194	0.123064196	0.124787518	0.126521805	0.128266955	0.130022866	0.131789435
14	0.101023969	0.102645158	0.104279115	0.105925735	0.107584909	0.109256528	0.110940481	0.112636655	0.114344939	0.116065216	0.117797372	0.11954129	0.121296853	0.123063942	0.124842438	0.126632222
15	0.096342288	0.097977149	0.099625598	0.101287511	0.102962764	0.104651231	0.106352783	0.108067291	0.109794625	0.111534651	0.113287236	0.115052246	0.116829545	0.118618996	0.120420461	0.122233803
16	0.092269908	0.09391903	0.095582538	0.09726029	0.098952144	0.100657954	0.102377574	0.104110855	0.105857648	0.107617799	0.109391157	0.111177567	0.112976872	0.114788917	0.116613544	0.118450594
17	0.088699142	0.090362976	0.092041972	0.093735969	0.095444804	0.097168312	0.098906327	0.100658677	0.102425193	0.104205702	0.106000028	0.107807997	0.109629431	0.111464153	0.113311983	0.115172742
18	0.085546222	0.087225112	0.088919916	0.090630454	0.092356541	0.094097989	0.09585461	0.097626212	0.099412602	0.101213583	0.103028958	0.104858529	0.106702096	0.108559458	0.110430413	0.112314758
19	0.08274501	0.084439211	0.086150056	0.087877342	0.08962086	0.091380401	0.093155752	0.094946695	0.096753015	0.09857449	0.100410899	0.10226202	0.104127627	0.106007497	0.107901401	0.109809115
20	0.080242587	0.081952283	0.08367933	0.085423499	0.087184557	0.088962269	0.090756395	0.092566696	0.094392926	0.09623484	0.098092192	0.099964731	0.101852209	0.103754374	0.105670974	0.107601759

جملة الوحدة النقدية للشهور $(1+i)^{\frac{m}{12}}$

الشهر \ المعدل	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1.000829538	1.001035746	1.001241488	1.001446765	1.001651581	1.001855938	1.002059836	1.00226328	1.00246627	1.002668809	1.002870899	1.003072542	1.00327374	1.003474495	1.003674809	1.003874685
2	1.001659764	1.002072565	1.002484517	1.002895624	1.00330589	1.00371532	1.004123915	1.004531682	1.004938622	1.00534474	1.005750039	1.006154524	1.006558197	1.006961062	1.007363123	1.007764383
3	1.002490679	1.003110457	1.003729089	1.004346579	1.004962932	1.005578153	1.006192246	1.006805218	1.007417072	1.008027813	1.008637446	1.009245976	1.009853407	1.010459743	1.01106499	1.011669153
4	1.003322284	1.004149425	1.004975206	1.005799633	1.00662271	1.007444443	1.008264838	1.0090839	1.009901634	1.010718046	1.011533142	1.012346926	1.013159404	1.013970581	1.014780462	1.015589052
5	1.004154578	1.005189469	1.006222871	1.007254789	1.008285229	1.009314197	1.010341698	1.011367739	1.012392324	1.01341546	1.014437151	1.015457404	1.016476224	1.017493616	1.018509586	1.01952414
6	1.004987562	1.00623059	1.007472084	1.00871205	1.009950494	1.011187421	1.012422837	1.013656747	1.014889157	1.016120072	1.017349497	1.018577439	1.019803903	1.021028893	1.022252415	1.023474475
7	1.005821238	1.007272789	1.008722848	1.01017142	1.011618509	1.013064121	1.014508262	1.015950935	1.017392147	1.018831902	1.020270205	1.021707061	1.023142475	1.024576453	1.026008998	1.027440116
8	1.006655605	1.008316068	1.009975165	1.011632901	1.013289279	1.014944305	1.016597983	1.018250316	1.01990131	1.021550969	1.023199297	1.024846299	1.026491978	1.028136338	1.029779385	1.031421123
9	1.007490664	1.009360427	1.011229037	1.013096496	1.014962809	1.016827978	1.018692008	1.020554902	1.022416662	1.024277293	1.026136799	1.027995182	1.029852445	1.031708593	1.033563628	1.035417554
10	1.008326416	1.010405868	1.012484465	1.014562209	1.016639103	1.018715148	1.020790347	1.022864703	1.024938218	1.027010894	1.029082734	1.03115374	1.033223914	1.035293259	1.037361778	1.039429471
11	1.009162861	1.011452392	1.013741452	1.016030043	1.018318165	1.020605819	1.022893008	1.025179732	1.027465992	1.029751789	1.032037126	1.034322003	1.03660642	1.038890381	1.041173884	1.043456933
12	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04	1.0425	1.045	1.0475

الشهر \ المعدل	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1.004074124	1.004273128	1.004471699	1.004669839	1.004867551	1.005064835	1.005261694	1.00545813	1.005654145	1.005849741	1.006044919	1.006239681	1.00643403	1.006627967	1.006821493	1.007014612
2	1.008164846	1.008564515	1.008963394	1.009361486	1.009758794	1.010155322	1.010551074	1.010946052	1.01134026	1.011733701	1.012126379	1.012518297	1.012909457	1.013299864	1.01368952	1.014078428
3	1.012272234	1.01287424	1.013475174	1.014075042	1.014673846	1.015271592	1.015868285	1.016463928	1.017058525	1.017652081	1.018244601	1.018836088	1.019426547	1.020015981	1.020604396	1.021191794
4	1.016396357	1.017202381	1.01800713	1.018810609	1.019612822	1.020413775	1.021213473	1.02201192	1.022809122	1.023605082	1.024399807	1.025193301	1.025985568	1.026776613	1.027566442	1.028355058
5	1.020537281	1.021549017	1.022559352	1.023568291	1.024575839	1.025582003	1.026586786	1.027590195	1.028592233	1.029592907	1.030592221	1.03159018	1.03258679	1.033582055	1.03457598	1.035568569
6	1.024695077	1.025914226	1.027131929	1.02834819	1.029563014	1.030776406	1.031988372	1.033198916	1.034408043	1.035615759	1.036822068	1.038026975	1.039230485	1.040432602	1.041633333	1.042832681
7	1.028869811	1.030298089	1.031724954	1.033150411	1.034574464	1.035997119	1.037418379	1.03883825	1.040256737	1.041673843	1.043089573	1.044503932	1.045916925	1.047328555	1.048738828	1.050147747
8	1.033061554	1.034700684	1.036338517	1.037975057	1.039610308	1.041244273	1.042876958	1.044508365	1.0461385	1.047767365	1.049394965	1.051021304	1.052646386	1.054270214	1.055892793	1.057514126
9	1.037270375	1.039122093	1.040972711	1.042822234	1.044670663	1.046518004	1.048364257	1.050209428	1.052053519	1.053896533	1.055738473	1.057579342	1.059419144	1.061257882	1.063095558	1.064932176
10	1.041496343	1.043562394	1.045627628	1.047692046	1.049755651	1.051818445	1.05388043	1.055941608	1.058001982	1.060061554	1.062120326	1.0641783	1.066235479	1.068291864	1.070347458	1.072402262
11	1.045739528	1.04802167	1.05030336	1.052584599	1.054865389	1.057145731	1.059425626	1.061705075	1.063984079	1.06626264	1.068540758	1.070818434	1.07309567	1.075372467	1.077648826	1.079924747
12	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725	1.075	1.0775	1.08	1.0825	1.085	1.0875

طريقة الحساب الفائدة المركبة والجملة باستعمال الجدول المالي رقم 01:

1/الحالة العادية (وجود قيمة المعدل الفائدة (t) والمدة (n) في الجدول):

تحسب قيمة القوس $(1+t)^n$ بتقاطع (t) و (n) المعلومة مسبقا بالنظر إلى الجدول في عمود المدة (n) المتقاطع عند المعدل (t).

مثال01:

احسب جملة مبلغ 20000 دج أودع في بنك يطبق معدل فائدة قدره 6.75% سنويا لمدة 10 سنوات؟

الحل:

✓ **الطريقة الأولى:** باستعمال الالة الحاسبة:

$$A = C * (1+t)^{10} = 20000 * (1.0675)^{10} = 38433,4023$$

✓ **الطريقة الثانية:** باستعمال الجدول المالي رقم 01:

المعدل \ المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725
2	1.1025	1.10775625	1.113025	1.11830625	1.1236	1.12890625	1.134225	1.13955625	1.1449	1.15025625
3	1.157625	1.165913453	1.174241375	1.182608859	1.191016	1.199462891	1.207949625	1.216476297	1.225043	1.233649828
4	1.21550625	1.227123909	1.238824651	1.250608869	1.26247696	1.274429321	1.286466351	1.298588447	1.31079601	1.323089441
5	1.276281563	1.291547915	1.306960006	1.322518879	1.338225578	1.354081154	1.370086663	1.386243167	1.402551731	1.419013425
6	1.340095641	1.35935418	1.378842807	1.398563714	1.418519112	1.438711226	1.459142297	1.479814581	1.500730352	1.521891898
7	1.407100423	1.430720275	1.454679161	1.478981128	1.503630259	1.528630678	1.553986546	1.579702065	1.605781476	1.632229061
8	1.477455444	1.505833089	1.534686515	1.564022543	1.593848075	1.624170095	1.654995671	1.686331954	1.71818618	1.750565668
9	1.551328216	1.584889326	1.619094273	1.653953839	1.689478959	1.725680726	1.76257039	1.800159361	1.838459212	1.877481679
10	1.628894627	1.668096016	1.708144458	1.749056185	1.790847697	1.833535771	1.877137485	1.921670118	1.967151357	2.013599101
11	1.710339358	1.755671057	1.802092404	1.849626915	1.898298558	1.948131757	1.999151401	2.051382851	2.104851952	2.159585035
12	1.795856326	1.847843787	1.901207486	1.955980463	2.012196472	2.069889992	2.129096242	2.189851194	2.252191589	2.316154951

$$A = C * 1.921670118 = 20000 * 1.921670118 = 38433,4023$$

مثال 02:

مبلغ 50000 دج أودع في بنك، وبعد مدة معينة أصبح جملة هذا المبلغ 61252,15 دج، يطبق هذا البنك معدل فائدة قدره 7% سنويا. أحسب مدة إيداع هذا المبلغ بطريقتين؟

الحل:

الطريقة الأولى: باستعمال الالة الحاسبة:

$$A = C * (1+t)^n \Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{A}{C}\right)}{\ln(1+t)} = \frac{\ln\left(\frac{61252,15}{50000}\right)}{\ln(1.07)} = 3$$

✓ الطريقة الثانية: باستعمال الجدول المالي رقم 01:

$$\frac{A}{C} = (1+t)^n = \frac{61252,15}{50000} = 1,225043$$

عند البحث عن القيمة $(\mathbf{1,225043})$ في الجدول رقم (1) في العمود ذو القيمة 7%، نجد القيمة المقابلة لها في الصف ذو القيمة (3سنوات).

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725
2	1.1025	1.10775625	1.113025	1.11830625	1.1236	1.12890625	1.134225	1.13955625	1.1449	1.15025625
3	1.157625	1.165913453	1.174241375	1.182608859	1.191016	1.199462891	1.207949625	1.216476297	1.225043	1.233649828
4	1.21550625	1.227123909	1.238824651	1.250608869	1.26247696	1.274429321	1.286466351	1.298588447	1.31079601	1.323089441
5	1.276281563	1.291547915	1.306960006	1.322518879	1.338225578	1.354081154	1.370086663	1.386243167	1.402551731	1.419013425
6	1.340095641	1.35935418	1.378842807	1.398563714	1.418519112	1.438711226	1.459142297	1.479814581	1.500730352	1.521891898
7	1.407100423	1.430720275	1.454679161	1.478981128	1.503630259	1.528630678	1.553986546	1.579702065	1.605781476	1.632229061
8	1.477455444	1.505833089	1.534686515	1.564022543	1.593848075	1.624170095	1.654995671	1.686331954	1.71818618	1.750565668
9	1.551328216	1.584889326	1.619094273	1.653953839	1.689478959	1.725680726	1.76257039	1.800159361	1.838459212	1.877481679
10	1.628894627	1.668096016	1.708144458	1.749056185	1.790847697	1.833535771	1.877137465	1.921670118	1.967151357	2.013599101
11	1.710339358	1.755671057	1.802092404	1.849626915	1.898298558	1.948131757	1.999151401	2.051382851	2.104851952	2.159585035
12	1.795856326	1.847843787	1.901207486	1.955980463	2.012196472	2.069889992	2.129096242	2.189851194	2.252191589	2.316154951

ملاحظة: يمكن كذلك استعمال الجدول رقم (2) $[(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{-\boldsymbol{n}}]$ من الجداول المالية في حل المثالين بتحويل العلاقة $[\boldsymbol{A}=\boldsymbol{C}*(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{\boldsymbol{n}}]$ الى العلاقة $\left[\boldsymbol{A}=\frac{\boldsymbol{C}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{-\boldsymbol{n}}}\right]$ ثم اتباع نفس خطوات الحل.

2/ الحالات الخاصة لإيجاد الجملة بالفائدة المركبة.

إن الاعتماد على الآلة الحاسبة العلمية لحل العمليات لا تطرح مشكلا في التعامل مع أي معدل للفائدة أو أي مدة توظيف معطاة، وهذا عكس الاعتماد على الجداول المالية في الحل، حيث نجد أن جداول الفائدة المركبة (الجدول المالي رقم 01) تطبق على أساس أن المدة n رقم صحيح يبدأ من (1، 2، 3،...الخ)، ومعدلات الفائدة ابتداءا من (1%،1,25%،1,50% ....الخ)، حيث تظهر مشاكل الاعتماد على الجدول المالية خاصة في الحالات التالية:

❖ **حالة عدم وجود قيمة المعدل الفائدة (t) في الجدول:**

لمعالجة حالة عدم وجود المعدل في الجدول المالي لابد من الاعتماد على طريقة التناسب لحل هذه الإشكالية.

مثال03:

احسب جملة مبلغ 20000 دج أودع في بنك يطبق معدل فائدة قدره 3.7% سنويا لمدة 10 سنوات؟

الحل:

من الجدول رقم 01 نجد أن القيمة (3.7) موجودة بين القيمتين (3.5 و 3.75) التي تقابلهما في السنة 10 القيمة (1.410598761) و(1.445043943) وباستعمال الطريقة الثلاثية:

الجدول المالي رقم 1 $(1+i)^n$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04
2	1.0201	1.02515625	1.030225	1.03530625	1.0404	1.04550625	1.050625	1.05575625	1.0609	1.06605625	1.071225	1.07640625	1.0816
3	1.030301	1.037970703	1.045678375	1.053424109	1.061208	1.069030141	1.076890625	1.084789547	1.092727	1.100703078	1.108717875	1.116771484	1.124864
4	1.04060401	1.050945337	1.061363551	1.071859031	1.08243216	1.093083319	1.103812891	1.114621259	1.12550881	1.136475928	1.147523001	1.158650415	1.16985856
5	1.05101005	1.064082154	1.077284004	1.090616564	1.104080803	1.117677693	1.131408213	1.145273344	1.159274074	1.173411396	1.187686306	1.202099806	1.216652902
6	1.061520151	1.077383181	1.093443264	1.109702354	1.126162419	1.142825442	1.159693418	1.176768361	1.194052297	1.211547266	1.229255326	1.247178548	1.265319018
7	1.072135352	1.09085047	1.109844913	1.129122145	1.148685668	1.168539014	1.188685754	1.209129491	1.229873865	1.250922552	1.272279263	1.293947744	1.315931779
8	1.082856706	1.104486101	1.126492587	1.148881783	1.171659381	1.194831142	1.218402898	1.242380552	1.266770081	1.291577535	1.316809037	1.342470784	1.36856905
9	1.093685273	1.118292177	1.143389975	1.168987214	1.195092569	1.221714843	1.24886297	1.276546017	1.304773184	1.333553805	1.362897353	1.392813439	1.423311812
10	1.104622125	1.13227083	1.160540825	1.18944449	1.21899442	1.249203426	1.280084544	1.311651033	1.343916379	1.376894304	1.410598761	1.445043943	1.480244285
11	1.115668347	1.146424215	1.177948937	1.210259769	1.243374308	1.277310504	1.312086658	1.347721436	1.384233871	1.421643369	1.459969717	1.49923309	1.539454056
12	1.12682503	1.160754518	1.195618171	1.231439315	1.268241795	1.30604999	1.344888824	1.384783775	1.425760887	1.467846778	1.511068657	1.555454331	1.601032219
13	1.13809328	1.175263949	1.213552444	1.252989503	1.29360663	1.335436115	1.378511045	1.422865329	1.468533713	1.515551799	1.56395606	1.613783869	1.665073507
14	1.149474213	1.189954749	1.231755731	1.274916819	1.319478763	1.365483427	1.412973821	1.461994126	1.512589725	1.564807232	1.618694522	1.674300764	1.731676448
15	1.160968955	1.204829183	1.250232067	1.297227864	1.345868338	1.396206804	1.448298166	1.502198964	1.557967417	1.615663467	1.675348831	1.737087043	1.800943506
16	1.172578645	1.219889548	1.268985548	1.319929351	1.372785705	1.427621457	1.484505621	1.543509436	1.604706439	1.66817253	1.73398604	1.802227807	1.872981246
17	1.184304431	1.235138167	1.288020331	1.343028115	1.400241419	1.45974294	1.521618261	1.585955945	1.652847632	1.722388137	1.794675551	1.869811349	1.947900496
18	1.196147476	1.250577394	1.307340636	1.366531107	1.428246248	1.492587156	1.559658718	1.629569734	1.702433061	1.778365751	1.857489196	1.939929275	2.025816515
19	1.20810895	1.266209612	1.326950745	1.390445401	1.456811173	1.526170367	1.598650186	1.674382901	1.753506053	1.836162638	1.922501317	2.012676623	2.106849176
20	1.22019004	1.282037232	1.346855007	1.414778196	1.485947396	1.560509201	1.63861644	1.720428431	1.806111235	1.895837924	1.989788863	2.088151996	2.191123143

$$\begin{cases}(\mathbf{3.75-3.5}) \rightarrow (\mathbf{1.4450-1.4105}) \\ (\mathbf{3.7-3.5}) \rightarrow \quad (\mathbf{X^?-1.4105})\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}(\mathbf{0.25}) \rightarrow (\mathbf{0,0345}) \\ (\mathbf{0.2}) \rightarrow (\mathbf{X^?-1.4105})\end{cases}$$

$$(\mathbf{X^?-1.4105}) = \frac{(\mathbf{0.2})*(\mathbf{0,0345})}{(\mathbf{0.25})}$$

$$(\mathbf{X^?}) = \frac{(\mathbf{0.2})*(\mathbf{0,0345})}{(\mathbf{0.25})} + \mathbf{1.4105} = \mathbf{1.4381}$$

ومنه:

$$\boldsymbol{A = C*(1+t)^n = 20000*1,4381 = 28762}$$

المثال 04: (الحالة العكسية: وجود قيمة الجملة والمطلوب حساب المعدل).

رأس مال قدرة 35000 دج أودع في بنك لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة معين فكانت الجملة المحصلة بعد هذه المدة 41982,96 دج. تحديد قيمة معدل الفائدة المطبق على هذه العملية باستعمال الجدول المالي رقم 01 ؟

الحل:

$$\boldsymbol{\frac{A}{C} = (1+t)^n = \frac{41982.96}{35000} = 1,1995}$$

من الجدول رقم 01 ومن صف السنة 8، نلاحظ ان القيمة $\mathbf{(1,1995)}$ محصورة بين:

$$\mathbf{1.1948 \leq 1,1995 \leq 1.2184}$$

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

الجدول المالي رقم 1 $(1+i)^n$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04
2	1.0201	1.02515625	1.030225	1.03530625	1.0404	1.04550625	1.050625	1.05575625	1.0609	1.06605625	1.071225	1.07640625	1.0816
3	1.030301	1.037970703	1.045678375	1.053424109	1.061208	1.069030141	1.076890625	1.084789547	1.092727	1.100703078	1.108717875	1.116771484	1.124864
4	1.04060401	1.050945337	1.061363551	1.071859031	1.08243216	1.093083319	1.103812891	1.114621259	1.12550881	1.136475928	1.147523001	1.158650415	1.16985856
5	1.05101005	1.064082154	1.077284004	1.090616564	1.104080803	1.117677693	1.131408213	1.145273344	1.159274074	1.173411396	1.187686306	1.202099806	1.216652902
6	1.061520151	1.077383181	1.093443264	1.109702354	1.126162419	1.142825442	1.159693418	1.176768361	1.194052297	1.211547266	1.229255326	1.247178548	1.265319018
7	1.072135352	1.09085047	1.109844913	1.129122145	1.148685668	1.168539014	1.188685754	1.209129491	1.229873865	1.250922552	1.272279263	1.293947744	1.315931779
8	1.082856706	1.104486101	1.126492587	1.148881783	1.171659381	1.194831142	1.218402898	1.242380552	1.266770081	1.291577535	1.316809037	1.342470784	1.36856905
9	1.093685273	1.118292177	1.143389975	1.168987214	1.195092569	1.221714843	1.24886297	1.276546017	1.304773184	1.333553805	1.362897353	1.392813439	1.423311812
10	1.104622125	1.13227083	1.160540825	1.18944449	1.21899442	1.249203426	1.280084544	1.311651033	1.343916379	1.376894304	1.410598761	1.445043943	1.480244285
11	1.115668347	1.146424215	1.177948937	1.210259769	1.243374308	1.277310504	1.312086658	1.347721436	1.384233871	1.421643369	1.459969717	1.49923309	1.539454056
12	1.12682503	1.160754518	1.195618171	1.231439315	1.268241795	1.30604999	1.344888824	1.384783775	1.425760887	1.467846778	1.511068657	1.555454331	1.601032219
13	1.13809328	1.175263949	1.213552444	1.252989503	1.29360663	1.335436115	1.378511045	1.422865329	1.468533713	1.515551799	1.56395606	1.613783869	1.665073507
14	1.149474213	1.189954749	1.231755731	1.274916819	1.319478763	1.365483427	1.412973821	1.461994126	1.512589725	1.564807232	1.618694522	1.674300764	1.731676448
15	1.160968955	1.204829183	1.250232067	1.297227864	1.345868338	1.396206804	1.448298166	1.502198964	1.557967417	1.615663467	1.675348831	1.737087043	1.800943506
16	1.172578645	1.219889548	1.268985548	1.319929351	1.372785705	1.427621457	1.484505621	1.543509436	1.604706439	1.66817253	1.73398604	1.802227807	1.872981246
17	1.184304431	1.235138167	1.288020331	1.343028115	1.400241419	1.45974294	1.521618261	1.585955945	1.652847632	1.722388137	1.794675551	1.869811349	1.947900496
18	1.196147476	1.250577394	1.307340636	1.366531107	1.428246248	1.492587156	1.559658718	1.629569734	1.702433061	1.778365751	1.857489196	1.939929275	2.025816515
19	1.20810895	1.266209612	1.326950745	1.390445401	1.456811173	1.526170367	1.598650186	1.674382901	1.753506053	1.836162638	1.922501317	2.012676623	2.106849176
20	1.22019004	1.282037232	1.346855007	1.414778196	1.485947396	1.560509201	1.63861644	1.720428431	1.806111235	1.895837924	1.989788863	2.088151996	2.191123143

وباستعمال الطريقة الثلاثية:

$$\begin{cases} (\mathbf{2.5-2.25}) \rightarrow (\mathbf{1.2184-1.1948}) \\ (\mathbf{t}^{?}-\mathbf{2.25}) \rightarrow \quad (\mathbf{1,1995-1.1948}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\mathbf{0.25}) \rightarrow (\mathbf{0,0236}) \\ (\mathbf{t}^{?}-\mathbf{2.25}) \rightarrow (\mathbf{0,0047}) \end{cases}$$

$$(\mathbf{t}^{?}-\mathbf{2.25}) = \frac{(\mathbf{0.25})*(\mathbf{0,0047})}{(\mathbf{0,0236})}$$

$$(\mathbf{t}^{?}) = \frac{(\mathbf{0.25})*(\mathbf{0,0047})}{(\mathbf{0,0236})} + \mathbf{2.25} = \mathbf{2,299} \approx \mathbf{2.3\%}$$

❖ **حالة عدم وجود المدة (n) في الجدول المالي:**

في هذه الحالة نجد مشكلتين هما:

✓ **إذا كان (n) عدد صحيح لكنه خارج نطاق الجدول المالي:**

يمكن حل هذا الإشكال باستخدام صيغة الأسس، وفيها يتم تقسيم المدة إلى أعداد صحيحة ويرمز لكل منها، بحيث يكون مجموع هذه الأعداد مساويا لـ (n) ويشترط أن لا يزيد كل منها على نطاق الجدول المالي، وتأخذ صيغة الأسس العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{A = C*(1+t)^n = C*[(1+t)^{n_1}+(1+t)^{n_2}+(1+t)^{n_3}+\cdots+(1+t)^{n_m}]}$$

حيث: $\boldsymbol{n = n_1+n_2+\cdots+n_2}$ وكل من $(\boldsymbol{n_1, n_2, n_3 \ldots n_m})$ موجودة في الجدول المالي.

مثال:

بما أن الجدول المالي الذي بحوزتنا محدود المدة بـ 20 سنة، أحسب جملة مبلغ 80000 دج وظف بمعدل فائدة مركبة 3% لمدة 45 سنة ؟

الحل:

نفترض أن:

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_2 \Rightarrow 45 = 20 + 20 + 5$$

حيث يمكن العمل بأي علاقة تكون مجموعها يساوي (n)، مثلا:

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_2 \Rightarrow 45 = 15 + 15 + 15$$

أو

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_2 \Rightarrow 45 = 10 + 10 + 5 + 5 + 15$$

وعليه نجد أن:

$$A = C * (1+t)^{45} = C * (1+t)^{20+20+5}$$
$$= C * \left[(1+t)^{20} * (1+t)^{20} * (1+t)^{5}\right]$$
$$= 80000 * \left[(1.03)^{20} * (1.03)^{20} * (1.03)^{5}\right]$$

الجدول المالي رقم 1 $(1+i)^n$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04
2	1.0201	1.02515625	1.030225	1.03530625	1.0404	1.04550625	1.050625	1.05575625	1.0609	1.06605625	1.071225	1.07640625	1.0816
3	1.030301	1.037970703	1.045678375	1.053424109	1.061208	1.069030141	1.076890625	1.084789547	1.092727	1.100703078	1.108717875	1.116771484	1.124864
4	1.04060401	1.050945337	1.061363551	1.071859031	1.08243216	1.093083319	1.103812891	1.114621259	1.12550881	1.136475928	1.147523001	1.158650415	1.16985856
5	1.05101005	1.064082154	1.077284004	1.090616564	1.104080803	1.117677693	1.131408213	1.145273344	1.159274074	1.173411396	1.187686306	1.202099806	1.216652902
6	1.061520151	1.077383181	1.093443264	1.109702354	1.126162419	1.142825442	1.159693418	1.176768361	1.194052297	1.211547266	1.229255326	1.247178548	1.265319018
7	1.072135352	1.09085047	1.109844913	1.129122145	1.148685668	1.168539014	1.188685754	1.209129491	1.229873865	1.250922552	1.272279263	1.293947744	1.315931779
8	1.082856706	1.104486101	1.126492587	1.148881783	1.171659381	1.194831142	1.218402898	1.242380552	1.266770081	1.291577535	1.316809037	1.342470784	1.36856905
9	1.093685273	1.118292177	1.143389975	1.168987214	1.195092569	1.221714843	1.24886297	1.276546017	1.304773184	1.333553805	1.362897353	1.392813439	1.423311812
10	1.104622125	1.13227083	1.160540825	1.18944449	1.21899442	1.249203426	1.280084544	1.311651033	1.343916379	1.376894304	1.410598761	1.445043943	1.480244285
11	1.115668347	1.146424215	1.177948937	1.210259769	1.243374308	1.277310504	1.312086658	1.347721436	1.384233871	1.421643369	1.459969717	1.49923309	1.539454056
12	1.12682503	1.160754518	1.195618171	1.231439315	1.268241795	1.30604999	1.344888824	1.384783775	1.425760887	1.467846778	1.511068657	1.555454331	1.601032219
13	1.13809328	1.175263949	1.213552444	1.252989503	1.29360663	1.335436115	1.378511045	1.422865329	1.468533713	1.515551799	1.56395606	1.613783869	1.665073507
14	1.149474213	1.189954749	1.231755731	1.274916819	1.319478763	1.365483427	1.412973821	1.461994126	1.512589725	1.564807232	1.618694522	1.674300764	1.731676448
15	1.160968955	1.204829183	1.250232067	1.297227864	1.345868338	1.396206804	1.448298166	1.502198964	1.557967417	1.615663467	1.675348831	1.737087043	1.800943506
16	1.172578645	1.219889548	1.268985548	1.319929351	1.372785705	1.427621457	1.484505621	1.543509436	1.604706439	1.66817253	1.73398604	1.802227807	1.872981246
17	1.184304431	1.235138167	1.288020331	1.343028115	1.400241419	1.45974294	1.521618261	1.585955945	1.652847632	1.722388137	1.794675551	1.869811349	1.947900496
18	1.196147476	1.250577394	1.307340636	1.366531107	1.428246248	1.492587156	1.559658718	1.629569734	1.702433061	1.778365751	1.857489196	1.939929275	2.025816515
19	1.20810895	1.266209612	1.326950745	1.390445401	1.456811173	1.526170367	1.598650186	1.674382901	1.753506053	1.836162638	1.922501317	2.012676623	2.106849176
20	1.22019004	1.282037232	1.346855007	1.414778196	1.485947396	1.560509201	1.63861644	1.720428431	1.806111235	1.895837924	1.989788863	2.088151996	2.191123143

$$= 80000 * [1.806111235 + 1.806111235 + 1.159274074]$$
$$= 302527,63$$

✓ **إذا كان (n) عدد غير صحيح (كسر):**

لمعالجة حالة وجود المدة غير كاملة (أي وجود سنوات وجزء من السنة) لابد من الاعتماد على إحدى هذه الطرق الثلاث:

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

- **الطريقة الرياضية**: ومبدأ هذه الطريقة يعتمد على استخدام الجدول المالي رقم 01 لحساب قيمة القوس للسنوات الكاملة، والجدول المالي رقم 06 لحساب للشهور أو الأيام المتبقية.

مثال:

اقترض شخص من البنك مبلغ 50000 دج لمدة 5 سنوات و 9 أشهر بمعدل فائدة مركبة 6 %.

أحسب ما يجمع لهذا الشخص في نهاية هذه المدة ؟

الحل:

$$A = C * (1+t)^{n+\frac{m}{12}} = C * (1+t)^{n}(1+t)^{\frac{m}{12}}$$

$$= 50000 * (1.06)^{5}(1.06)^{\frac{9}{12}}$$

من الجدول المالي 01:

$$(1.06)^{5} = 1.3382$$

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725
2	1.1025	1.10775625	1.113025	1.11830625	1.1236	1.12890625	1.134225	1.13955625	1.1449	1.15025625
3	1.157625	1.165913453	1.174241375	1.182608859	1.191016	1.199462891	1.207949625	1.216476297	1.225043	1.233649828
4	1.21550625	1.227123909	1.238824651	1.250608869	1.26247696	1.274429321	1.286466351	1.298588447	1.31079601	1.323089441
5	1.276281563	1.291547915	1.306960006	1.322511879	1.338225578	1.354081154	1.370086663	1.386243167	1.402551731	1.419013425
6	1.340095641	1.35935418	1.378842807	1.398563714	1.418519112	1.438711226	1.459142297	1.479814581	1.500730352	1.521891898
7	1.407100423	1.430720275	1.454679161	1.478981128	1.503630259	1.528630678	1.553986546	1.579702065	1.605781476	1.632229061
8	1.477455444	1.505833089	1.534686515	1.564022543	1.593848075	1.624170095	1.654995671	1.686331954	1.71818618	1.750565668
9	1.551328216	1.584889326	1.619094273	1.653953839	1.689478959	1.725680726	1.76257039	1.800159361	1.838459212	1.877481679
10	1.628894627	1.668096016	1.708144458	1.749056185	1.790847697	1.833535771	1.877137465	1.921670118	1.967151357	2.013599101
11	1.710339358	1.755671057	1.802092404	1.849626915	1.898298558	1.948131757	1.999151401	2.051382851	2.104851952	2.159585035
12	1.795856326	1.847843787	1.901207486	1.955980463	2.012196472	2.069889992	2.129096242	2.189851194	2.252191589	2.316154951

من الجدول المالي 06 للأشهر:

$$(1.06)^{\frac{9}{12}} = 1.0446$$

المعدل / الشهر	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75
1	1.004074124	1.004273128	1.004471699	1.004669839	1.004867551	1.005064835	1.005261694	1.00545813
2	1.008164846	1.008564515	1.008963394	1.009361486	1.009758794	1.010155322	1.010551074	1.010946052
3	1.012272234	1.01287424	1.013475174	1.014075042	1.014673846	1.015271592	1.015868285	1.016463928
4	1.016396357	1.017202381	1.01800713	1.018810609	1.019612822	1.020413775	1.021213473	1.02201192
5	1.020537281	1.021549017	1.022559352	1.023568291	1.024575839	1.025582003	1.026586786	1.027590195
6	1.024695077	1.025914226	1.027131929	1.02834819	1.029563014	1.030776406	1.031988372	1.033198916
7	1.028869811	1.030298089	1.031724954	1.033150411	1.034574464	1.035997119	1.037418379	1.03883825
8	1.033061554	1.034700684	1.036338517	1.037975057	1.039610308	1.041244273	1.042876958	1.044508365
9	1.037270375	1.039122093	1.040972711	1.042822234	1.044670663	1.046518004	1.048364257	1.050209428
10	1.041496343	1.043562394	1.045627628	1.047692046	1.049755651	1.051818445	1.05388043	1.055941608
11	1.045739528	1.04802167	1.05030336	1.052584599	1.054865389	1.057145731	1.059425626	1.061705075
12	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675

$$= 50000 * 1.3382 * 1.0446 = 69900,25$$

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

الطريقة البنكية (العملية): وهي تستخدم غالبا في البنوك، ومبدأ هذه الطريقة يعتمد على استخدام علاقة جملة الفائدة المركبة لحساب السنوات أو الفترات الكاملة، أما فيما يتعلق بالأيام أو الشهور فتستخدم علاقة الفائدة البسيطة لحسابها.

مثال02:

من عناصر المثال 01 السابق، أحسب الجملة المحصلة في نهاية المدة باستخدام الطريقة البنكية (العملية)؟

$$A = [C * (1+t)^n] + \left[(C * (1+t)^n) * \frac{t * m}{12}\right]$$

$$= [50000 * (1.06)^5] + \left[(50000 * (1.06)^5) * \frac{0.06 * 9}{12}\right]$$

$$= [66911,27] + \left[(66911,27) * \frac{0.06 * 9}{12}\right] = 69922,28$$

❖ **طريقة التناسب**: ومبدأ هذه الطريقة تعتمد على استخدام الجدول المالي رقم 01 مع تحديد الفائدة الخاصة بالشهور أو الأيام بعد من السنوات.

مثال 03:

من عناصر المثال 01 السابق، أحسب الجملة المحصلة في نهاية المدة باستخدام طريقة التناسب؟

الحل:

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

$$(1.06)^5 = 1.3382$$
$$(1.06)^6 = 1.4185$$

	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725
2	1.1025	1.10775625	1.113025	1.11830625	1.1236	1.12890625	1.134225	1.13955625	1.1449	1.15025625
3	1.157625	1.165913453	1.174241375	1.182608859	1.191016	1.199462891	1.207949625	1.216476297	1.225043	1.233649828
4	1.21550625	1.227123909	1.238824651	1.250608869	1.26247696	1.274429321	1.286466351	1.298588447	1.31079601	1.323089441
5	1.276281563	1.291547915	1.306960006	1.322518879	1.338225578	1.354081154	1.370086663	1.386243167	1.402551731	1.419013425
6	1.340095641	1.35935418	1.378842807	1.398563714	1.418519112	1.438711226	1.459142297	1.479814581	1.500730352	1.521891898
7	1.407100423	1.430720275	1.454679161	1.478981128	1.503630259	1.528630678	1.553986546	1.579702065	1.605781476	1.632229061
8	1.477455444	1.505833089	1.534686515	1.564022543	1.593848075	1.624170095	1.654995671	1.686331954	1.71818618	1.750565668
9	1.551328216	1.584889326	1.619094273	1.653953839	1.689478959	1.725680726	1.76257039	1.800159361	1.838459212	1.877481679
10	1.628894627	1.668096016	1.708144458	1.749056185	1.790847697	1.833535771	1.877137465	1.921670118	1.967151357	2.013599101
11	1.710339358	1.755671057	1.802092404	1.849626915	1.898298558	1.948131757	1.999151401	2.051382851	2.104851952	2.159585035
12	1.795856326	1.847843787	1.901207486	1.955980463	2.012196472	2.069889992	2.129096242	2.189851194	2.252191589	2.316154951

$$\begin{cases} \left(6_{\text{سنوات}} - 5_{\text{سنوات}}\right) \rightarrow (1.4185 - 1.3382) \\ \left(\left(5_{\text{سنوات}} + \dfrac{9_{\text{أشهر}}}{12}\right) - 5_{\text{سنوات}}\right) \rightarrow (X^? - 1.3382) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\mathbf{1}) \rightarrow (\mathbf{0,0802}) \\ \left(\frac{\mathbf{9}_{\text{أشهر}}}{\mathbf{12}}\right) \rightarrow (\mathbf{X}^{?} - \mathbf{1.3382}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\mathbf{X}^{?} - \mathbf{1.3382}) = \frac{\left(\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}\right) * (\mathbf{0,0802})}{(\mathbf{1})}$$

$$\Rightarrow (\mathbf{X}^{?}) = \frac{(\mathbf{0.75}) * (\mathbf{0,0802})}{(\mathbf{1})} + \mathbf{1.3382} = \mathbf{1,39835}$$

ومنه:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{C} * (\mathbf{1} + \boldsymbol{t})^{\boldsymbol{n}+\frac{\boldsymbol{m}}{\mathbf{12}}} = \boldsymbol{C}(\mathbf{1} + \boldsymbol{t})^{\mathbf{5}+\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}}$$
$$= \mathbf{50000} * (\mathbf{1,39835}) = \mathbf{69917,5}$$

ملاحظة: من خلال استعمال الطرق الثلاثة نلاحظ أن هناك فرق طفيف في النتائج.

السلسلة رقم 04 (الفائدة المركبة).

التمرين الأول:

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ 200000دج بمعدل فائدة 8% سنويا لمدة 5 سنوات.

1/أحسب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى والثالثة؟

2/أحسب الجملة والفائدة المحققة في نهاية مدة التوظيف؟

3/نفس الشخص وظف نفس المبلغ في بنك آخر فتحصل بعد 6 سنوات على مبلغ 354 312,2 دج.

أحسب معدل الفائدة الذي يقدمه هذا البنك؟

التمرين الثاني:

1/ أحسب الجملة في نهاية مدة 10 سنوات من التوظيف مبلغ 50000دج، إذا كان معدل الفائدة 4% سنويا لـ 6سنوات الأولى، ثم تغير في 4 سنوات الأخير ليصبح 6% على أن تضاف الفائدة خلال كل نصف سنة (4 سنوات الأخير فقط)؟

2/ احسب جملة قرض قيمته 60000دج في نهاية 3 سنوات، إذا كان معدل الفائدة 8%، وكانت الفائدة تضاف كل 3 أشهر؟

3/ احسب جملة مبلغ قيمته 160000دج في نهاية 9 سنوات و11 شهر، إذا كان معدل الفائدة 6%، في حالة أن الفائدة تضاف كل سنة؟، وفي حالة أن الفائدة تضاف في كل نصف سنة؟

التمرين الثالث:

مبلغين مجموعهما 10000دج تم توظيفهما بمعدل فائدة مختلفين:

المبلغ الأول بمعدل فائدة بسيطة قدرها 10%

المبلغ الثاني بمعدل فائدة مركبة قدرها 8%.

في ظرف 9 سنوات تم تحصيل نفس الجملة للمبلغين. احسب قيمة المبلغ الأول والثاني؟

التمرين الرابع:

بنك يتعامل مع عملائه على أساس فائدة مركبة 8% سنويا، على أن تضاف الفائدة كل سنة، طلب أحد العملاء أن تضاف له الفائدة كل شهر بدلا من كل سنة؛ وعميل آخر طلب من البنك أن تضاف الفائدة كل ثلاث أشهر؛

المطلوب: ما هو المعدل الشهري والثلاثي الذي تقترحه هذا البنك على العميل الأول والثاني بحيث يحقق نفس المعدل الحقيقي السنوي المطبق في الحالة العادية

التمرين الخامس:

وظف شخص مبلغ 45000دج بفائدة مركبة في البنك (A) وبعد سنة سحب مبلغ 20000دج وبعد سنة أخرى أصبح رصيده في البنك 29362دج

نفس الشخص وظف مبلغ مالي في البنك (B) فانتج جملة في نهاية السنة الثانية 40640.625دج وفي السنة الثالثة 43180.664دج

المطلوب: حساب معدل الفائدة المطبق في البنك (A) و(B).

التمرين السادس.

قام شخص بإيداع مبلغ 10000دج في حسابه في بداية كل سنة بداية من سنة 2008 ثم توقف عن الإيداع بعد سنة 2012.

المطلوب: ما هو رصيد هذا الشخص في بداية 2015 إذا كان معدل الفائدة الذي يحتسبه البنك هو 10%سنويا.

التمرين السابع.

لمدة 10 سنوات قام شخص إيداع مبلغ مالي قيمته 20000 دج، في أحد البنوك، فإذا علمت أن البنك احتسب فوائد مركبة بمعدل 5 % خلال 6 سنوات الأولى، وبمعدل 6 % خلال السنوات المتبقية، وفي نهاية السنة الثالثة تم سحب مبلغ 5000دج.

المطلوب: أحسب القيمة المكتسبة في نهاية المدة؟

حل السلسلة رقم 04 (الفائدة المركبة).

حل التمرين الأول:

/1

الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى:

$$I = C[(1+t)^n - 1] = 200000[(\cancel{1} + 0.08)^1 - \cancel{1}] = 200000 * 0.08 = 16\,000$$

الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الثالثة:

$$I = C[(1+t)^n - 1] = 200000[(1+0.08)^3 - 1] = 51\,942{,}4$$

/2

الجملة المحققة

$$At = \mathrm{C} * (1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} = 200000 * (1.08)^5 = 293\,865{,}61536$$

الفائدة المحققة

الطريقة 1:

$$I = At - C = 293\,865{,}61536 - 200000 = 93\,865{,}61536$$

الطريقة 2:

$$I = C[(1+t)^n - 1] = 200000[(1+0.08)^5 - 1] = 93\,865{,}61536$$

/3

معدل الفائدة الذي يقدمه البنك الثاني:

$$At = \mathrm{C} * (1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} \Leftrightarrow t = \left(\sqrt[n]{\frac{At}{C}} - 1\right) =$$

$$= \left(\sqrt[6]{\frac{354\,312{,}2}{200\,000}} - 1\right) = 0.1 = 10\%$$

حل التمرين الثاني:

/1

- المرحلة الأولى (6 سنوات) بمعدل 4% على أن تضاف الفائدة كل سنة:

$$At_1 = C_1 * (1+t)^{n_1} = 50000 * (1.04)^6 = 63\,265{,}95$$

❖ المرحلة الثانية (4 سنوات) بمعدل 6% على أن تضاف الفائدة خلال كل نصف سنة:

يجب حساب المعدل النصف السنوي المتناسب مع المعدل السنوي 6% مع تحويل الفترات من سنوية الى نصف سنوية (سداسية) علما أن السنة تحتوي على سداسيين $(k = 2)$ $(n_2 = 4_{\text{سنوات}} * 2 = 8_{\text{سداسيات}})$، ثم نكمل حساب الجملة للمبلغ المتوقفة عنده المرحلة الأولى:

$$t_k = {}^{t}/_{k} = {}^{6}/_{2} = 3\%$$

$$At_1 = C_2 * (1+t)^{n_1} = 63\,265{,}95 * (1.06)^8 = 80\,143{,}41$$

/2

يجب حساب المعدل الفصلي المتناسب مع المعدل السنوي 6% مع تحويل الفترات من سنوية الى فصلية، علما أن السنة تحتوي على أربعة فصول $(k = 4)$، $(n_2 = 3_{\text{سنوات}} * 4 = 12_{\text{فصل}})$.

$$t_k = {}^{t}/_{k} = {}^{8}/_{4} = 2\%$$

$$At = C * (1+t)^{n_1} = 60000 * (1.02)^{12} = 76\,094{,}50$$

/3

❖ في حالة أن الفائدة تضاف كل سنة:

$$At = C * (1+t)^{n_1} = 16000 * (1.06)^{\left(9+\frac{11}{12}\right)} = 28\,514{,}76$$

❖ في حالة أن الفائدة تضاف كل نصف سنة:

يجب حساب المعدل النصف السنوي المتناسب مع المعدل السنوي 6% مع تحويل الفترات من سنوية الى نصف سنوية (سداسية) علما أن السنة تحتوي على سداسيين $(k = 2)$،

$$n = \left[\left(9 + \frac{11}{12}\right)_{\text{سنة}}\right] * 2 = \left[\left(19 + \frac{5}{6}\right)_{\text{سداسي}}\right]$$

$$t_k = {}^{t}/_{k} = {}^{6}/_{2} = 3\%$$

$$At = C * (1+t)^{n} = 16000 * (1.03)^{\left(19+\frac{5}{6}\right)} = 28\,755{,}76$$

حل التمرين الثالث:

$$C_1 + C_2 = 10000 \Rightarrow C_1 = 10000 - C_2 \dots\dots (1)$$

$$C_1 * (1 + t_1 * n) = C_2 (1 + t_2)^n \dots\dots (2)$$

$$C_1 * \left(1 + (0.1 * 9)\right) = C_2(1 + 0.08)^9 \dots\dots (3)$$

بتعويض (1) في (3):

$$(10000 - C_2) * \left(1 + (0.1 * 9)\right) = C_2(1 + 0.08)^9$$
$$\left[(10000) * \left(1 + (0.1 * 9)\right)\right] = C_2(1 + 0.08)^9 + C_2\left(1 + (0.1 * 9)\right)$$
$$\left[(10000) * \left(1 + (0.1 * 9)\right)\right] = C_2\left[(1 + 0.08)^9 + \left(1 + (0.1 * 9)\right)\right]$$
$$C_2 = \frac{\left[(10000) * \left(1 + (0.1 * 9)\right)\right]}{\left[(1 + 0.08)^9 + \left(1 + (0.1 * 9)\right)\right]} = 4\,873$$
$$C_1 = 10000 - 4\,873 = 5127$$

حل التمرين الرابع:

في الحالة الأولى نحسب المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي **8%**:

$$\boldsymbol{t_{k_{\text{الشهري}}} = \left[(1 + t)^{\frac{1}{k}}\right] - 1 = \left[(1 + 0.08)^{\frac{1}{12}}\right] - 1 = 0.00643 = 0.643\%}$$

في الحالة الثانية نحسب المعدل الثلاثي المكافئ للمعدل السنوي **8%**:

$$\boldsymbol{t_{k_{\text{الثلاثي}}} = \left[(1 + t)^{\frac{1}{k}}\right] - 1 = \left[(1 + 0.08)^{\frac{1}{4}}\right] - 1 = 0,0194 = 1.94\%}$$

حل التمرين الخامس:

البنك (A):

جملة السنة الأول:

$$At_1 = \mathrm{C} * (1 + \mathrm{t})^1 = 45000 * (1 + t)$$

سحبت من جملة السنة الأولى مبلغ 20000دج:

$$[45000 * (1 + t)] - 20000$$

ما تبقى وظف في السنة الثانية فكانت الجملة بعد ذلك 29362دج.

$$At_2 = 29362$$

يمكن كتابة كل ما سبق رياضيا كما يلي:

$$At_2 = 29362 = [[45000 * (1 + t)] - 20000] * (1 + t)$$
$$\Rightarrow 29362 = [45000 + (45000t) - 20000] * (1 + t)$$
$$\Rightarrow 29362 = [25000 + (45000t)] * (1 + t)$$
$$\Rightarrow 29362 = [25000 + (45000t)] + (25000t + 45000t^2)$$

$$\Rightarrow 29362 = 25000 + (70000t) + (45000t^2)$$

$$(70000t) + (45000t^2) - 4362 = 0$$

بقسمة المعادلة الأخيرة على 10000 للتبسيط نجد:

$$4.5t^2 + 7t - 0.4362 = 0$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية يكون حلها بطريقة المميز كما يلي:

$$\Delta = (7^2) - 4(4.5)(-0.4362) = 56.8534$$

$$\sqrt{\Delta} = 7.54$$

الحل الأول:

$$t = \frac{-7-7.54}{2(4.5)} = -1.61$$ سالب/ مرفوض

الحل الثاني:

$$t = \frac{-7+7.54}{2(4.5)} = 0.06 = 6\%$$ مقبول

البنك (B):

جملة المبلغ الموظف بعد نهاية السنة الثانية تساوي 40640.625دج

جملة المبلغ الموظف بعد نهاية السنة الثالثة تساوي 43180.664دج

يمكن كتابة ما سبق رياضيا كما يلي:

$$At_1 = C * (1 + t)^2 = 40640.625 \ldots\ldots (1)$$

$$At_2 = C * (1 + t)^3 = 43180.664 \ldots\ldots (2)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{At_2}{At_1} = \frac{C * (1 + t)^3}{C * (1 + t)^2} = \frac{43180.664}{40640.625}$$

$$\Rightarrow (1 + t) = 1{,}0625 \Rightarrow t = 1{,}0625 - 1 = 0.0625 = 6.25\%$$

حل التمرين السادس:

الرصيد في سنة 2016 يساوي مجموع جمل المبالغ المودعة:

مجموع جمل المبالغ المودعة تساوي:

جملة المبلغ المودع 2008: $At_{2008} = 10000 * (1.1)^{2012-2008=4} = 14\,641$

جملة المبلغ المودع 2009: $At_{2009} = 10000 * (1.1)^3 = 13\,310$

جملة المبلغ المودع 2010: $At_{2010} = 10000 * (1.1)^2 = 12\,100$

جملة المبلغ المودع 2011: $At_{2011} = 10000 * (1.1)^1 = 11\,000$

جملة المبلغ المودع 2012: $At_{2012} = 10000 * (1.1)^0 = 10\,000$

<u>المجموع:</u>

$$At_{2008} + At_{2009} + At_{2010} + At_{2011} + At_{2011} = 61\,051$$

نلاحظ أن المجموع هو متتالية هندسية حدها الأول هو المبلغ (10000دج) وأساسها (1.1) لذا يمكن حساب المجموع كمايلي:

$$\text{الحد الاول} * \frac{\text{الاساس}^n - 1}{\text{الاساس} - 1} = C * \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} = C * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} = 10000 * \frac{(1.1)^n - 1}{(0.1)} = 61\,051$$

حل التمرين السابع:

$$A_t = \left[\left[\left[20000 * (1+0.05)^3 - 5000\right] * (1+0.05)^3\right] * (1+0.06)^4\right] = 26\,529{,}42$$

الفصل الثاني: الدفعات بالفائدة المركبة

أولا: تعريف الدفعة.

هي مبلغ دوري يتم دفعه كل فترة دورية، على سبيل المثال كل سنة أو كل نصف سنة أو كل ربع سنة أو كل شهر، والدفعة المتساوية هي دفعة دورية ثابتة لا تتغير على سبيل المثال عند اقتراض مبلغ لشراء سيارة يطلب منك البنك تسديد هذا القرض بواسطة دفعات متساوية شهرية تقدر مبلغ 15000دج.

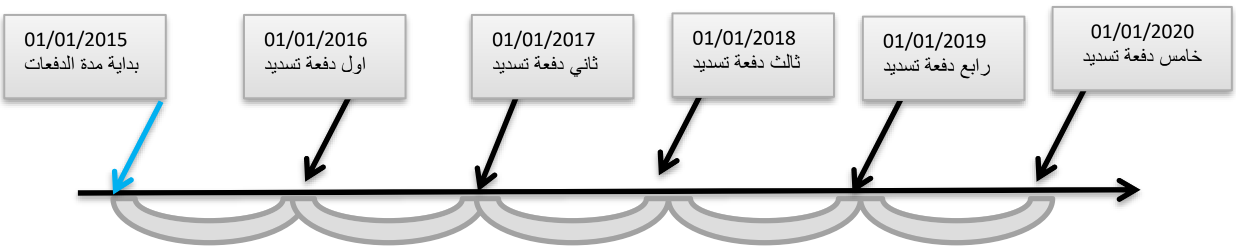
*الزمن بين تاريخ دفع دفعة معينة وتاريخ دفع الدفعة التي تلي مباشرة هذه الدفعة يطلق عليه فترة الدفعة الدورية أو فترة الدفع الدورية، وسنطلق عليها اختصاراً الفترة الدورية أو الفترة الزمنية على سبيل المثال كل سنة أو كل نصف سنة أو كل ربع سنة أو كل شهر.

يمكن تصنيف الدفعات حسب تاريخ بداية دفعها إلى ثلاثة أنواع هي:

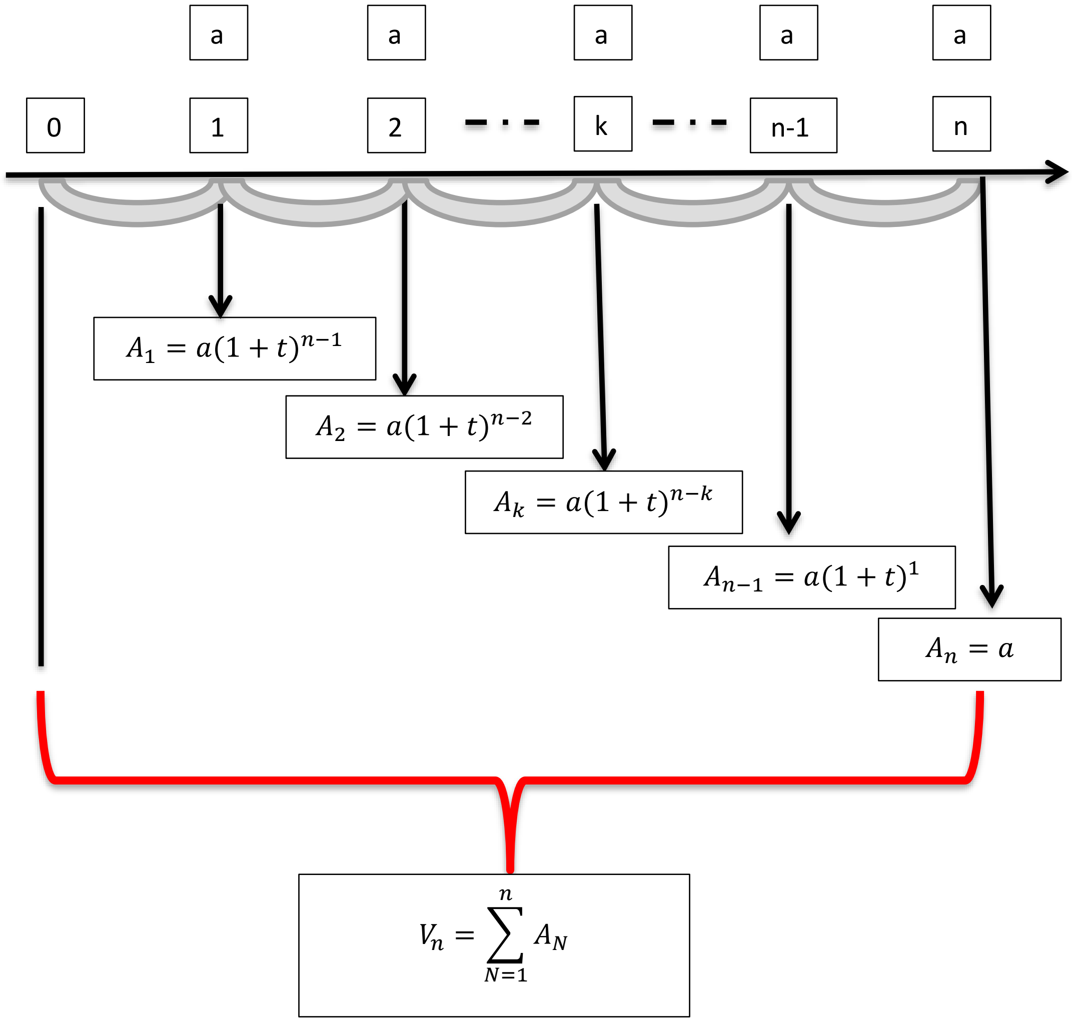
- الدفعة العادية،
- والدفعة المقدمة،
- والدفعة المؤجلة.

ثانيا: الدفعة العادية (دفعة آخر المدة أو دفعة التسديد).

عندما يكون دفع الدفعات في نهاية كل فترة دورية (يعني أول دفعة يتم دفعها بعد فترة دورية واحدة) فإن هذه الدفعات يطلق عليها الدفعة العادية، على سبيل المثال مدة الدفعة العادية خمسة سنوات تبدأ من 01 جانفي 2015، وتنتهي في 01 جانفي 2020، ومكونة من خمسة دفعات سنوية، وأول دفعة يتم دفعها بعد سنة في 01 جانفي سنة 2016 وهو نهاية السنة الأولى والدفعة الخامسة والأخيرة يتم دفعها في 01 جانفي 2020 وهو نهاية السنة الخامسة ...وهكذا.



❖ **حساب مجموع جملة الدفعات العادية (V_n)**: وهي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد للمبالغ المالية في نهاية عدد من الفترات (n)، وبالتالي يكون قد قدم (n) دفعة متساوية، حيث إذا رمزنا لقيمة الدفعة بـ (a) والقيمة المكتسبة من كل دفعة بالفائدة المركبة (A_N) بعد كل فترة (n) بمعدل فائدة (t)، يكمن حساب مجموع القيم المكتسبة للدفعات (V_n) كمايلي:



من العلاقة المبينة أعلاه نلاحظ أن (V_n) عبارة عن متتالية هندسية متزايدة حدها الأول (a) وأساسها ($1+t$)، ومنه فإن مجموع هذه المتتالية يساوي:

$$V_n = \sum_{N=1}^{n} A_N = \text{الحد الاول} * \frac{\text{الاساس}^n - 1}{\text{الاساس} - 1} = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)}$$

مثال01: تاجر يودع في نهاية كل سنة مبلغ مالي قدرة 40000دج في البنك لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة 8%.

المطلوب: حساب جملة ما تم جمعة لهذا الشخص في نهاية السنة العاشرة والفائدة المتحصل عليها.

الحل:

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} = 40000 * \frac{(1.08)^{10} - 1}{0.08} = 579462{,}5$$

ومنه جملة الفائدة المتحصل عليها في نهاية المدة:

$$I_{total} = V_n - (n * a) = 579462{,}5 - (10 * 40000) = 179462.5$$

❖ **حساب قيمة الدفعة العادية:**

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Leftrightarrow a = V_n * \frac{(t)}{(1+t)^n - 1}$$

مثال02: من أجل تسديد دين في نهاية مدة 8 سنوات، بمبلغ 238727,72 دج، أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك، والمودعة في نهاية كل سنة، بمعدل فائدة مركبة 5%.

الحل:

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Leftrightarrow a = V_n * \frac{(t)}{(1+t)^n - 1} = \frac{314447.31 * 0.05}{(1.05)^8 - 1} = 25000$$

❖ **حساب المدة أو عدد الدفعات (n).**

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Leftrightarrow (1+t)^n = \left(\frac{V_n * t}{a}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow ln((1+t)^n) = ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a}\right) + 1\right)$$

$$\Leftrightarrow n * ln(1+t) = ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a}\right) + 1\right) \Leftrightarrow n = \frac{ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a}\right) + 1\right)}{ln(1+t)}$$

مثال03: احسب المدة التي من أجلها يمكن تكوين راس مال يقدر بـ 87999,0144.دج بدفعات العادية مبلغ كل منها 15000دج وبمعدل 8%.

الحل:

$$n = \frac{ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a}\right) + 1\right)}{ln(1+t)} = \frac{ln\left(\left(\frac{87999,0144 * 0.08}{15000}\right) + 1\right)}{ln(1.08)} = 5$$

❖ حساب المعدل الفائدة $(\mathbf{t})$.

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Rightarrow \frac{V_n}{a} = \frac{(1+t)^n - 1}{(t)}$$

$$\left(\frac{V_n}{a}\right) t = (1+t)^n - 1 \Rightarrow (1+t)^n - \left(\frac{V_n}{a}\right) t - 1 = 0$$

لصعوبة حل مثل هذا النوع من المعادلات خاصة من أجل (n) أكبر من 3، يمكن استخدام الالة الحسابية المتخصصة أو الاستعانة بالمواقع الإلكترونية وأشهرها موقع: (www.wolframalpha.com)

مثال04: **أحسب** المعدل الذي يسمح بتكوين رأس مال قدره 506023,90دج بدفعات عادية قدرها 55000 لمدة 7 سنوات.

الحل:

$$\frac{506023,90}{55000} = \frac{(1+t)^7 - 1}{(t)} \Rightarrow 0 = (1+t)^7 - (9.2t) - 1$$

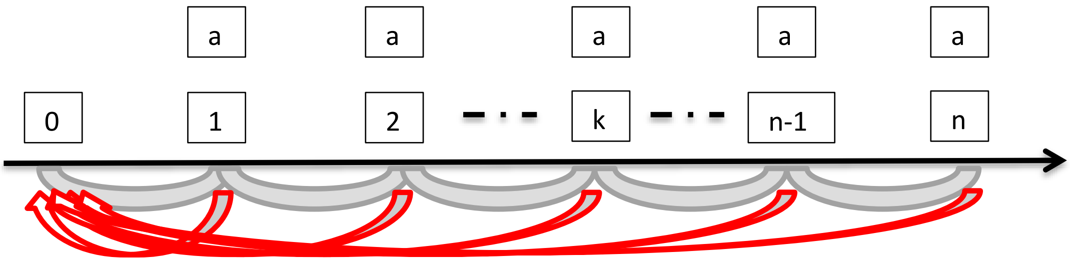
عند ادخال المعادلة في الموقع (www.wolframalpha.com) كان الحل على النحو التالي:

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

الحل الأول (0) مرفوض/ الحل الثاني (-2.56074) سالب مرفوض/ الحل الثالث (0.08998) مقبول.

إذا معدل الفائدة (9%=t)

مجموع القيم الحالية للدفعات العادية ($\grave{V}_0$).



$a(1+t)^{-1}$

$a(1+t)^{-2}$

$\vdots$

$a(1+t)^{-k}$

$\vdots$

$a(1+t)^{1-n}$

$a(1+t)^{-n}$

$$\grave{V}_0 = a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + \cdots + $$
$$+a(1+t)^{-k} + \cdots + a(1+t)^{1-n} + a(1+t)^{-n}$$

بإخراج $(a(1+t)^{-n})$ عامل مشترك

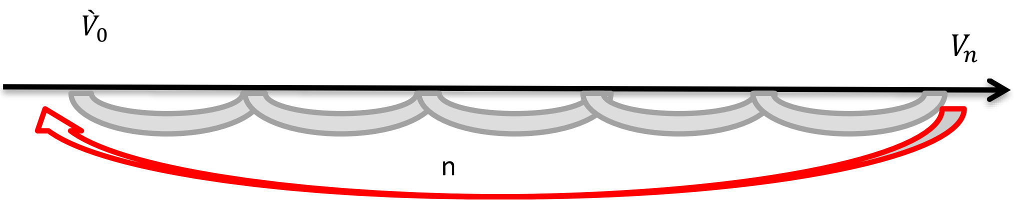
$$\Leftrightarrow \grave{V}_0 = a(1+t)^{-n} * (1 + a(1+t) \ + \cdots +$$
$$+a(1+t)^{n-k} + \cdots + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1})$$

المجموع اعلاه عبارة عن متتالية هندسية حدها الاول =1 واساسها= $a(1+t)$

$$\Leftrightarrow \grave{V}_0 = a(1+t)^{-n} * (\cancel{1} * \frac{(1+t)^n - 1}{(\cancel{1}+t) - \cancel{1}})$$

$$\grave{V}_0 = a * (\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)})$$

أو بطريقة أخرى فإن مجموع القيم الحالية للدفعات العادية ($\grave{V}_0$) ما هي إلا القيمة الحالية لـ (V_n) للفترة (n):



$$V_n = \grave{V}_0(1+t)^n \Rightarrow \ \grave{V}_0 = V_n(1+t)^{-n} = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} * ((1+t)^{-n})$$

$$\Rightarrow \ \grave{V}_0 = a * (\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)})$$

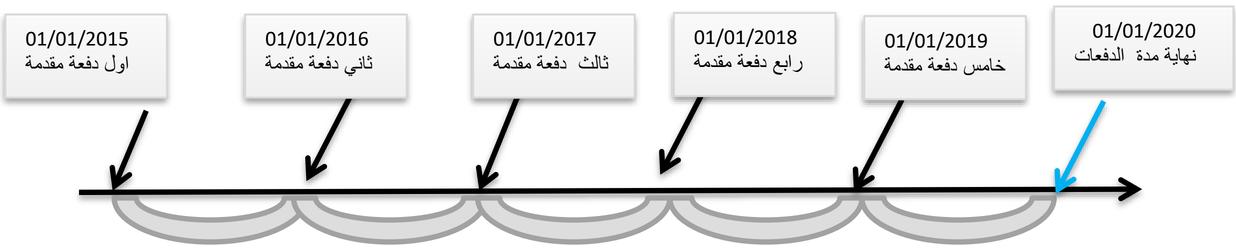
مثال04:

يقوم شخص بإيداع بصفة دورية مبلغ 60000 دج، في نهاية كل سنة، ما هي القيمة الحالية لهذه الدفعات لمدة 5 سنوات وبمعدل فائدة مركبة سنوي 10%.

$$\grave{V}_0 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) = 60000 * \left(\frac{1-(1.1)^{-5}}{0.1}\right) = 227447{,}20$$

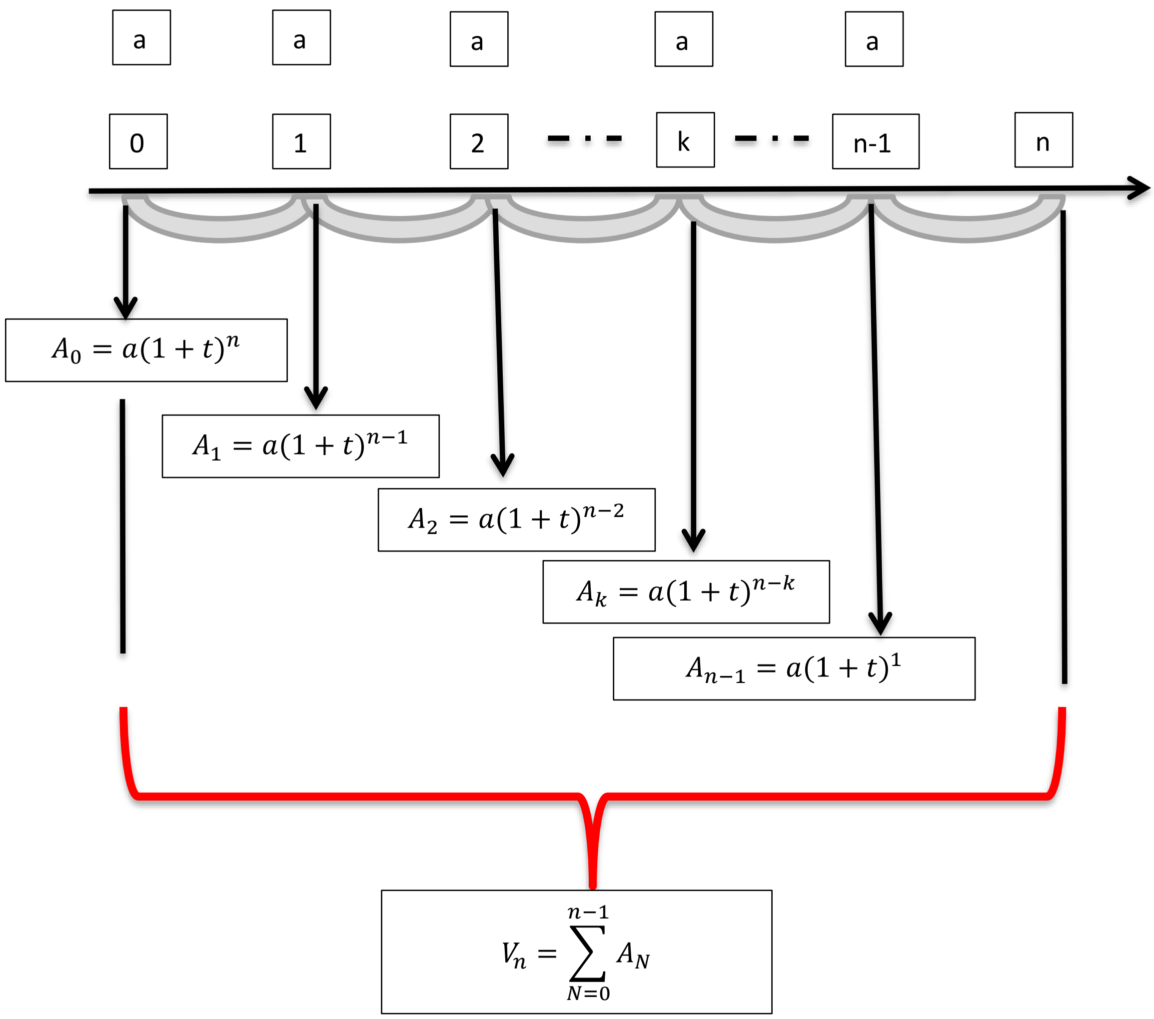
ثانيا: الدفعة المقدمة (دفعة أول المدة أو دفعة الاستثمار).

عندما يكون تسديد الدفعات في بداية كل فترة دفع دورية (يعني أول دفعة يتم دفعها في بداية مدة الدفعة)، فإن هذه الدفعات يطلق عليها الدفعة المقدمة، على سبيل المثال مدة دفعة مقدمة خمسة سنوات تبدأ من 01 جانفي سنة 2015، وتنتهي في 01 جانفي سنة 2020، ومكونة من خمسة دفعات سنوية، وأول دفعة يتم دفعها في 01 جانفي سنة 2015 وهو بداية السنة الأولى، والدفعة الخامسة والأخيرة يتم دفعها في 01 جانفي سنة 2019 وهو بداية السنة الخامسة...وهكذا.



حساب مجموع جملة الدفعات المقدمة (V_N): وهي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد للمبالغ المالية في نهاية عدد من الفترات (n)، وبالتالي يكون قد قدم (n) دفعة متساوية، حيث إذا رمزنا لقيمة الدفعة بـ (a) و القيمة المكتسبة من كل دفعة بالفائدة المركبة (An) بعد كل فترة (n) بمعدل فائدة (t)، يكمن حساب مجموع القيم المكتسبة للدفعات المقدمة (V_N) كمايلي:

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).



من العلاقة المبينة اعلاه نلاحظ ان (V_n) عبارة عن متتالية هندسية متزايدة حدها الاول $(a(1+t))$ وأساسها $(1+t)$، ومنه فإن مجموع هذه المتتالية يساوي:

$$Vn = \sum_{N=1}^{n} A_N = \text{الحد الاول} * \frac{\text{الاساس}^n - 1}{\text{الاساس} - 1} = a(1+t) * \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$= a(1+t) * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)}$$

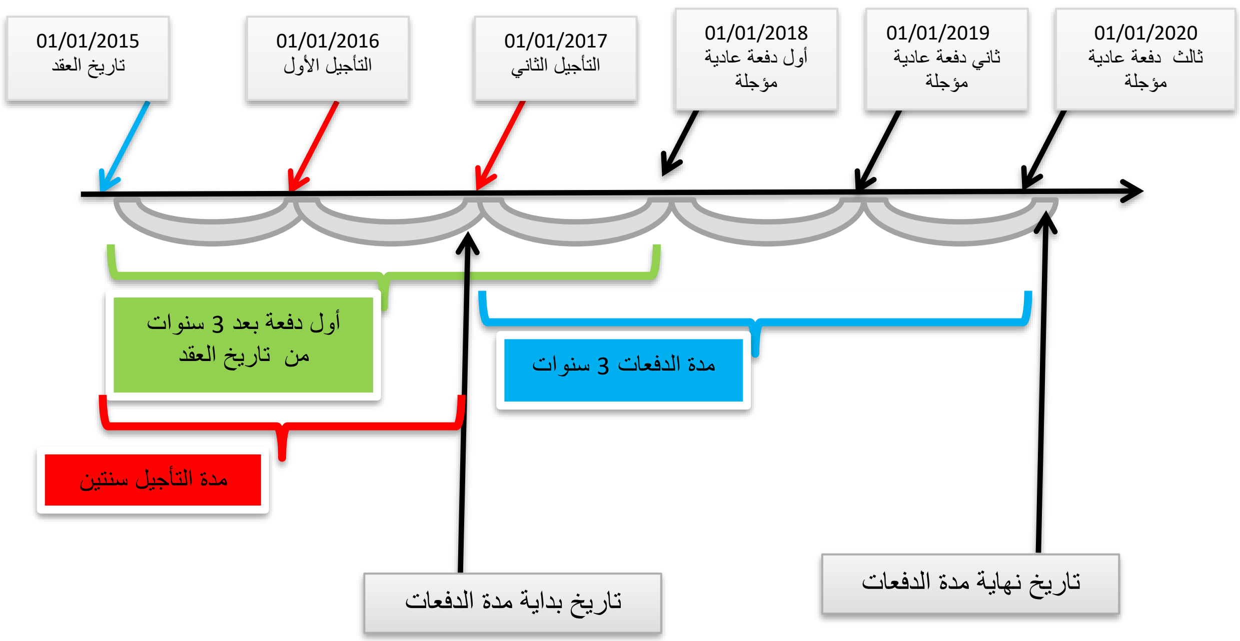
ثالثا: الدفعة المؤجلة.

وهي الدفعة التي يبدأ دفعها بعد مرور أكثر من فترة دورية واحدة، ومن الأسهل عند حل المسائل أن ننظر إلى الدفعة المؤجلة على إنها دفعة عادية مؤجلة، يعني الدفعة التي يتم دفعها في نهاية كل فترة دفع دورية (في نهاية كل فترة دورية) ولكن مدة الدفعة لا تبدأ إلا بعد مرور مدة زمنية من تاريخ العقد، على سبيل المثال رجل أقترض بمعدل فائدة 3% مبلغ 100000دج في (01 جانفي سنة 2015) وقد وافق على أن يسدد القرض على ثلاث دفعات سنوية متساوية ولكن أول دفعة يبدأ دفعها بعد ثلاثة سنوات من تاريخ حصوله على القرض، والمدة ما بين تاريخ حصوله على القرض الآن (01 جانفي سنة 2015) وتاريخ بداية مدة الدفعة العادية (01 جانفي سنة 2017) تسمى مدة التأجيل وهي تساوي سنتين.

تصبح القيمة الحالية الجديدة للقرض هي: $100000 * (1 + 0.03)^2 = 106\ 090$

ومنه تحتسب قيمة الدفعة عند طريق قانون القيمة الحالية:

$$\grave{V}_0 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) \Rightarrow 106090 = a * \left(\frac{1-(1+0.03)^{-3}}{(0.03)}\right)$$



السلسلة رقم 05 (الدفعات المتساوية بالفائدة المركبة).

التمرين الأول:

يودع شخص في آخر كل سنة مبلغ 2000 دج لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة 6%.

المطلوب:

1/أحسب قيمة الفوائد المحققة عند نهاية مدة التوظيف؟

2/احسب الجملة المكتسبة 4 سنوات بعد آخر دفعة؟

التمرين الثاني:

أراد مدير مؤسسة صناعة الأحذية شراء تجهيزات (ماكينات) فقام بإيداع مبالغ بقيمة 15000 دج في بداية كل سداسي بداية من 01 جانفي 2012 لمدة معينة بمعدل فائدة 3 % للسداسي فحقق بعد هذه المدة جملة تساوي 236155.9138دج وتساوي نصف ثمن التجهيزات.

-أحسب مدة الإيداع حسب هذه الشروط؟

في نهاية المدة السابقة للإيداع اشترى هذا المدير التجهيزات فعلا في نفس التاريخ ودفع نصف ثمنها فورا (236155.9138دج) على أن يدفع النصف الباقي على 4 دفعات سنوية بعد سنة و9 أشهر (مدة التأجيل) من تاريخ الشراء وبمعدل فائدة سنوي 5% .

-أحسب القيمة الحالية للتجهيزات عند بداية أول سنة دفع؟

-أحسب قيمة الدفعة الواحدة لنهاية السنة؟

-أحسب القيمة الحالية للتجهيزات عند نهاية الدفع؟

التمرين الثالث:

يودع شخص في أحد البنوك 10000دج آخر كل سنة لمدة 4 سنوات، ثم زاد في قيمة الدفعة فأصبحت 15000دج سنويا خلال 3 سنوات، ثم زاد قيمتها مرة أخرى إلى 20000دج سنويا خلال 3 سنوات، فإذا كان معدل الفائدة 9% سنويا

احسب الجملة المكتسبة في نهاية السنة 10؟

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

التمرين الرابع:

يريد شخص شراء منزل بصيغة الترقوي العمومي (Lpp) من الوكالة العقارية بقيمة 8000000 دج، يملك هذا الشخص 2000000 دج ويريد تسديد الباقي عن طريق البنك بمعدل فائدة 1%، حيث اقترح البنك عليه تسديد القرض على 40سنة عن طريق دفعات متساوية شهرية؟

المطلوب: حساب قيمة الدفعة التي سيدفعها هذا الشخص كل شهر؟

- ❖ إذا سمح البنك بتأجيل بداية الدفع بثلاث سنوات، احسب قيمة الدفعة الجديدة؟

التمرين الخامس:

يريد شخص توفير مبلغ لشراء أثاث لمنزله، فقام بإيداع مبالغ بقيمة 12000دج في بداية كل سداسي لمدة معينة بمعدل 3% للسداسي فحقق بعد هذه المدة جملة قدرها 79949,54617دج

المطلوب: حساب عدد الدفعات

سحب هذا الشخص جملة المبلغ المحصل عليه (79949,54617دج) في نهاية المدة لشراء الأثاث، فاقترح عليه بائع الأثاث طريقتين لتسديد ثمن الأثاث:

الطريقة الأولى: دفع 79949,54617دج فورا ودفع الباقي بموجب عدد 10 كمبيالة قيمة كل واحدة منها 10000دج تدفع أول كل سنة بمعدل فائدة مركبة 5 % وتستحق أولها في بداية الشهر الموالي (دفعة أخر المدة).

الطرقة الثانية: تأجيل دفع 79949.54617دج بـ 3 سنوات ودفع الباقي بموجب عدد 6 كمبيالات قيمة كل واحدة منها 15000دج تدفع أول كل سنة بمعدل فائدة مركبة شهري 5 % وتستحق أولها في تاريخ الشراء (دفعة أول المدة).

حل السلسلة رقم 05 (الدفعات المتساوية بالفائدة المركبة).

حل التمرين الأول:

1/حساب الفائدة المحققة:

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} = 2000 * \frac{(1+0.06)^8 - 1}{0.06} = 19\ 794{,}93$$

$$\sum_{i=1}^{n} a = a * n = 2000 * 8 = 16000$$

$$I = V_n - \sum_{i=1}^{n} a = 19\ 794{,}93 - 16000 = 3\ 794{,}93$$

2/ حساب الجملة المكتسبة بعد 3 سنوات من آخر دفعة:

من أجل ذلك تعتبر أن القيمة المحصلة بعد 8 دفعات (V_n) هي التي ستوظف لمدة 3 سنوات بالفائدة المركبة:

$$At = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} * (1+t)^n = V_n * (1+t)^n = 19\ 794{,}93 * (1.06)^3$$
$$= 23\ 576{,}08$$

حل التمرين الثاني:

الدفعة هي دفعات أول المدة:

$$V_n = a(1+t) * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Leftrightarrow (1+t)^n = \left(\frac{V_n * t}{a(1+t)}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow ln((1+t)^n) = ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a(1+t)}\right) + 1\right)$$

$$\Leftrightarrow n * ln(1+t) = ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a(1+t)}\right) + 1\right) \Leftrightarrow n = \frac{ln\left(\left(\frac{V_n * t}{a(1+t)}\right) + 1\right)}{ln(1+t)}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{ln\left(\left(\frac{236155.9138 * 0.03}{20000(1.03)}\right) + 1\right)}{ln(1.03)} = 10_{\text{سداسيات}}$$

تاريخ نهاية الدفع =(2012/01/01) +10 سداسيات =2015/01/01

2/ قيمة التجهيزات (K) عند بداية أول سنة دفع:

$$K = 236155.9138 + \left[(236155.9138) * (1.05)^{1+\frac{9}{12}}\right]$$
$$= 236155.9138 + [257\,205{,}4098] = 493\,361{,}3236$$

3/ قيمة الدفعة الواحدة:

دفعات آخر المدة وباستخدام قانون القيمة الحالية: $\grave{V}_0 = 257\,205{,}4098$

$$\grave{V}_0 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) \Leftrightarrow \frac{\grave{V}_0}{\left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right)} = a \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{257\,205{,}4098}{\left(\frac{1-(1+0.05)^{-4}}{(0.05)}\right)} = 72\,534{,}9689 \approx 72535$$

4/قيمة التجهيزات عند نهاية الدفع:

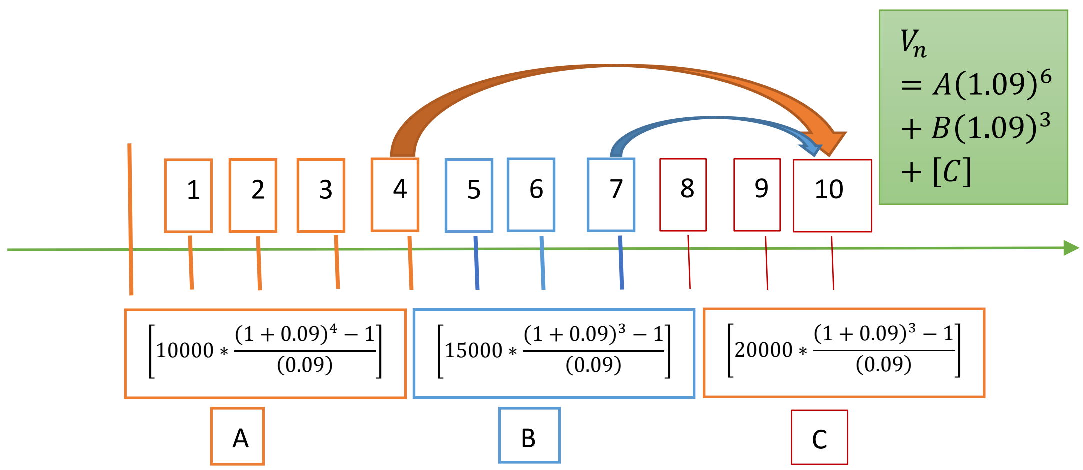
يجب حساب إجمالي الدفعات:

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} = 72\,534{,}9689 * \frac{(1+0.05)^4 - 1}{(0.05)} = 312\,634{,}78$$

أو

$$V_n = \grave{V}_0 * (1+t)^n = 257\,205{,}4098 * (1.05)^4 = 312\,634{,}78$$
$$\grave{K} = 236155.9138 + [312\,634{,}78] = 548\,790{,}7$$

حل التمرين الثالث:



$$V_n = \left[10000 * \frac{(1+0.09)^4 - 1}{(0.09)}\right](1+0.09)^6 + \left[15000 * \frac{(1+0.09)^3 - 1}{(0.09)}\right](1+0.09)^3 + \left[20000 * \frac{(1+0.09)^3 - 1}{(0.09)}\right]$$

$$V_n = (45\,731{,}29) * (1.09)^6 + (49\,171{,}5) * (1.09)^3 + 65\,562 = 204\,936{,}47$$

حل التمرين الرابع:

1/ حساب قيمة القرض:

$$C = 8000000 - 2000000 = 600000$$

2/حساب جملة القرض على 40 سنة:

$$V_n = 6000000 * (1+0.01)^{40} = 8\,933\,182{,}40$$

3/حساب قيمة الدفعة السنوية

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Rightarrow 8\,933\,182{,}40 = a * \frac{(1+0.01)^{40} - 1}{(0.01)}$$

$$\Rightarrow \frac{8\,933\,182{,}40}{\left[\frac{(1+0.01)^{40} - 1}{(0.01)}\right]} = a \Rightarrow a = 182\,733{,}58$$

أو يمكن حساب قيمة الدفعة السنوية بقانون القيمة الحالية:

$$\grave{V}_0 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) = 6000000 = a * \left(\frac{1-(1+0.01)^{-40}}{(0.01)}\right)$$

$$\frac{6000000}{\left[\frac{1-(1+0.01)^{-40}}{(0.01)}\right]} = a \Rightarrow a = 182\,733{,}58$$

4/حساب قيمة الدفعة الشهرية بقسمة الدفعة السنوية على 12:

$$a_{\text{شهر}} = \frac{182\,733{,}58}{12} = 15\,227{,}79$$

❖ إذا سمح البنك بتأجيل بداية الدفع بثلاث سنوات، احسب قيمة الدفعة الجديدة؟

1/حساب جملة القرض على 43 سنة:

$$V_n = 6000000 * (1+0.01)^3 + 6000000 * (1+0.01)^{40} = 9\,203\,866{,}76$$

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Rightarrow 9\,203\,866{,}76 = a * \frac{(1+0.01)^{40} - 1}{(0.01)}$$

$$\Rightarrow \frac{9\ 203\ 866{,}76}{\left[\frac{(1+0.01)^{40}-1}{(0.01)}\right]} = a \Rightarrow a = 188\ 270{,}60$$

$$a_{\text{شهر}} = \frac{188\ 270{,}60}{12} = 15\ 689{,}21$$

حل التمرين الخامس:

1/الدفعات هي دفعات أول المدة:

$$V_n = a(1+t) * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \Rightarrow 79949.54617 = 12000(1.03) * \frac{(1.03)^n - 1}{(0.03)}$$

$$\left[\frac{79949.54617 * 0.03}{12000(1.03)}\right] + 1 = (1.03)^n$$

$$\Rightarrow ln\left\{\left[\frac{79949.54617 * 0.03}{12000(1.03)}\right] + 1\right\} = n * ln(1.03)$$

$$\frac{ln\left\{\left[\frac{79949.54617 * 0.03}{12000(1.03)}\right] + 1\right\}}{ln(1.03)} = n \Rightarrow n = 6$$

2/ الطريقة الأولى:

$$79949.54617 + 10000(1.05) * \frac{(1.05)^{10} - 1}{(0.05)} = 212\ 017{,}41$$

الطريقة الثانية:

$$79949.54617(1.05^3) + 15000 * \frac{(1.05)^6 - 1}{(0.05)} = 194\ 580{,}28$$

الطريقة الثانية هي الأفضل

الفصل الثالث: استهلاك القروض

أولا: مفهوم استهلاك القروض.

يقصد باستهلاك القروض سداد قيمتها من قبل الشخص المقترض (المدين) إلى الشخص المقرض (الدائن)، وبتسديد قيمة القرض تبدأ ذمة المقترض من مديونيته للمقرض، وعقد القرض الإشهار مصلحة في تسجيلها يجب لذلك قانونية وثيقة يعد والتسجيل حتى تكون لها الصبغة القانونية الملزمة في التعاقد.

ويتضمن عقد القرض عادة البيانات التالية:

- مبلغ القرض،
- تاريخ عقد القرض،
- معدل الفائدة ونوعها،
- طريقة استهلاك القرض نوع وقيمة الضمان،
- المحاكم المختصة للنظر في الدعاوى في حالة وجود خلاف.

ومن المتعارف عليه أن طريقة سداد القرض وفوائده مرة واحدة عند تاريخ استحقاقه لا تتلاءم ومصلحة كل من طرفي العلاقة، لذا نجد أن أغلب المتعاقدين على القروض طويلة الأجل يتفقون على استهلاكها وتسويتها خلال فترات زمنية بواسطة دفعات سواء من أصل رأس المال فقط دون الفائدة أو عن طريق سداد القرض الذي يدفعه المقترض مع الفائدة وإعادة جزء من رأس مال، ومنه نستنتج طرقتين لاستهلاك القروض هما:

- استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة.
- استهلاك القروض بدفعات ثابتة.

ثانيا: طريقة الاستهلاك المتساوي (الثابت).

بمقتضى هذه الطريقة يتم استهلاك أصل القرض على أساس أقساط متساوية من أصل القرض فقط خلال مدة استهلاك القرض، مع سداد الفائدة على الرصيد.

- **حساب قسط الاستهلاك الثابت:**

يحسب الاستهلاك الثابت (M) بقسمة أصل القرض (C_0) على عدد الفترات الزمنية (n) التي تسدد فيها:

$$M = \frac{C_0}{n}$$

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

➢ **جدول استهلاك القرض (طريقة الاستهلاك المتساوي).**

قبل إنشاء جدول استهلاك القرض يجب تحديد العناصر الأساسية المستعملة في إعداده وهي:

M : قسط الاستهلاك الثابت

C_0 : أصل القرض

a : قيمة الدفعة وهي متناقصة حسب السنوات وهي تساوي $(M+I)$.

n : مدة القرض إذ أن في نهايتها يصبح القرض يساوي (0).

N : رقم الفترة الذي يساوي في الاخير (n).

I : الفائدة وهي متناقصة حسب السنوات.

ومنه يصبح شكل جدول استهلاك القرض كمايلي:

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الاستهلاك الثابت (M)	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة (a_N)	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	C_0	M	$I_1 = C_0 * t$	$M + I_1$	M	$C_1 = C_0 - (1 * M)$
2	C_1	M	$I_2 = C_1 * t$	$M + I_2$	$2 * M$	$C_2 = C_0 - (2 * M)$
3	C_2	M	$I_3 = C_2 * t$	$M + I_3$	$3 * M$	$C_3 = C_0 - (3 * M)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	C_{k-1}	M	$I_k = C_{k-1} * t$	$M + I_k$	$k * M$	$C_k = C_0 - (k * M)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	C_{n-2}	M	$I_{n-1} = C_{n-2} * t$	$M + I_{n-1}$	$(N-1) * M$	$C_{n-1} = C_0 - ((n-1) * M)$
n	C_{n-1}	M	$I_n = C_{n-1} * t$	$M + I_n$	$N * M$	0
$\sum$	-	$n * M = C_0$	$\sum_{N=1}^{n} I_N$	$C_0 + \sum_{N=1}^{n} I_N$	-	-

مثال01: اقترض أحد الأشخاص مبلغ 500000دج من أحد البنوك وثم الاتفاق على سداد الأصل على خمس أقساط سنوية متساوية على أن تسدد الفائدة على الرصيد في نهاية كل سنة بمعدل 7%.

الحل:

✓ **حساب قسط الاستهلاك الثابت:**

$$M = \frac{C_0}{n} = \frac{500000}{5} = 100000$$

المحور الثاني: العمليات طويلة الأجل (بالفائدة المركبة).

✓ **جدول استهلاك القرض:**

الفترة	الدين المتبقي في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة	الاستهلاك الثابت	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	500000	500000*0.07 =35000	100000+35000 =135000	100000	100000	500000-100000 =400000
2	400000	400000*0.07 =28000	100000+28000 =128000	100000	100000*2 =200000	500000-200000 =300000
3	300000	300000*0.07 =21000	100000+21000 =121000	100000	100000*3 =300000	500000-300000 =200000
4	200000	200000*0.07 =14000	100000+14000 =141000	100000	100000*4 =400000	500000-400000 =100000
5	100000	100000*0.07 =7000	100000+7000 =107000	100000	100000*5 =500000	500000-500000 =0
$\sum$	-	105000	605000	500000		-

باختصار:

الفترة	الدين المتبقي في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة	الاستهلاك الثابت	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	500000	35000	135000	100000	100000	400000
2	400000	28000	128000	100000	200000	300000
3	300000	21000	121000	100000	300000	200000
4	200000	14000	141000	100000	400000	100000
5	100000	7000	107000	100000	500000	0
$\sum$	-	105000	605000	500000	-	-

ثالثا: طريقة الدفعات المتساوية.

طبقا لهذه الطريقة يقوم المقترض بسداد أصل القرض (C_0) وفوائده [جملة القرض] على أقساط متساوية بحيث تكون جملة الأقساط في نهاية المدة مساوية لجملة القرض [أصل القرض المعبر عنه بقانون القيمة الحالية لجملة القرض$(\grave{V}_0)$+ الفائدة] ، وحيث أن كل قسط يتكون من جزء من أصل القرض وفائدته التي تتناقص من فترة لأخرى بصفة مستمرة وذلك لتناقص رصيد القرض، لذلك نجد أن الجزء الذي يستهلك من أصل القرض يزداد من فترة لأخرى بمقدار النقص في مبلغ الفائدة وذلك لثبات قيمة القسط المتساوي ويطلق على الجزء الذي يستهلك من أصل القرض بالاستهلاك ويكون غير متساوي.

➢ **حساب قسط الثابت:**

يمكن حساب قسط الدفعة الثابت باستعمال قانون مجموع القيم الحالية للدفعات العادية ($\grave{V}_0$) المتوصل إليه في المحور السابق:

$$\grave{V}_0 = C_0 = a\left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right) \Leftrightarrow a = C_0\left(\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}\right)$$

➢ **جدول استهلاك القرض بالدفعات الثابتة**

قبل إنشاء جدول استهلاك القرض يجب تحديد العناصر الأساسية المستعملة في إعداده وهي:

M : قسط الاستهلاك المتغير الذي يساوي:($a - I_N$).

C_0 : أصل القرض

a : قيمة الدفعة وهي ثابتة.

n : مدة القرض إذ أن في نهايتها يصبح القرض يساوي (0).

N : رقم الفترة الذي يساوي في الاخير (n).

I : الفائدة وهي متناقصة حسب السنوات.

ومنه يصبح شكل جدول استهلاك القرض كمايلي:

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الدفعة الثابتة (a)	فائدة الفترة	الاستهلاك المتغير (M) $a - I_N$	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	C_0	a	$I_1 = C_0 * t$	M_1	M_1	$C_1 = C_0 - M_1$
2	C_1	a	$I_2 = C_1 * t$	M_2	$M_1 + M_2$	$C_2 = C_0 - (M_1 + M_2)$
3	C_2	a	$I_3 = C_2 * t$	M_3	$M_1 + M_2 + M_3$	$C_3 = C_0 - (M_1 + M_2 + M_3)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	C_{k-1}	a	$I_k = C_{k-1} * t$	M_k	$\sum_{N=1}^{k} M_N$	$C_k = C_0 - (\sum_{N=1}^{k} M_N)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n-1$	C_{n-2}	a	$I_{n-1} = C_{N-2} * t$	M_{n-1}	$\sum_{N=1}^{(n-1)} M_N$	$C_{n-1} = C_0 - \left(\sum_{N=1}^{(n-1)} M_N\right)$
n	C_{n-1}	a	$I_n = C_{n-1} * t$	M_n	$\sum_{N=1}^{n} M_N$	$C_n = 0$
$\sum$	-	$C_0 + \sum_{N=1}^{n} I_N$	$\sum_{N=1}^{n} I_N$	C_0	-	-

من الجدول المبين أعلاه نلاحظ عدة علاقات بين متغيراته نلخصها في مايلي:

- **العلاقة بين قسط الاستهلاكات (M_N) وقسط الاستهلاك الذي بعد (M_N).**

يلاحظ أن مجموع الاستهلاكات تمثل مجموع متتالية هندسية وبالتالي يطبق عليها قانون المتتالية الهندسية من ناحية المجموع أو عبارة الحد العام ومنه يستنتج مايلي:

$$\boldsymbol{M_{N+1} = M_N(1+t)}$$

- **العلاقة بين الاستهلاك الأخير والدفعة الأخيرة.**

لدينا قيمة القرض في نهاية الدفعات معدومة وبالتالي:

$$C_n = 0$$

بالتالي:

$$C_{n-1} - M_n = 0 \Leftrightarrow C_{n-1} = M_n$$

ولدينا ايضا:

$$I_n = C_{n-1} * t \Leftrightarrow I_n = M_n * t \ldots (1)$$

و

$$M_N = a - I_N \Leftrightarrow a = M_N + I_N \ldots (2)$$

بتعويض (N) بالدفعة الاخيرة (n) و(I_n) في المعادلة (1) في المعادلة (2) تصبح العلاقة (2) على النحو التالي:

$$a = M_n + (M_n * t) \Leftrightarrow \boldsymbol{a = M_n * (1+t)}$$

- **العلاقة أصل القرض واستهلاك القرض.**

لدينا كما ذكر سابقا ان مجموع الاستهلاكات تمثل مجموع متتالية هندسية وبالتالي يتم تطبيق قانون مجموع المتتالية الهندسية على استهلاك القرض الثابت كمايلي:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots + M_{n-1} + M_n$$
$$\Leftrightarrow C_0 = M_1 + M_1(1+t)^1 + M_1(1+t)^2 + \cdots + M_1(1+t)^{n-2} + M_1(1+t)^{n-1}$$

ومنه:

$$\boldsymbol{C_0 = M_1 * \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

- **العلاقة بين الدفعة الثابتة واستهلاك القرض الأول.**

لدينا:

$$a_1 = M_1 + I_1 \dots \dots \dots \dots (1)$$

و

$$I_1 = C_0 * t \dots \dots \dots \dots (2)$$

و

$$C_0 = M_1 * \frac{(1+t)^n - 1}{t} \dots \dots \dots \dots (3)$$

علما أن (a) ثابت.

بتعويض العلاقة (3) و(2) في (1):

$$a_1 = M_1 + \left[\left(M_1 * \left(\frac{(1+t)^n - 1}{\cancel{t}}\right)\right) * \cancel{t}\right]$$
$$= \cancel{M_1} + [(M_1(1+t)^n - \cancel{M_1})]$$
$$\Rightarrow a_1 = M_1(1+t)^n$$

مثال2: (نفس المثال السابق لاكن استهلاك القرض بالدفعات المتساوية) اقترض أحد الأشخاص مبلغ 500000دج من أحد البنوك وتم الاتفاق على سداد الأصل على خمس أقساط سنوية متساوية بمعدل 7%.

✓ **حساب قيمة الدفعة الثابتة:**

$$a = C_0\left(\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}\right) = 500000\left(\frac{0.07}{1-(1.07)^{-5}}\right) = 121945,34$$

✓ **جدول استهلاك القرض:**

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الدفعة الثابتة (a)	فائدة الفترة $I_N = C_{(N-1)} * t$	الاستهلاك المتغير (M_N) $a - I_N$	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة $C_N = C_{(N-1)} - M_N$
1	500000	121945,34	$I_1 = 35000$	86945,34	86945,34	$C_1 = 413054,65$
2	413054,65	121945,34	$I_2 = 28913,82$	93031,51	179976,85	$C_2 = 320023,14$
3	320023,14	121945,34	$I_3 = 22401,62$	99543,71	279520,56	$C_3 = 220479,43$
4	220479,43	121945,34	$I_4 = 15433,56$	106511,77	386032,33	$C_4 = 113967,67$
5	113967,67	121945,34	$I_5 = 7977,73$	113967,67	500000	$C_5 = (0)$
$\sum$	-	$C_0 + \sum_{N=1}^{n} I_N = 609726,73$	$\sum_{N=1}^{n} I_N = 109726,73$	500000	-	-

- **التأكد من العلاقات.**

- العلاقة بين قسط الاستهلاكات (M_N) وقسط الاستهلاك الذي بعد (M_{N+1}).

$$M_{N+1} = M_N(1+t)$$
$$M_1 = 86945,34$$
$$M_2 = M_1(1+t) = 86945,34 * 1.07 = 93031,51$$
$$M_3 = M_2(1+t) = 93031,51 * 1.07 = 99543,71$$
$$M_4 = M_3(1+t) = 99543,71 * 1.07 = 106511,77$$
$$M_5 = M_4(1+t) = 106511,77 * 1.07 = 113967,67$$

- العلاقة بين الاستهلاك الأخير والدفعة الأخيرة.

$$a = M_n * (1+t) = 113967,67 * 1.07 = 121945,34$$

- العلاقة أصل القرض واستهلاك القرض.

$$C_0 = M_1 * \frac{(1+t)^n - 1}{t} = 86945,34 * \left(\frac{1.07^5 - 1}{0.07}\right) = 500000$$

- العلاقة بين القسط الثابت واستهلاك القرض الأول.

$$a_1 = M_1(1+t)^n = 86945,34 * (1.07^5) = 121945,34$$

السلسلة رقم 06 (استهلاك القروض).

التمرين الأول:

اقترض شخص مبلغ 250000دج، وتم الاتفاق مع دائنه على استهلاك هذا القرض خلال 5 سنوات عن طريق أقساط متساوية من الأصل فقطن على أن تحتسب الفوائد على الرصيد المتبقي من أصل القرض بمعدل فائدة 7% سنويا

المطلوب: إعداد جدول الاستهلاك هدا القرض؟

التمرين الثاني:

قامت مؤسسة باقتراض مبلغ من البنك يسدد على 12 قسط متساوي من أصل القرض بعدل 6% سنويا وكان المبلغ المتبقي بعد تسديد القسط الخامس يقدر ب 70000 دج.

1/استنتج العلاقة بين فرق الفوائد المتتالية بدلالة معدل الفائدة (t) وقسط الاستهلاك (M) ورقم الفترات (N)؟

2/ أحسب مبلغ القسط الثابت؟

3/ أنجز السطر رقم 06 من جدول استهلاك القرض؟

4/ أحسب الفرق بين $I_6 - I_{10}$ ؟

التمرين الثالث: (نفس التمرين الأول مع التسديد بالدفعات الثابتة من أصل القرض وفوائده)

قامت مؤسسة باقتراض مبلغ من البنك يسدد على 12 دفعة متساوي بعدل 6% سنويا وكان المبلغ المتبقي بعد تسديد القسط الخامس يقدر ب 70000 دج.

1/استنتج العلاقة بين فرق الفوائد المتتالية بدلالة معدل الفائدة (t) وقسط الاستهلاك (M) ورقم الفترات (N)؟

2/ أحسب مبلغ الدفعة الثابت؟

3/ أنجز السطر رقم 06 من جدول استهلاك القرض؟

4/ أحسب الفرق بين $I_6 - I_{10}$ ؟

التمرين الرابع:

من جدول استهلاك قرض يسدد على أقساط متساوية من الأصل، استخرجنا المعلومات التالية:

فائدة السنة الأولى: $[I_1 = 12500]$

فائدة السنة الأخيرة: $[I_2 = 10000]$

المطلوب:

1/ حساب معدل الفائدة (t)؟

2/ حساب قيمة القسط السنوي المتساوي (M)؟

3/ حساب أصل القرض؟

4/ إنجاز جدول اهتلاك القرض؟

التمرين الرابع:

من جدول الاستهلاك لقرض يسدد على 5 دفعات متساوية من أصل والفوائد قدمت لك المعلومات التالية:

$$I_4 = 6\,442{,}15$$
$$I_3 = 9\,435{,}02$$
$$I_2 = 12\,285{,}38$$

المطلوب:

1/حساب معدل الفائدة (t)؟

2/ قسط الاهتلاك الأول (M_1)

3/قيمة الدفعة المتساوية؟

4/ أصل القرض؟

5/ إنجاز جدول استهلاك القرض؟

حل السلسلة (6)

حل التمرين الأول:

$$M = \frac{C_0}{n} = \frac{250000}{5} = 50000$$

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الاستهلاك الثابت (M)	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة (a_N)	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	250000	50000	12 500	62 500	50000	200000
2	200000	50000	10000	60 000	100000	150000
3	150000	50000	7 500	57000	150000	100000
4	100000	50000	5000	55000	200000	50000
5	5000	50000	250	250	250000	0

حل التمرين الثاني:

/1

$$I_1 - I_2 = [C_0 * t] - [C_1 * t] = [C_0 * t] - [(C_0 - M) * t]$$
$$= [C_0 * t] - [C_0 * t - M * t] = M * t$$

$$I_2 - I_3 = [C_1 * t] - [C_2 * t] = [(C_0 - 2M) * t] - [(C_0 - 3M) * t]$$
$$= [(C_0 * t) - (2M * t)] - [(C_0 * t) - (3M * t)]$$
$$= -2(M * t) + 3(M * t) = M * t$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$I_N - I_{N+1} = [C_N * t] - [C_{N+1} * t]$$
$$= [(C_0 - (N) * M) * t] - [(C_0 - (N+1)M) * t]$$
$$= [(C_0 * t) - (N * M * t)] - \left[(C_0 * t) - \left((N+1) * M * t\right)\right]$$
$$= -N(M * t) + N(M * t) + M * t = M * t$$

/2

حساب قيمة أصل القرض:

$$70000 = C_0 - (5 * M) = C_0 - \left(5 * \frac{C_0}{12}\right) \Rightarrow C_0 = 120\ 000$$

حساب قيمة القسط:

$$M = \frac{C_0}{12} = \frac{120\ 000}{12} = 10000$$

/3

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الاستهلاك الثابت (M)	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة (a_N)	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
k	C_{k-1}	M	$I_k = C_{k-1} * t$	$M + I_k$	$k * M$	$C_k = C_0 - (k * M)$
6	70000	10000	$I_6 = 70000 * 0.06 = 4\ 200$	$M + I_6 = 14\ 200$	$6 * 10000 = 60000$	$C_6 = 120000 - (6 * M) = 60000$

/4

$$I_6 - I_{10} = (I_6 - I_7) + (I_7 - I_8) + (I_8 - I_9) + (I_9 - I_{10}) = 4 * (M * t) = 4 * 10000 * 0.06 = 2\ 400$$

حل التمرين الثالث:

/1

$$I_1 - I_2 = [C_0 * t] - [C_1 * t] = [C_0 * t] - [(C_0 - M_1) * t]$$
$$= [C_0 * t] - [C_0 * t - M_1 * t] = M_1 * t$$

$$I_2 - I_3 = [C_1 * t] - [C_2 * t]$$
$$= [(C_0 - M_1) * t] - \left[\left(C_0 - (M_1 + M_2)\right) * t\right]$$
$$= [(C_0 * t) - (M_1 * t)] - \left[(C_0 * t) - \left((M_1 + M_2) * t\right)\right]$$
$$= -(M_1 * t) + \left((M_1 + M_2) * t\right) = -(M_1 * t) + (M_1 * t) + (M_2 * t)$$
$$= (M_2) * t = (M_1 * (1 + t)) * t$$

$$I_3 - I_4 = [C_2 * t] - [C_3 * t]$$
$$= [(C_0 - (M_1 + M_2)) * t] - \left[\left(C_0 - (M_1 + M_2 + M_3)\right) * t\right]$$
$$= [(C_0 * t) - (M_1 * t) - (M_2 * t)]$$
$$- [(C_0 * t) - (M_1 * t) - (M_2 * t) - (M_3 * t)]$$
$$= (M_3) * t = (M_1 * (1 + t)^2) * t$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$I_N - I_{N+1} = (M_1 * (1 + t)^{N-1}) * t \dots \dots \dots (1)$$

/2

حساب قيمة الدفعة (a) بقانون القيمة الحالية لمتبقي السنة الخامسة، حيث السنوات المتبقية هي (n−N):

$$\grave{C}_5 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) \Rightarrow a = \frac{\grave{V}_5}{\left(\frac{1-(1+t)^{-(n-N)}}{(t)}\right)}$$

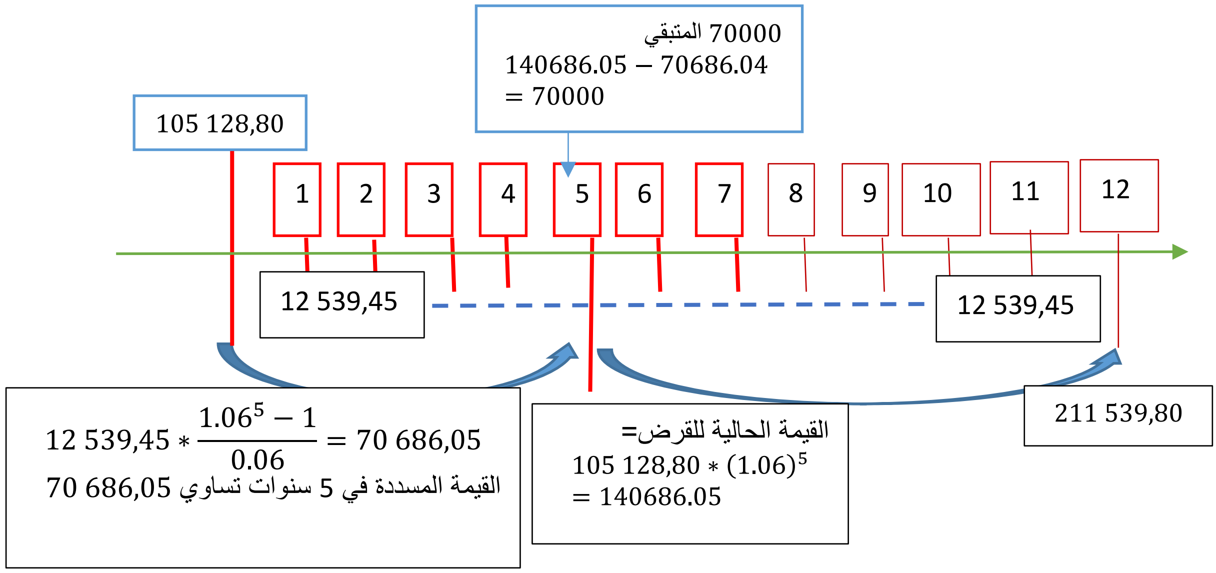
$$= \frac{70000}{\left(\frac{1-(1+0.06)^{-(12-5)}}{(0.06)}\right)} = \frac{70000}{\left(\frac{1-(1+0.06)^{-(7)}}{(0.06)}\right)} = 12\,539{,}45$$

❖ قيمة أصل القرض $(\grave{C}_0)$:

$$\grave{C}_0 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) = 12\,539{,}45 * \left(\frac{1-(1.06)^{-12}}{(0.06)}\right) = 105\,128{,}80$$

❖ **قيمة جملة الدفعات (V_n) خلال 12 سنة:**

$$V_n = a * \frac{(1+t)^n - 1}{(t)} = 12\,539{,}45 * \frac{(1.06)^{12} - 1}{(0.06)} = 211\,539{,}80$$



/3

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الدفعة الثابتة (a)	فائدة الفترة	الاستهلاك المتغير (M) $a - I_N$	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
k	$C_{k-1} = C_5$	a	$I_6 = C_5 * t$	M_6	$\sum_{N=1}^{k} M_N$	$C_k = C_0 - (\sum_{N=1}^{k} M_N)$
6	70000	12 539,45	$I_6 = 70000 * 0.06 = 4\,200$	$12\,539{,}45 - 4\,200 = 8\,339{,}45$	70 686,04	$C_6 = 70000 - 8\,339{,}45 = 61\,660{,}55$

4/ الفرق بين $I_6 - I_{10}$:

$$(I_6 - I_{10}) = (I_6 - I_7) + (I_7 - I_8) + (I_8 - I_9) + (I_9 - I_{10})$$

من العلاقة رقم (1) من الجواب الأول:

$$= ([M_1 * t * (1+t)^5] + [M_1 * t * (1+t)^6] + [M_1 * t * (1+t)^7] + [M_1 * t * (1+t)^8])$$

بإخراج $(M_1 * t)$ كعامل مشترك:

$$= (M_1 * t * [(1+t)^5 + (1+t)^6 + (1+t)^7 + (1+t)^8])$$

بتعويض (M_1) بـ $(a - I_1)$:

$$= ((a - I_1) * t * [(1+t)^5 + (1+t)^6 +* (1+t)^7 + (1+t)^8])$$

وتعويض (I_1) بـ $(C_0 * t)$:

$$((a - (C_0 * t)) * t * [(1+t)^5 + (1+t)^6 +* (1+t)^7 + (1+t)^8])$$
$$= ((12\,539{,}45 - (105\,128{,}80 * 0.06)) * 0.06 * [(1.06)^5 + (1.06)^6 + (1.06)^7 + (1.06)^8])$$
$$= 2\,188{,}91$$

حل التمرين الرابع:

1/ معدل الفائدة:

من جدول استهلاك القروض بالدفعات الثابتة نعلم أن كل قسط أي فترة (M_N) تساوي الدفعة (a) ناقص فائدة الفترة (I_N):

$$M_N = a - I_N \Rightarrow I_N = a - M_N = a - M_1(1+t)^{N-1}$$

ومنه:

$$I_3 = a - M_1(1+t)^2 = 9\,435{,}02 \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$I_4 = a - M_1(1+t)^3 = 6\,442{,}15 \ldots\ldots\ldots (2)$$

بطرح (1) من (2) نجد:

$$(1) - (2) \Leftrightarrow [\cancel{a} - M_1(1+t)^2] - [\cancel{a} - M_1(1+t)^3] = 9\,435{,}02 - 6\,442{,}15$$
$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^3] - [M_1(1+t)^2] = 2\,992{,}87$$
$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^2] * [(\cancel{1}+t) - \cancel{1}] = 2\,992{,}87$$
$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^2] * [t] = 2\,992{,}87 \ldots\ldots\ldots (3)$$

لدينا أيضا:

$$I_2 = a - M_1(1+t)^1 = 12\,285{,}38 \ldots\ldots\ldots (4)$$
$$I_3 = a - M_1(1+t)^2 = 9\,435{,}02 \ldots\ldots\ldots (1)$$

بطرح (4) من (1) نجد:

$$(4) - (1) \Leftrightarrow [\cancel{a} - M_1(1+t)^1] - [\cancel{a} - M_1(1+t)^2] = 12\,285{,}38 - 9\,435{,}02$$
$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^2] - [M_1(1+t)^1] = 2\,850{,}36$$
$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^1] * [(\cancel{1}+t) - \cancel{1}] = 2\,850{,}36$$
$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^1] * [t] = 2\,850{,}36 \ldots\ldots\ldots (5)$$

بقسمة (3) على (5) نجد:

$$\frac{(3)}{(5)} \Leftrightarrow \frac{[\cancel{M_1}(1+t)^2]*\cancel{[t]}}{[\cancel{M_1}(1+t)^1]*\cancel{[t]}} = \frac{2\,992{,}87}{2\,850{,}36} \Leftrightarrow (1+t) = \frac{2\,992{,}87}{2\,850{,}36} \Leftrightarrow t = 0.05 = 5\%$$

2/ قسط الاهتلاك الأول:

من العلاقة (5):

$$\Leftrightarrow [M_1(1+t)^1]*[t] = 2\,850{,}36 \Leftrightarrow M_1 = \frac{2\,850{,}36}{(1+0.05)*(0.05)} = 54\,292{,}44$$

3/ قيمة الدفعة:

من العلاقة (1):

$$I_3 = a - M_1(1+t)^2 = 9\,435{,}02 \Leftrightarrow a = 9\,435{,}02 + 54\,292{,}44(1.05)^2 = 69\,292{,}44$$

4/أصل القرض:

من قانون القيمة الحالية:

$$\grave{C}_0 = a * \left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{(t)}\right) = 69\,292{,}44 * \left(\frac{1-(1.05)^{-5}}{0.05}\right) = 300000$$

5/ جدول استهلاك القرض:

الفترة (N)	الدين المتبقي في بداية الفترة	الدفعة الثابتة (a)	فائدة الفترة	الاستهلاك المتغير (M) $a - I_N$	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	300000	69 292,44	15 000	54 292,44	54 292,44	245 707,56
2	245 707,56	69 292,44	12 285,38	57 007,06	111 299,50	188 700,50
3	188 700,50	69 292,44	9 435,02	59 857,41	171 156,91	128 843,08
4	128 843,08	69 292,44	6 442,15	62 820,28	233 977,20	66 022,79
5	66 022,80	69 292,44	3 301,14	65 991,30	300000	0

الفصل الرابع: تقييم واختيار المشاريع

تهدف دراسة تقييم الاستثمارات قياس الربحية الخاصة للمشروع الاستثماري المراد إنجازه من طرف المؤسسة وذلك بالاستناد إلى عدد من الطرق والمعايير، بحيث يتسنى للمسير المالي في النهاية القدرة على اختيار الفرصة الاستثمارية المقبولة اقتصاديا. وتعتمد دراسة تقييم الاستثمارات على البيانات والمعلومات لأوجه الإيرادات والتكاليف المختلفة للمؤسسة، ومصادر تلك البيانات مستمدة من النتائج التي تم التوصل إليها من خلال دراسة وضعية الطلب في السوق، والدراسة الفنية والتمويلية للمؤسسة.

أولا: الأسس النظرية للقرار الاستثماري.

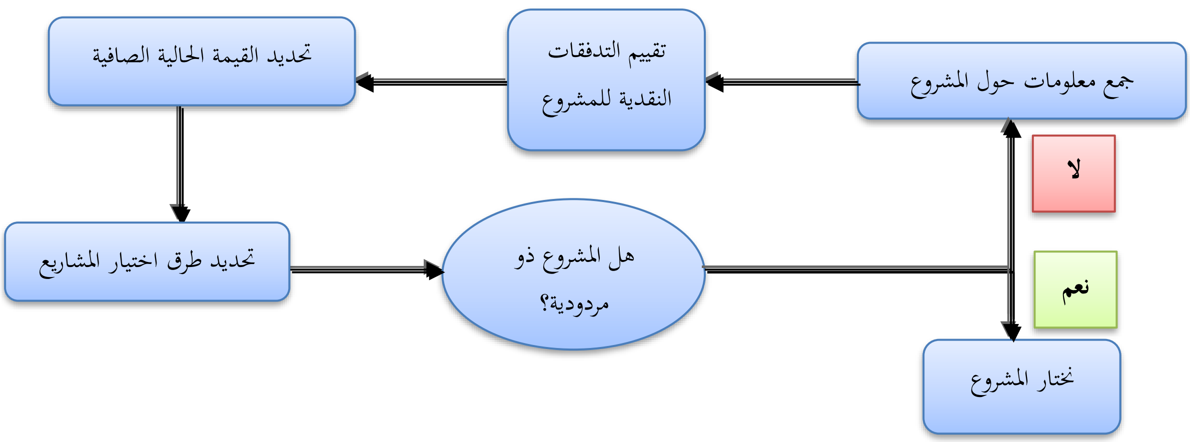
1-مفهوم الاستثمار.

تختلف تعاريف الاستثمار باختلاف المؤلفين والباحثين في هذا المجال ولعل التعريف الأكثر اتفاقا هو ذلك النشاط الذي يترتب عليه القيام بخلق طاقة جديدة، أو زيادة الطاقة الحالية للمؤسسة بإضافة وحدات إنتاجية جديدة أو استبدال الأصول الحالية بأصول أكثر كفاءة وطاقة أكبر.

ومن المنظور المالي، فالاستثمار معناه أن المؤسسة وافقت على إخراج نقود حالا (اليوم) آملا في حصولها على مدخلات نقدية مستقبلا، أو خلال عدة دورات، هذه التدفقات النقدية تسمح بزيادة قيمة المؤسسة، وهذا ما يؤدي إلى زيادة حصص المساهمين. وأي استثمار تقوم به المؤسسة، يجب أن يخلق تدفقات نقدية داخلة تكون أكبر من التدفقات النقدية الخارجة وإلا كانت المردودية سالبة (rentabilité). إلا أن المشكل يكمن في صعوبة تحديد التدفقات النقدية الناجمة عن هذا الاستثمار (الداخلة والخارجة)، ولحل هذا المشكل نقوم بحساب القيمة الحالية الصافية (la valeur actualisée nette).

2-مسار اتخاذ قرار الاستثمار.

يعتبر قرار الاستثمار من أصعب القرارات التي تنفذها الإدارة داخل المؤسسة، ويعتمد القرار السليم على جملة من الخطوات (منهجية) المستعملة في عملية تقييم الاستثمارات للوصول إلى قرار نهائي من حيث قبول أو رفض المشروع بعد تحليل عوائده وتكاليفه ويمكن تلخيص ذلك في الشكل التالي:



3-تصنيف الاستثمارات.

هناك عدة تصنيفات للاستثمار، فهناك ما يخص الهدف من الاستثمار حسب زمن دخول وخروج التدفقات، وحسب طبيعة الاستثمارات، إنما نقتصر في دراستنا على التصنيفات التي تخص الهدف من الاستثمار.

3-1-الاستثمارات الاحلالية:

الغرض منها تعويض الأصول القديمة بأصول جديدة، على أن تكون الأصول الجديدة لها نفس الخصائص التقنية من ناحية الطاقة الإنتاجية، وكذلك مستوى تكاليف الإنتاج.

3-2-الاستثمارات التوسعية:

الغرض منها توسيع الطاقة الإنتاجية أو التسويقية للمؤسسة لاستيعاب ارتفاع الطلب مستقبلا، سواء بتطوير طريقة الإنتاج للمنتجات السابقة، أو داخل منتج جديد للسوق.... الخ.

3-3-الاستثمارات التي تهدف إلى التطوير والترشيد:

تهدف بصفة أساسية إلى التقليل من تكاليف الإنتاج، وتحديث عملية الإنتاج بإدخال الآلة، والتقليل من العمالة.

4-مبادئ ومحددات اتخاذ القرارات الاستثمارية.

عند اتخاذ قرار استثماري لا بد من أخذ عاملين بعين الاعتبار:

العامل الأول:

أن يعتمد اتخاذ القرار الاستثماري على أسس علمية، ولتحقيق ذلك لابد من اتباع الخطوات التالية:

-تحديد الهدف الأساسي للاستثمار.

-تجميع المعلومات اللازمة لاتخاذ القرار.

-تقييم العوائد المتوقعة للفرص الاستثمارية المقترحة.

- اختيار البديل أو الفرصة الاستثمارية المناسبة للأهداف المحددة.

العامل الثاني:

يجب على متخذ القرارات أن يراعي بعض المبادئ عند اتخاذ القرار منها:

-مبدأ تعدد الخيارات أو الفرص الاستثمارية.

-مبدأ الخبرة والتأهيل.

-مبدأ الملائمة (أي اختيار المجال الاستثماري المناسب).

- مبدأ التنوع أو توزيع المخاطر الاستثمارية.

وتتمثل محددات القرار الاستثماري في مايلي:

-الكفاية الحدية لرأس الدال (الإنتاجية الحدية لرأس المال المستثمر أو العائد على رأس المال المستثمر.)

-التقدم العلمي والتكنولوجي.

-درجة المخاطرة.

-مدى توفر الاستقرار الاقتصادي والسياسي والمناخ الاستثماري.

- عوامل أخرى: مثل توفر الوعي الادخاري والاستثماري وكذلك مدى توفر السوق المالية الفعالة.

ثانيا: معايير تقييم واختيار الاستثمارات في ظروف التأكد.

إن تقييم المشروع الاستثماري في ظروف التأكد تقوم على فرضية أن متخذ القرار الاستثماري يكون في هذه المرحلة على دراية تامة، ولديه معلومات كافية على المستقبل ونتائجه.

ومن بين أهم المعايير المعمول بها في هذه الظروف ما يلي:

1. معيار صافي القيمة الحالية **VAN**؛
2. معدل المردودية الداخلي **TIR**؛
3. فترة الاسترداد **Dr**؛
4. مؤشر الربحية **IP**؛
5. معدل العائد المتوسط **TRM**؛
6. عينة المردودية (نقطة بداية الربحية).

1-معيار صافي القيمة الحالية VAN

من أجل الحكم على ملاءمة استثمار معين، يجب أن نحدد قيمة التدفقات النقدية الصافية (الموجبة أو السالبة)، المرتبطة بالاستثمار عبر الزمن، بحيث يقوم المستثمر بحساب القيمة الحالية الصافية لكل مشروع استثماري بمعدل فائدة معطى (تكلفة التمويل) خلال فترة زمنية معينة. وحسب هذا المعيار لا يكون المشروع الاستثماري مقبولا إلا إذا حقق صافي قيمة حالية موجبة. وإذا تعددت المشاريع الاستثمارية فسيتم اختيار المشروع الذي له أكبر قيمة موجبة.

❖ **طريقة حساب القيمة الحالية الصافية «VAN»:**

هناك طريقتان لحساب القيمة الحالية الصافية:

أ-الطريقة الأولى: في حالة اختلاف التدفقات السنوية:

في حالة اختلاف التدفقات النقدية المتوقعة في كل سنة، يتم حساب مجموع القيم الحالية لهذه التدفقات (CFA_t) (cash-flow actuel) كما يلي:

$$CFA_t = CF_1\,(1+t)^{-1} + CF_2\,(1+t)^{-2} + \dots + CF_n\,(1+t)^{n}$$
$$CFA_t = CFA_1 + CFA_2 + \dots + CFA_n$$

$$\mathrm{CFA}_t = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFA}_i$$

ومنه يمكن حساب القيمة الحالية الصافية:

$$VAN = \mathrm{CFA}_t - \mathrm{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFA}_i - I$$

CF_i: التدفقات النقدية السنوية؛

$(1+t)$: معدل القيمة الحالية؛

t: تكلفة التمويل (سعر الفائدة)؛

n: المدة (السنوات)؛

$\mathrm{CFA}_i = \mathrm{CF}_i * (1+t)^n$: القيمة الحالية للتدفقات النقدية السنوية؛

I: القيمة الابتدائية للاستثمار (قيمته الأصلية).

مثال 1:

لدينا 3 مشاريع استثمارية، العمر الاقتصادي لها 5 سنوات، تكلفة التمويل لكل مشروع 12%، استثماراتها وتدفقاتها النقدية السنوية الصافية تظهر كما في الجدول:

	المشروع الأول	المشروع الثاني	المشروع الثالث
قيمة الاستثمار	90	100	80
الفترة	التدفقات النقدية السنوية الصافية		
السنة 1	25	70	40
السنة 2	35	55	40
السنة 3	42	42	40
السنة 4	55	35	40
السنة 5	70	25	40

المطلوب: إيجاد القيمة الحالية الصافية لكل مشروع، واختيار المشروع الملائم.

الحل: حساب القيمة الحالية الصفية لكل مشروع:

$$VAN = \mathrm{CFA}_t - \mathrm{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFA}_i - I$$

المشروع الأول:

$$VAN = [25\,(1+0.12)^{-1} + 35\,(1+0.12)^{-2} + 42\,(1+0.12)^{-3} + 55\,(1+0.12)^{-4} + 70\,(1+0.12)^{-5}] - 90 = 154.79 - 90 = 64.79$$

المشروع الثاني:

$$VAN = [70\,(1+0.12)^{-1} + 55\,(1+0.12)^{-2} + 42\,(1+0.12)^{-3} + 35\,(1+0.12)^{-4} + 25\,(1+0.12)^{-5}] - 90 = 172.67 - 100 = 72.67$$

المشروع الأول:

$$VAN = [40\,(1+0.12)^{-1} + 40\,(1+0.12)^{-2} + 40\,(1+0.12)^{-3} + 40\,(1+0.12)^{-4} + 40\,(1+0.12)^{-5}] - 90 = 144.19 - 80 = 64.19$$

ومنه المشروع الملائم والأكثر مردودية هو المشروع الثاني.

ب–الطريقة الثانية: في حالة تساوي التدفقات النقدية السنوية.

$$\mathrm{CFA}_t = \mathrm{CF}_1\,(1+\mathrm{t})^{-1} + \mathrm{CF}_1\,(1+\mathrm{t})^{-2} + \ldots + \mathrm{CF}_1\,(1+\mathrm{t})^{n}$$

$$\mathrm{CFA}_t = \mathrm{CF}_1 * [(1+\mathrm{t})^{-1} + (1+\mathrm{t})^{-2} + \ldots + (1+\mathrm{t})^{n}]$$

$$[(1+\mathrm{t})^{-1} + (1+\mathrm{t})^{-2} + \ldots + (1+\mathrm{t})^{n}]$$

متتالية هندسية عكسية مجموعها يعطى بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{CFA}_t = \mathrm{CF}_1 * \left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]$$

ومنه يمكن حساب القيمة الحالية الصافية:

$$VAN = \mathrm{CFA}_t - \mathrm{I} = \left(\mathrm{CF}_1 * \left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]\right) - I$$

مثال 2:

مؤسسة تريد إدارتها تحقيق استثمار بقيمة 200000 دج، يقدر النقدي الصافي السنوي المنتظر بـ 64000دج، مدة حياة الاستثمار يقدر ب 5 سنوات مع العلم أن معدل القيمة الحالية تم تحديده بـ 10%.

المطلوب: حساب القيمة الحالية الصافية؛ ومن ثم استنتاج قرار الاستثمار؟

الحل:

$$VAN = \mathrm{CF}_1 * \left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right] - I$$

$$VAN = 64000 * \left[\frac{1-(1+0.1)^{-5}}{0.1}\right] - 200000$$

$$VAN = 64000 * \left[\frac{1-(1+0.1)^{-5}}{0.1}\right] - 200000$$

$$VAN = 242\,610{,}35 - 200000 = 42\,610{,}35$$

نلاحظ بأنه في حالة ما إذا كانت المؤسسة بهذا الاستثمار فإنها تحقق معدل مردودية أكبر من القيمة الحالية، ويسمح بتحقيق ربح إضافي بمقدار 42 610,35 دج، ومنه على هذه المؤسسة قبول المشروع.

- ❖ **الانتقادات الموجهة لطريقة VAN:**

من بين أهم الانتقادات الموجهة للقيمة الحالية الصافية:

- ❖ لا يعطي ترتيبا سليما للمشروعات الاستثمارية في حالة اختلاف العمر الاقتصادي لكل مشروع عن الآخر
- ❖ تطبيق هذا المعيار يسبب مشكلة تحديد المعدل المناسب لخصم التدفقات النقدية (وهو المعروف بتكلفة التمويل) فلا يوجد اتفاق محدد لكيفية قياسه.

- ❖ **التدفق النقدي بعد الاهتلاك والضرائب:**

قبل حساب مردودية الاستثمار المراد إنجازه (VAN) ينبغي أولا حساب التدفق النقدي الذي يسمح لنا بحساب مختلف المؤشرات الأخرى كالقيمة الحالية الصافية VAN، وفترة استرجاع رأس المال ونقوم بحسابه وفق الجدول التالي:

الإيرادات – تكاليف الاستغلال	
الهامش الإجمالي قبل الإهتلاك – الإهتلاك	=
الهامش الإجمالي بعد الاهتلاك – الضريبة	=
الدخل الصافي + الإهتلاك	=
التدفق النقدي	=

نقوم بطرح الاهتلاك حتى لا يكون خاضع للضريبة لكن بعد إخضاع الهامش للضريبة، نعيد إضافته للحصول على التدفق النقدي.

مثال 3:

مشروع استثماري فترة حياته 5 سنوات، قيمة الاستثمار تقدر بـ 20000 دج، معدل التقييم الحالي 8% ، مبيعات هذا المشروع وكذا تكاليف الاستغلال أعطيت في الجدول التالي:

السنوات	1	2	3	4	5
المبيعات	12000	14000	8000	6000	6000
تكاليف الاستغلال	600	600	200	150	200

إذا علمت أن الإهتلاك خطي، وأن الضريبة على الأرباح 30%

المطلوب:

1-حساب التدفقات النقدية؛

2-حساب القيمة الحالية الصافية لهذا المشروع؟ وهل يقبل أم لا؟

الحل:

يحسب الاهتلاك خطي كما يلي = [القيمة الاسمية للاستثمار/ مدة الحياة] = [20000/5] = 4000

حساب التدفقات النقدية:

	1	2	3	4	5
المبيعات	12000	14000	8000	6000	6000
(-) ت. الاستغلال	600	600	200	150	200
(=) هامش قبل الاهتلاك	11400	13400	7800	5850	5800
(-) الاهتلاك	4000	4000	4000	4000	4000
(=) هامش بعد الاهتلاك	7400	9400	3800	1850	1850
(-) الضريبة (50%)	2220	2820	1140	555	555
(=) الدخل الصافي	5180	6580	2660	1295	1295
(+) الاهتلاك	4000	4000	4000	4000	4000
(=) التدفق النقدي	9180	10580	6660	5295	5295

حساب القيمة الحالية الصافية:

$$VAN = [9180\ (1.08)^{-1} + 10580\ (1.08)^{-2} + 6660\ (1.08)^{-3} + 5295\ (1.08)^{-4} + 5295\ (1.08)^{-5}] - 20000$$
$$= 30353,23 - 20000 = 10353,23$$

$VAN = 10353,23 > 0$ إذن المشروع مقبول

2- معيار دليل الربحية IP:

في حالة ما إذا كانت رؤوس الأموال المستثمرة للمشروعات المقترحة غير متساوية، تصبح المفاضلة فيها باستخدام **VAN** غير سليمة، فمن الطبيعي أن تزداد **VAN** بازدياد رأس المال المستثمر، ويستحسن لهذا استخدام مؤشر الربحية

فمعيار دليل الربحية = [صافي القيمة الحالية / رأس المال الابتدائي]

وهنا أيضا كما في المعيار السابق، تقام الحسابات على أساس تكلفة التمويل المستخدمة في الاستثمار والمختارة من صاحب المشروع.

وتحسب وفق العلاقة التالية: $\mathbf{Ip = Van / I}$

- في حالة مشروع يكون الاستثمار مجديا إذا كانت $\mathbf{VAN > I}$ أي $\mathbf{IP > 1}$ فهو يبرز مردودية الوحدة النقدية المستثمرة، أي ما يعطيه الدينار الواحد المستثمر من صافي التدفقات النقدية
- ولن يكون الاستثمار مقبولا إلا $\mathbf{IP > 1}$، أما إذا تعددت الاستثمارات المنافسة، فالاستثمار المفضل هو ذلك الذي له أكبر مؤشر ربحية.

من المثال رقم (1) السابق:

نرتب المؤشرات الثلاث السابقة حسب معيار الربحية:

- **المشروع 1**

$$\mathbf{Ip = Van / I} = 64.79/ 90 = 0,72$$

يعطي الدينار الواحد للمستثمر قيمة حالية صافية تقدر ب +0,72 إضافية أو يخلف قيمة بـ 1,72

- **المشروع 2**

$$\mathbf{Ip = Van / I} = 72.67/ 100 = 0,73$$

يعطي الدينار الواحد للمستثمر 0,73 صافي قيمة حالية أو 1,73 د.ج صافي تدفقات نقدية

- **المشروع 3**

$$\mathbf{Ip = Van / I} = 64.19/ 80 = 0,80$$

يعطي الدينار الواحد للمستثمر 0,80 د.ج قيمة حالية صافية أو 1,80 صافي تدفقات نقدية.

وعليه فالدينار الواحد تكون له أكبر مردودية عندما يستثمر في المشروع الثالث نظرا لأنه يحقق أكبر عائد ربحية.

3-المعدل الداخلي للمردودية TIR :

معدل المردودية الداخلي TIR هو ذلك المعدل الذي يجعل التدفقات النقدية مساوية لقيمة الاستثمار، أو هو ذلك المعدل الذي تنعدم فيه القيمة الحالية الصافية.

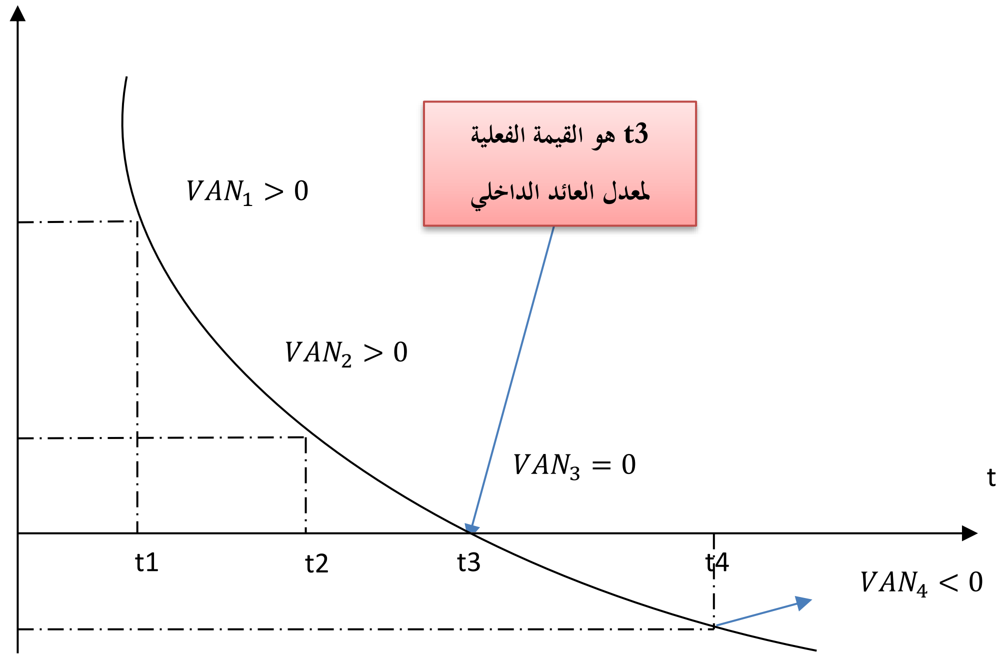
في الحالة التدفقات غير متساوية:

$$VAN = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFA}_i - I = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{CF}_i}{(1+t)^i} - I \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{CF}_i}{(1+t)^i} = I$$

في حالة التدفقات متساوية:

$$VAN = 0 \Leftrightarrow \left(\mathrm{CF}_1 * \left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]\right) - I = 0 \Leftrightarrow \left(\mathrm{CF}_1 * \left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]\right) = I$$

وهو كذلك المعدل الذي يجعل من إجمالي التدفقات النقدية الداخلة مساويا لإجمالي التدفقات النقدية الخارجة بالقيم الحالية.



ونقوم باختيار المشاريع وفق هذا المؤشر كما يلي:

أ-في حالة مشروع واحد: نختار الاستثمار إذا كان **TRI** أكبر من معدل المردودية المسطر من طرف إدارة المؤسسة.

ب–الاختيار بين عدة مشاريع: نختار المشروع الاستثماري الذي له معدل عائد داخلي أكبر

طريقة حسابه:

بالاعتماد على الشكل أعلاه، لحساب هذا المعدل ينبغي أن يكون لنا قيمتين، إحداهما موجبة، والثانية سالبة **(t_4,t_2)**، وذلك بتجريب قيم **t** حتى يتحصل على قيمتين **(VAN_4,VAN_2)** إحداهما موجبة والأخرى سالبة.

وفي الأخير نقوم بحساب t_3 حسب العلاقة التالية:

$$t_3 = t_2 + \left[(t_4 - t_2) * \left(\frac{|\mathbf{VAN_2}|}{|\mathbf{VAN_2}| + |\mathbf{VAN_4}|}\right)\right]$$

من المثال رقم (2) السابق:

$$VAN_2 = 64000 * \left[\frac{1-(1+0.1)^{-5}}{0.1}\right] - 200000 = 42\,610{,}35$$

$$VAN_4 = 64000 * \left[\frac{1-(1+0.2)^{-5}}{0.1}\right] - 200000 = 42\,610{,}35$$

$$t_2 = 10\% \rightarrow VAN_2 = 42\,610{,}35$$

$$t_4 = 20\% \rightarrow VAN_4 = -8600{,}82$$

$$t_3 = t_2 + \left[(t_4 - t_2) * \left(\frac{|\mathbf{VAN_2}|}{|\mathbf{VAN_2}| + |\mathbf{VAN_4}|}\right)\right]$$

$$\Rightarrow t_3 = 0.1 + \left[(0.2-0.1) * \left(\frac{|\mathbf{42\,610,35}|}{|\mathbf{42\,610,35}| + |\mathbf{-8600,82}|}\right)\right]$$

$$\Rightarrow t_3 = 0{,}1832 = 18.32\%$$

المعدل 18.32% يمثل معدل المردودية الداخلي TIR، والذي يكون فيه (VAN) يساوي 0.

4–فترة استرجاع رأس المال.

طبقا لهذه الطريقة يفضل المشروع الاستثماري الذي يمكن المشروع من استرداد تكاليفه الاستثمارية في أسرع وقت ممكن، ويقصد بفترة الاسترداد تلك الفترة الزمنية اللازمة لكي يسترد المشروع خلالها التكاليف الاستثمارية التي أنفقت على المشروع.

أ–في حالة مشروع واحد: نقوم بالاستثمار إذا كانت فترة الاسترداد لرأس المال أقل من الفترة المقدرة (من طرق المستثمر، هذه الفترة تحدد حسب القطاعات)

ب–في حالة أكثر من مشروع: نقوم باختيار الاستثمار الذي تكون مدة استرجاع أمواله أقل.

❖ الحالة الأولى: التدفقات متساوية.

$$Dr = I / CF$$

مثال: نفرض أن هناك مشروعين استثماريين وكانت التكاليف الاستثمارية اللازمة لكل منهما 100000دج، وان صافي التدفقات النقدية للمشروع الأول 25000 دج والثاني 20000 دج في هذه الحالة نجد أن فترة استرداد المشروعين تحسب كما يلي:

$$Dr_1 = \frac{I}{CF_1} = \frac{100000}{25000} = 4_{\text{سنوات}}$$

$$Dr_2 = \frac{I}{CF_2} = \frac{100000}{20000} = 5_{\text{سنوات}}$$

بما أن فترة الاسترداد للمشروع الأول أقل فترة الاسترداد للمشروع الثاني فإن القرار يكون بقبول المشروع الأول صاحب الأفضلية.

❖ الحالة الثانية: التدفقات غير متساوية.

$$Dr = I / CF_m$$

CF_m : التدفقات النقدية السنوية المتوسطة: $CF_m = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n}$

مثال: في مؤسسة يقدر الاستثمار ب 50000د.ج عمره الإنتاجي 5 سنوات، وتظهر التدفقات النقدية الصافية كمايلي:

السنة	1	2	3	4	5
التدفقات	10000	15000	21000	24000	5000

$$\boldsymbol{CF_m} = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n} = \frac{(10000 + 15000 + 21000 + 24000 + 5000)}{5} = 15000$$

❖ ومنه فترة استرجاع رأس المال.

$$\mathbf{Dr} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{CFm}} = \frac{\mathbf{50000}}{\mathbf{15000}} = \mathbf{3.333}_{\text{سنة}}$$

=3 سنوات و4 أشهر.

4-5-معدل العائد المتوسط TR_M:

يحسب وفق العلاقة التالية:

$$TR_M = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n * I} * 100$$

مثال: في مايلي التدفقات النقدية (CF) لمشروعين (A) و (B):

السنة	أصل المشروع	1	2	3	4	5	6	7
التدفقات (A)	200000	60000	60000	80000	40000	20000	-	-
التدفقات (B)	300000	60000	60000	60000	60000	60000	60000	60000

$$TR_M(A) = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n * I} * 100 = \frac{260000}{5 * 200000} * 100 = 26\%$$

$$TR_M(B) = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n * I} * 100 = \frac{420000}{7 * 300000} * 100 = 46.6\%$$

من خلال معدل العائد المتوسط للمشروعين يتضح أن المشروع (B) هو الأفضل لأنه يحقق كمعدل عائد متوسط أكبر من المشروع (A)، هذا من جهة ومن جهة أخرى يجب أن يكون هذا المعدل أكبر من معدلات الفائدة في السوق.

السلسلة رقم 07 (تقييم واختيار المشاريع).

مسألة (01): إذا توفرت لديك البيانات التالية للتدفقات النقدية الصافية الاقتصادية لثلاث بدائل استثمارية الجدول التالي:

المشروع \ السنة	I	1	2	3	4
A	6000	1400	1600	2100	2800
B	7000	1600	2000	2500	3000
C	7000	2500	2500	2500	2500

إذا علمت أن سعر الخصم المطبق يقدر ب 8%، قم بترتيب المشاريع الاستثمارية الثلاثة حسب الأفضلية في التنفيذ وفق المعايير التالية:

1. معيار فترة الاسترداد العادية Dr؟
2. معيار صافي القيمة الحقيقية VAN؟
3. معيار مؤشر الربحية IP؟
4. معيار معدل العائد الداخليTIR ؟

مسألة (02): تفكر أحد الشركات بتنفيذ واحد من مشروعين في منطقتين مختلفتين، يتطلب كل من المشروعين استثمارا أوليا مقداره 10000 دج، ولكل مشروع حياة إنتاجية قدرت بخمس سنوات، حيث تدفع الشركة ضرائب بنسبة 50 % في المنطقة الاولى، و55% في المطقة الثانية، وتشترط عائد مقداره 10 %، وسيتم استهلاك المشروعين بإتباع طريقة القسط الثابت مع افتراض عدم وجود أية قيمة للخردة لكل من المشروعين ومن المتوقع أن تكون التدفقات النقدية قبل الاستهلاك والضريبة من المشروعين كما يلي:

السنة	المشروع الأول	المشروع الثاني
1	4000	6000
2	4000	3000
3	4000	2000
4	4000	5000
5	4000	5000
المجموع	20000	21000

المطلوب: **1**.حساب مدة استرداد الاستثمار 2.صافي القيمة الحالية 3.دليل الربحية.

حل السلسلة رقم 07 (تقييم واختيار الاستثمارات).

حل التمرين الأول:

1. معيار فترة الاسترداد العادية Dr.

❖ **المشروع الأول (A): التدفقات غير متساوية.**

$$\boldsymbol{Dr} = \boldsymbol{I / CF_m} \quad \text{حيث:} \quad \boldsymbol{CF_m} = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n}$$

$$\boldsymbol{CF_m} = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n} = \frac{(1400 + 1600 + 2100 + 2800)}{4} = 1975$$

$$\boldsymbol{Dr} = \frac{\mathbf{6000}}{\mathbf{1975}} = \mathbf{3.03} \text{ سنة}$$

❖ **المشروع الثاني (B): التدفقات غير متساوية.**

$$\boldsymbol{CF_m} = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n} = \frac{(1600 + 2000 + 2500 + 3000)}{4} = 2275$$

$$\boldsymbol{Dr} = \frac{\mathbf{7000}}{\mathbf{2275}} = \mathbf{3.07} \text{ سنة}$$

❖ **المشروع الثالث (C): التدفقات متساوية.**

$$\boldsymbol{Dr} = \boldsymbol{I / CF} \qquad \boldsymbol{CF} = 2500$$

$$\boldsymbol{Dr} = \frac{\mathbf{7000}}{\mathbf{2500}} = \mathbf{2.8} \text{ سنة}$$

حسب معيار فترة الاسترداد العادية Dr نلاحظ ان المشروع (C) هو صاحب اقل قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو افضل مشروع ثم يأتي مشروع (A) وفي الأخير (B).

2.معيار صافي القيمة الحقيقية VAN.

$$VAN = \mathrm{CFA}_t - \mathrm{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFA}_i - I$$

CF_i: التدفقات النقدية السنوية؛

$(1+t)$: معدل القيمة الحالية؛

t: تكلفة التمويل (سعر الفائدة)؛

n: المدة (السنوات)؛

$CFA_i = CF_i * (1+t)^i$: القيمة الحالية للتدفقات النقدية السنوية؛

I: القيمة الابتدائية للاستثمار (قيمته الأصلية).

- **المشروع الأول (A): التدفقات غير متساوية** .

$$VAN = [1400(1.08)^{-1} + 1600(1.08)^{-2} + 2100(1.08)^{-3} + 2800(1.08)^{-4}] - 6000 = 393.17$$

- **المشروع الثاني (B): التدفقات غير متساوية** .

$$VAN = [1600(1.08)^{-1} + 2000(1.08)^{-2} + 2500(1.08)^{-3} + 3000(1.08)^{-4}] - 7000 = 385.83$$

- **المشروع الثالث (C): التدفقات متساوية** .

$$VAN = [2500(1.08)^{-1} + 2500(1.08)^{-2} + 2500(1.08)^{-3} + 2500(1.08)^{-4}] - 7000 = \left[2500\left(\frac{1-(1.08)^{-4}}{0.08}\right)\right] - 7000 = 1280.32$$

- حسب معيار **صافي القيمة الحقيقية VAN** نلاحظ ان المشروع (C) هو صاحب اكبر قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو افضل مشروع ثم يأتي مشروع (A) وفي الأخير (B).

3. معيار مؤشر الربحية IP.

$$\mathbf{Ip = Van / I}$$

- **المشروع الأول (A): التدفقات غير متساوية.**

$$\mathbf{Ip = Van / I} = 393.17/6000 = 0.065$$

- ✓ يعطي الدينار الواحد للمستثمر قيمة حالية صافية تقدر ب +0.065 إضافية أو يخلف قيمة ب 1,065.

- **المشروع الثاني (B): التدفقات غير متساوية.**

$$\mathbf{Ip = Van / I} = 385.83/7000 = 0.055$$

- ✓ يعطي الدينار الواحد للمستثمر قيمة حالية صافية تقدر ب +0.055 إضافية أو يخلف قيمة ب 1,055.

- **المشروع الثالث (C): التدفقات غير متساوية.**

$$\mathbf{Ip = Van / I} = 1280.32/7000 = 0.183$$

- ✓ يعطي الدينار الواحد للمستثمر قيمة حالية صافية تقدر ب +0.183 إضافية أو يخلف قيمة ب 1,183.

- حسب **معيار مؤشر الربحية IP** نلاحظ أن المشروع (C) هو صاحب أكبر قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو أفضل مشروع ثم يأتي مشروع (A) وفي الأخير (B).

4. معيار معدل العائد الداخلي TIR

$$VAN = 0 \Leftrightarrow \left(\sum_{i=1}^{n} \text{CFA}_i - I\right) = 0 \Leftrightarrow \left(\sum_{i=1}^{n} \text{CFA}_i\right) = I$$

❖ **المشروع الأول (A)**: التدفقات غير متساوية .

$$VAN = 0 \Leftrightarrow \left[1400(1+t^*)^{-1} + 1600(1+t^*)^{-2} + 2100(1+t^*)^{-3} + 2800(1+t^*)^{-4}\right] - 6000 = 0$$

✓ من أجل $\boldsymbol{t_1 = 8\%} \Leftrightarrow VAN = 393.17$

✓ ومن أجل $\boldsymbol{t_2 = 15\%} \Leftrightarrow VAN = -591.08$

$$t^* = t_1 + \left[(t_2 - t_1)\left(\frac{|\mathbf{VAN_1}|}{|\mathbf{VAN_1}| + |\mathbf{VAN_2}|}\right)\right]$$

$$t^* = 0.08 + \left[(0.15 - 0.08)\left(\frac{|393.17|}{|393.17| + |-591.08|}\right)\right] 0.1079 = 10.79\%$$

❖ **المشروع الثاني (B)**: التدفقات غير متساوية .

$$VAN = 0 \Leftrightarrow \left[1600(1+t^*)^{-1} + 2000(1+t^*)^{-2} + 2500(1+t^*)^{-3} + 3000(1+t^*)^{-4}\right] - 7000 = 0$$

✓ من أجل $\boldsymbol{t_1 = 8\%} \Leftrightarrow VAN = 385.83$

✓ ومن أجل $\boldsymbol{t_2 = 15\%} \Leftrightarrow VAN = -737.36$

$$t^* = t_1 + \left[(t_2 - t_1)\left(\frac{|\mathbf{VAN_1}|}{|\mathbf{VAN_1}| + |\mathbf{VAN_2}|}\right)\right]$$

$$t^* = 0.08 + \left[(0.15 - 0.08)\left(\frac{|385.83|}{|385.83| + |-737.36|}\right)\right] 0.1040 = 10.40\%$$

❖ **المشروع الثالث (C)**: التدفقات متساوية .

$$VAN = 0 \Leftrightarrow [2500(1+t^*)^{-1} + 2500(1+t^*)^{-2} + 2500(1+t^*)^{-3} + 2500(1+t^*)^{-4}] - 7000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[2500\left(\frac{1-(1+t^*)^{-4}}{t^*}\right)\right] - 7000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1-(1+t^*)^{-4}}{t^*}\right) = \frac{7000}{2500} = 2.8$$

من الجدول المالي رقم 4 القيمة 2.8 محصورة بين المعدل (15.5%) والمعدل (16%)

✓ من أجل $\boldsymbol{t_1 = 15.5\%} \Leftrightarrow VAN = 65.86$

✓ ومن أجل $t_2 = 16\% \Leftrightarrow VAN = -4.55$

$$t^* = 15.5 + \left[(16 - 15.5)\left(\frac{|65.86|}{|65.86| + |-4.55|}\right)\right] = 0.1597 = 15.97\%$$

➢ حسب **معيار معدل العائد الداخلي TIR** نلاحظ ان المشروع (C) هو صاحب اكبر قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو افضل مشروع ثم يأتي مشروع (A) وفي الأخير (B).

كنتيجة عامة: حسب كل المعايير السابقة، ترتيب المشاريع يكون كما يلي: C ثم A ثم B

حل التمرين الثاني:

❖ **قسط الاهتلاك:**

قسط الاستهلاك السنوي للمشروع الأول: $2000 = \frac{10000}{5}$

قسط الاستهلاك السنوي للمشروع الثاني: $2000 = \frac{10000}{5}$

❖ **صافي الدخل و صافي التدفقات النقدية بعد الضرائب للمشروعين:**

✓ المشروع الأول:

السنة	الربح قبل الاهتلاك والضريبة	قسط الاهتلاك	الربح بعد الاهتلاك	الضريبة %50	الربح بعد الضريبة	صافي التدفق النقدي
1	4000	2000	2000	1000	1000	3000
2	4000	2000	2000	1000	1000	3000
3	4000	2000	2000	1000	1000	3000
4	4000	2000	2000	1000	1000	3000
5	4000	2000	2000	1000	1000	3000
المجموع						15000

✓ المشروع الثاني:

السنة	الربح قبل الاهتلاك والضريبة	قسط الاهتلاك	الربح بعد الاهتلاك	الضريبة %55	الربح بعد الضريبة	صافي التدفق النقدي
1	6000	2000	4000	2200	1800	3800
2	3000	2000	1000	550	450	2450

3	2000	2000	0	0	0	2000
4	5000	2000	3000	1650	1350	3350
5	5000	2000	3000	1650	1350	3350
المجموع						13150

1–مدة استرداد الاستثمار Dr

❖ المشروع الأول: التدفقات متساوية.

$$Dr = I / CF \qquad\qquad CF = 3000$$

$$Dr = \frac{10000}{3000} = 3.3333 \text{ سنة}$$

❖ المشروع الثاني: التدفقات غير متساوية.

$$CF_m = \frac{\sum_{i=0}^{n} CF}{n} = \frac{(3800 + 2450 + 2000 + 3350 + 3350)}{5} = 2990$$

$$Dr = \frac{10000}{2990} = 3.3444 \text{ سنة}$$

✓ حسب معيار فترة الاسترداد العادية Dr نلاحظ ان المشروع الأول هو صاحب اقل قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو افضل مشروع من المشروع الثاني

2–معيار صافي القيمة الحقيقية VAN.

$$VAN = \mathrm{CFA}_t - \mathrm{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFA}_i - I$$

CF_i: التدفقات النقدية السنوية؛

$(1+t)$: معدل القيمة الحالية؛

t: تكلفة التمويل (سعر الفائدة)؛

n: المدة (السنوات)؛

$\mathrm{CFA}_i = \mathrm{CF}_i * (1+t)^i$: القيمة الحالية للتدفقات النقدية السنوية؛

I: القيمة الابتدائية للاستثمار (قيمته الأصلية).

❖ **المشروع الاول: التدفقات متساوية .**

$$VAN = [3000(1.1)^{-1} + 3000(1.1)^{-2} + 3000(1.1)^{-3} + 3000(1.1)^{-4} + 3000(1.1)^{-5}] - 10000$$
$$= \left[3000\left(\frac{1-(1.1)^{-5}}{0.1}\right)\right] - 10000 = 11372{,}3603$$

❖ **المشروع الثاني**: **التدفقات غير متساوية** .

$$VAN = [3800(1.1)^{-1} + 2450(1.1)^{-2} + 2000(1.1)^{-3} + 3350(1.1)^{-4} + 3350(1.1)^{-5}] - 10000 = 11350{,}1499$$

➢ حسب معيار **صافي القيمة الحقيقية VAN** نلاحظ ان المشروع الاول هو صاحب اكبر قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو افضل مشروع الثاني.

3-دليل الربحية IP

$$\mathbf{Ip = Van / I}$$

❖ **المشروع الاول**: **التدفقات متساوية** .

$$\mathbf{Ip = \frac{11372,3603}{10000} = 1,13723\%}$$

❖ **المشروع الثاني**: **التدفقات غير متساوية** .

$$\mathbf{Ip = \frac{11350,1499}{10000} = 1,13501\%}$$

➢ حسب معيار دليل الربحية IP نلاحظ أن المشروعين لهما قيمة أكبر من 1، وأن المشروع الاول هو صاحب أكبر قيمة لهذا المعيار ومنه يعتبر هو افضل مشروع الثاني.

قائمة المراجع

كتب باللغة العربية.

1. باديس بوعزة، **مدخل الى الرياضيات المالية وتطبيقاتها**، الجزء الأول، دار الهدى، عين مليلة الجزائر، 2013.
2. شقيري موسى نوري وآخرون، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، 2016
3. من صور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، معسكر، الجزائر.
4. ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 2010.
5. خالد أحمد فرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، **الرياضيات المالية**، دار الأيام للنشر والتوزيع، عمان، 2013.
6. فتحي خليل حمدان، **بحوث العمليات مع تطبيقات باستخدام الحاسوب**، دار وائل للنشر، الطبعة الأولى، الأردن، 2010.
7. علي محمد عكاشة، **الرياضيات المالية**، دار الرضا للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، 2009
8. مناضل الجواري، **مقدمة في الرياضيات المالية**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع،الأردن، 2018
9. منصر إلياس، **محاضرات في الرياضيات المالية**،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة البويرة، الجزائر، 2016
10. بوجنان خالدية، **محاضرات في الرياضيات المالية**،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة تيارت، الجزائر، 2017.
11. خليفة الحاج، **محاضرات في الرياضيات المالية**،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة مستغانم، البويرة، الجزائر، 2020.

كتب باللغة الأجنبية.

12. Benjamin Lagros**, Mini Manuel de Mathématiques Financières**, Edition Dunod, France, 2011
13. Hamini Allal, **Mathématiques Financières**, Tome 1, Office des Publications Universitaires, Algerie, 2005.
14. Walder Maseiri, **Aide Mémoire de Mathématiques Financières**, Edition Dunod,2008.
15. Posière Jean-pierre, **Mathematiques Appliquées à la gestion**, collection les zoom's, Gualino editeur, EJA, Paris, 2005