

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Djilali BOUNAAMA - Khemis Miliana**



**Faculté des Sciences et de la Technologie**

**Département de la Technologie**

Mémoire du Projet de Fin d'Etudes

Pour l'obtention de diplôme

**Master**

En

« Génie électrique »

Option :

« Électrotechnique »

Titre :

***Modélisation numérique d'un moteur asynchrone à cage d'écureuil***

Réalisé par :

Mr. HAMADOU Adil

Mr. NESSISSEN Abdelkader

Encadré par :

Dr. BOUGHRARA Kamel

Promotion : 2015



*Remerciements*

# *Remerciements*

*Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force, la volonté et la patience d'accomplir ce modeste travail.*

*En second lieu, nous tenons à remercier notre encadreur Dr. BOUGHRARA Kamel pour son dévouement, ces conseils et son soutien moral tout le long de l'élaboration de ce travail.*

*Ainsi que nous remercions pour toute l'aide et le soutien qu'il nous a offert tout au long de nos études.*

*Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.*

*Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

*Merci*



*Dédicaces*

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail.*

*A mes parents.*

*A mes frères et mes sœurs.*

*Vous vous êtes dépensés pour moi sans compter.*

*En reconnaissance de tous les sacrifices consentis par tous et chacun pour me permettre d'atteindre cette étape de ma vie.*

*Avec toute ma tendresse.*

*A tout ma famille.*

*A mes cousins et cousines.*

*Vous avez de près ou de loin contribué à ma formation.*

*Affectueuse reconnaissance.*

*Vous avez contribué en fonction de vos moyens à affermir ma formation.*

*Sincère gratitude.*

*A tous mes camarades du groupe « électrotechnique » de la faculté des sciences et de la technologie ; à tous les étudiants de la faculté des sciences et de la technologie et à ceux de la faculté de français de l'université Djilali BOUNAAMA Khemis Miliana.*

*Adil*

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail*

*A ma mère avec toute mon affection.*

*A mon père avec toute ma reconnaissance.*

*A mon grand-père et ma grand-mère que dieu les garde.*

*A mes frères et mes sœurs.*

*A ma famille.*

*A tous mes amis.*

*Abdelkader*

## Résumé

Dans notre mémoire, nous avons étudié par éléments finis la machine asynchrone à cage d'écureuil dans les trois cas de fonctionnement : à vide, à rotor bloqué et en charge et dans le cas d'une machine saine (sans défaut) et avec barre cassée. Cette étude a visé des aspects déterminants dans le domaine de conception des machines électriques (Performances électromagnétique, Etude paramétrique, et caractéristique de couple électromagnétique). La modélisation de cette machine est réalisée selon une approche numérique par la méthode des éléments finis sous environnement **FEMM** qui prend en compte la saturation des matériaux, le seul inconvénient de cette méthode numérique est le temps de calcul élevé. Aussi, nous avons déterminé les paramètres du schéma équivalent de la machine asynchrone par la méthode des éléments finis. Le schéma équivalent ainsi déterminé, permet le calcul plus facile des performances de la machine.

## Abstract

In this work, we studied the squirrel cage induction motor in three operating conditions: no-load, locked rotor and on-load and in the case of a healthy machine and with broken rotor bar. This study provided important key aspects in the field of design of electrical machines (electromagnetic performance, parametric study, and electromagnetic torque characteristic). The modeling of this machine is performed on a numerical approach by the finite element method in **FEMM** environment that takes into account the saturation of materials, the only disadvantage of this method is the high computation time. Also, we have determined the equivalent circuit parameters of the asynchronous machine using the finite element method. The determined equivalent circuit permits to calculate easily the performances of the machine.

## المخلص

في هذه الأطروحة، قمنا بدراسة الماكينة اللاتزامنية ذات قفص السنجاب بواسطة طريقة العناصر المنتهية في أنظمة التشغيل الثلاثة: بدون حمولة، دارة قصر و بحمولة في حالة ماكينة مثالية (بدون عطل) وفي حالة قضيب منكسر. ركزت هذه الدراسة على جوانب رئيسية في مجال تصميم الماكينات الكهربائية ( الأداء الكهرومغناطيسي، تأثير أهم المعالم الهندسية على أداء الماكينة، نوع التغذية الكهربائية ومميزات عزم الدواران الكهرومغناطيسي). يتم نمذجة هذه الماكينة باستعمال طريقة رقمية التي تعتمد على طريقة العناصر المنتهية في بيئة برنامج FEMM والتي تأخذ بعين الاعتبار التشبع المغناطيسي، العيب الوحيد في هذه الطريقة هو الوقت الطويل للحساب. قمنا أيضا باستخراج عناصر المخطط المكافئ للماكينة بواسطة طريقة العناصر المنتهية. المخطط المكافئ المستخرج يسمح بحساب بسيط لخصائص الماكينة.



*Table des  
matières*



Résumé	
Introduction générale .....	1
CHAPITRE I : Etat de l'art sur la machine asynchrone	
I.1 Introduction .....	3
I.2 Généralités.....	3
I.3 Définition.....	3
I.4 Rôle .....	4
I.5 Symbole.....	5
I.6 Construction .....	6
I.7 Constitution .....	6
I.7.1 Le stator.....	6
I.7.2 Le rotor.....	7
I.7.3 Paliers .....	8
I.8 Classification des moteurs à cage d'écureuil .....	8
I.9 Les avantages et les inconvénients des machines asynchrones.....	11
I.10 Utilisation .....	11
I.10.1 Moteur asynchrone.....	11
I.10.2 Générateur asynchrone .....	11
I.11 Principe de fonctionnement.....	12
I.12 Différentes caractéristiques de la machine asynchrone .....	13
I.13 Détermination des paramètres du schéma équivalent.....	14
I.14 Puissances et rendement.....	16
I.14.1 Mesure de la puissance absorbée .....	16
I.14.2 Bilan des puissances actives .....	18
I.14.3 Relation entre puissance transmise et pertes par effet joule au rotor.....	21
I.14.4 Relation entre puissance transmise et puissance mécanique interne .....	21
I.14.5 Couple électromagnétique .....	22
I.14.6 Formules usuelles .....	22
I.14.7 Rendement d'un moteur asynchrone triphasé.....	23
I.15 Mise en œuvre des moteurs asynchrones .....	23
I.16 Conclusion.....	23
CHAPITRE II : Modélisation par éléments finis d'une machine asynchrone à cage	
II.1 Introduction .....	24
II.2 Les équations de Maxwell.....	24
II.2.1 Equation de Maxwell-Faraday .....	25
II.2.2 Equation de Maxwell-Ampère.....	25
II.2.3 Equation de conservation de flux magnétique.....	25

II.2.4 Equation de Maxwell-Gauss .....	25
II.3 Les Conditions de continuité aux interfaces de séparation .....	26
II.4 Les lois de comportement des milieux .....	27
II.4.1 Le cas du vide.....	27
II.4.2 Les milieux conducteurs : la loi d'ohm.....	27
II.4.3 Comportement magnétique des matériaux.....	28
II.4.4 Comportement diélectrique des matériaux .....	28
II.5 Modèle magnétostatique scalaire .....	29
II.6 Modèle magnétostatique vectoriel.....	29
II.7 Condition aux limites.....	31
II.7.1 Condition de Dirichlet .....	31
II.7.2 Condition de Neumann .....	31
II-8 Application des équations de Maxwell à la MAS à cage .....	32
II.9 Méthodes de résolution.....	33
II.9.1 Méthodes analytiques.....	33
II.9.2 Méthode des éléments finis .....	33
II.10 Discrétisation et approximation.....	36
II.11 Formulation intégrale.....	36
II.11.1 Formulation du type Galerkinge et de Ritz de l'équation de diffusion.....	37
II.11.2 Discrétisation spatiale par éléments finis .....	38
II.12 Résolution numérique des équations de la magnétodynamique complexe par la méthode des éléments finis .....	41
II.12.1 Formulation du type Galerkinge et de Ritz de l'équation de la magnétodynamique complexe.....	41
II.12.2 Discrétisation spatiale par éléments finis.....	42
II.13 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis.....	43
II. 14 Conclusion.....	43
CHAPITRE III : Les performances électromagnétiques de la machine étudiée	
III.1 Introduction.....	44
III.2 Présentation de l'outil de calcul logiciel FEMM .....	45
III.3 Paramètres de la machine étudiée (MAS à cage).....	46
III.4 Modélisation par éléments finis .....	47
III.4.1 Présentation de la structure étudiée .....	47
III.4.2 Distribution du bobinage simple couche .....	48
III.4.3 Le maillage.....	48
III.5 Exploitation des résultats.....	49
III.5.1 Machine asynchrone saine .....	49

III.5.1.1 Fonctionnement à vide ( $g=0$ ) .....	49
III.5.1.2 Fonctionnement en charge ( $g=0.4$ ).....	52
III.5.1.3 Fonctionnement à rotor bloqué ( $g=1$ ).....	54
III.5.2 Machine asynchrone avec barre cassée.....	55
III.5.2.1 Fonctionnement à vide.....	55
III.5.2.2 Fonctionnement en charge .....	57
III.5.2.3 Fonctionnement avec rotor bloqué ( $g=1$ ).....	59
III.6 Conclusion .....	61
CHAPITRE IV : Calcul par éléments finis des paramètres du schéma équivalent	
IV.1 Introduction.....	62
IV.2 Courant des barres rotoriques et définition de l'enroulement .....	62
IV.3 Identification des paramètres du schéma équivalent.....	63
IV.4 Paramètres de fonctionnement de la machine étudiée .....	66
IV.5 Les performances électromagnétiques .....	66
IV.5 .1 Machine asynchrone saine.....	66
IV.5.1.1 Paramètres du CEE en fonction du glissement.....	66
IV.5.1.2 Caractéristique courant-glissement .....	67
IV.5.1.3 Caractéristique couple-glissement.....	67
IV.5.2 Machine asynchrone avec barre cassée .....	68
IV.5.2.1 Paramètres du CEE en fonction du glissement.....	68
IV.5.2.2 Caractéristique courant-glissement .....	69
IV.5.2.3 Caractéristique couple-glissement.....	69
IV.6 Conclusion .....	70
Conclusion générale .....	71
Références	
Annexe	

<b>Figure I.01:</b> Eléments de constitution d'une MAS à cage d'écureuil.....	04
<b>Figure I.02:</b> Rôle de la machine asynchrone.....	04
<b>Figure I.03:</b> Symbole général d'un moteur asynchrone triphasé.....	05
<b>Figure I.04:</b> Symbole général d'un générateur asynchrone triphasé.....	05
<b>Figure I.05:</b> Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à cage.....	05
<b>Figure I.06:</b> Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à rotor bobiné.....	05
<b>Figure I.07:</b> Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à six bornes sorties.....	05
<b>Figure I.08:</b> Symbole d'un moteur asynchrone triphasé couplé en étoile.....	05
<b>Figure I.09:</b> Symbole d'un moteur asynchrone triphasé couplé en triangle.....	06
<b>Figure I.10:</b> Photo du stator d'une machine asynchrone.....	07
<b>Figure I.11:</b> Rotor bobiné.....	07
<b>Figure I.12:</b> Rotor à cage d'écureuil.....	08
<b>Figure I.13:</b> Les différents types d'encoques rotorique. Classement de la NEMA.....	10
<b>Figure I.14 :</b> Rotor a encoches spéciales.....	10
<b>Figure I.15 :</b> Principe de fonctionnement d'un moteur asynchrone à cage.....	12
<b>Figure I.16:</b> Interaction rotor stator.....	13
<b>Figure I.17:</b> Schéma équivalent d'un moteur asynchrone.....	14
<b>Figure I.18:</b> Schéma de montage de l'essai à vide.....	15
<b>Figure I.19:</b> Schéma de montage de l'essai à rotor bloqué.....	16
<b>Figure I.20 :</b> Mesure de la puissance absorbée par la méthode des 2 Wattmètres.....	16
<b>Figure I.21:</b> Diagramme des puissances.....	21
<b>Figure II.1 :</b> Interface entre deux milieux.....	27
<b>Figure II.2:</b> Eléments classiques en une et deux dimensions.....	35
<b>Figure II.3 :</b> Élément fini triangulaire à 3 nœuds.....	39
<b>Figure III.1:</b> Vue de la machine étudiée.....	47
<b>Figure III.2:</b> Vue en coupe de la machine représentant le maillage par éléments finis triangulaires.....	48
<b>Figure III.3:</b> Les lignes iso-potentiels à vide ( $g=0$ ).....	49
<b>Figure III.4:</b> lignes de champ et la densité du flux magnétique à vide « machine saine à $g=0$ ».....	50
<b>Figure III.5:</b> Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer « machine saine à $g=0$ ».....	50
<b>Figure III.6:</b> La distribution de la densité des courants de Foucault « machine saine à $g=0$ ».....	51

<b>Figure III.7:</b> La densité des courants de Foucault au milieu de la barre 9 du rotor « machine saine $g=0$ ».....	51
<b>Figure III.8:</b> La densité de flux magnétique « machine saine à $g=0.4$ ».....	52
<b>Figure III.9:</b> Distribution de l'induction radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer en « machine saine à $g= 0.4$ ».....	52
<b>Figure III.10:</b> La distribution de la densité des courants de Foucault en charge « machine saine à $g=0.4$ ».....	53
<b>Figure III.11:</b> La densité des courants de Foucault au centre de la barre 9 en charg « machine saine à $g=0.4$ ».....	53
<b>Figure III.12:</b> La densité de flux magnétique à rotor bloqué « machine saine à $g=1$ ».....	54
<b>Figure III.13:</b> Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer à rotor bloqué « machine saine à $g=1$ ».....	54
<b>Figure III.14:</b> La distribution de la densité des courants de Foucault « machine saine à $g=1$ ».....	55
<b>Figure III.15:</b> La densité des courants de Foucault « machine saine $g=1$ ».....	55
<b>Figure III.16:</b> La densité du flux magnétique à vide « machine avec barre cassée à $g=0$ ».....	56
<b>Figure III.17:</b> Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer « machine avec barre cassée à $g=0$ ».....	56
<b>Figure III.18:</b> La distribution de la densité des courants de Foucault à vide « machine avec barre cassée à $g= 0$ ».....	57
<b>Figure III.19:</b> La densité des courants de Foucault à vide « machine avec barre cassée à $g=0$ ».....	57
<b>Figure III.20:</b> La densité du flux magnétique en charge « machine avec barre cassée à $g=0.4$ ».....	58
<b>Figure III.21:</b> Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer en charge « machine avec barre cassée à $g= 0.4$ ».....	58
<b>Figure III.22:</b> La distribution de la densité des courants de Foucault en charge « machine avec barre cassée et $g= 0.4$ ».....	59
<b>Figure III.23:</b> La densité des courants de Foucault « machine avec barre cassée et $g=0.4$ ».....	59
<b>Figure III.24:</b> La densité du flux magnétique « machine avec barre cassée à $g=1$ ».....	60
<b>Figure III.25:</b> Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer d'une « machine avec barre cassée à $g=1$ ».....	60
<b>Figure III.26:</b> La distribution de la densité des courants de Foucault « machine avec barre cassée à $g=1$ ».....	61

<b>Figure III.27:</b> La densité des courants de Foucault « machine avec barre cassée à $g=1$ ».....	61
<b>Figure IV.1 :</b> Zoom du modèle étudié avec barres saines.....	62
<b>Figure IV.2 :</b> schéma équivalent d'un moteur asynchrone à cage.....	64
<b>Figure IV.3 :</b> Paramètres du rotor en fonction du glissement.....	66
<b>Figure IV.4 :</b> Caractéristique courant statorique-glissement.....	67
<b>Figure IV.5:</b> Caractéristique couple-glissement.....	68
<b>Figure IV.6 :</b> Paramètres du CEE en fonction du glissement.....	68
<b>Figure IV.7 :</b> Caractéristique courant-glissement.....	69
<b>Figure IV.8 :</b> Caractéristique couple-glissement.....	70

<b>Tableau I.01</b> : Formules usuelles de la MAS.....	22
<b>Tableau III.01</b> : Paramètres de base de la machine étudiée.....	46



*Introduction  
générale*



Depuis son invention par tesla, au siècle dernier, la machine asynchrone s'est imposée dans l'industrie grâce à sa robustesse, sa fiabilité et son cout faible. Avec le développement de l'électronique de puissance et de la commande vectorielle ces dernières années, elle est devenue compétitive dans le domaine de la vitesse variable.

Les machines électriques, les appareils de coupure, les appareillages à haute tension sont tous, durant leurs fonctionnements, soumis à l'action des champs électromagnétiques. Dans toute machine électrique, l'enroulement ou l'aimant d'excitation, produit un champ magnétique. Autour des isolateurs et des bornes à haute tension des transformateurs, règne un champ électrostatique important. Dans les conducteurs, le champ électrostatique assure la circulation du courant électrique. La connaissance du champ permet d'avoir accès au calcul des performances et du fonctionnement de ces appareils électriques. En effet, dans une machine électrique, l'évolution du champ magnétique en chaque point de l'espace permet d'en déduire le flux, et donc la force électromotrice ou le couple.

Autour d'un isolateur, la valeur du champ permet d'apprécier la possibilité de tenue diélectrique dans diverses situations et d'estimer la durée de vie du matériau considéré.

Donc, dans de nombreuses étapes de conception d'un appareil électrique l'évaluation du champ électrique et du champ magnétique apparaît comme un travail nécessaire.

La modélisation numérique des systèmes à induction électromagnétiques consiste l'outil de base pour la conception et l'optimisation de ces systèmes. Cette modélisation passe par la résolution numérique (éléments finis, volumes finis) des équations des champs décrivant les phénomènes physiques et leur couplage.

Pour cela, plusieurs méthodes numériques ont été développées, vu que les solutions analytiques ne pouvaient être obtenues que pour des configurations simples. Le développement de ces méthodes a connu ces dernières années un essor remarquable.

Dans le cadre de notre travail, nous proposons la méthode des éléments finis (M.E.F) pour la résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution des champs électromagnétiques ( potentiel vecteur magnétique, induction magnétique).

Ainsi, notre travail sera organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur la machine asynchrone à cage d'écureuil, constitution, principe de fonctionnement et bilan de puissance.

Nous commençons le deuxième chapitre par décrire brièvement les équations de Maxwell, puis nous posons le problème à résoudre dans le cadre de notre étude et nous présentons la méthode des éléments finis appliquée au calcul des machines asynchrones à cage. Un programme a été développé pour la prédiction du champ magnétique, des courants de Foucault, le courant statorique et le couple électromagnétique.

Dans le troisième chapitre nous sommes intéressés à l'exploitation de la méthode des éléments finis dans la détermination des performances électromagnétiques des machines asynchrone à cage. Aussi, le logiciel FEMM utilisé est présenté. Dans ce chapitre, nous allons étudier la machine dans les trois cas de fonctionnement : à vide, à rotor bloqué et en charge et dans le cas d'une machine saine (sans défaut) et avec barre cassée.

Le dernier chapitre est consacré à la détermination par éléments finis des paramètres du schéma équivalent de la machine asynchrone à cage. Ces paramètres seront utilisés pour calculer les performances électromagnétiques de la machine sans utiliser la méthode numérique.

Les résultats obtenus montrent l'influence des différents paramètres géométriques sur le comportement du champ électromagnétique dans la machine ainsi que la distribution de la densité des courants de Foucault.



*Chapitre I*

*Etat de l'art sur la  
machine asynchrone*

### **I.1 Introduction**

La machine asynchrone, à cause de sa robustesse, est très répandue dans le milieu industriel. Son utilisation classique est avant tout l'entraînement des systèmes à vitesse fixe ou constante. Aujourd'hui, avec le contrôle électronique du moteur lui ouvre un large champ d'utilisation. La MAS n'est plus limité à des applications à vitesse constante.

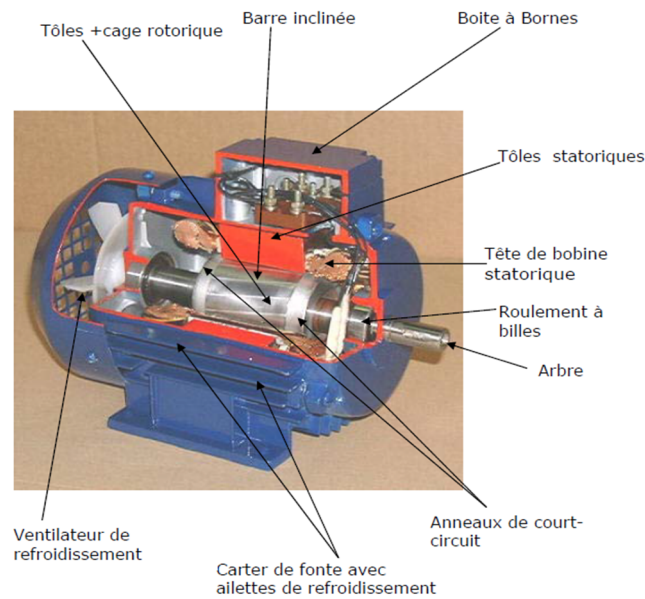
### **I.2 Généralités**

La machine asynchrone est très utilisée dans les applications industrielles, car de par sa conception, son cout est relativement moindre à celui des autres machines, sa robustesse au niveau électromagnétique est grande, et une bonne standardisation existe entre les différents fabricants. Cependant, la simplicité de conception de cette machine cache une complexité fonctionnelle assez importante.

La machine asynchrone a longtemps été fortement concurrencée par la machine synchrone dans les domaines de forte puissance, jusqu'à l'avènement de l'électronique de puissance [1].

### **I.3 Définition**

Une machine asynchrone est une machine à courant alternatif pour laquelle la vitesse de rotation de l'arbre est différente de la vitesse de rotation du champ tournant. La machine qui nous intéresse dans ce mémoire est plus précisément une machine à induction (**Figure I.01**). Il existe en effet théoriquement d'autres types de machines asynchrones. Une machine à induction est une machine asynchrone dont le circuit magnétique est associé à deux, ou plus de deux, circuits électriques se déplaçant l'un par rapport à l'autre et dans lequel l'énergie est transférée de la partie fixe à la partie mobile, ou inversement, par induction électromagnétique. Cependant, la seule machine asynchrone qui ait une importance pratique est la machine à induction [2].



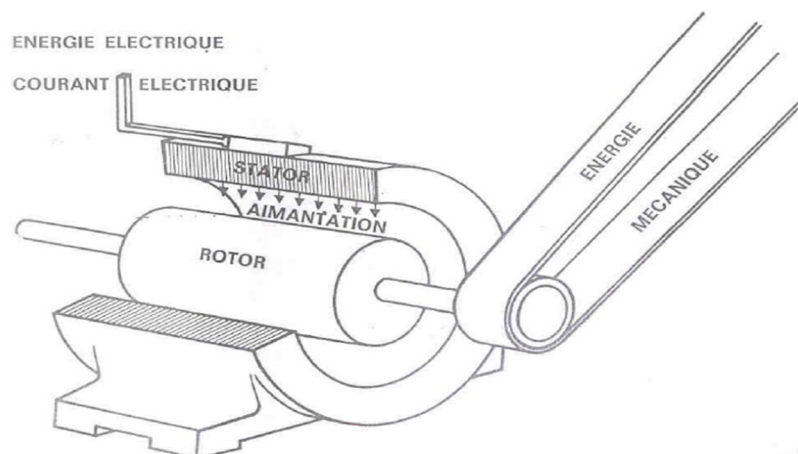
**Figure I.01:** Eléments de constitution d'une MAS à cage d'écureuil.

#### I.4 Rôle

Dans les machines électriques peuvent être trouvées deux catégories (**Figure I.02**):

- Générateurs : qui transforment l'énergie mécanique en énergie électrique.
- Moteurs : qui transforment l'énergie électrique en énergie mécanique.

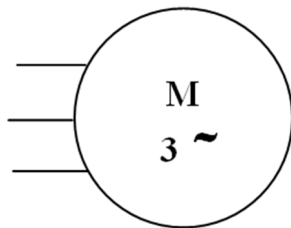
Le moteur asynchrone (ou moteur d'induction) permet la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique [3].



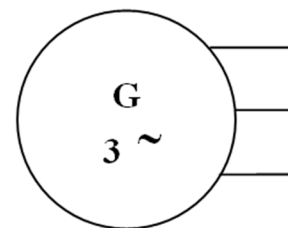
**Figure I.02:** Rôle de la machine asynchrone.

### I.5 Symbole

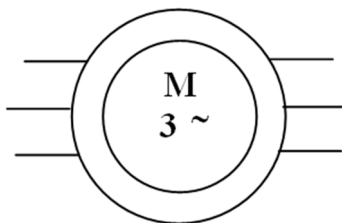
La machine asynchrone peut être représentée par son symbole normalisé général qui précise si elle fonctionne en moteur (*Figure I.03*) ou en générateur (*Figure I.04*). Le symbole peut apporter des précisions sur la nature de la machine, nous allons indiquer les diverses variantes pour le moteur mais les symboles sont également valables pour les générateurs en remplaçant le M par un G. le symbole peut indiquer s'il s'agit d'un moteur à cage (*Figure I.05*) ou d'un moteur à rotor bobiné (*Figure I.06*). Les six bornes de l'enroulement statorique peuvent être sorties (*Figure I.07*) ou le couplage de cet enroulement peut être en étoile (*Figure I.08*) ou en triangle (*Figure I.09*). Nous précisons les différences de constitution dans la suite. Les symboles ont été dessinés pour le cas de machines triphasées, qui est de loin le plus fréquent, mais il peut s'adapter pour les machines monophasées ou biphasées, beaucoup plus rares [2].



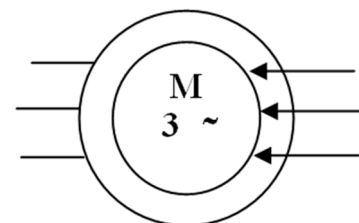
*Figure I.03:* Symbole général d'un moteur asynchrone triphasé.



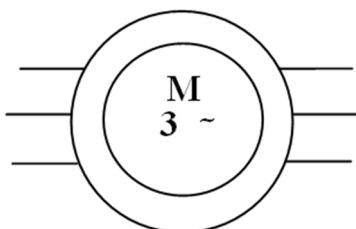
*Figure I.04:* Symbole général d'un générateur asynchrone triphasé.



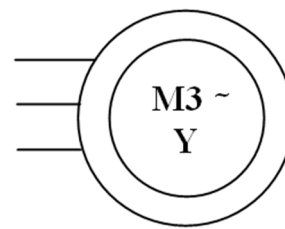
*Figure I.05:* Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à cage.



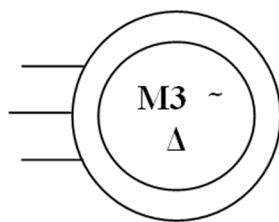
*Figure I.06:* Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à rotor bobiné.



*Figure I.07:* Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à six bornes sorties.



*Figure I.08:* Symbole d'un moteur asynchrone triphasé couplé en étoile.



**Figure I.09:** Symbole d'un moteur asynchrone triphasé couplé en triangle.

## I.6 Construction

La machine asynchrone comporte une partie fixe constituée d'une carcasse à l'intérieur de laquelle sont logés le circuit magnétique et le bobinage du stator d'une part, et une partie mobile appelée rotor d'autre part.

La carcasse nervurée à ailettes longitudinales est un monobloc en fonte ou en acier.

Sur chaque moteur est fixé coté opposé à l'accouplement un capot en tôle d'acier ou alliage d'aluminium ou polyester thermodurcissable armé de fibres de verres, à l'intérieur duquel se trouve le ventilateur monté sur l'arbre.

Aspiré à travers le grillage du capot par le ventilateur, à ailettes droites permettant un fonctionnement correct dans les deux sens de rotation, l'air de refroidissement est pulsé le long des ailettes de la carcasse [1].

## I.7 Constitution

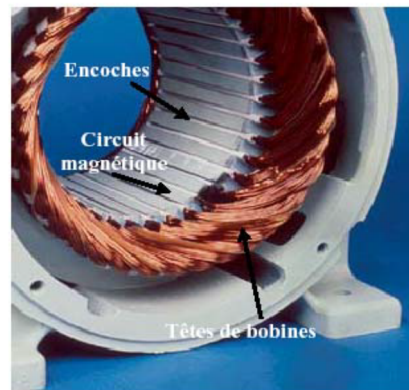
### I.7.1 Le stator

Le stator de la machine asynchrone est constitué de tôles d'acier dans lesquelles sont placés les bobinages statoriques (**Figure I.10**). Ces tôles sont pour les petites machines, découpées en une seule pièce alors qu'elles sont pour les machines de puissance plus importante, découpées par sections. Elles sont habituellement recouvertes de vernis pour limiter l'effet des courants de Foucault. Au final, elles sont assemblées les unes aux autres à l'aide de boulons ou de soudures pour former le circuit magnétique statorique.

Une fois cette étape d'assemblage terminée, les enroulements statoriques sont placés dans les encoches prévues à cet effet. Ces enroulements peuvent être insérés de manière imbriqués, ondulés ou encore concentriques. L'enroulement concentrique est très souvent utilisé lorsque le bobinage de la machine asynchrone est effectué mécaniquement. Pour les grosses machines, les enroulements sont faits de méplats de

cuivre de différentes sections insérés directement dans les encoches. L'isolation entre les enroulements électriques et les tôles d'acier s'effectue à l'aide de matériaux isolants qui peuvent être de différents types suivant l'utilisation de la machine asynchrone.

Le stator d'une machine asynchrone est aussi pourvu d'une boîte à bornes à laquelle est reliée l'alimentation électrique [1].



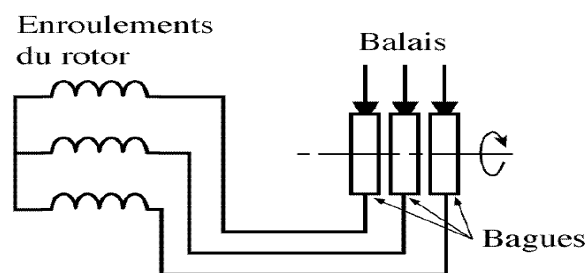
*Figure I.10:* Photo du stator d'une machine asynchrone.

## I.7.2 Le rotor

Le circuit magnétique du rotor est constitué d'un assemblage de tôles ferromagnétiques rainurées. Dans les petits moteurs, les tôles sont découpées dans une seule pièce et assemblées sur un arbre. Dans les plus gros moteurs, chaque lamination est constituée de plusieurs sections montées sur un noyau. On trouve deux types de rotor : bobiné ou à cage d'écureuil.

### I.7.2.1 Rotor Bobiné

Les enroulements rotoriques sont localisés dans les encoches situées à la périphérie du rotor. Ces enroulements sont bobinés de manière à obtenir un enroulement triphasé à «  $p$  » paires de pôle. Les bobinages rotoriques sont toujours couplés en étoile (*Figure I.11*), et les trois bornes accessibles sont reliées à la carcasse du stator à l'aide d'un système constitué de trois bagues tournants et de trois balais fixes.

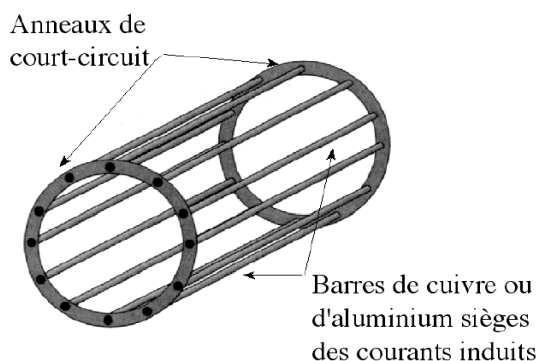


*Figure I.11:* Rotor bobiné.



### I.7.2.2 Rotor à cage

La grande majorité des moteurs sont à cages. Dans chaque encoche rotorique est placée une barre (*Figure I.12*). Ces barres sont en cuivre pour les moteurs de forte puissance, et en alliage d'aluminium pour les machines de faible et moyenne puissance. Elles sont réunies à chaque extrémité du rotor par des anneaux réalisant le court-circuit. L'enroulement rotorique ainsi réalisé n'est pas accessible à partir du stator [4].



*Figure I.12:* Rotor à cage d'écureuil.

### I.7.3 Paliers

Les paliers, qui permettent de supporter et de mettre en rotation l'arbre rotorique, sont constitués de flasques et de roulements à billes insérés à chaud sur l'arbre. Les flasques, moulés en fonte, sont fixés sur le carter statorique grâce à des boulons ou des tiges de serrage [5].

## I.8 Classification des moteurs à cage d'écureuil

La NEMA (National Electrical Manufacturers Association) classe les moteurs à cage d'écureuil comme suit:

**Classe A:** Moteurs à couple normal et à courant de démarrage normal.

**Classe B:** Moteurs à couple normal et à faible courant de démarrage.

**Classe C:** Moteurs à fort couple et à faible courant de démarrage.

**Classe D:** Moteurs à fort glissement.

**Classe E:** Moteurs à faible couple et à faible courant de démarrage.

Cette classification se base sur la variation de la résistance et de la réactance des enroulements du rotor. Au démarrage, la réactance d'un conducteur est d'autant plus

grande que ce dernier est loin de l'entrefer. La résistance dépend de la longueur du rotor, de la section des conducteurs et du matériau utilisé. Plus cette résistance est grande, plus le courant de démarrage est petit et meilleur est le couple de démarrage, jusqu'à une certaine limite, bien entendu. Il est donc possible d'expliquer les différentes caractéristiques obtenues pour les diverses classes.

L'encoche du rotor d'un moteur de classe (A) n'est pas tellement creuse et l'enroulement a une faible résistance. De même, la réactance est faible et presque uniforme pour tout le conducteur; il en résulte que le courant circule dans tout le conducteur. Le couple est normal et le courant de démarrage est suffisamment élevé pour nécessiter, dans la plupart des cas, l'ajout d'un compensateur ou d'un démarreur spécifique comme un autotransformateur, des résistances ou un démarreur électronique. Ce type de moteur ne se fabrique presque plus.

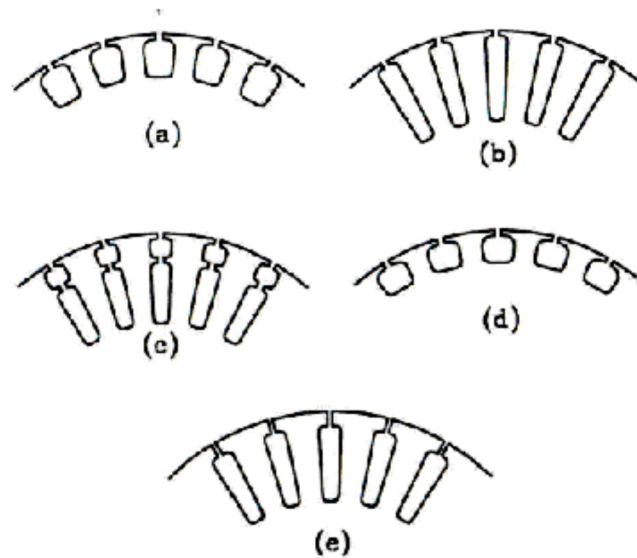
Le moteur de classe B est le plus utilisé de nos jours. Ses caractéristiques découlent de l'emploi d'encoches profondes et étroites (**Figure I.13.b**). Lors du démarrage, la réactance est plus forte dans le bas du conducteur; cela force le courant à passer surtout dans le haut du conducteur, ce qui en réduit la surface active et augmente sa résistance. Le courant se trouve ainsi limité et on peut, dans bien des cas, démarrer ce moteur à pleine tension; c'est un avantage par rapport au moteur de classe A (**Figure I.13.a**). Le couple au démarrage demeure toutefois normal.

Un moteur de classe C possède un rotor à double cage d'écureuil (**Figure I.13.c**). On peut construire cet enroulement de différentes façons. Le principe consiste à placer un enroulement de forte résistance près de l'entrefer et un enroulement de faible résistance loin de la surface.

Durant le démarrage, le conducteur éloigné de l'entrefer a une grande réactance, ce qui force le courant à passer dans le conducteur extérieur. Le courant est donc faible mais le couple est fort.

Lorsque le rotor a atteint sa pleine vitesse, la réactance du conducteur situé le plus loin de l'entrefer devient faible; la répartition du courant est alors à peu près uniforme dans tout le conducteur.

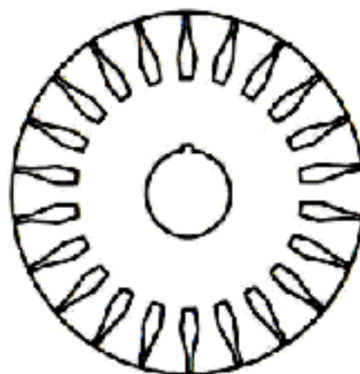
Un moteur de classe D, a un enroulement d'une grande résistance en raison de sa faible section (**Figure I.13.d**), ce qui lui confère au démarrage un fort couple ainsi qu'un faible courant. Par contre, il a un glissement à pleine charge qui peut atteindre 15 % et même 20 %.



**Figure I.13:** Les différents types d'encoches rotorique. Classement de la NEMA.

Les conducteurs du rotor d'un moteur de classe E sont placés loin de l'entrefer. Au démarrage, la réactance est grande et le courant est faible, mais le circuit est très inductif et le couple développé est faible.

On peut ainsi obtenir les caractéristiques recherchées par le choix d'une forme d'encoche appropriée, forme qui n'est pas nécessairement rectangulaire, surtout si les conducteurs sont en aluminium coulé. On retrouve des configurations d'encoches plus complexes (**Figure I.14**) qui, même s'il s'agit d'une cage simple, donnent un comportement qui tend beaucoup vers celui d'une double cage [6].



**Figure I.14 :** Rotor a encoches spéciales.

## **I.9 Les avantages et les inconvénients des machines asynchrones**

### **Avantages**

Il ya plusieurs avantages dans le moteur asynchrone :

- Structure simple.
- Robuste et facile à construire.
- Utilisé dans la puissance moyenne et élevés.
- Relié directement aux réseaux industriels à tension et fréquence.
- Il tourne à vitesse variable différente de la vitesse synchrone.
- Il est utilisée pour la réalisation de la quasi-totalité de l'entraînement à vitesse.

### **Inconvénients**

Parmi les inconvénients de la machine asynchrone :

- Le couple de démarrage très élevé que les couples nominales.
- La vitesse dépend de la charge.
- Variation de vitesse (nécessité d'un variateur de vitesse).
- La structure dynamique est fortement non linéaire et l'existence d'un fort couplage [7].

## **I.10 Utilisation**

### **I.10.1 Moteur asynchrone**

Le moteur asynchrone est le moteur industriel par excellence, les moteurs asynchrones ont, pour leur grande majorité, un rotor à cage. Les progrès accomplis ces dernières années dans l'alimentation et la commande des machines n'ont fait que réduire la part des moteurs asynchrone à rotor bobiné par rapport à leurs homologues à cage d'écureuil.

### **I.10.2 Générateur asynchrone**

Le générateur asynchrone est beaucoup plus rare que l'alternateur, mais on le trouve dans quelques applications de puissance limitée comme les microcentrales hydrauliques, il occupe surtout la plus grande part du marché des éoliennes, le plus souvent avec des machines à cage d'écureuil pour les puissances modestes, mais aussi avec des machines à rotor bobiné pour les installations plus importantes [2].

### I.11 Principe de fonctionnement

Le fonctionnement d'une machine asynchrone est basé sur le principe de l'interaction électromagnétique du champ tournant créé par le courant triphasé fourni à l'enroulement statorique par le réseau, et des courants induits dans l'enroulement rotorique lorsque les conducteurs de ce dernier sont coupés par le champ tournant (*Figure I.15*). De cette façon le fonctionnement d'une machine asynchrone est analogue à celui d'un transformateur: le stator étant comparable à l'enroulement primaire et le rotor à l'enroulement secondaire qui, dans le cas général, peut tourner à la vitesse de rotation donnée par le rapport suivant:

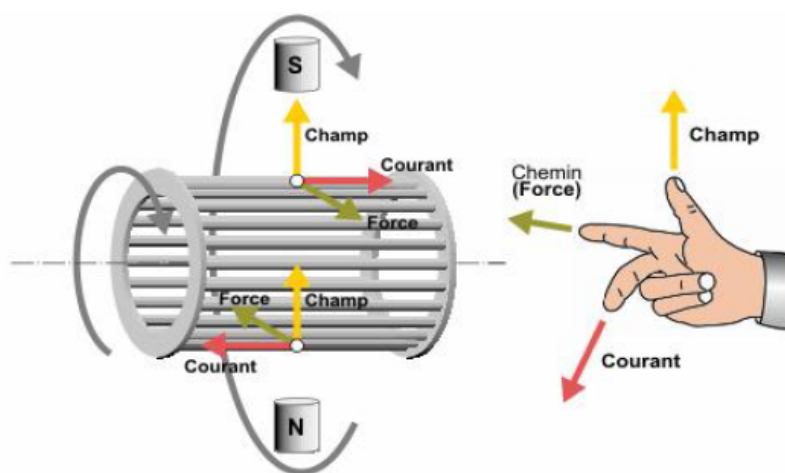
$$n_1 = \frac{f \times 60}{p} \quad (\text{Eq I.1})$$

L'interaction électromagnétique des deux parties d'une machine asynchrone (sans collecteur) n'est possible que lorsque la vitesse du champ tournant ( $n_1$ ) diffère de celle du rotor ( $n$ ), c'est-à-dire, lorsque  $n \neq n_1$ , car dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque  $n = n_1$ , le champ serait immobile par rapport au rotor et aucun courant ne serait induit dans l'enroulement rotorique.

Le rapport :

$$g = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (\text{Eq I.2})$$

Est appelé glissement d'une machine asynchrone [4].



*Figure I.15* : Principe de fonctionnement d'un moteur asynchrone à cage.

### I.12 Différentes caractéristiques de la machine asynchrone

Les courants alternatifs dans le stator créent un champ magnétique  $B_1$  tournant à la pulsation de synchronisme :

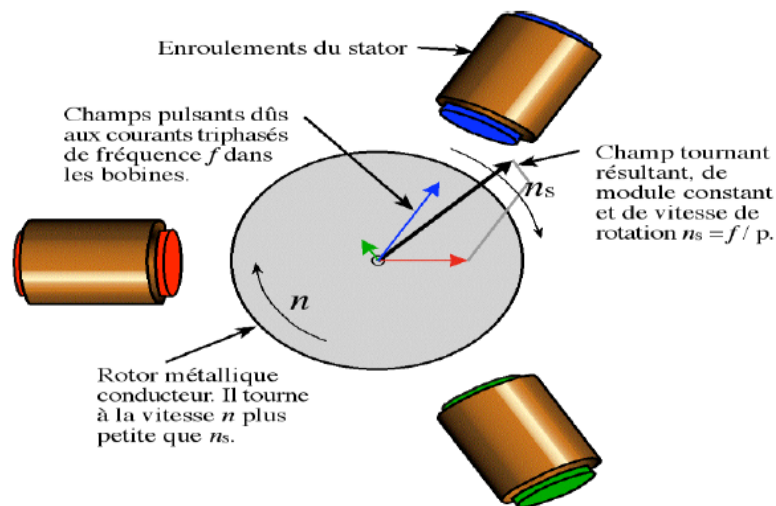
$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p} \quad (\text{Eq I.3})$$

$\Omega_s$ : vitesse synchrone de rotation du champ tournant en rad/s.

$\omega_s$  : Pulsation des courants alternatifs en rad/s.

$$\omega_s = 2\pi f \quad (\text{Eq I.4})$$

$p$  : nombre de paires de pôles.



**Figure I.16:** Interaction rotor stator.

- ✓ Le rotor n'est relié à aucune alimentation. Il tourne à la vitesse de rotation  $\Omega$ .
- ✓ Des courants induits circulent dans le rotor.
- ✓ L'entrefer est l'espace entre le stator et le rotor.
- ✓ Glissement.

Le rotor tourne à la vitesse  $\Omega$  plus petite que la vitesse de synchronisme  $\Omega_s$ .

On dit que le rotor glisse par rapport au champ tournant.

Ce glissement  $g$  va dépendre de la charge [1].

$$g = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} \quad (\text{Eq I.5})$$

$n_s$  : vitesse de rotation de synchronisme du champ tournant (tr/s).

$n$  : vitesse de rotation du rotor (tr/s).

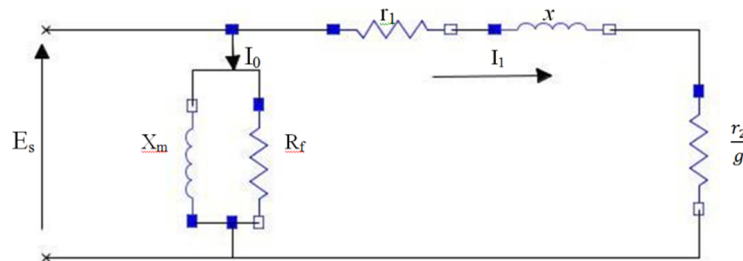
$$\Omega_s = 2\pi n_s \quad (\text{Eq I.6})$$

Et

$$\Omega = 2\pi n \quad (\text{Eq I.7})$$

### I.13 Détermination des paramètres du schéma équivalent

Le circuit équivalent d'un moteur asynchrone est représenté sur la (**Figure I.17**).



**Figure I.17:** Schéma équivalent d'un moteur asynchrone.

On peut déterminer les valeurs de  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $X_m$ ,  $R_f$  et  $x$  d'un moteur asynchrone en faisant un essai à vide et un essai à rotor bloqué ou un essai en charge.

#### ✚ Essai à vide ( $g=0$ )

Lorsqu'un moteur asynchrone tourne à vide, son glissement est très faible. Cela veut dire que la valeur  $\frac{r_2}{g}$  (**Figure I.17**) est très élevée. Par conséquent, le courant  $I_1$  devient négligeable par rapport au courant d'excitation  $I_0$ . Il s'ensuit que le circuit n'est composé que de  $X_m$  en parallèle avec  $R_f$ . On peut évaluer ces deux paramètres en mesurant la tension, le courant et la puissance active absorbée par le moteur. On procède alors comme suit :

- Mesurer la résistance  $R_{LL}$  entre deux bornes du stator, le moteur étant débranché du réseau. En supposant une connexion en étoile, on trouve la valeur  $r_1$  :

$$r_1 = \frac{R_{LL}}{2} \quad (\text{Eq I.8})$$

- Le moteur tournant à vide, appliquer la tension nominale ligne à ligne  $E_{AV}$  à ses bornes (**Figure I.18**). Ensuite, mesurer les valeurs du courant  $I_{AV}$  et de la puissance active totale  $P_{AV}$ . Cela permet de calculer les valeurs de la puissance apparente totale  $S_{AV}$  et de la puissance réactive totale  $Q_{AV}$ .

$$S_{AV} = \sqrt{3} E_{AV} I_{AV} \quad (Eq\ I.9)$$

$$Q_{AV} = \sqrt{S_{AV}^2 - P_{AV}^2} \quad (Eq\ I.10)$$

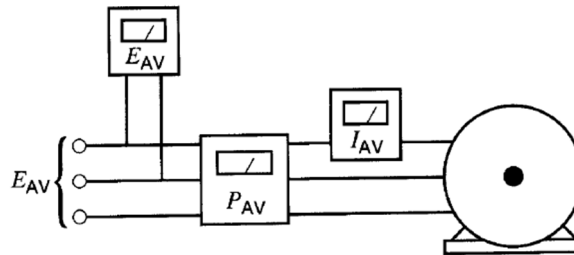
$$P_{AV} = p_f + p_v \quad (Eq\ I.11)$$

$p_f$ : pertes dans le fer.

$p_v$ : pertes par frottement et ventilation.

La résistance  $R_f$  correspondant à  $p_f+p_v$  est :

$$R_f = \frac{E_{AV}^2}{(p_f+p_v)} \quad (Eq\ I.12)$$



**Figure I.18:** Schéma de montage de l'essai à vide.

La réactance de magnétisation est donnée par:

$$X_m = \frac{E_{AV}^2}{Q_{AV}} \quad (Eq\ I.13)$$

#### ✚ Essai à rotor bloqué ( $g=1$ )

Lorsqu'on applique la pleine tension à un moteur asynchrone dont le rotor est bloqué, le courant  $I_1$  du stator (**Figure I.17**) est de l'ordre 6 fois le courant nominal. Comme le glissement  $g$  est alors de 1, la valeur  $\frac{r_2}{g}$  devient simplement  $r_2$ , où  $r_2$  est la résistance du rotor ramené au stator.

Étant donné que  $I_1$  est alors beaucoup plus grand que le courant d'excitation  $I_0$ , on peut négliger la branche d'excitation. Cela permet de déterminer les valeurs de  $X$  et de  $r_2$  en faisant les essais suivants :

- Le rotor étant bloqué, appliquer environ le sixième de la tension nominale au stator. De cette façon, le courant est à peu près égal à sa valeur nominale et le moteur ne surchauffe pas.
- Prendre les lectures de  $E_{RB}$  (ligne à ligne), de  $I_{RB}$  et de la puissance active totale  $P_{RB}$  (**Figure I.19**) [8].



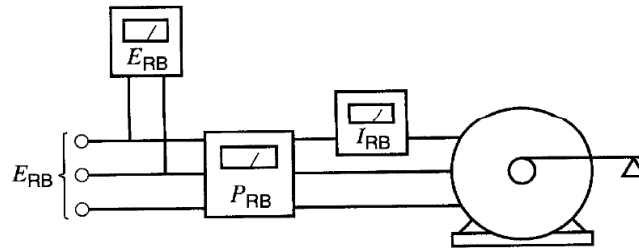


Figure I.19: Schéma de montage de l'essai à rotor bloqué.

On calcule alors la puissance apparente  $S_{RB}$  et la puissance réactive  $Q_{RB}$ , ce qui permet de trouver les valeurs de  $x$  et  $r_2$ , comme suit :

$$S_{RB} = \sqrt{3} E_{RB} I_{RB} \quad (Eq I.14)$$

$$Q_{RB} = \sqrt{S_{RB}^2 - P_{RB}^2} \quad (Eq I.15)$$

$$x = \frac{Q_{RB}}{3I_{RB}^2} \quad (Eq I.16)$$

$$P_{RB} = 3I_{RB}^2(r_1 + r_2) \quad (Eq I.17)$$

Donc :

$$r_2 = \frac{P_{RB}}{3I_{RB}^2} - r_1 \quad (Eq I.18)$$

## I.14 Puissances et rendement

### I.14.1 Mesure de la puissance absorbée

Cette méthode reste identique que le couplage soit en étoile ou en triangle. Elle utilise deux wattmètres numériques qui doivent être branchés comme suit :

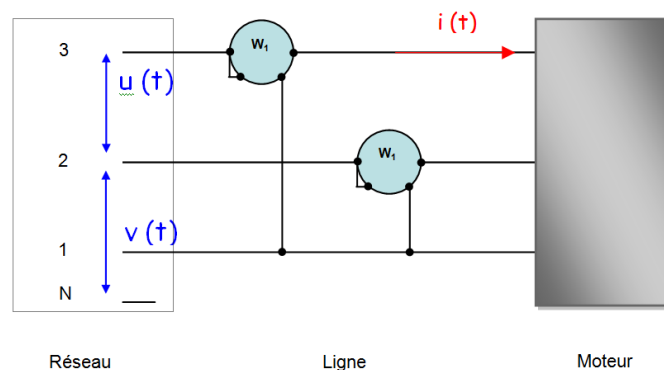


Figure I.20 : Mesure de la puissance absorbée par la méthode des 2 Wattmètres.

Pour cette mesure, le fil de neutre n'est jamais utilisé.

- Le premier wattmètre  $W_1$  indique une grandeur  $P_1$
- Le second wattmètre  $W_2$  indique une grandeur  $P_2$

### La puissance active

La puissance active  $P_a$  absorbée par le moteur se calcule à partir des informations des wattmètres, en utilisant la relation suivante :

$$P_a = P_1 + P_2 \quad (Eq\ I.19)$$

$P_a$  : La puissance active absorbée en watts [W].

$P_1$  : La lecture du premier wattmètre [sans unités].

$P_2$  : La lecture du second wattmètre [sans unités].

$P_1$  et  $P_2$  sont les lectures des deux wattmètres, elles sont soit positives soit négatives. Sachant que la puissance absorbée  $P_a$  est une puissance active, elle est nécessairement positive. Il est donc indispensable de donner à  $P_1$  la valeur positive correspondant à la plus grande des deux indications en valeurs absolues. La valeur prise par  $P_2$  sera l'indication de l'autre wattmètre, affublé du signe « plus » si les deux grandeurs étaient de même signe et du signe « moins » dans le cas contraire.

### La puissance réactive

La puissance réactive  $Q$  absorbée par le moteur se calcule à partir des informations des wattmètres, en utilisant la relation suivante :

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \quad (Eq\ I.20)$$

$Q$  : La puissance réactive absorbée en V.A.R [vars].

V.A.R : Volts ampères réactifs.

### La puissance apparente

La puissance apparente du moteur peut se déduire des deux calculs précédents par la relation :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (Eq\ I.21)$$

$S$  : La puissance apparente du moteur en V.A [VA]

### Le facteur de puissance

Le facteur de puissance peut se déduire des deux calculs précédents par la relation :

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad (Eq\ I.22)$$

$\varphi$ : L'angle de déphasage entre courant et tension en radians [rd]

### I.14.2 Bilan des puissances actives

La puissance active appelée par le moteur au réseau est :

$$P_a = \sqrt{3}U_s I_s \cos\varphi_s \quad (Eq\ I.23)$$

$P_a$  : La puissance électrique absorbée en watts [W].

$U_s$  : La tension entre deux phases en volts [V].

$I_s$  : L'intensité du courant de ligne en ampères [A].

Le stator est le siège de pertes ferromagnétiques  $p_{fs}$  et de pertes par effet joule  $p_{js}$ :

- **La résistance  $R_s$  est donnée entre deux bornes de phases**

$$p_{js} = \frac{3}{2} R_s I_s^2 \quad (Eq\ I.24)$$

$P_{js}$  : Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W].

$R_s$  : La résistance entre deux bornes de phases en ohms [ $\Omega$ ].

$I_s^2$  : L'intensité du courant de ligne en ampères<sup>2</sup> [ $A^2$ ].

- **La résistance  $r_s$  est celle d'un enroulement**

- ✓ **Couplage étoile :**

$$p_{js} = 3r_s I_s^2 \quad (Eq\ I.25)$$

$P_{js}$  : Les pertes par effet Joule dans le stator en Watts [W].

$r_s$  : La résistance d'un enroulement en Ohms [ $\Omega$ ].

$I_s^2$  : L'intensité du courant de ligne en Ampères<sup>2</sup> [ $A^2$ ].

- ✓ **Couplage triangle**

$$p_{js} = 3r_s J_s^2 \quad (Eq\ I.26)$$

$P_{js}$  : Les pertes par effet Joule dans le stator en Watts [W].

$r_s$  : La résistance d'un enroulement en Ohms [ $\Omega$ ].

$J_s^2$  : L'intensité du courant dans un enroulement en Ampères<sup>2</sup> [ $A^2$ ].

$$p_{fs} = p_{magnétique} \quad (Eq\ I.27)$$

$P_{fs}$  : Les pertes dans le fer du stator en watts [W].

Les pertes magnétiques, dans les tôles de l'armature du stator sont pratiquement indépendantes de la charge, elles sont liées à la valeur efficace  $U$  et à la fréquence  $f$  de la tension composée  $U(t)$ . Pour un réseau donnée, ces pertes sont considérées comme constantes, elles sont données, ou calculées par un essai à vide.

La puissance électromagnétique transmise à travers l'entrefer est :

$$P_{tr} = P_a - (p_{js} + p_{fs}) \quad (Eq\ I.28)$$

$$P_{tr} = T \Omega_s \quad (Eq\ 1.29)$$

$P_{tr}$  : La puissance transmise au rotor en watts [W].

$P_a$  : La puissance électrique absorbée en watts [W].

$P_{js}$  : Les pertes par effet Joule dans le stator en watts [W].

$P_{fs}$  : Les pertes dans le fer du stator en watts [W].

$T$  : Le moment du couple transmis au rotor en Newton-mètres [Nm]

$\Omega_s$  : La vitesse angulaire du champ  $\vec{B}$  en radians par seconde [rad.s<sup>-1</sup>]

Le rotor est le siège de pertes ferromagnétiques  $p_{fr}$  et de pertes par effet joule  $p_{jr}$ :

$$p_{fr} = 0 \text{ w} \quad (Eq\ 1.30)$$

$P_{fr}$  : Les pertes dans le fer du rotor en watts [W].

Le rotor est également le siège d'un autre type de pertes. Les pertes fer ou magnétiques. Cependant ces pertes seront toujours négligées devant les autres, la fréquence des courants étant très faible.

$$p_{jr} = 3R_r I_r^2 \quad (Eq\ 1.31)$$

La puissance mécanique interne (c'est-à-dire la partie de la puissance électrique transformée en puissance mécanique) est :

$$P_{em} = P_{tr} - (p_{jr} + p_{fr}) \quad (Eq\ 1.32)$$

$$P_{em} = T \Omega \quad (Eq\ 1.33)$$

$T$  : Le moment du couple transmis au rotor en Newton-mètres [Nm]

$\Omega$  : La vitesse angulaire du rotor en radians par seconde [rad.s<sup>-1</sup>]

Pour obtenir la puissance utile  $P_u$ , c'est-à-dire celle qui est utilisable par la charge entraînée, il reste à retrancher les pertes mécanique  $p_m$  :

$$P_u = P_{em} - p_m \quad (Eq\ 1.34)$$

$$P_u = T_u \Omega \quad (Eq\ 1.35)$$

$p_m$  : Les pertes mécaniques dans le rotor en watts [W].

Ces pertes sont considérées comme constantes, elles sont données, ou calculées par un essai à vide. Très souvent elles sont égales aux pertes dans le fer du stator, la somme de ces deux types de pertes sera communément appelée les pertes constantes.

$T_u$  : Le moment du couple utile disponible en Newton-mètres [Nm].

➤ Les pertes magnétiques dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault se produisent uniquement dans les tôles du stator.

➤ Les pertes mécaniques dues aux frottements se situent au niveau des paliers du rotor.

La puissance absorbée à vide se mesure aisément avec la méthode des deux wattmètres. Connaissant la résistance des enroulements du stator, les pertes par effet Joule à vide sont facilement calculables. La différence entre la puissance absorbée et la puissance perdue par effet Joule, donne les deux puissances restantes, c'est-à-dire les pertes magnétiques au niveau du stator et les pertes mécaniques.

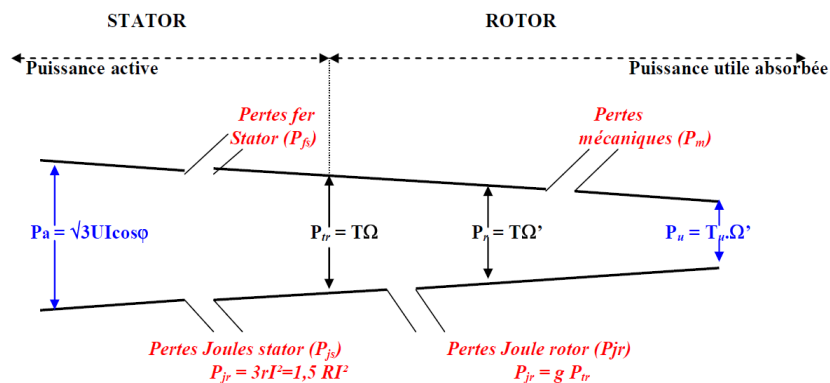
Plusieurs études sont possibles :

- Soient les pertes magnétiques dans le stator sont données, nous calculons alors la puissance absorbée, les pertes par effet joule dans le stator et nous en déduisons les pertes mécaniques.
- Soient les pertes mécaniques sont données, nous calculons la puissance absorbée, les pertes par effet joule dans le stator et nous en déduisons les pertes magnétiques dans le stator.
- Soit, le cas le plus fréquent, il est précisé que les pertes mécaniques et les pertes magnétiques dans le stator sont égales, nous calculons alors la puissance absorbée, les pertes par effet joule dans le stator et nous en déduisons les pertes mécaniques ainsi que les pertes magnétiques dans le stator.

Ce bilan permet de tracer le diagramme de puissance (*Figure I.21*). Lorsque le moteur est branché sur le réseau, le glissement en fonctionnement normal est faible. La fréquence  $f_r = g f_s$  des courants rotoriques est beaucoup plus petite que celle des courants statorique  $f_s$ , et les pertes ferromagnétiques au rotor sont alors négligeables. Par contre, quand le moteur est alimenté par un convertisseur électrique, ces pertes interviennent beaucoup plus.

Le bilan des puissances décline toutes les puissances, depuis la puissance absorbée d'origine électrique jusqu'à la puissance utile de nature mécanique.

Le bilan, peut être résumé à l'aide schéma suivant :



**Figure I.21:** Diagramme des puissances.

$\Omega$  : vitesse du synchronisme

$\Omega' = \Omega_r$  : vitesse du rotor

$T = C_e$  : couple transmis au rotor ou couple électromagnétique

$T_u = C_u$  : couple utile

$P_{tr}$  : Puissance électromagnétique transmise au rotor

$P_r$  : Puissance mécanique du rotor

$R$  : Résistance entre phases du stator

$r$  : résistance d'un enroulement

$P_m$  : Pertes mécaniques.

### I.14.3 Relation entre puissance transmise et pertes par effet joule au rotor

Les pertes par effet joule au rotor s'expriment en fonction de la puissance transmise et du glissement:

$$p_{jr} = C_e (\Omega - \Omega') \quad (\text{Eq I.36})$$

$$p_{jr} = C_e \Omega \frac{\Omega - \Omega'}{\Omega} \quad (\text{Eq I.37})$$

$$p_{jr} = g P_{tr} \quad (\text{Eq I.38})$$

Cette expression montre que les fonctionnements à glissement élevé augmentent les pertes par effet joule au rotor.

### I.14.4 Relation entre puissance transmise et puissance mécanique interne

Quand les pertes ferromagnétiques au rotor sont négligeables, nous pouvons écrire:

$$P_{em} = (1 - g) P_{tr} \quad (\text{Eq I.39})$$

Cette relation reste sensiblement vérifiée lorsque les pertes ferromagnétiques au rotor ne sont pas négligeables [2].

### I.14.5 Couple électromagnétique

Le moment du couple électromagnétique est égal au quotient de la puissance mécanique interne  $P_m$  par la vitesse du rotor  $\omega_m$  :

$$\gamma = \frac{P_{em}}{\omega_m} \quad (\text{Eq I.40})$$

Soit :

$$\gamma = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} \quad (\text{Eq I.41})$$

Dans le modèle avec inductances de fuites partielles, c'est la résistance  $\frac{r_2}{g}$  qui consomme la puissance transmise

$$\gamma = \frac{3 \frac{r_2}{g} I_1^2}{\Omega_s} \quad (\text{Eq I.42})$$

### I.14.6 Formules usuelles

Grandeurs	Stator	Rotor
Fréquence des courants	$f = 50 \text{ Hz}$	$f' = gf$
Fréquence de rotation	$n = \frac{f}{p}$	$n' = n(1 - g)$
Pulsation	$\omega = 2\pi f$	$g\omega = 2\pi fg$
Vitesse angulaire	$\Omega = \frac{\omega}{p}$	$\Omega' = \Omega(1 - g)$
Glissement $g$		$\frac{n - n'}{n} = \frac{\Omega - \Omega'}{\Omega}$
Pertes Joule en charge	$3rI^2 = \frac{3}{2}RI^2$	$g p_{tr}$
Pertes à vide ( $p_0$ )	$\sqrt{3}UI_0 \cos \varphi_0$	
Pertes joule à vide	$3rI_0^2 = \frac{3}{2}RI_0^2$	
Pertes fer stator ( $p_{fs}=p_m$ )	$\frac{p_0 - \frac{3}{2}RI_0^2}{2}$	0
Pertes mécanique ( $p_m$ )	0	$\frac{p_0 - \frac{3}{2}RI_0^2}{2}$

**Tableau I.01** : Formules usuelles de la MAS.

### I.14.7 Rendement d'un moteur asynchrone triphasé

#### Expression du rendement vrai

Il peut être déterminé par une mesure directe :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \quad (\text{Eq I.43})$$

#### Expression du rendement approché

Les pertes fer rotor sont négligées :

$$\eta = \frac{\text{puissance électrique absorbée} - \text{pertes mesurables}}{\text{puissance électrique absorbée}}$$

$$P_u = P_{tr} - (p_m + p_{jr}) \quad (\text{Eq I.44})$$

$$P_u = (1 - g)(P_a - (p_{fs} + p_{js})) - p_m \quad (\text{Eq I.45})$$

$$\eta = \frac{(1-g)(P_a - (p_{fs} + p_{js})) - p_m}{P_a} \quad (\text{Eq I.46})$$

### I.15 Mise en œuvre des moteurs asynchrones

Le moteur asynchrone branché sur le réseau est alimenté à fréquence fixe. Il est alors nécessaire de se préoccuper de son démarrage. Quelques procédés permettent une variation de vitesse, mais avec des performances médiocres. L'utilisation d'un moteur à rotor bobiné apporte plus de souplesse, mais reste une solution réservée à quelques usages particuliers. L'alimentation à fréquence variable par un convertisseur électronique permet d'obtenir d'excellentes performances avec un moteur à cage [2].

### I.16 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi une description de la machine asynchrone et sa structure (les différents types du rotor, et la considération technique). La machine asynchrone qui fait actuellement l'objet d'un intérêt accru dans plusieurs applications, ceci étant dû essentiellement à sa fiabilité, son coût relativement faible, sa robustesse et sa simplicité de construction, malheureusement sa commande est relativement complexe; le couple et le flux sont fortement couplés car les deux grandeurs dépendent à la fois des courants statoriques et rotoriques. Ceci donne à la machine son caractère de processus multi-variables et non linéaire.

Dans le chapitre suivant, nous posons le problème à résoudre dans le cadre de notre étude et nous en donnerons une présentation détaillée de la méthode des éléments finis.





## *Chapitre II*

### *Modélisation par éléments finis d'une machine asynchrone à cage*

## II.1 Introduction

La résolution d'un problème en électromagnétisme consiste à déterminer les structures du champ électromagnétique dans une région de l'espace. Ces configurations du champ doivent satisfaire simultanément les équations du Maxwell, ou les équations des ondes, et des conditions aux limites appropriées des solutions exactes ou analytiques peuvent être obtenus dans un petit nombre de cas selon la géométrie des objets. Dans la plupart des objets, il faudra approcher numériquement la solution. Les principales méthodes utilisées en électromagnétisme peuvent être classées en deux groupes, la méthode des intégrales de frontière (EIF) et les méthodes finis (MF) qui comprennent la méthode des différences finis (MDF) et la méthode des éléments finis (MEF). La première méthode utilise une discrétisation surfacique des objets tandis que les deux dernières nécessitent une discrétisation volumique [9].

Hormis une étude expérimental pure, trouver un model qui traduit fidèlement un phénomène physique est un préalable à son étude. En ce qui concerne les phénomènes électromagnétiques, James Clark Maxwell les a regrouper, dans quatre équations, en les associent aux équations dites de milieu et de passage, cela permet de modéliser la majorité des systèmes électromagnétiques.

Tous les modèles obtenus sont à équations aux dérivées partielles dont la résolution analytique n'est pas souvent évidente, aussi pour s'affranchir de cette difficulté des méthodes numériques ont été développées. Il arrive d'associer une solution analytique à une méthode numérique pour réduire le temps de calcul et augmenter la précision des résultats. En effet, une solution analytique est plus précise qu'une solution numérique parce que cette dernière est une approximation de la solution réel, de plus aucun maillage n'est nécessaire dans la région où cette solution analytique est injectée.

Nous commençons par décrire brièvement les équations de Maxwell, puis nous posons le problème à résoudre dans le cadre de notre étude et nous en donnerons une présentation détaillée de la méthode des éléments finis.

## II.2 Les équations de Maxwell

Les équations de MAXWELL sont la formulation mathématique complète qui régit tous les phénomènes électromagnétiques de tous dispositifs. Ces équations sont généralement interdépendantes de faite que les phénomènes magnétiques et électriques sont couplés [10].

### II.2.1. Equation de Maxwell-Faraday

Un champ électrique peut induire un champ magnétique. Ce champ induit est utilisé dans de nombreux générateurs électriques. Un aimant permanent en rotation qui crée un champ magnétique en mouvement, génère un champ électrique dans un fil à proximité.

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Eq II.1})$$

### II.2.2. Equation de Maxwell-Ampère

Les champs magnétiques peuvent être générés de deux manières: par la variation d'un champ électrique ou par les courants électriques.

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Eq II.2})$$

### II.2.3. Equation de conservation de flux magnétique

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{Eq II.3})$$

### II.2.4. Equation de Maxwell-Gauss

Un champ électrique est généré par des charges électriques. Le champ électrique est orienté à partir des charges positives vers les charges négatives. Plus précisément, cette loi relie le flux électrique à travers n'importe quelle surface de Gauss fermée [11].

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{Eq II.4})$$

Avec :

$\vec{E}(V.m^{-1})$	Champ électrique,
$\vec{B}(T)$	Induction magnétique,
$\vec{H}(A.m^{-1})$	Champ magnétique,
$\vec{J}(A.m^{-2})$	Densité de courant,
$\vec{D}(C.m^{-2})$	Induction électrique,
$\rho(C.m^{-3})$	Charge volumique,
$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}(A.m^{-2})$	Densité de courant de déplacement.

#### ✓ Remarques

- Ces équations s'appliquent quel que soit le milieu.
- Ce sont des équations locales: elles établissent des relations entre des valeurs locales (ponctuelles) des grandeurs et de leurs dérivées.

- Les distributions de  $\rho$  et  $J$  sont des distributions réelles et sont supposées connues.
- Les grandeurs  $E$  et  $D$ ,  $H$  et  $B$ ,  $J$  et  $E$  ne sont pas (respectivement) indépendantes entre elles car elles sont liées par les lois de comportement des milieux, appelées aussi relations constitutives [12].

Ces lois, caractéristiques du milieu considéré, traduisent la réponse de la matière aux champs électromagnétiques. Elles sont données par l'expérience et ne sont que des approximations.

Des relations supplémentaires doivent venir compléter les équations de Maxwell en fonction des propriétés spécifiques des milieux auxquels on les appliquera. De telles relations sont appelées équations constitutives, qui dans le cas général s'écrivent sous la forme suivante :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (Eq II.5)$$

Avec :

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$\vec{M}$  (A/m) L'aimantation des aimants.

$\mu_0$  (H.m<sup>-1</sup>) Perméabilité magnétique du vide.

$\mu_r$  Perméabilité magnétique relative du milieu.

$\mu$  (H.m<sup>-1</sup>) Perméabilité magnétique absolue.

### II.3 Les Conditions de continuité aux interfaces de séparation

Sur une limite de séparation de deux milieux différents notés 1 et 2, on peut trouver des conditions de continuité du type :

- Conservation de la composante normale de l'induction magnétique  $\vec{B}$ .

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (Eq II.6)$$

- Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique  $\vec{H}$ , si les courants surfaciques  $\vec{j}_s$  existent.

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{j}_s \quad (Eq II.7)$$

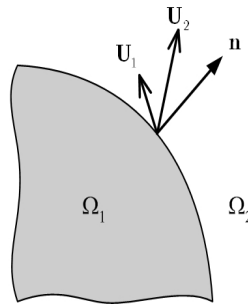
- Conservation de la composante tangentielle du champ électrique  $\vec{E}$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (Eq II.8)$$

- Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique  $\vec{D}$ , si les charges surfaciques  $\vec{\rho}_s$  existent.

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \vec{\rho}_s \quad (Eq II.9)$$

Ici  $\vec{n}$  est le vecteur normal à l'interface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2,  $\vec{j}_s$  est la densité surfacique de courant libre à l'interface et  $\vec{\rho}_s$  est la densité surfacique de charge libre à l'interface.



**Figure II.1 :** Interface entre deux milieux.

✓ **Remarques**

- Ces relations fournissent les lois de réfraction des champs lors du passage d'un milieu à un autre.
- On peut les établir par le calcul en combinant les théorèmes d'analyse vectorielle et les équations de Maxwell aux interfaces.

Il est important de bien garder à l'esprit ces relations, ainsi que les lois globales (théorèmes généraux) énoncées plus haut. On les utilisera pour prédéterminer l'allure des lignes de champ, imposer éventuellement des conditions aux limites, ainsi que pour vérifier les résultats des calculs.

**II.4 Les lois de comportement des milieux**

**II.4.1 Le cas du vide**

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{Eq II.10}$$

**II.4.2 Les milieux conducteurs : la loi d'ohm**

On appelle conducteur tout milieu possédant des charges électriques capables de se déplacer à l'échelle macroscopique sous l'effet d'un champ électrique [12].

Quand un tel milieu est soumis à un champ électrique, les charges électriques (électrons libres dans les métaux) se mettent en mouvement, créant un courant électrique.

Dans les milieux homogènes et isotropes, on admet :

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \tag{Eq II.11}$$

Qui est l'expression de la loi d'Ohm.

Si le milieu est anisotrope, on aura :

$$\vec{J} = [\sigma] \cdot \vec{E} \quad (Eq II.12)$$

Avec  $[\sigma]$  : tenseur de conductivité électrique.

Un conducteur parfait est un milieu fictif tel que  $\sigma \rightarrow \infty$ . Dans un tel conducteur,  $\vec{E}$  est nul. A l'inverse, un isolant parfait est un milieu dans lequel la conductivité électrique est nulle :  $\sigma = 0$ .

L'expression locale de la loi d'ohm est donnée comme suit :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \overrightarrow{J_{eddy}} \quad (Eq II.13)$$

$$\overrightarrow{J_{eddy}} = \sigma \vec{E} \quad (Eq II.14)$$

$\sigma (S.m^{-1})$  Conductivité électrique.

$\vec{J}_s (A.m^{-1})$  Densité de courant provenant des enroulements d'alimentation.

$\overrightarrow{J_{eddy}} (A.m^{-1})$  Densité de courant de Foucault.

### II.4.3 Comportement magnétique des matériaux

Sous l'effet d'un champ magnétique, la matière s'aimante. Quel que soit le milieu, on écrit par définition (dans le système M.S.K.A) :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (Eq II.15)$$

Où M est le vecteur intensité d'aimantation (A/m).

### II.4.4 Comportement diélectrique des matériaux

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (Eq II.16)$$

Avec :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$\varepsilon_0 (F.m^{-1})$  Permittivité électrique du vide.

$\varepsilon_r$  Permittivité électrique relative du milieu.

$\varepsilon (F.m^{-1})$  Permittivité électrique absolue.

Avec, dans le système d'unités M.S.K.A :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

Et

$$\varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot c^2 = 1 \quad (Eq II.17)$$

Où c est la vitesse de la lumière dans le vide, soit

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Donc :  $\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \frac{F}{m}$

### II.5 Modèle magnétostatique scalaire

Dans ce modèle, on suppose que les courants électriques sont nuls dans la pièce à étudier et que les champs ne dépendent pas du temps. On s'intéresse aux grandeurs  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$ .

On obtient alors les équations de Maxwell qui se réduisent à :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} \quad (\text{Eq II.18})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{Eq II.19})$$

C'est le cas des dispositifs pour lesquels les champs sont créés par des forces magnétomotrices extérieures et indépendantes du dispositif étudié ou bien par des aimants permanents. Dans ce dernier cas, on dispose de la loi :

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \mu_0\vec{M} \quad (\text{Eq II.20})$$

Dans le cas où la densité de courant surfacique est nulle, la relation (Eq II.18) implique qu'il existe une fonction potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  telle que :

$$\vec{H} = -\text{grad}\Phi \quad (\text{Eq II.21})$$

On obtient donc l'équation :

$$\text{div}(\mu\text{grad}\Phi) = \text{div}\vec{B} \quad (\text{Eq II.22})$$

### II.6 Modèle magnétostatique vectoriel

Comme dans le modèle précédent, on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps.

Le terme  $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$  est alors nul et les champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  sont découplés. Par contre, on désire modéliser un objet parcouru par des courants non nuls.

On obtient alors les équations suivantes :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} \quad (\text{Eq II.23})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{Eq II.24})$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \mu_0\vec{M} \quad (\text{Eq II.25})$$

La condition (Eq II.24) permet de définir une fonction potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  telle que :

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} \quad (\text{Eq II.26})$$

Pour que  $\vec{A}$  soit totalement défini, il faut également fixer la valeur de sa divergence. On ajoute alors la condition :

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad (\text{Eq II.27})$$

Qui est la plus simple à mettre en œuvre. Mais cette condition, appelée jauge de Coulomb, n'est pas toujours la meilleure et peut être adaptée afin d'éviter quelques difficultés numériques auxquelles elle peut conduire.

On obtient donc l'équation vectorielle de Poisson:

$$\frac{1}{\mu} \text{rot} (\text{rot } \vec{A}) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \quad (\text{Eq II.28})$$

Pour simplifier, nous allons nous restreindre pour cette étude au cas bidimensionnel. Ainsi, les systèmes considérés, possèdent une symétrie par translation suivant la troisième dimension ou une symétrie d'axe de révolution.

Dans les deux cas, la direction du vecteur densité de courant  $\vec{J}$  doit être perpendiculaire au plan d'étude. Le problème reste donc invariant suivant l'axe oz dans les coordonnées (x, y, z), ou suivant la révolution d'axe oz dans les coordonnées cylindriques (r,  $\theta$ , z).

Dans le calcul suivant, nous ne considérons que le cas d'un système à symétrie par translation, le champ magnétique, présente alors deux composantes suivant les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ , dans un plan perpendiculaire à  $\vec{J}$ , impliquant ainsi qu'une seule composante pour le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  suivant la direction (z), qu'on désigne par  $A_z(x, y)$ .

- **Coordonnées cartésiennes**

Pour un modèle 2D plan décrit dans le système de coordonnées cartésiennes:  $B_z = 0$ . Ainsi, le potentiel vecteur est défini par :

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z(x, y) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq II.29})$$

La densité de courant statorique est défini par :

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z(x, y) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq II.30})$$

Sachant que :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq II.31})$$



L'induction magnétique  $\vec{B}$  contient une composante dans la direction x et une composante dans la direction y :

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} \quad (Eq II.32)$$

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad (Eq II.33)$$

$$B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (Eq II.34)$$

$$div \vec{B} = 0 \quad (Eq II.35)$$

Pour toutes les régions, les équations sont :

$$\vec{H}_x(x, y) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} A_z(x, y) \quad (Eq II.36)$$

$$\vec{H}_y(x, y) = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} A_z(x, y) \quad (Eq II.37)$$

Nous obtenons l'équation générale de Helmholtz à résoudre dans les différentes régions conductrices de la machine asynchrone à cage d'écureuil :

$$\frac{1}{\mu} rot (rot \vec{A}) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \quad (Eq II.38)$$

Avec :  $\mu = \mu_0 \mu_r$

L'équation (II-38) peut s'écrire sous la forme d'une équation différentielle partielle :

$$-\frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z(x, y) \right] + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \quad (Eq II.39)$$

## II.7 Condition aux limites

Généralement, on rencontre deux types de conditions aux limites:

### II.7.1 Condition de Dirichlet

L'inconnue prend des valeurs données sur les bords du domaine on distingue deux types :

- **Dirichlet homogène**

Où l'inconnu de l'équation est fixé sur la limite est considéré égal à zéro :  $A=0$ .

- **Dirichlet non homogène**

Où l'inconnu de l'équation est fixé sur la limite et sa valeur est non nul :  $A \neq 0$ .

### II.7.2 Condition de Neumann

La valeur du gradient sur les bords du domaine de résolution est connue. On distingue deux types :

- **Neumann homogène**

La dérivé par rapport a la normal de l'inconnu est nulle:  $\frac{\delta A}{\delta n} = 0$ .

$\vec{n}$  : Vecteur normale a la limite.

Ce qui signifie que les lignes iso-valeurs de l'inconnu sont perpendiculaires à la limite.

• **Neumann non homogène**

Dans ce cas,  $\frac{\delta A}{\delta n} = cte \neq 0$  ce qui signifie que les lignes iso-valeurs de l'inconnue forment un angle  $\alpha$  avec la limite.

**II-8 Application des équations de Maxwell à la MAS à cage**

En tout rigueur, tout système électromagnétique est tridimensionnel (3D). Mais les dispositifs électrotechniques classiques privilégient généralement une direction particulière des champs ou des courants : une connaissance précise de la grandeur étudiée dans le plan privilégié associé à une approximation dans la direction orthogonal conduit à l'étude d'un system bidimensionnel (2D) dans le cadre de cette formulation magnétostatique en cartésien (2D) et en supposons le system étudié excité a partir d'une densité de courant  $\vec{J}_Z$  dirigé selon l'axe (oz) « il en sera de même pour le potentiel magnétique  $A_Z$  qui sera un scalaire », les équations de Maxwell conduisent finalement à :

$$\frac{1}{\mu} \text{rot} (\text{rot} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \tag{Eq II.40}$$

Les équations à résoudre dans les MAS à cage sont :

1. Au niveau des barres rotoriques

$$\vec{\nabla} \times \left[ \frac{1}{\mu_o \mu_r \text{barres rotoriques}} \vec{\nabla} \times \vec{A}_{br} \right] + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{Eq II.41}$$

2. Au niveau de rotor :

$$\vec{\nabla} \times \left[ \frac{1}{\mu_o \mu_r \text{rotor}} \vec{\nabla} \times \vec{A}_r \right] = 0 \tag{Eq II.42}$$

3. Au niveau d'entrefer :

$$\vec{\nabla} \times \left[ \frac{1}{\mu_o} \vec{\nabla} \times \vec{A}_e \right] = 0 \tag{Eq II.43}$$

4. Au niveau des encoches statoriques :

$$\vec{\nabla} \times \left[ \frac{1}{\mu_o} \vec{\nabla} \times \vec{A}_{es} \right] = \vec{J}_{ext} \tag{Eq II.44}$$

5. Au niveau du stator :

$$\vec{\nabla} \times \left[ \frac{1}{\mu_{stator}} \vec{\nabla} \times \vec{A}_s \right] = 0 \tag{Eq II.45}$$

## II.9 Méthodes de résolution

Il existe plusieurs méthodes pour la résolution des équations aux dérivées partielles, ces méthodes sont analytiques, numériques ou mixtes (semi analytiques).

### II.9.1 Méthodes analytiques

Ce sont les premières méthodes utilisées. Elles sont d'emploi restreint à des géométries simples dans une approche unidimensionnelle, ou quelque fois dans des problèmes bidimensionnels. La méthode analytique la plus puissante et la plus couramment utilisée pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles est la méthode de séparation des variables. Le principe de cette méthode consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable.

Soit en coordonnées cartésiennes, l'inconnue  $A_z(x, y)$ , qui est écrit comme suit :

$$A_z(x, y) = A_z(x) \cdot A_z(y) \quad (Eq II.46)$$

$A_z(x, y)$  : Solution de l'équation différentielle aux dérivées partielles considérée de sorte que :

$A_z(x)$  : est une fonction ne dépend que de la variable  $x$ .

$A_z(y)$  : est une fonction ne dépend que de la variable  $y$ .

### II.9.2 Méthode des éléments finis

Historiquement les premiers développements de la méthode des éléments finis ont été proposés par Richard Courant dans les années 1940, mais ce sont les mécaniciens qui ont développé, popularisé et démontré l'efficacité de cette méthode dans les années 1940-1960.

En 1970, Silvester et son équipe de l'université MC Gill à Montréal se sont intéressés à l'adaptation de cette méthode de résolution des problèmes elliptiques à l'Electrotechnique [13].

La méthode des éléments finis est fréquemment utilisée pour modéliser précisément et finement des systèmes électrotechniques. Cette méthode permet de tenir compte de la géométrie de la machine et permet une approche systématique des problèmes magnétiques [14].

De plus, un couplage entre les grandeurs électriques, mécaniques, et magnétiques peut être réalisé. Les éléments finis permettent également une étude tridimensionnelle, ce qui apporte une très grande finesse dans la connaissance du système.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus utilisées actuellement pour résoudre d'une manière efficace les équations différentielles aux dérivées partielles des problèmes physiques [15].

### II.9.2.1 Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis peut être définie comme une méthode d'approximation des équations aux dérivées partielles qui régissent les phénomènes physiques et leurs conditions aux limites.

Le principe bien connu de la méthode est de discrétiser le domaine d'étude en de multiples éléments puis de résoudre localement, dans chacun de ceux-ci, les équations associées à la formulation retenue. Les inconnues élémentaires sont alors définies par une combinaison linéaire, pondérée par des polynômes d'interpolation. La précision du calcul est liée à la finesse du maillage et au degré de ces polynômes. Leurs coefficients ne dépendent que de la géométrie et de sa discrétisation.

Finalement, on obtient après assemblage un système matriciel d'équations, pouvant tenir compte de certains non linéarités, comme celle intervenant dans les matériaux ferromagnétiques [16].

Il y a deux variantes de la méthode des éléments finis :

- 1- La méthode des résidus pondérés
- 2- La méthode variationnelle.

#### II.9.2.1.1 La méthode des résidus pondérés

Si on prend l'exemple d'une équation différentielle de type Laplacien:

$$L(\Phi) = 0 \quad (Eq II.47)$$

Sachant que :

L : Laplacien.

$\Phi^*$  : La solution exacte.

$\Phi$  : La solution approximative.

Le résidu est:

$$R = L(\Phi) - L(\Phi^*) \quad (Eq II.48)$$

Cette méthode donc consiste à minimiser le résidu  $R = 0$ .

### II.9.2.1.2 La méthode variationnelle

Elle consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement l'énergie du système à résoudre. Pour la mise en œuvre de la méthode, il faut suivre les étapes suivantes :

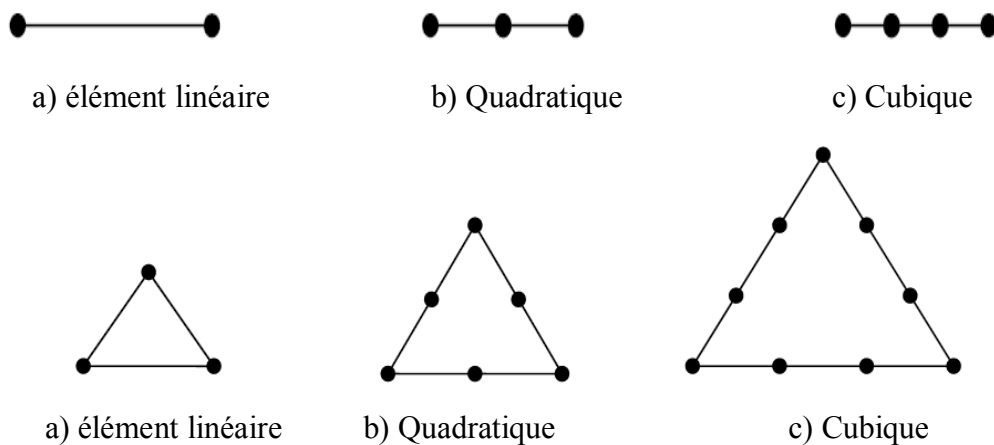
- Le maillage (discrétisation du domaine).
- Choix de la fonction d'interpolation.
- Choix de la fonctionnelle.
- La minimisation : c'est-à-dire mettre le système sous la forme

$$[k] \cdot [u] = [B] \quad (Eq II.49)$$

- Résolution du système algébrique.
- Exploitation des résultats [17].

### II.9.2.2 Types d'éléments finis

Selon que le domaine d'étude, soit à une, deux ou trois dimensions, on rencontre le plus souvent des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.



**Figure II.2:** Eléments classiques en une et deux dimensions.

Dans la majorité des cas bidimensionnels, on préfère utiliser des éléments triangulaires du premier ordre. Pour aboutir à une meilleur exactitude de la solution, on procède a raffiner le maillage [14].

### II.10 Discrétisation et approximation

L'idée fondamentale de la méthode des éléments finis est de subdiviser la région à étudier en petites sous régions appelées élément finis constituant le maillage.

Les fonctions inconnues sont approximées sur chaque élément fini par une simple fonction appelée fonction de forme qui est continue et définie sur chaque élément seul [18].

La forme des éléments est directement liée à la dimension du problème (2D ou 3D). Pour une géométrie en (2D), on utilise généralement des triangles ou des quadrilatères; pour une géométrie en (3D), on utilise les tétraèdres, les prismes ou les hexaèdres [19].

La discrétisation est une étape importante dans l'analyse par éléments finis car la précision des résultats dépend de la méthode de discrétisation et de la finesse de cette subdivision en sous-domaines [20].

La fonction inconnue est approchée dans chaque élément par une fonction d'interpolation nodale, faisant intervenir les valeurs de l'inconnue aux nœuds de ces éléments ainsi que les coordonnées géométriques de ces nœuds.

Dans le cas du calcul du champ dans les structures électromagnétiques, les éléments de forme triangulaire sont les plus utilisés. Cette subdivision exclusivement triangulaire du premier ordre a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet de traiter des expressions simples.

### II.11 Formulation intégrale

Il y a deux formulations intégrales qui sont le plus couramment utilisées dans la méthode des éléments finis pour le calcul des champs électromagnétiques: la méthode de Galerkin et la formulation variationnelle. Nous expliciterons la méthode de Galerkin.

Le problème magnétostatique bidimensionnel avec existence de sources de courant seulement. L'équation en potentiel vecteur, qui en bidimensionnel ne possède qu'une seule composante non nulle  $\vec{A}_z$ , s'écrit :

$$\frac{1}{\mu} \text{rot} (\text{rot} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \quad (Eq II.50)$$

Qui devient

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \quad (Eq II.51)$$

Avec :  $v = \frac{1}{\mu}$

### II.11.1 Formulation du type Galerkin et de Ritz de l'équation de diffusion

L'équation de diffusion du champ électromagnétique se prête difficilement à un traitement numérique direct par la méthode des éléments finis. Il est indispensable de la reformuler en faisant appel à la méthode des résidus pondérés ou à celle des fonctionnelles. La méthode des résidus pondérés ou méthode de Galerkin suppose que l'on peut trouver une solution approchée  $\tilde{A}$  minimisant un résidu que l'on définit par :

$$\text{Res} = \text{div} \left( \frac{1}{\mu} \text{grad}(\tilde{A}) \right) - \sigma \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + J \quad (\text{Eq II.52})$$

Si  $\tilde{A}$  représentait la solution exacte alors  $A = \tilde{A}$  et le résidu (Eq II.52) est nul ( $\text{Res} = 0$ ). Comme une solution exacte est pratiquement impossible à trouver, on se contente généralement d'une solution approximative. Afin que l'approximation  $\tilde{A}$  soit proche de la solution exacte  $A$ , il faut alors que l'intégral du résidu pondéré dans la région concernée soit nulle. L'idée est de multiplier le résidu par une fonction poids  $v$  et d'intégrer sur la région concernée en supposant que le résultat de cette intégration est nul, soit:

$$\iint_{\Omega} (v \text{Res}) dx dy = 0 \quad (\text{Eq II.53})$$

En intégrant par parties (Eq II.53), on est conduit à :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad} v \cdot \text{grad} \tilde{A} dx dy + \iint_{\Omega} \sigma v \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} dx dy - \iint_{\Omega} v J dx dy - \oint_{\partial \Omega} \frac{1}{\mu} v \frac{\partial \tilde{A}}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{Eq II.54})$$

Où  $n$  est la normale sortante vis à vis de la frontière du domaine considéré.

En supposant que la trace de la fonction poids  $v$  est nulle sur la frontière du domaine, on annule le dernier membre de l'équation (Eq II.54). La condition de Neumann du type homogène devient implicite dans la formulation ce qui nous amène à l'expression suivante:

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad} v \cdot \text{grad} \tilde{A} dx dy + \iint_{\Omega} \sigma v \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} dx dy - \iint_{\Omega} v J dx dy = 0 \quad (\text{Eq II.55})$$

Cette équation représente la formulation de l'équation de diffusion selon le concept de Galerkin. Par contre, dans la méthode de Ritz. On procède d'une façon différente en cherchant la fonctionnelle associée au problème de diffusion. Si on choisit la fonction poids  $v$  identique à la première variation de l'approximation  $\tilde{A}$ , soit

$v = \delta \tilde{A}$ , l'équation (Eq II.55) représenterait alors la première variation de la fonctionnelle  $\Pi$ . Celle-ci est alors définie par:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left( \int_0^B h db - 2JA + 2\sigma A \frac{\partial A}{\partial t} \right) dx dy \quad (Eq II.56)$$

A chaque instant  $t$ , le potentiel vecteur magnétique doit s'ajuster de façon à ce que  $\delta \Pi = 0$ . Si les grandeurs  $A$ ,  $\frac{\partial A}{\partial x}$  et  $\frac{\partial A}{\partial y}$  subissent des variations alors que  $\frac{\partial A}{\partial t}$  est supposée constante, la minimisation de  $\Pi$  est équivalente à la résolution de l'équation de diffusion [21].

### II.11.2 Discrétisation spatiale par éléments finis

Le domaine d'étude est subdivisé en petits éléments de forme triangulaire, chaque triangle est repéré par ses trois sommets, cette subdivision exclusivement triangulaire du première ordre à l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet un numérotage systématique des points à l'aide d'algorithmes simples. Dans chaque élément (e) (**Figure II.3**), le potentiel vecteur magnétique est approché par un polynôme du premier degré en  $x$  et  $y$  sous la forme :

$$A(x, y, t) = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad (Eq II.57)$$

Où  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont des coefficients qui dépendent des coordonnées des sommets du triangle et des potentiels correspondants.

De l'équation (Eq II.57), nous constatons que l'induction est constante à l'intérieur de chaque élément et, par conséquent, la perméabilité magnétique l'est également, ce qui facilite l'intégration analytique de l'équation (Eq II.55). Le potentiel en tout point de l'élément (e) est parfaitement défini à partir des valeurs des potentiels en ses trois sommets, la relation (Eq II.57) peut s'écrire ainsi:

$$\tilde{A}(x, y, t) = \sum_1^3 N_i(x, y) A_i(t) \quad (Eq II.58)$$

Sous forme matricielle, cette relation peut se mettre sous la forme:  $\tilde{A} = \langle N \rangle \{ A_e \}$  où  $\langle N \rangle$  est un vecteur ligne dont les composantes sont les fonctions d'interpolation (fonction de forme)  $N_i (i=1,2,3)$  et  $\{ A_e \}$  est un vecteur colonne dont les composantes sont les potentiels vecteurs magnétiques aux nœuds  $A_i (i=1,2,3)$ .

Afin d'assurer la continuité de la variable d'étude, qui est dans notre cas le potentiel vecteur magnétique, entre élément adjacents, les fonctions de forme doivent vérifier les conditions suivantes :

$$N_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i = j) \\ 0 & \text{si } (i \neq j) \end{cases} \quad i, j \in \{1,2,3\} \quad (Eq II.59)$$



Tous calculs faits et en désignant par  $i, k, l$  toute permutation circulaire des indices 1, 2, 3 assignés dans le sens trigonométrique, ces fonctions s'écrivent sous la forme suivante:

$$N_i = \frac{P_i + Q_i x + R_i y}{2 \Delta_e} \quad (Eq II.60)$$

Les paramètres  $P_i, Q_i, R_i$  et  $\Delta_e$  intervenant dans l'équation (Eq II.60), sont des fonctions des coordonnées des nœuds:

$$P_i = x_k y_l - x_l y_k \quad (Eq II.61)$$

$$Q_i = y_k - y_l \quad (Eq II.62)$$

$$R_i = x_l - x_k \quad (Eq II.63)$$

$$\Delta_e = \frac{1}{2} (P_i + P_k + P_l) \quad (Eq II.64)$$

Où  $\Delta_e$  représente la surface de l'élément (e).

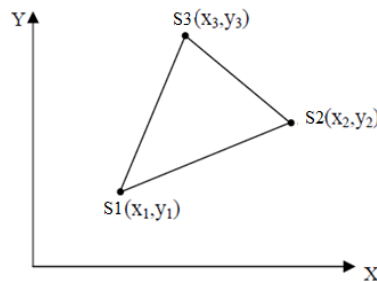


Figure II.3 : Élément fini triangulaire à 3 nœuds.

Les composantes du gradient du potentiel vecteur magnétique sont obtenues en dérivant l'expression (Eq II.58) en tenant compte des expressions (Eq II.60 à 64) :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial A}{\partial x} \\ \frac{\partial A}{\partial y} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \quad (Eq II.65)$$

Avec:

$$[D] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix}$$

La première conséquence de l'expression (Eq II.65) est que l'induction magnétique est constante au niveau de chaque élément. La seconde est que la perméabilité magnétique, qui est fonction de cette induction dans le cas de milieux non linéaire, est constante. Le calcul des intégrales apparaissant dans l'expression (Eq II.55) peut être mené analytiquement. Le choix de l'approximation du potentiel vecteur étant effectué, il reste à définir les fonctions de projection  $v$ . En effet, le

conditionnement du système d'équations final et donc sa convergence dépendent étroitement de ce choix. Dans la méthode de Galerkin, ce choix consiste à prendre ces fonctions identiques aux fonctions de forme expression (Eq II.60).

$$V = N_i \quad i = 1,2,3 \quad (Eq II.66)$$

En substituant les expressions (Eq II.66) et (Eq II.58) dans l'expression (Eq II.55), nous obtenons:

$$\sum_e \left( \iint_{\Omega_e} v \text{grad} N_i \cdot \text{grad} (\sum_{j=1}^3 N_j A_j) dx dy + \iint_{\Omega_e} \sigma N_i \frac{\partial}{\partial t} (\sum_{j=1}^3 N_j A_j) dx dy - \iint_{\Omega_e} N_i J dx dy \right) = 0 \quad (Eq II.67)$$

Où  $v$  désigne la réductivité magnétique, inverse de la perméabilité  $\mu$ .

Sous forme matricielle, la relation (Eq II.67) peut être mise sous la forme suivante:

$$\sum_e v_e [S_e] \{A(t)\}_e + \sigma_e [T_e] \left\{ \frac{\partial A(t)}{\partial t} \right\}_e - [Q_e] \{J_e\} = \{0\} \quad (Eq II.68)$$

Où l'indice « e » se réfère à un élément fini donné.

Les éléments typiques des matrices  $[S_e]$ ,  $[T_e]$  et  $[Q_e]$  sont donnés respectivement par les expressions suivantes :

$$[S_e] = \Delta_e [D]^T [D] \quad (Eq II.69)$$

$$[T_e] = \frac{\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (Eq II.70)$$

$$[Q_e] = \frac{\Delta_e}{3} [1 \quad 1 \quad 1] \quad (Eq II.71)$$

L'expression (Eq II.71) n'est valable que lorsque les densités de courants mises en jeu sont constantes comme c'est le cas les densités de courants statoriques.

Il est clair que, s'il n'y a pas de remaillage de la structure étudiée afin de tenir compte du mouvement du rotor, les matrices  $[S_e]$ ,  $[T_e]$  et  $[Q_e]$  sont indépendantes du temps. Elles ne dépendent que de la géométrie des éléments d'ou le gain de temps significatif lors de la résolution d'un problème dynamique ou statique. Ce qui n'est pas le cas avec les techniques de prise en compte du mouvement utilisant les remaillages ou à chaque pas de temps il est nécessaire de reconstruire ces matrices.

La discrétisation spatiale du problème de diffusion du champ magnétique résultant de l'application de la méthode de Galerkin conduit finalement à la résolution du système d'équations différentielles du premier ordre suivant [21]:

$$v[S]\{A(t)\} + \sigma[T] \left\{ \frac{\partial A(t)}{\partial t} \right\} = [Q]J \quad (Eq II.72)$$

## II.12 Résolution numérique des équations de la magnétodynamique complexe par la méthode des éléments finis

### II.12.1 Formulation du type Galerkin et de Ritz de l'équation de la magnétodynamique complexe

Comme l'équation de diffusion du champ magnétique, l'équation de la magnétodynamique complexe se prête difficilement à un traitement numérique direct par la méthode des éléments finis. Cette équation doit être réécrite sous forme intégrale dite faible grâce à la méthode des résidus pondérés ou à celle des fonctionnelles.

La méthode des résidus pondérés ou méthode de Galerkin suppose que l'on peut trouver une solution approchée  $\tilde{\bar{A}}$  minimisant un résidu que l'on définit sous la formulation générale.

$$\bar{\text{Res}} = \text{div} \left( \frac{1}{\mu} \text{grad}(\tilde{\bar{A}}) \right) - \sigma j \omega \tilde{\bar{A}} + \bar{J} \quad (\text{Eq II.73})$$

Si le champ  $\tilde{\bar{A}}$  est égal au champ solution, le résidu (Eq II.73) est évidemment nul. Une telle solution est pratiquement impossible à trouver. On se contente généralement d'une solution approchée. L'approximation  $\tilde{\bar{A}}$  peut être rendu proche de la solution du problème  $\bar{A}$ , en projetant ce résidu sur une base de fonctions complexes  $\bar{v}$ , soit :

$$\iint_{\Omega} (\bar{v} \bar{\text{Res}}) dx dy = 0 \quad (\text{Eq II.74})$$

L'intégration par parties de la relation (Eq II.74), conduit à la forme intégrale faible (Eq II.75).

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad} \bar{v} \cdot \text{grad} \tilde{\bar{A}} dx dy + j \iint_{\Omega} \sigma \omega \bar{v} \tilde{\bar{A}} dx dy - \iint_{\Omega} \bar{v} \bar{J} dx dy - \oint_{\partial \Omega} \frac{1}{\mu} \bar{v} \frac{\partial \tilde{\bar{A}}}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{Eq II.75})$$

Où  $n$  est la normale sortante vis à vis de la frontière de domaine considéré.

En choisissant la trace de la fonction poids  $\bar{v}$  nulle sur la frontière de domaine d'étude, la relation ci-dessus se réduit à la relation (Eq II.76).

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad} \bar{v} \cdot \text{grad} \tilde{\bar{A}} dx dy + j \iint_{\Omega} \sigma \omega \bar{v} \tilde{\bar{A}} dx dy - \iint_{\Omega} \bar{v} \bar{J} dx dy = 0 \quad (\text{Eq II.76})$$

La résolution du problème de la magnétodynamique complexe que l'on vient d'établir est équivalente à la minimisation d'une fonctionnelle complexe  $\bar{\Pi}$ . Cette fonctionnelle, définie par l'expression (Eq II.77), peut être obtenue aisément à partir

de la relation (Eq II.56) en remplaçant l'opérateur dérivation  $\frac{\partial}{\partial t}$  par le nombre complexe  $j\omega$ .

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu} (\text{grad}\bar{A})^2 + 2j\sigma\bar{A}^2 \right) dx dy \quad (\text{Eq II.77})$$

### II.12.2 Discrétisation spatiale par éléments finis

Le principe de cette discrétisation consiste à définir une partition du domaine d'étude (décomposition en sous-domaines triangulaires dans notre cas, sans recouvrement ni intersection) appelée découpage. Chaque sous-domaine triangulaire (élément fini) est repéré par trois nœuds (**Figure II.3**). Les maillages du stator et du rotor sont indépendants et ne coïncident pas au niveau de l'interface stator-rotor  $\Gamma$ . Le maillage rotorique doit en outre être adapté à la pulsation rotorique afin de tenir compte l'effet de peau.

Dans chaque élément fini (e), le potentiel vecteur magnétique complexe est approximé par un polynôme du premier degré, soit:

$$\bar{A}(x, y) = N_1(x, y)\bar{A}_1 + N_2(x, y)\bar{A}_2 + N_3(x, y)\bar{A}_3 \quad (\text{Eq II.78})$$

Les fonctions  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$  sont choisies dans ce qui suit égales aux fonctions définies par la relation (Eq II.60) afin d'assurer la continuité du potentiel vecteur magnétique complexe entre éléments finis adjacents.

Les composantes du vecteur gradient du potentiel vecteur magnétique complexe peuvent être, dans ce cas, déduites aisément de l'expression (Eq II.65) en substituant le potentiel vecteur magnétique complexe  $\bar{A}$  au potentiel vecteur  $A$ .

$$\text{grad}\bar{A} = [D] \begin{Bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \\ \bar{A}_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{Eq II.79})$$

En choisissant les fonctions de projection  $\bar{v}$  identiques aux fonctions d'approximation  $N_i$  ( $i=1,2,3$ ) et substituant (Eq II.78) et (Eq II.79) dans (Eq II.76) nous obtenons:

$$\sum_e \left( \iint_{\Omega_e} v \text{grad}N_i \cdot \text{grad}(\sum_{j=1}^3 N_j \bar{A}_j) dx dy + \iint_{\Omega_e} \sigma N_i j\omega (\sum_{j=1}^3 N_j \bar{A}_j) dx dy - \iint_{\Omega_e} N_i \bar{J} dx dy \right) = 0 \quad (\text{Eq II.80})$$

Cette relation peut être mise sous la forme matricielle suivante:

$$\sum_e v_e [S_e] \{\bar{A}_e\} + j\omega \sigma_e [T_e] \{\bar{A}_e\} - Q_e \{\bar{J}_e\} = \{\bar{0}\} \quad (\text{Eq II.81})$$

Ou l'indice « e » se réfère à un élément fini donné.

### II.13 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

#### Avantages

- Adaptation aux géométries complexes [22].
- Prise en compte des non linéarités accrues.

#### Inconvénients

- Mise en œuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaines infinis.
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.
- Temps de calcul relativement important.

### II. 14 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les équations de Maxwell, sur la base desquelles tous les phénomènes électromagnétiques peuvent être modélisés. Nous nous sommes intéressés au modèle magnétostatique qui permet de calculer la distribution du champ magnétique et les performances électromagnétiques en régime permanent d'une machine asynchrone à cage d'écureuil.

Le choix d'une formulation 2D en termes de potentiel vecteur magnétique est dû au fait, comme cela a été signalé, qu'elle permet de calculer la distribution du champ magnétique en présence des courants électriques. Pour résoudre l'équation de la magnétostatique, nous avons présenté la formulation éléments finis basée sur la méthode de Galerkin qui permet d'aboutir à un système algébrique symétrique, donc plus simple à résoudre.

Par ailleurs, le prochain chapitre sera consacré, à la modélisation du comportement de la machine vis-à-vis aux défauts et dans le cas du fonctionnement normal.



## *Chapitre III*

*Les performances  
électromagnétiques de  
la machine étudiée*

### III.1 Introduction

L'étude dans le but de la conception d'un dispositif électromagnétique nécessite la connaissance des champs électromagnétiques dans ce dispositif et donc les valeurs du flux et les forces magnétiques.

Le calcul du champ magnétique nécessite une résolution des équations de Maxwell. Les forces magnétiques jouent un rôle très important dans le fonctionnement de tout système électromécanique en termes de déplacement ou de déformation. Pour cela, il existe plusieurs méthodes pour le calcul des forces, ces méthodes sont fondées sur les méthodes des travaux virtuels, sources équivalentes et tenseur de Maxwell. Ces dernières sont parfaitement compatibles avec la méthode des éléments finis (MEF), et les résultats globaux donnés sont identiques.

La modélisation du moteur comporte généralement deux étapes principales:

La première étape de la modélisation d'une machine électrique consiste en une pré-modélisation sur la base d'un modèle analytique. Il s'agit des solutions symboliques exactes des équations physiques du moteur, en faisant au préalable des hypothèses simplificatrices sur la structure et les propriétés physiques de celui-ci.

Les modèles analytiques présentent les avantages suivants :

- Rapides et permettent d'explorer au maximum l'espace des solutions dans un temps donné réduit.
- Favorisent une grande variation de tous les paramètres du modèle dans les limites de validité des équations, ce qui permet par exemple de modéliser des moteurs de puissances très différentes dont tous les paramètres varient dans de grandes proportions.
- Les équations symboliques contiennent un lien explicite entre tous les paramètres et les phénomènes physiques. Ils sont adaptés aux calculs des performances moyennes, mais peu aux calculs de phénomènes locaux.

La deuxième étape de la modélisation objet de notre mémoire fait appel à la méthode des éléments finis. Les équations physiques de base du moteur sont résolues avec un faible niveau d'hypothèses. La méthode des éléments finis présentée au chapitre II, permet de déterminer le potentiel vecteur et donc l'induction et l'excitation magnétique en tout point de la machine. A partir de la distribution du champ magnétique due aux courants statoriques, nous déterminerons les performances électromagnétiques : le Flux, l'induction et la densité du courant de Foucault.

### III.2 Présentation de l'outil de calcul logiciel FEMM

La méthode des éléments finis présentée au chapitre peut être programmée en utilisant des logiciels comme Matlab, Maple ou Fortran. La programmation de la méthode nécessitera un temps considérable au détriment de son exploitation dans la conception des machines asynchrones à cage d'écureuil.

Pour cela, les calculs dans ce mémoire, sont effectués à l'aide d'un logiciel 2D basé sur la méthode des éléments finis désigné par FEMM (Finite Element Method Magnetics).

Comme tous les logiciels d'éléments finis en deux dimensions, FEMM s'articule sur trois axes appelés "pré-processeur", "processeur" et "postprocesseur".

Dans le but de faciliter l'étude de la machine asynchrone à cage d'écureuil, nous avons élaborés un programme Matlab qui permet :

- Dessiner la structure de la machine à étudier.
- Garnir les matériaux utilisés (le matériau ferromagnétique, courants, entrefer, etc...).
- Maillage de la structure (domaine d'étude).
- Résolution du système d'équations.
- Calcul du champ magnétique et des performances électromagnétiques.

#### **Pré-processeur**

Cet élément permet de définir la machine à étudier à savoir :

- Dessiner la géométrie de la machine avec des arcs ou des segments de droite.
- Définition du problème, à savoir la nature du problème à résoudre (la fréquence, l'unité des grandeurs géométriques, la précision du calcul). Nous pouvons également définir la finesse du maillage.
- Introduction des caractéristiques des différentes régions géométriques de la structure (propriétés magnétiques des matériaux).
- Définition des circuits de la structure. Cette partie nous donne aussi la possibilité d'introduire le nombre de spires dans les bobinages ainsi que la valeur des courants.
- Introduction des conditions aux limites.
- Introduction des courbes de saturation dans le cas où elle est prise en compte.

#### **Le processeur**

Cet élément effectue la résolution du problème défini sur chaque élément de maillage en effectuant des itérations jusqu'à atteindre la précision imposée au pré-



processeur (le cas non linéaire). En régime linéaire, la résolution du système d'équations défini au chapitre II s'effectue en une seule itération par une méthode directe. En chaque élément, le potentiel vecteur est déterminé et à partir de là, les autres grandeurs sont déduites.

### Le post-processeur

Une fois les résultats sont déterminés par le processeur, le post-processeur nous permet de les visualiser et récupérer les valeurs des grandeurs désirées (les flux d'encoches, les valeurs de l'énergie, couples) sous forme de fichiers numériques [20].

### III.3 Paramètres de la machine étudiée (MAS à cage)

Les dimensions principales et les paramètres de la machine étudiée sont donnés dans le *Tableau III.1*.

Paramètre	Symbole	Valeur et unité
Perméabilité relative des barres de rotor	$\mu_r$	1
Nombre de conducteurs par encoche	$N_c$	15
fréquence	$f$	50 Hz
Intensité du courant de phase	$I_m$	20A
Nombre d'encoches statorique	$Q_s$	36
Nombre des barres rotoriques	$Q_r$	28
Ouverture de semi-encoches statoriques	$c$	5°
Nombre de paires de pôles	$P$	2
Rayon externe des barres de rotor	$r_2$	58 mm
Rayon interne des encoches de stator	$r_3$	63 mm
Rayon externe des encoches de stator	$r_4$	85 mm
Ouverture des barres rotoriques	$b$	3.86°
Ouverture de l'encoches statoriques	$d$	3°
Rayon externe du stator	$R_0$	100 mm
Rayon interne du stator	$R_3$	61 mm
Rayon externe du rotor	$R_2$	60 mm

Rayon du fond des barres rotoriques	$R_1$	38 mm
Epaisseur de l'entrefer	$g$	1 mm
Hauteur des barres rotoriques	$h_m$	29.8 mm
Hauteur de l'encoche statoriques	$h_s$	9 mm
Longueur de la machine	$L_u$	200 mm
Largeur de l'arc des barres rotoriques	$a$	$6.43^\circ$
Conductivité des barres de rotor(aluminium)	$\sigma$	35E6 s/m

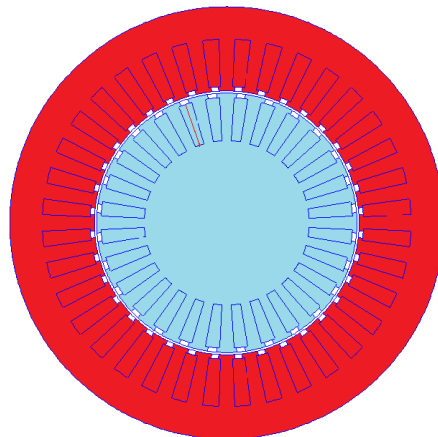
**Tableau III.01** : Paramètres de base de la machine étudiée [23].

### III.4 Modélisation par éléments finis

#### III.4.1 Présentation de la structure étudiée

La machine étudiée est une machine asynchrone à cage d'écureuil triphasée. Ces grandeurs nominales et ses dimensions géométriques sont données dans le (**Tableau III.1**). Son rayon extérieur est de 100 mm et sa longueur utile est de 200 mm. Elle possède deux paires de pôles. La coupe transversale de la **Figure III.1** montre les différentes parties de la machine. Celle-ci est constituée de:

- Un stator cylindrique en tôles magnétiques à 36 encoches, comportant un enroulement triphasé à une seule couche à bobines concentriques.
- Un rotor en fer composé de 28 barres en aluminium.



**Figure III.1**: Vue de la machine étudiée.

### III.4.2 Distribution du bobinage simple couche

La machine étudiée présente un bobinage simple couche dont la matrice de connexion entre les 3 phases du stator et les encoches sur les 4 pôles est donnée par :

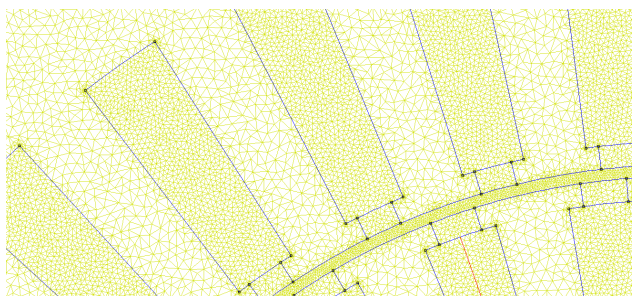
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### III.4.3 Le maillage

Le tracé de la géométrie d'étude a été réalisé à l'aide du logiciel libre F.E.M.M (Finite Element Method Magnetics) version 4.2; ce logiciel est doté d'une interface de dessin conviviale et permet d'effectuer des maillages automatiques (*Figure III.2*) et génère des fichiers de données des maillages accessibles aux utilisateurs.

L'utilisation de l'interface devient difficile lorsque la structure à tracer est complexe; cependant ce logiciel offre une solution robuste qui est l'exécution des programmes écrit sous le logiciel MATLAB. Nous avons exploité cet interfaçage (F.E.M.M - MATLAB) pour programmer la structure à étudier.



*Figure III.2:* Vue en coupe de la machine représentant le maillage par éléments finis triangulaires.

Une fois le système issu du maillage, garnissage et assemblage est résolu, les potentiels aux nœuds, obtenus, sont utilisés pour calculer les composantes de l'induction magnétique et les performances électromagnétiques. Ceci nous permet de déterminer l'énergie magnétique  $W$  de la structure étudiée à partir de la somme des

énergies élémentaires  $W_e$  dans chaque triangle, ainsi que le couple électromagnétique et la force électromotrice.

Le calcul de ces grandeurs globales est effectué pour chaque valeur du glissement qui simule la position du rotor par rapport au stator qui est fixe. L'équation de Helmholtz présentée au chapitre II est résolue en linéaire. Le maillage complet comporte **118245** nœuds et **235768** éléments avec une précision de calcul de  $1.0e-08$ .

### III.5 Exploitation des résultats

La résolution du système d'équation issu de la discrétisation par éléments finis permet de calculer le potentiel vecteur en chaque nœud du maillage. Dans cette partie, nous allons étudier la machine dans les trois cas de fonctionnement : à vide, à rotor bloqué et en charge et dans le cas d'une machine saine (sans défaut) et avec barre cassée.

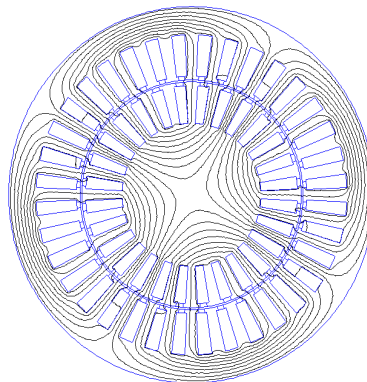
#### III.5.1 Machine asynchrone saine

Dans cette partie nous allons étudier une machine asynchrone à cage saine, pour cela la conductivité des barres rotoriques est fixée à  $\sigma=36E6$  S/m.

##### III.5.1.1 Fonctionnement à vide ( $g=0$ )

###### III.5.1.1.1 Les lignes iso-potentiels

Les lignes équipotentielles sont représentées sur la *Figure III.3*, en fonctionnement à vide. Les lignes du champ magnétique dans la machine pénètrent profondément dans le rotor.

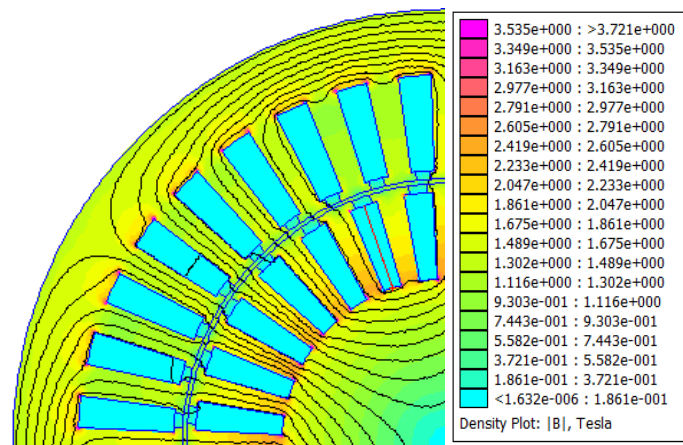


*Figure III.3:* Les lignes iso-potentiels à vide ( $g=0$ ).

### III.5.1.1.2 La densité de flux magnétique

A partir des potentiels aux nœuds, et en exploitant la relation (Eq II.26), les composantes radiale et tangentielle de l'induction magnétique en tout point de la machine sont calculées. Il est à noter que dans la méthode des éléments finis, la densité de flux est constante dans chaque élément (triangle).

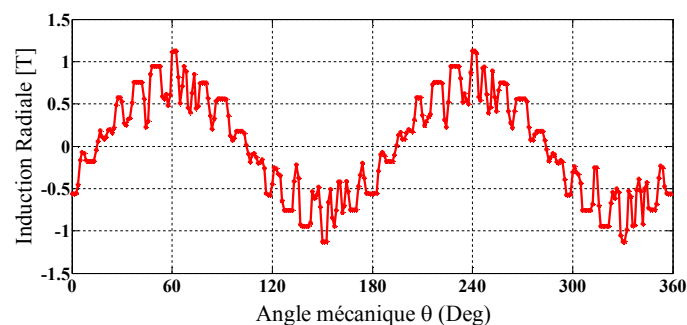
Le module de l'induction magnétique est représenté sur la (*Figure III.4*) ou nous pouvons voir en exploitant la légende que l'induction atteint 1.11 T au dessus de l'entrefer et 1.48 T en certains point dans le stator et dans le rotor.



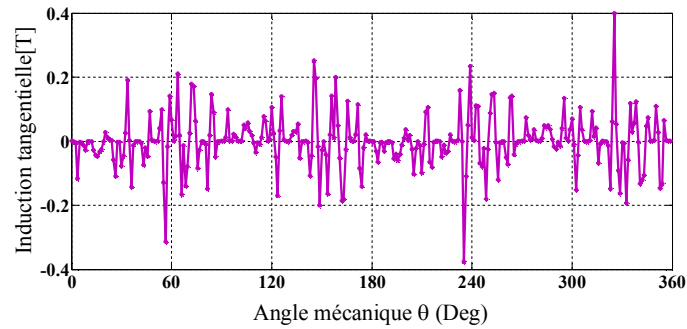
*Figure III.4:* lignes de champ et la densité du flux magnétique à vide « machine saine à  $g=0$  ».

### III.5.1.1.3 Distribution de l'induction dans l'entrefer

Le calcul du champ magnétique permet de déterminer les allures de l'induction radiale et tangentielle à vide dans l'entrefer. La répartition de l'induction radiale et tangentielle au milieu de l'entrefer est illustrée sur la *Figure III.5*. C'est cette induction qui avec la rotation du rotor permet de créer une F.e.m. induite au niveau du bobinage statorique. La valeur maximale de l'induction radiale atteint les 1.11 T.



(a)

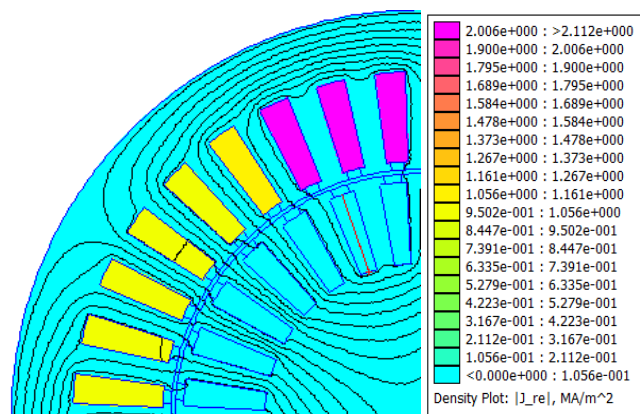


(b)

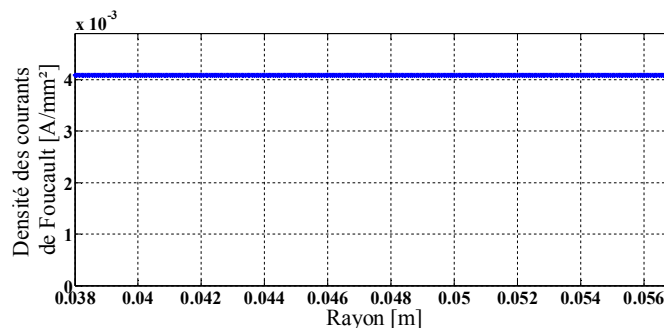
**Figure III.5:** Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l’entrefer  
« machine saine à g=0 ».

**III.5.1.1.4 La densité des courants de Foucault**

On constate dans la **Figure III.7** que la densité de courant de Foucault dans les barres du rotor à vide est très faible (presque nulle) et par conséquent les lignes de flux pénètrent profondément dans le rotor (**Figure III.6**).



**Figure III.6:** La distribution de la densité des courants de Foucault.  
« machine saine à g=0 »

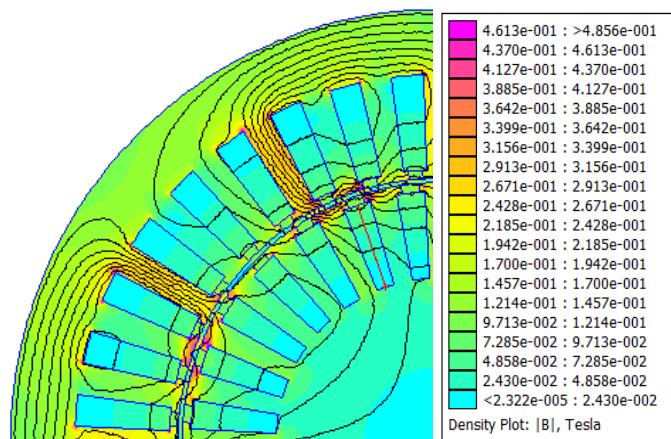


**Figure III.7:** La densité des courants de Foucault au milieu de la barre9 du rotor  
« machine saine à g=0 »

### III.5.1.2 Fonctionnement en charge ( $g=0.4$ )

#### III.5.1.2.1 La densité de flux magnétique

Le module de l'induction magnétique est représentée sur la *Figure III.8* ou nous pouvons constater en exploitant la légende que l'induction atteint 0.29 T au dessus de l'entrefer et 0.12 T en certains points dans le stator.

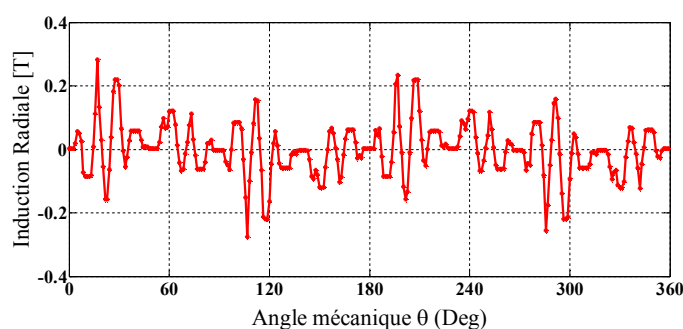


*Figure III.8:* La densité de flux magnétique « machine saine à  $g=0.4$  ».

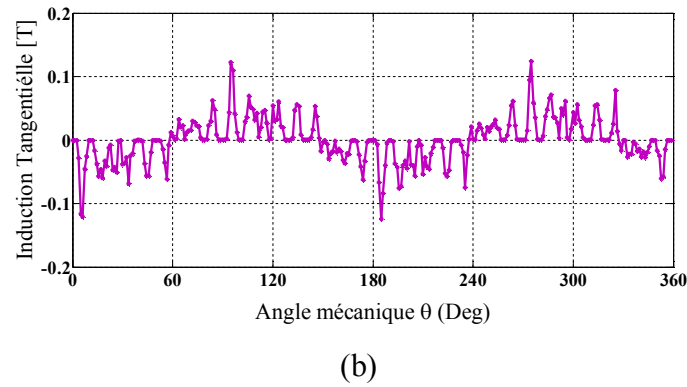
#### III.5.1.1.2 Distribution de l'induction dans l'entrefer

Le calcul du champ magnétique permet de déterminer les courbes de l'induction radiale et tangentielle en charge dans l'entrefer. La répartition de l'induction radiale et tangentielle au milieu de l'entrefer est illustrée sur la *Figure III.9*.

La valeur maximale de l'induction radiale en fonctionnement en charge diminue par rapport à celle à vide, elle atteint 0.29 T. Nous pouvons constater sur cette figure des oscillations provoquées par les encoches et les courants de Foucault.



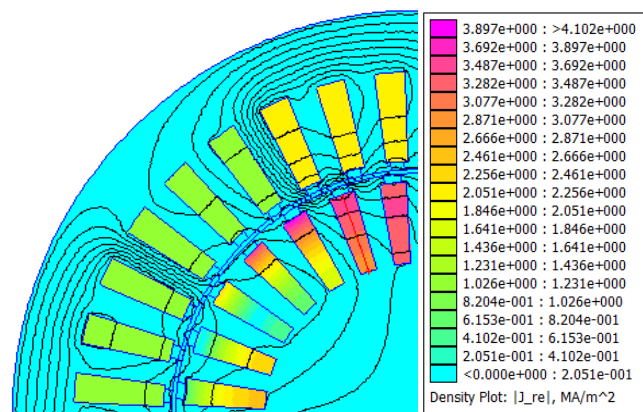
(a)



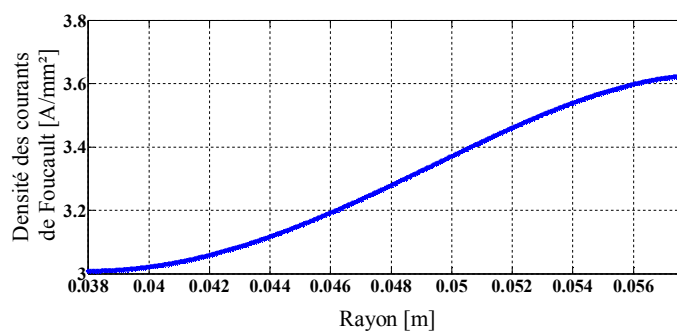
**Figure III.9:** Distribution de l'induction radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer en « machine saine à  $g=0.4$  ».

### III.5.1.2.3 La densité des courants de Foucault

La **Figure III.10** représente la distribution des courants de Foucault dans les barres rotoriques. La partie réelle de la distribution de la densité des courants de Foucault dans le milieu de la barre 9 du rotor est donnée sur la **Figure III.11**. La valeur maximale de la densité des courants de Foucault atteint les  $3.6 \text{ A/mm}^2$ , par contre elle est pratiquement nulle en fonctionnement à vide.



**Figure III.10:** La distribution de la densité des courants de Foucault en charge.  
« machine saine à  $g=0.4$  ».



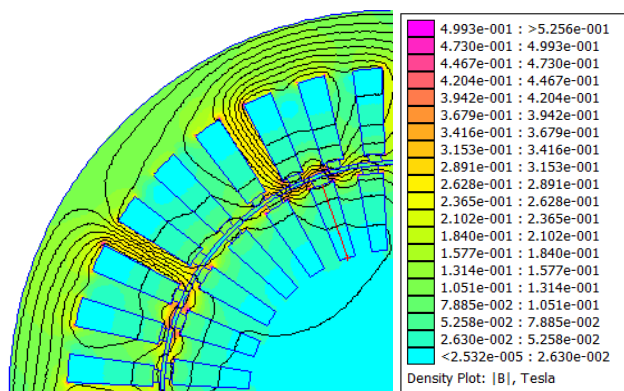
**Figure III.11:** La densité des courants de Foucault au centre de la barre 9 en charge  
« machine saine à  $g=0.4$  ».



### III.5.1.3 Fonctionnement à rotor bloqué ( $g=1$ )

#### III.5.1.3.1 La densité du flux magnétique

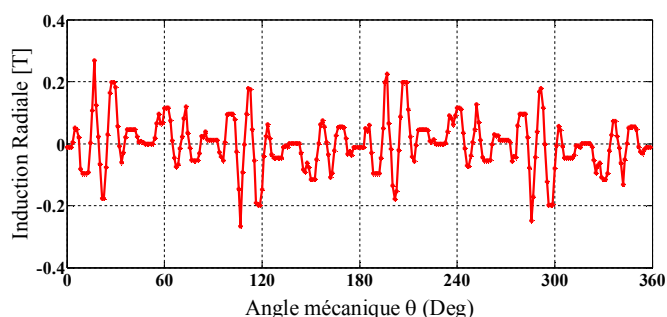
La *Figure III.12* montre que la distribution de l'induction radiale et tangentielle en fonctionnement à rotor bloqué reste comparable à celle en fonctionnement en charge. Le module de l'induction magnétique atteint 0.29 T au dessus de l'entrefer avec 0.13 T en certains points dans le stator et dans le rotor.



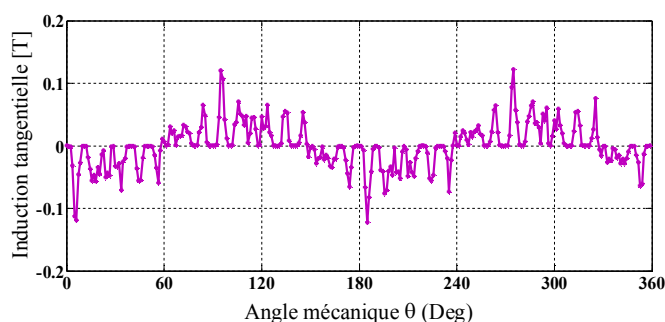
*Figure III.12:* La densité de flux magnétique à rotor bloqué « machine saine à  $g=1$  ».

#### III.5.1.3.2 Distribution de l'induction dans l'entrefer

En raison du courant induit, on peut voir que le champ magnétique est rejeté à la surface du rotor. Les formes d'ondes de la densité de flux radiale et tangentielle au milieu de l'entrefer sont présentées dans la *Figure III.13*.



(a)

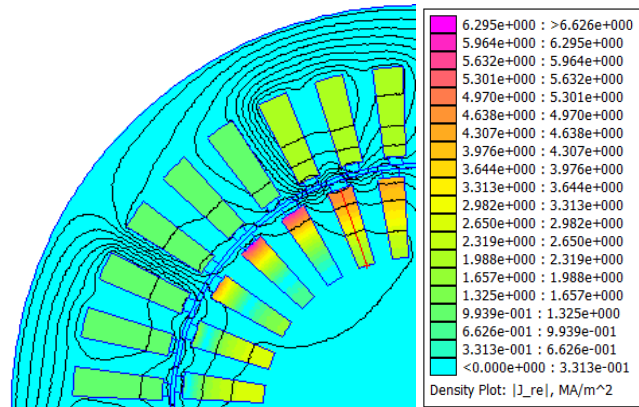


(b)

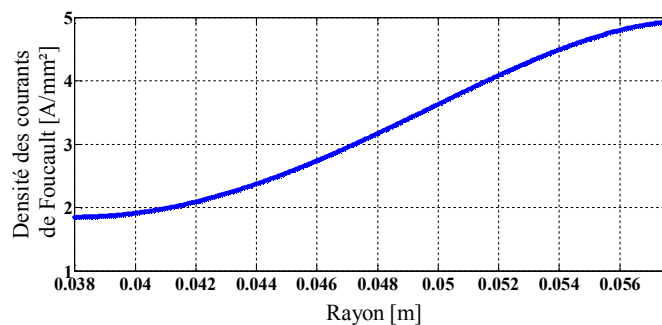
*Figure III.13:* Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer à rotor bloqué « machine saine à  $g=1$  ».

### III.5.1.3.3 La densité des courants de Foucault

Par rapport aux résultats en fonctionnement à vide, on peut observer l'influence des courants de Foucault à la fois sur l'induction radiale et les densités de flux tangentiels. On constate que la composante radiale de la densité de flux diminue. La partie réelle de la distribution de la densité des courants de Foucault dans le milieu de la barre 9 du rotor est donnée à la **Figure III.14**. La densité des courants de Foucault a tendance à se concentrer à la surface externe de la barre du rotor.



**Figure III.14:** La distribution de la densité des courants de Foucault « machine saine à  $g=1$  ».



**Figure III.15:** La densité des courants de Foucault « machine saine  $g=1$  ».

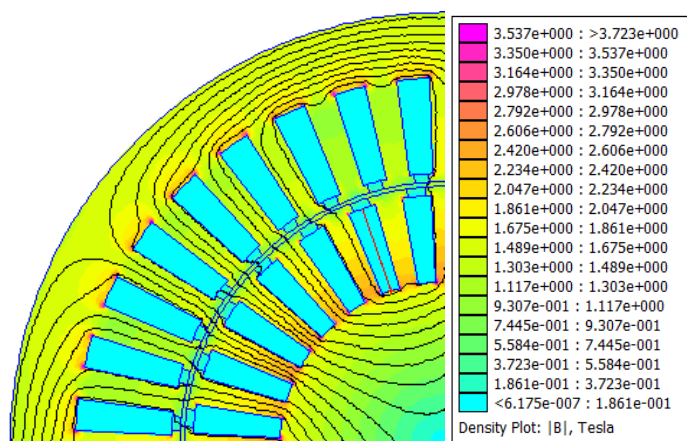
## III.5.2 Machine asynchrone avec barre cassée

Dans cette partie nous allons étudier l'influence d'une barre cassée (barre 10) sur la distribution du champ magnétique d'une machine asynchrone à cage, pour cela nous avons fixée la conductivité de la barre 10 du rotor :  $\sigma_{10} = 0$  S/m.

### III.5.2.1 Fonctionnement à vide

#### III.5.2.1.1 La densité du flux magnétique

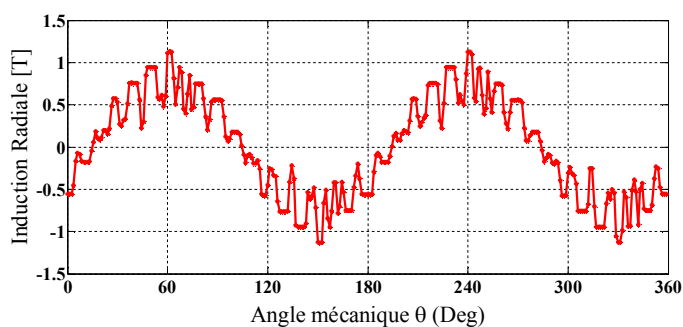
Comme la distribution de l'induction radiale et tangentielle ne change pas en fonctionnement à vide comme montré sur la **Figure III.16**, on en déduit que la barre cassée n'influe pas sur le comportement de la machine à vide.



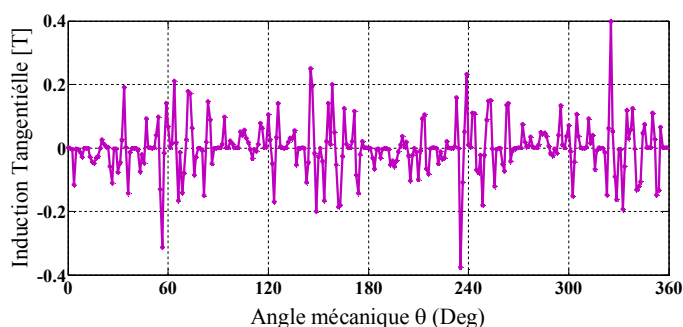
**Figure III.16:** La densité du flux magnétique à vide « machine avec barre cassée à  $g=0$  ».

### III.5.2.1.2 Distribution de l'induction dans l'entrefer

Nous constatons sur la **Figure III.17**, que la composante radiale est plus importante que la composante tangentielle et elle reste comparable à celle de la machine saine. En effet, il est difficile de constater l'effet de la barre cassée sur l'induction radiale.



(a)

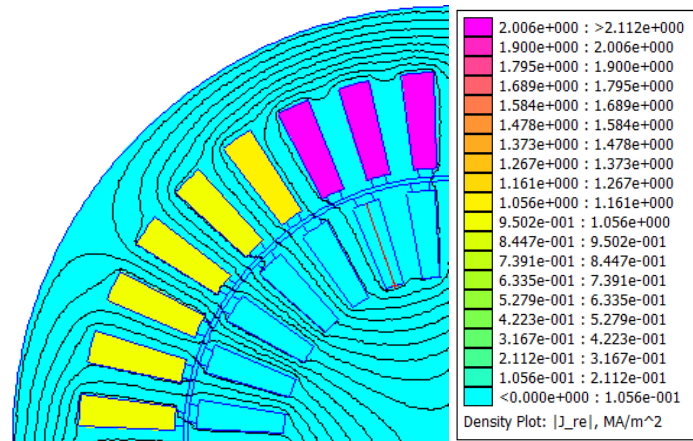


(b)

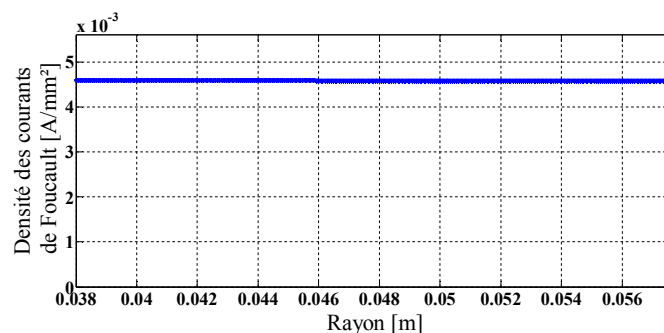
**Figure III.17:** Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer « machine avec barre cassée à  $g=0$  ».

### III.5.2.1.3 La densité des courants de Foucault

Nous remarquons que la densité des courants de Foucault dans les barres rotoriques sont encore faible (*Figure III.18 et 19*) et aucune influence de la barre cassée n'est remarquée à vide.



*Figure III.18:* La distribution de la densité des courants de Foucault à vide  
« machine avec barre cassée à  $g=0$  ».

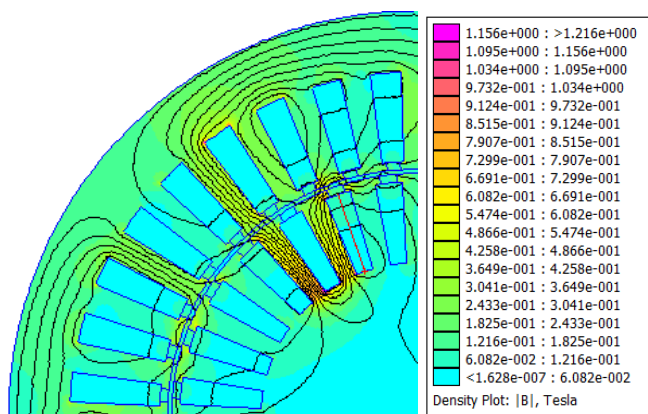


*Figure III.19:* La densité des courants de Foucault à vide « machine avec barre cassée à  $g=0$  ».

## III.5.2.2 Fonctionnement en charge

### III.5.2.2.1 La densité du flux magnétique

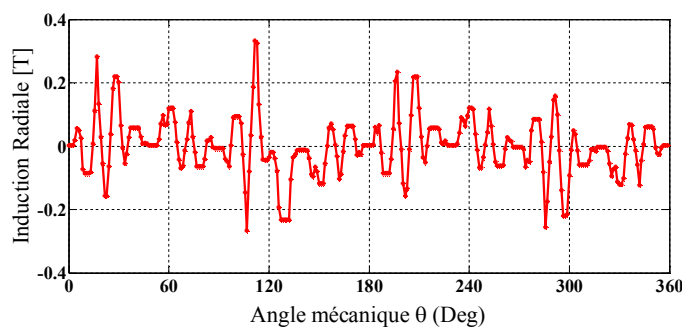
La *Figure III.20* montre l'influence de la barre cassée sur la distribution du champ magnétique en charge à  $g=0.4$  où nous pouvons voir la circulation des lignes du champ autour de la barre cassée.



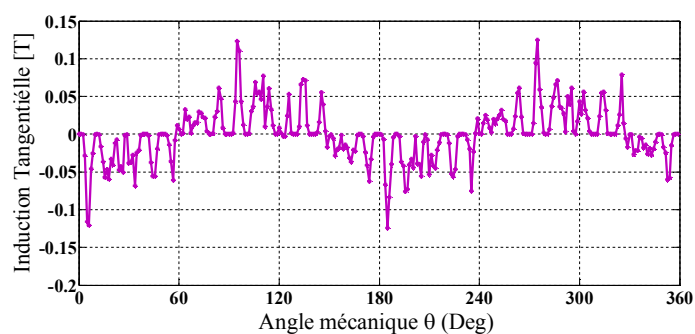
**Figure III.20:** La densité du flux magnétique en charge « machine avec barre cassée à  $g=0.4$  ».

### III.5.2.2.2 Distribution de l'induction dans l'entrefer

L'augmentation de la valeur de la composante radiale (**Figure III.21**) de l'induction confirme l'influence de la barre cassée en charge à  $g=0.4$ .



(a)



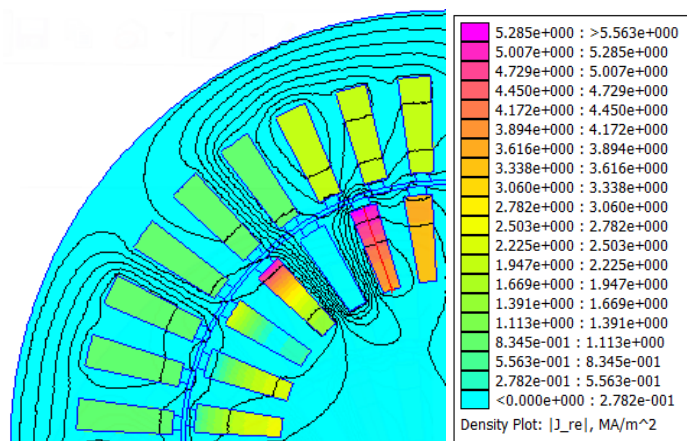
(b)

**Figure III.21:** Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer en charge « machine avec barre cassée à  $g=0.4$  »

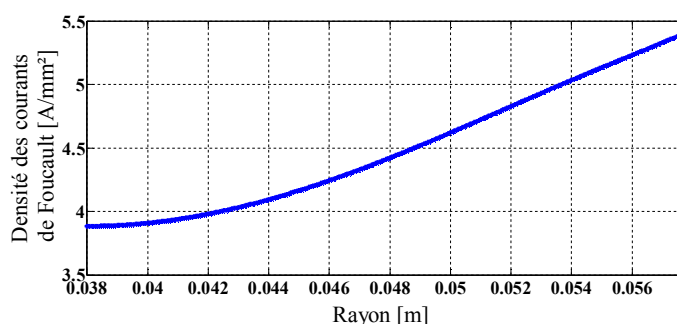
### III.5.2.2.3 La densité des courants de Foucault

La valeur maximale de la densité des courants de Foucault est nulle dans la barre cassée, par contre elle atteint  $5.5 \text{ A/mm}^2$  dans les barres saines (**Figure III.22**). En fonctionnement avec la barre 10 cassée, nous pouvons remarquer sur la légende de

la **Figure III.22** que cette densité augmente dans les barres 9 et 11 qui se trouvent à proximité de la barre cassée en comparaison avec la machine saine. La partie réelle de la distribution de la densité des courants de Foucault dans le milieu de la barre 9 du rotor est donnée à la **Figure III.23**.



**Figure III.22:** La distribution de la densité des courants de Foucault en charge  
« machine avec barre cassée et  $g=0.4$  ».

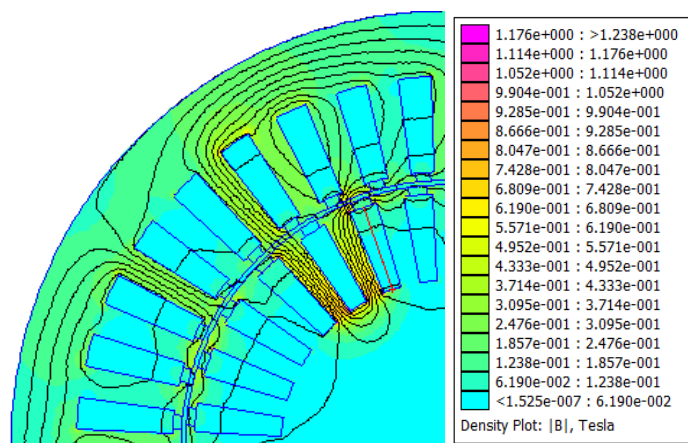


**Figure III.23:** La densité des courants de Foucault « machine avec barre cassée et  $g=0.4$  ».

### III.5.2.3 Fonctionnement avec rotor bloqué ( $g=1$ )

#### III.5.2.3.1 La densité du flux magnétique

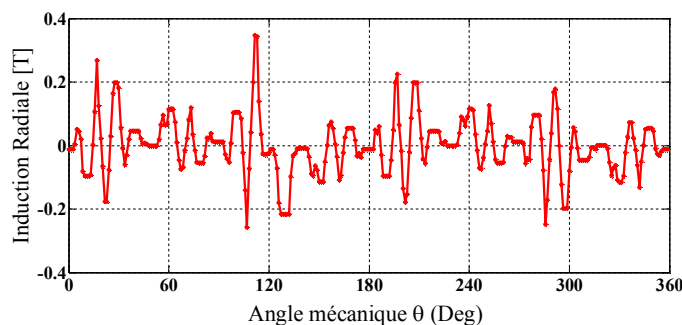
La distribution du champ magnétique en fonctionnement avec rotor bloqué est représentée sur la **Figure III.24**. Dans ces conditions aussi, nous pouvons constater que les lignes de champs contournent et ne pénètrent pas à l'intérieur de la barre 10 cassée.



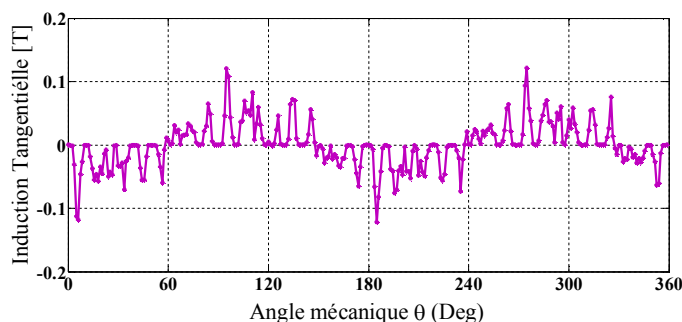
**Figure III.24:** La densité du flux magnétique « machine avec barre cassée à  $g=1$  ».

### III.5.2.3.2 Distribution de l'induction dans l'entrefer

La distribution de l'induction au milieu de l'entrefer à rotor bloqué est représentée sur la **Figure III.25**. La valeur de l'induction radiale atteint 0.4 T aux alentours de la barre cassée 10.



(a)



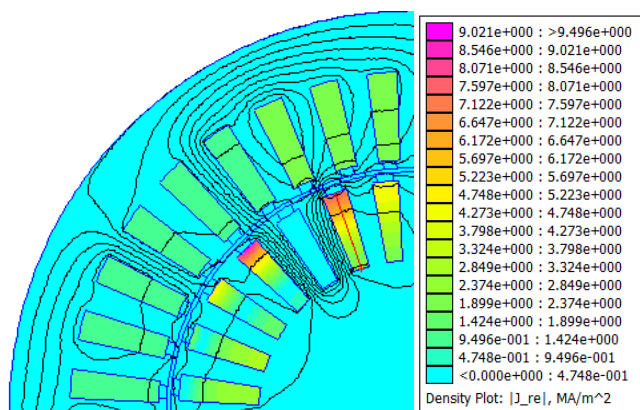
(b)

**Figure III.25:** Inductions radiale (a) et tangentielle (b) au milieu de l'entrefer d'une « machine avec barre cassée à  $g=1$  ».

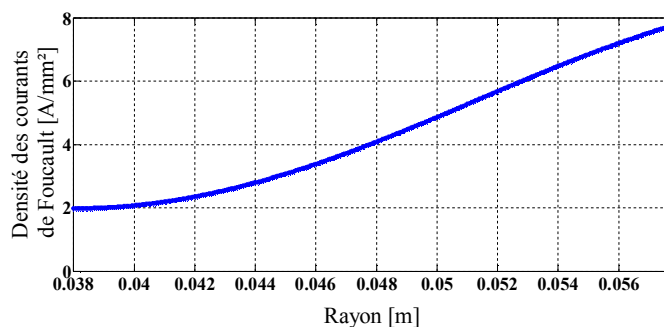
### III.5.2.2.3 La densité du courant de Foucault

Les lignes de flux et la distribution des courants de Foucault dans les barres du rotor lorsque la barre 10 est cassée sont montrés sur la **Figure III.26**. On peut observer la valeur nulle des courants de Foucault dans la barre 10 et la valeur élevée

des courants de Foucault dans les barres à proximité de la barre 10. La densité de courant de Foucault au milieu de la barre 9 est représentée sur la **Figure III.26**. Cette densité est maximale et atteint  $8\text{A}/\text{mm}^2$ .



**Figure III.26:** La distribution de la densité des courants de Foucault « machine avec barre cassée à  $g=1$  ».



**Figure III.27:** La densité des courants de Foucault « machine avec barre cassée à  $g=1$  ».

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la modélisation électromagnétique de la machine asynchrone à cage en utilisant la méthode des éléments finis. Cette méthode qui prend en considération les paramètres géométriques et physique de la machine permet de déterminer la distribution du champ magnétique dans toute la machine et les courants de Foucault au niveau des barres rotoriques que ce soit dans le cas d'une machine saine ou en défaut.

En effet, nous avons pu déterminer l'influence d'une barre cassée du rotor sur les autres barres et sur la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer.



## *Chapitre IV*

*Calcul par éléments  
finis des paramètres  
du schéma équivalent*

### IV.1 Introduction

Parmi les méthodes de détermination des paramètres du schéma équivalent de la machine asynchrone à cage, nous citons le modèle basé sur les méthodes expérimentales autrement dit essai à vide et essai à rotor bloqué. Néanmoins, les paramètres équivalents ramenés au stator peuvent être déterminés par un essai en charge.

Avec le développement des machines asynchrones utilisées en vitesse variable, il est devenu nécessaire de déterminer les paramètres du schéma équivalent de la machine de façon précis, que ce soit pour simuler et prévoir le comportement de la machine alimentée par son convertisseur statique, ou pour connaître l'évolution des différents paramètres (courants rotoriques, vitesse, couple), lors d'un défaut en régime dynamique ou en fonctionnement normal.

Le calcul basé sur la détermination numérique des grandeurs locales est, particulièrement, bien adapté à la mise en évidence de ces performances. Cette détermination numérique permet, de plus, d'explorer une large gamme de fonctionnement, sans risques matériels et d'éviter des essais expérimentaux par fois difficiles à réaliser.

Dans ce chapitre nous exposons, aussi, la méthode de calcul par éléments finis des paramètres réactifs et actifs et de leurs variations en fonction du glissement.

### IV.2 Courant des barres rotoriques et définition de l'enroulement

La densité des courants de Foucault induits dans le  $j^{\text{ème}}$  barre de rotor pour une machine saine est donnée par :

$$Jb_j(r, \theta) = -j\omega_{rm}\sigma_j A_z I_j(r, \theta) \quad (\text{Eq IV.1})$$

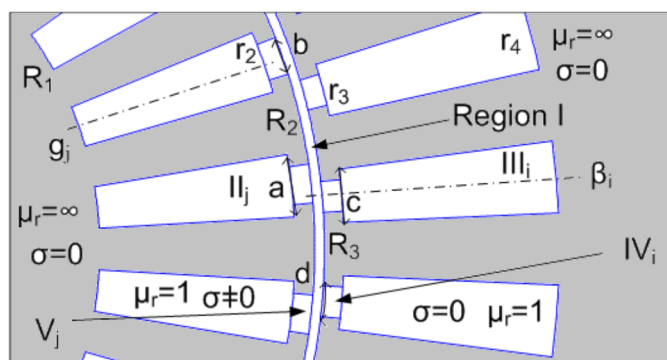


Figure IV.1 : Zoom du modèle étudié avec barres saines.

**Région I** : représente l'entrefer

**Région II** : représente les barres du rotor.

**Région III** : représente les encoches du stator.

**Région IV** : représente les semi-encoches du stator.

**Région V** : représente les semi-encoches du rotor.

Il est à noter que, dans la barre cassée, la conductivité électrique est nulle et, par conséquent, que la densité de courant est nulle.

Le courant dans la  $j^{\text{ème}}$  barre du rotor saine est donné par :

$$I b_j = \int_{R_1}^{r_2} \int_{g_j - \frac{a}{2}}^{g_j + \frac{a}{2}} J b_j r dr d\theta \quad (\text{Eq IV.2})$$

Afin de calculer la distribution du champ magnétique et les courants de Foucault dans chaque région, la densité des courants du stator dans les encoches pour les trois phases est définie par une matrice de connexion entre les courants de phase et les encoches du stator (pour un pôle) :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq IV.3})$$

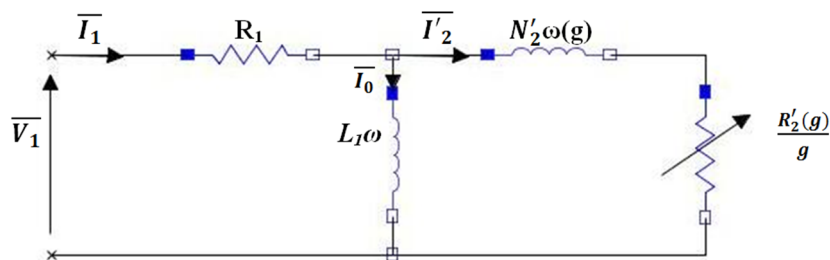
Pour le moteur asynchrone triphasé à cage étudié, le courant est supposé sinusoïdal équilibré. Les densités de courant dans les encoches du stator sont définies par :

$$J_i = \frac{N_c}{S} \cdot C^T \cdot I_m \cdot [1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}}] \quad (\text{Eq IV.4})$$

Où  $S = \frac{c \cdot (r_4^2 - r_3^2)}{2}$  est la surface des encoches du stator (avec  $r_3$  est le rayon intérieur et  $r_4$  le rayon extérieur),  $N_c$  le nombre des conducteurs par encoche,  $C^T$  est la transposée de la matrice de connexion, et  $I_m$  la valeur max du courant de phase.

### IV.3 Identification des paramètres du schéma équivalent

La détermination des flux et des f.e.m des encoches statoriques, permet de calculer les paramètres du circuit électrique équivalent (CEE) du moteur à induction. De nombreuses versions du CEE peuvent être proposées selon le but de son utilisation et le niveau de précision nécessaire. Dans ce chapitre, un CEE simplifié est utilisé. En négligeant les pertes de fer ( $R_f = 0$ ) et en supposant que seulement le fondamental est considéré, le CEE représenté sur la **Figure IV.2** peut être utilisé.



**Figure IV.2 :** schéma équivalent d'un moteur asynchrone à cage.

Dans ce circuit, les composants électriques du circuit sont définies par :

$R_s$  est la résistance du bobinage stator qui peut être déterminé par la formule analytique classique ou par un essai avec courant continu.

$L_1$  est l'inductance de magnétisation.

$N'_2(g)$  est l'inductance de fuite totale ramenée au stator en fonction du glissement.

$R'_2(g)$  est la résistance équivalente au rotor ramenée au stator en fonction du glissement.

L'inductance de magnétisation  $L_1$  peut être déterminée en effectuant une simulation par éléments finis du fonctionnement à vide ( $g = 0$ ).

Avec une alimentation en courant triphasée sinusoïdale :

$$I = I_m \cdot [1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}}] \quad (\text{Eq IV.5})$$

La résolution des équations du champ permet de déterminer les flux de chaque phase  $[\psi_a \psi_b \psi_c]$ .

Nous avons donc pour la phase a,

$$L_1 = \frac{\psi_a}{I_m} \quad (\text{Eq IV.6})$$

Le vecteur flux de chaque phase en complexe est donné par

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = N_c C^T [\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_{Q_s-1} \varphi_{Q_s}] \quad (\text{Eq IV.7})$$

Où le flux de chaque encoche statorique est calculé à partir de la méthode basée sur le théorème de Stokes en utilisant le potentiel vecteur dans les encoches du stator :

$$\varphi_i = \frac{Lu}{g} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} \int_{r_3}^{r_4} A_z III_i(r, \theta) r dr d\theta \quad (\text{Eq IV.8})$$

Avec  $A_z III_i$  est le potentiel vecteur dans chaque encoche statorique.

Le calcul des paramètres du rotor nécessite la simulation par éléments finis du comportement électromagnétique de la machine pour une valeur donnée du glissement ( $g \neq 0$ ).

Pour le fonctionnement en charge,  $g \neq 0$ , les courants des phases d'entrées sont imposés. La résolution de l'équation du champ permet de déterminer les flux magnétiques de chaque phase. Ensuite, le courant secondaire  $I'_2$  est calculé pour la phase « a » par exemple:

$$I'_2(g) = I_m - \frac{\psi_a(g)}{L_1} \quad (\text{Eq IV.9})$$

L'impédance secondaire totale  $Z'_2$  de la phase « a » peut être calculée par :

$$Z'_2(g) = \frac{j \cdot \omega \cdot \psi_a(g)}{I'_2(g)} = \frac{R'_2(g)}{g} + j \cdot N'_2(g) \cdot \omega \quad (\text{Eq IV.10})$$

$$R'_2(g) = g \cdot \Re\{Z'_2(g)\} \quad (\text{Eq IV.11})$$

$$N'_2(g) = \frac{\Im\{Z'_2(g)\}}{\omega} \quad (\text{Eq IV.12})$$

Lorsque la machine est alimentée avec une tension triphasée constante :

$$V = V_m \cdot [1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}}] \quad (\text{Eq IV.13})$$

Le courant du stator de la phase « a » en fonction du glissement peut être déterminé par le CEE comme :

$$I_1(g) = \frac{V_1}{[Z_{op}(g) + R_s]} \quad (\text{Eq IV.14})$$

$$Z_{op}(g) = \frac{j \cdot L_1 \cdot \omega \cdot [\frac{R'_2(g)}{g} + j \cdot N'_2(g) \cdot \omega]}{j \cdot L_1 \cdot \omega + [\frac{R'_2(g)}{g} + j \cdot N'_2(g) \cdot \omega]} \quad (\text{Eq IV.15})$$

Pour un courant statorique donné et un glissement donné, le couple peut être calculé par la méthode du tenseur de Maxwell ou par le CEE.

A travers la force contre-électromotrice :

$$E_1(g) = V_1 - R_1 I_1(g) \quad (\text{Eq IV.16})$$

La puissance apparente transmise au rotor est calculée par :

$$S_{tr}(g) = \frac{3 E_1(g) I_1^*(g)}{\sqrt{2} \sqrt{2}} = P_{tr}(g) + j Q_{tr}(g) \quad (\text{Eq IV.17})$$

La caractéristique couple électromagnétique-glissement déterminée par le CEE est obtenue par :

$$T_{em}(g) = \frac{P_{tr}(g)}{\frac{\omega}{p}} \quad (\text{Eq IV.18})$$

Selon le tenseur de Maxwell, le couple  $T_{em}$  électromagnétique est calculé en utilisant l'expression analytique :

$$T_{em} = \frac{Lu R_g^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \Re\{BI_r(R_g, \theta) BI_\theta^*(R_g, \theta)\} d\theta \quad (Eq IV.19)$$

Où  $R_g$  : est le rayon de la trajectoire circulaire placée au centre de l'entrefer,  $Lu$  : est la longueur axiale du moteur, avec  $BI_r(R_g, \theta)$  et  $BI_\theta(R_g, \theta)$  sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de la densité de flux dans le milieu de l'entrefer. Il est à noter que  $BI_\theta^*(R_g, \theta)$  est le conjugué complexe de  $BI_\theta(R_g, \theta)$ .

#### IV.4 Paramètres de fonctionnement de la machine étudiée

La machine asynchrone à cage étudiée présente les caractéristiques de fonctionnement suivantes :

$$f=50 \text{ Hz}, R_s=0.5\Omega, V_s=230 \text{ V}.$$

La valeur de l'inductance de magnétisation calculée par éléments finis à  $g = 0$  pour les trois phases est :

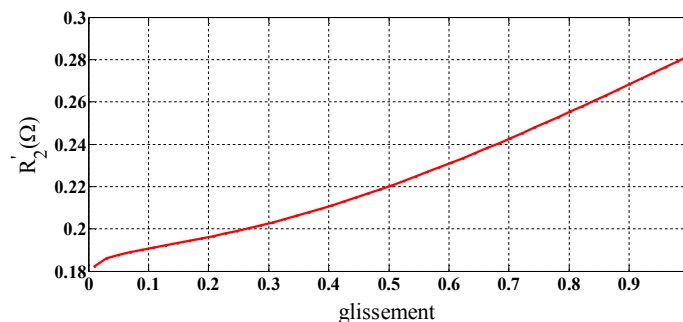
$$L_{1\omega}=13.56 \Omega.$$

#### IV.5 Les performances électromagnétiques

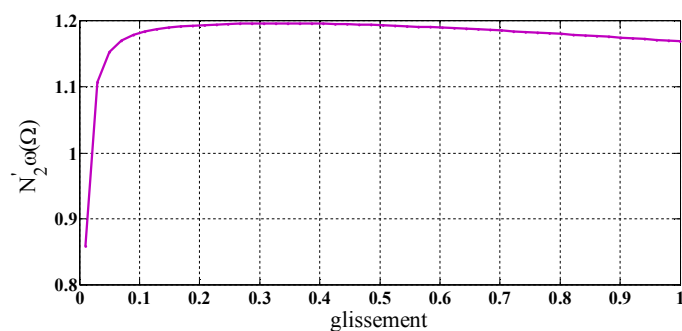
##### IV.5 .1 Machine asynchrone saine

##### IV.5.1.1 Paramètres du CEE en fonction du glissement

Nous représentons sur la **Figure IV.3**, la variation de la résistance équivalente au rotor et la réactance de fuite totale ramenée au stator. Sur cette figure, nous pouvons constater que la résistance du rotor augmente légèrement avec le glissement et la réactance de fuite équivalente augmente pour atteindre  $1.2\Omega$  en  $g=0.1$  puis devient pratiquement constante.



(a)

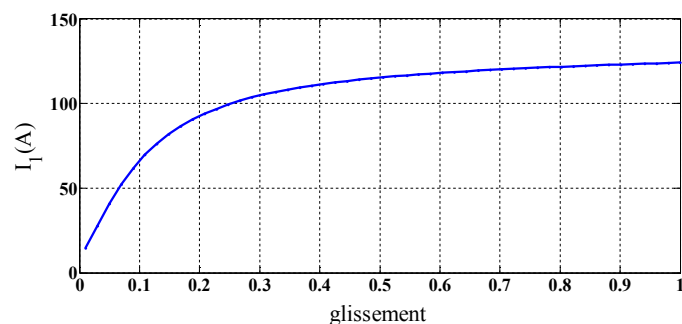


(b)

**Figure IV.3 :** Paramètres du rotor en fonction du glissement.

#### IV.5.1.2 Caractéristique courant-glissement

Nous pouvons constater sur la **Figure IV.4** que le courant statorique est maximal au démarrage ( $g=1$ ). Il atteint 125A pour la machine étudiée. Quant au régime permanent, le courant statorique de fonctionnement normal est de l'ordre de 50 A correspondant à un glissement de 6%.



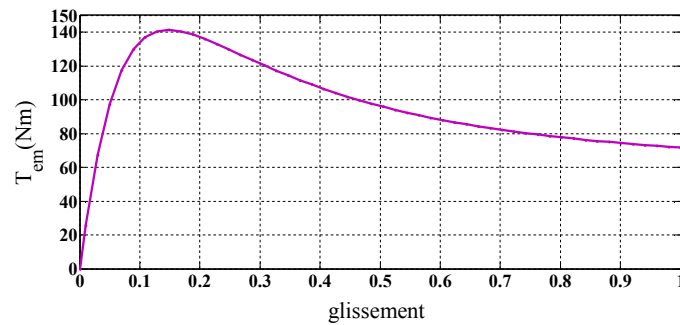
**Figure IV.4 :** Caractéristique courant statorique-glissement.

#### IV.5.1.3 Caractéristique couple-glissement

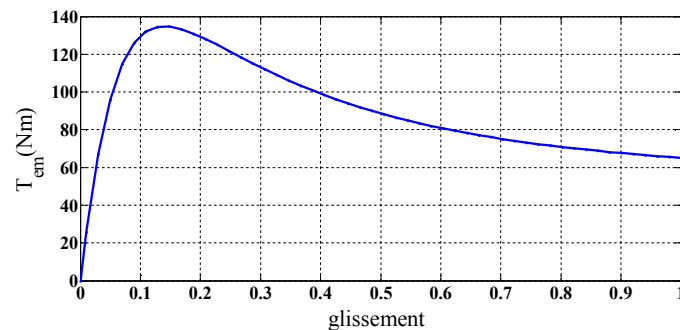
A partir du calcul des paramètres du schéma équivalent en fonction du glissement en utilisant un calcul à vide et en charge, nous avons utilisé l'expression (*Eq IV.18*) pour calculer le couple électromagnétique en fonction du glissement représenté sur la **Figure IV.5.a**. Nous pouvons constater sur cette figure, que le couple maximal de 140 Nm est atteint pour un glissement critique de 0.13. Aussi, le couple de démarrage de la machine étudiée est de 70 Nm.

La **Figure IV.5.b** représente la caractéristique couple électromagnétique-glissement obtenue par éléments finis. On constate sur cette figure, que le couple

maximal de 137 Nm est atteint pour un glissement critique 0.13. Aussi, le couple de démarrage de la machine étudiée est de 65 Nm. Par conséquent, les deux méthodes permettent d'obtenir des résultats concordants.



(a) Par schéma équivalent.



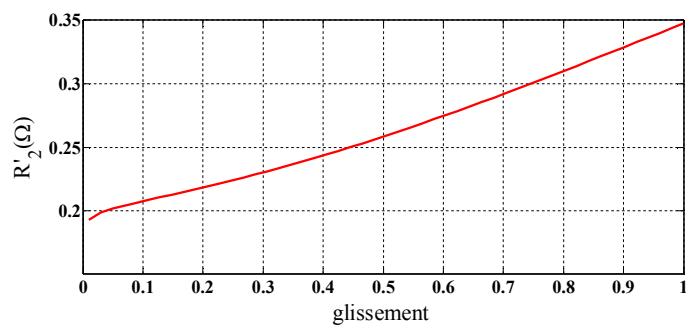
(b) Par éléments finis.

**Figure IV.5:** Caractéristique couple-glissement.

## IV.5.2 Machine asynchrone avec barre cassée

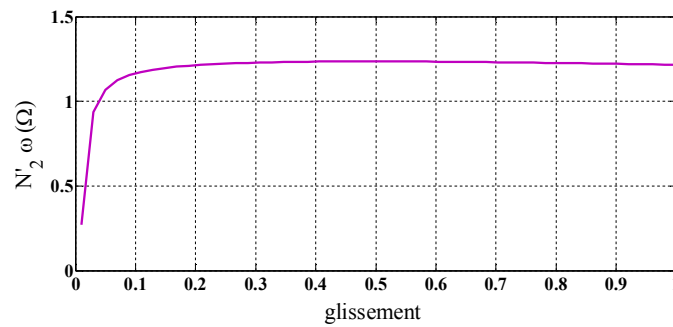
### IV.5.2.1 Paramètres du CEE en fonction du glissement

Dans le cas d'un fonctionnement avec une barre cassée au rotor, nous montrons sur la **Figure IV.6.a** que la résistance du rotor ramenée au stator en fonction du glissement est relativement plus élevée que pour la machine saine. Alors que la réactance de fuite équivalente reste pratiquement comparable à celle avec rotor sain (**Figure IV.6.b**).



(a)



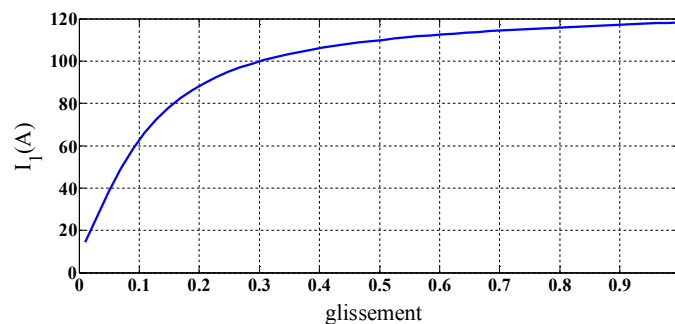


(b)

**Figure IV.6 :** Paramètres du CEE en fonction du glissement.

#### IV.5.2.2 Caractéristique courant-glissement

Nous pouvons constater sur la **Figure IV.7** que le courant du stator de 40 A est atteint pour un glissement critique 6%. Au démarrage, le courant atteint 118A. Ainsi, il est difficile à travers cette caractéristique de voir l'effet de la barre cassée.

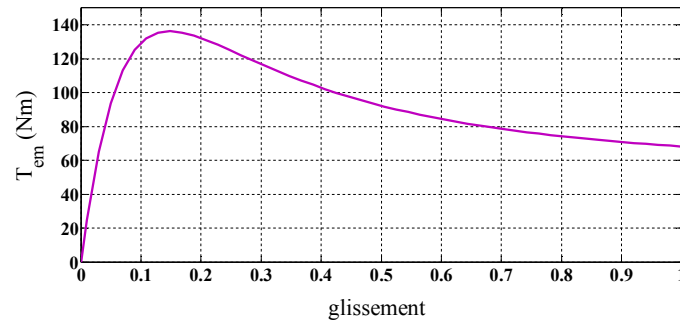


**Figure IV.7 :** Caractéristique courant-glissement.

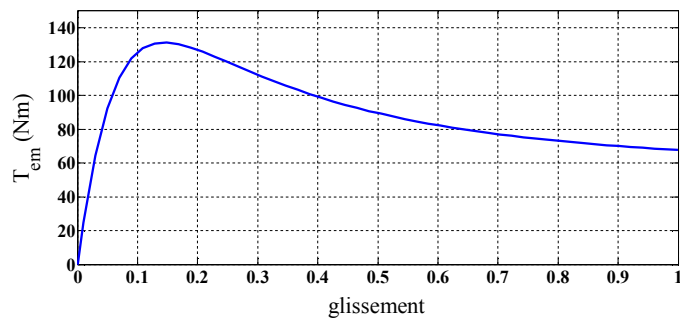
#### IV.5.2.3 Caractéristique couple-glissement

Nous montrons sur la **Figure IV.8.a** que le couple maximal de 138 Nm est atteint pour un glissement critique de 0.13. Aussi, le couple de démarrage de la machine étudiée est de 65 Nm. Ainsi, la barre cassée a dégradé le couple maximal ainsi que le couple de démarrage.

Nous avons utilisé l'expression (Eq IV.19) pour tracer le couple électromagnétique en fonction du glissement représenté sur la **Figure IV.5.a**. Le couple maximal de 130 Nm est atteint pour un glissement critique 0.13. Le couple de démarrage est de 65Nm. Dans ce cas aussi, les valeurs du couple électromagnétique en fonction du glissement obtenues avec le tenseur de Maxwell et le CEE restent comparables.



(a) par schéma équivalent




(b) par éléments finis

**Figure IV.8** : Caractéristique couple-glissement.

## IV.6 Conclusion

Il existe, principalement, deux approches différentes pour l'étude de la machine asynchrone: le schéma équivalent et la méthode des éléments finis. Les méthodes classiques de détermination des paramètres du schéma équivalent sont approximatives, car basées sur des modèles simplifiés du champ. La méthode des éléments finis (M. E. F.) est plus précise car elle permet de prendre en compte des phénomènes complexes tels que la saturation et l'effet de peau dans la machine, mais exige généralement des moyens et des temps de calcul importants. Pour combiner les deux approches ci-dessus, nous avons abordé, au cours de notre travail, le problème de la détermination des paramètres du schéma équivalent de la machine asynchrone par la méthode des éléments finis en fonctionnement normal et avec défaut rotorique. Ainsi nous obtenons un schéma équivalent précis et facile à mettre en œuvre.



*Conclusion  
générale*

La machine asynchrone à cage est caractérisé par des équations électriques complexes, ou apparaissent des paramètres dont la détermination s'avère difficile, de plus, la difficulté d'accéder aux informations rotoriques, nous laisse dans l'impossibilité de voir le comportement et l'évolution des courants rotoriques en régime dynamique.

Pour cela nous avons présenté et développé une modélisation basée sur la résolution des équations de la machine asynchrone en terme de potentiel vecteur par éléments finis.

La vulgarisation et le développement de l'outil informatique sont parmi les raisons qui ont projeté les méthodes numériques au devant de la modélisation. L'une des méthodes utilisées à cette fin est la méthode des éléments finis. C'est une méthode puissante qui permet d'intégrer pratiquement tous les phénomènes inhérents au fonctionnement de ces machines tels le mouvement et la saturation.

Le travail qui nous a été assigné dans ce mémoire est la conception d'une machine asynchrone à cage d'écureuil tout en étudiant ces performances en état sain et avec barre cassée.

Nous avons commencé par l'élaboration d'un programme Matlab de mise en œuvre de la méthode des éléments finis sur le logiciel FEMM pour la résolution du problème électromagnétique.

L'équation qui régie le fonctionnement de notre machine a été formulée à partir des équations de Maxwell pour aboutir à une équation différentielle aux dérivées partielles, qu'on a résolu numériquement par la méthode des éléments finis triangulaires, pour avoir comme solution une répartition du potentiel vecteur magnétique et les différentes grandeurs qui peuvent être dérivés directement de celui-ci (c'est-à-dire l'induction magnétique et les performances électromagnétiques) sur l'ensemble de notre domaine d'étude.

Dans ce mémoire, nous avons étudié la machine asynchrone à cage d'écureuil dans les trois cas de fonctionnement : à vide, à rotor bloqué et en charge et dans le cas d'une machine saine (sans défaut) et avec barre cassée. En utilisant la composante tangentielle du tenseur de Maxwell, nous avons calculés le couple électromagnétique.

L'étude paramétrique entamée au troisième chapitre, nous a permis de connaître l'influence de certains paramètres comme, la cassure des barres sur la distribution de l'induction dans l'entrefer, le couple électromagnétique et les courants de Foucault.

Il existe, principalement, deux approches différentes pour l'étude de la machine asynchrone: le schéma équivalent et la méthode des éléments finis. Pour combiner ces deux approches, nous avons abordé, au cours de notre travail, le problème de la détermination des paramètres du schéma équivalent de la machine asynchrone par la méthode des éléments finis. Ainsi nous obtenons un schéma équivalent précis et facile à mettre en œuvre.



## *Références*

- [1]. Mouad Oubidar. Sedik Bendaoud. « Machine synchrone/asynchrone ». Projet de fin d'étude en ingénierie dans le cadre du programme en génie électromécanique 30 avril 2010 Université du Québec.
- [2]. Pierre mayé « aide mémoire électrotechnique », livre.
- [3]. Bapyo bayala « la machine asynchrone », Edition revue 2010.
- [4]. Radouane Bousseksou « modélisation analytique des machines asynchrone application au diagnostic » thèse de magister en électrotechnique, 2007 Université Mentouri Constantine.
- [5]. Rafik Merad « outils de diagnostic appliqués a la machine asynchrone triphasée a cage d'écurueil », thèse de magister en électrotechnique, 2005/2006, Université de Constantine.
- [6]. Rebbah Redjem, « Calcul et Conception Assistée par Ordinateur des Machines Electriques Application aux moteurs asynchrones », thèse de magister, Université Mentouri Constantine, 2006.
- [7]. Damech Zakaria, Mokhtari Brahim, « modélisation et simulation d'une génératrice asynchrone en saturation », thèse de master en génie électrique, 2011/2012, Université Kasdi Merbah–Ouargla.
- [8]. Théodore Wildi, « électrotechnique », livre 3<sup>ème</sup> édition.
- [9]. M Yao Bi N'guessan, Jean-Luc, “ Méthode des Eléments Finis Mixtes et Conditions Aux Limites Absorbantes Pour la Modélisation des Phénomènes Electromagnétique Hyperfréquences”, Thèse de Doctorat, L'école Doctorat de Lyon ,1995.
- [10]. Chouaib Labiod, «Modélisation des phénomènes électromagnétiques dans une machine à reluctance variable », thèse de Magister université de biskra, 12/05/2014.
- [11]. C. Sabonnadière, L. Coulomb, «Calcul des champs électromagnétiques», Technique de l'ingénieur D 3020.
- [12]. P. Mas, « Modélisation en électromagnétisme », étude technique, janvier 1992.
- [13]. M. Feliachi, « Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d'une modélisation dynamique des machines électriques», thèse de docteur ingénieur, conservatoire national des Arts et Métiers (CNAM), Université de Paris VI, Janvier, 1981.
- [14]. Khebbab Mohamed, « Etude et Modélisation de Capteur a Courant de Foucault pour le contrôle non destructif (CND) », Thèse de magister, université de Constantine, 2007.
- [15]. G. Datt et G.Touzot « Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis », Maloine S.A. Editeur Paris, Deuxième édition, 1984.
- [16]. Ounnadi Mohammed, « Elaboration d'un modèle d'étude en régime dynamique d'une machine à aimants permanents », Thèse de magister, Université de Tizi-Ouzou, 07 avril 2011.
- [17]. Nehal Ouassila, « Etude et modélisation des paliers planaires », thèse de magister, Université de Constantine, 2009.
- [18]. M. Rachek, « Modélisation par éléments finis de systèmes électromagnétiques en mouvement de structures tridimensionnelles : application au couplage

- magnétique-mécanique et au contrôle non destructif par courant de Foucault », thèse de doctorat, UMMTO, 2007.
- [19]. E. Chauveau, « Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques : application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones », thèse de Doctorat de l'université de Nantes, 2001.
- [20]. Y. Boutora, « Elaboration de nouvelles méthodes de renumérotation des maillages en vue d'une modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents avec la méthode des éléments finis », thèse de doctorat, ENP, Alger, 2007.
- [21]. R. Kechroud, « Contribution a la modalisation des machines électriques par la méthode des élément finis associer aux multiplicateurs de Lagrange », thèse de doctorat, ENP, Alger.
- [22]. Ould Ouali, Samy Hassani, « Intégration de l'hystérésis magnétique dans un calcul éléments finis en vue de l'estimation des pertes dans les tôles des machines électriques », thèse de doctorat, Université de Tizi-Ouzou, 26 Septembre 2010.
- [23]. K. Boughrara, N. Takorabet, R. Ibtouen, O. Touhami, and F. Dubas, « Analytical Analysis of Cage Rotor Induction Motors in Healthy, Defective and Broken Bars Conditions », IEEE Transactions on Magnetics, 2015.



# ANNEXE

*Notice  
d'utilisation du  
logiciel FEMM*

## Une simple notice d'utilisation du logiciel Finite Element Magnetics Method

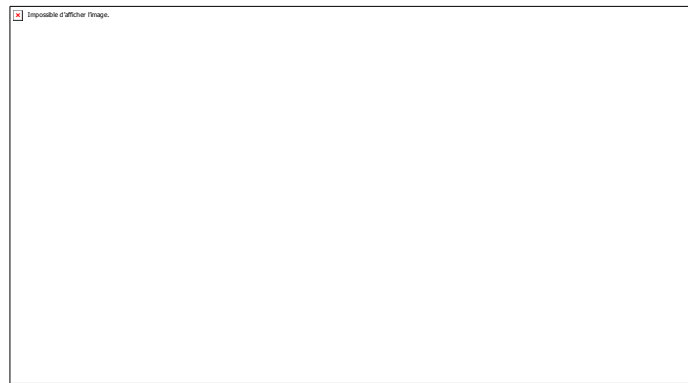
Le logiciel FEMM permet de résoudre des problèmes de magnétostatique et d'électromagnétisme. Pour illustrer l'utilisation du logiciel nous nous étudierons le cas d'une simple machine.

- Lancer le programme FEMM via l'icône comme indique la **Figure A.1**:



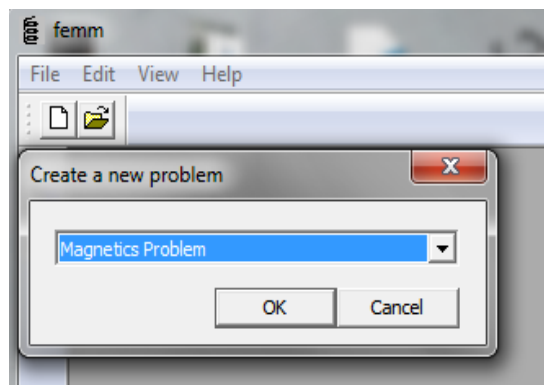
**Figure A.1** : Icône du programme FEMM

- Où par l'instruction sur Matlab. : **Openfemm** ;
- La **Figure A.2** s'affiche *par défaut* à l'ouverture du logiciel :



**Figure A.2**: Une fenêtre vide avec une barre de menu minimal

- Sélectionnez **New** dans le menu principal, une *boite de dialogue apparaît* **Figure A.3** permettant de répondre au besoin de bien définir le *problème à étudier*. (Dans notre cas nous choisissons *magnetics problem*).



**Figure A.3**: Type du problème

🚩 Où par les instructions suivantes sur Matlab :

```
addpath('C:\femm42\mfiles');
savepath;
openfemm;
newdocument(0);
```

Annotations :

- ← Ajouter les instruction de FEMM /Octave (pointe vers `addpath`)
- ← Ouvrir FEMM (pointe vers `openfemm`)
- ← 0:Magnétostatique  
1:Electrostatique (pointe vers `newdocument(0)`)

### ➤ Création du schéma de simulation

La première étape consiste à dessiner en 2D le model du circuit magnétique, mais avant choisissons quelques paramètres de la feuille d'édition.

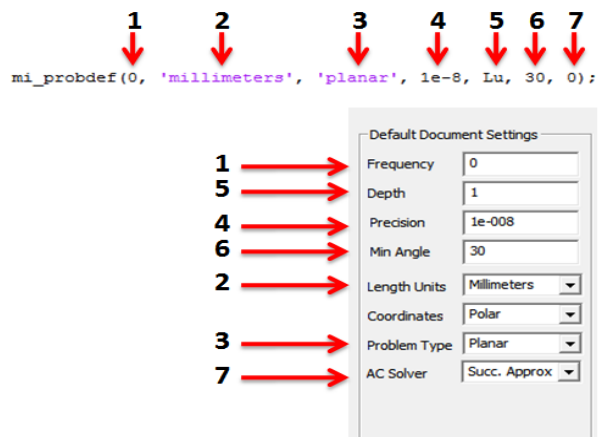
- Paramètre pour l'édition

- ❖ Choix de l'unité

Sélectionner *problem* puis *millimetres* par exemple .Vous trouverez en **Figure A.4** les différents paramètres à configurer et ainsi l'instruction équivalente sur Matlab.

- ❖ Choix d'une taille de grille :

Pour définir une taille de grille sélectionner *Grid* puis *Set Grid*.



**Figure A.4** : Fenêtre pour le choix de l'unité

Assurez-vous que les unités de longueur sont définies par millimètre et que la fréquence est réglée sur **0**.

1 : fréquence

2 : unité du fond

3 : type de problème (/axisymétrique)

4 : précision de maillage

5 : longueur actif de la machine

6 : mesure des *angles*

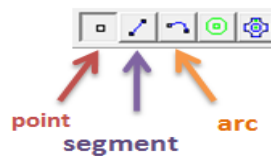
7 : méthode de solution (analyses de simulation)

- **La réalisation du schéma de simulation**

Afin de placer un nœud aux coordonnées X et Y sélectionner l'icône *Nœuds*, on peut utiliser le bouton gauche de la souris ou bien on utilisant la touche *tab*. Pour supprimer un nœud sélectionner celui-ci avec le bouton droit de la souris, puis actionner *Supp* ou *Del* (selon le clavier)

Pour relier les différents nœuds, sélectionner l'icône *segment* puis avec la souris activer les nœuds de départ et celui d'arrivée. Un segment apparaît alors.

Donc la réalisation du schéma d'une machine est basée sur les trois icônes mentionnées sur la *Figure A.5*.

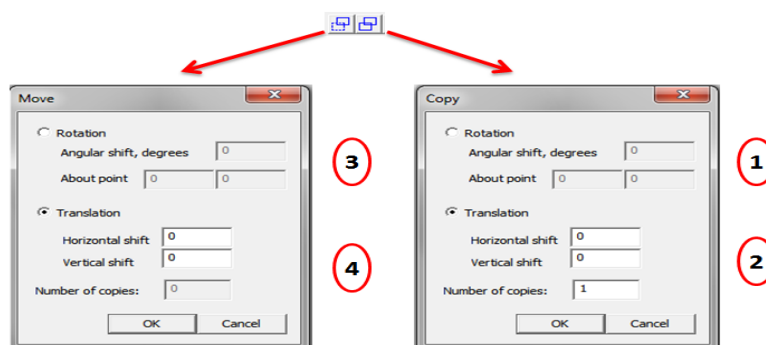


*Figure A.5:* Les principaux icônes utilisées

■ Où par les instructions suivantes sur Matlab :

```
mi_addnode (X1, Y1); ← point
mi_drawline (X1, Y1, X2, Y2); ← segment
mi_drawarc (X1, Y1, X2, Y2, 180, 1); ← Arc
```

Pour faciliter la réalisation des géométries dans lesquelles que l'on résoudre les problèmes, le logiciel FEMM comprend deux commandes *move* et *copy* (*Figure A.6*).c'est à dire au lieu de refaire a chaque fois le travail On utilise tout simplement ces deux commandes.



*Figure A.6:* Icones copier/coller

▣ Ou par les instructions suivantes sur Matlab :

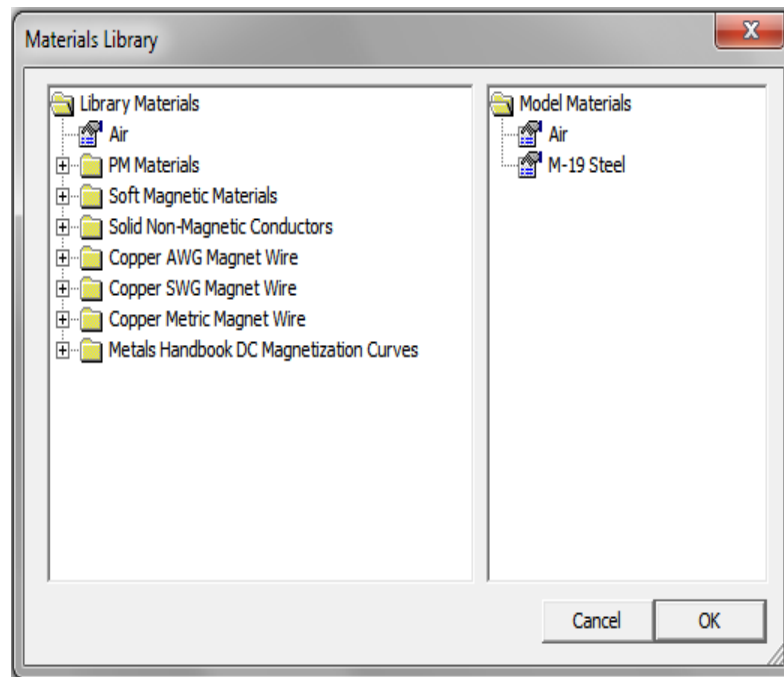
```

mi_copyrotate (X0,Y0,Angle,copies) ; 1
2 mi_copytranslate (dx,dy,copies) ;
mi_moverotate (X0,Y0,Angle,copies) ; 3
4 mi_movetranslate (dx,dy,copies) ;

```

- **Définition des matériaux et milieux**

Sélectionner le menu *propriétés* puis *Materials library*, reper dans l'arborescence de gauche le milieu nommé Air (par exemple) puis faite un glisser déposer dans l'arborescence de droite comme indiquer la *Figure A.7*.



*Figure A.7:* Choix des milieux et matériaux

▣ Où par les instructions suivantes sur Matlab :

```

mi_addmaterial ('Air',1,1,0,0,0,0) ;
mi_addmaterial ('M-19 Steel' ,1e7,1e7,0,0,0,0,0) ;

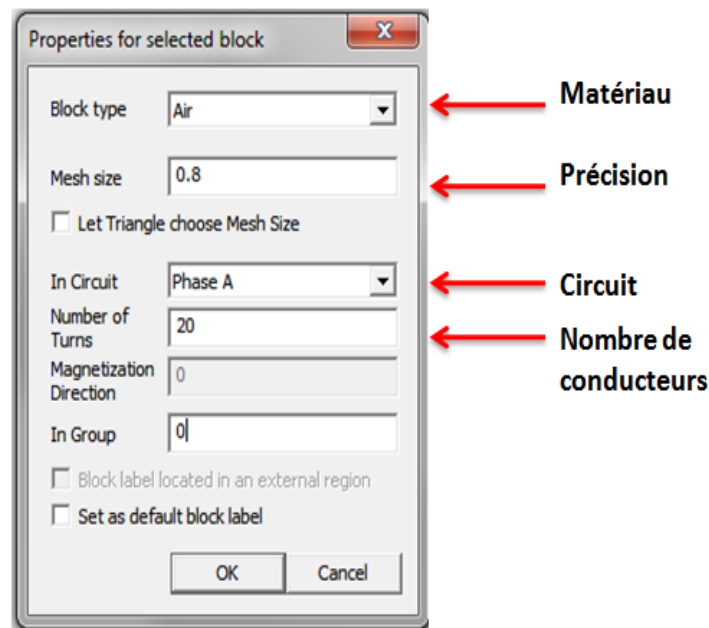
```

➤ **Choix des différentes régions**

Après avoir dessiné dans un repère 2D la géométrie de la machine, il reste à caractériser les différentes régions.

Sélectionner l'icône *matériaux* et placer un nœud, avec le bouton gauche de la souris à l'intérieur d'une région afin de caractériser son milieu.

Sélectionner le nœud avec le bouton droit de la souris puis actionner la touche **d'Espace**. Choisir le nom du matériau dans le menu déroulant, comme indiquant en **Figure A.8**.



**Figure A.8** : Définition des différents milieux

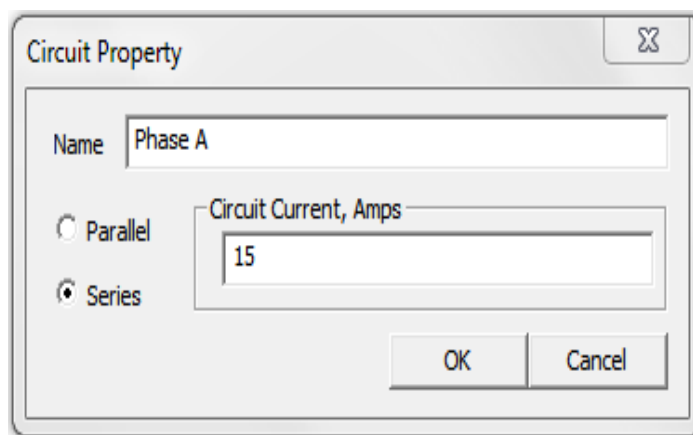
Répéter l'opération avec la précision, le nombre de spire et la densité de courant + ou -.

🔧 Où par les instructions suivantes sur Matlab :

```
mi_selectlabel(Xb1,Yb1); mi_selectlabel(Xb6,Yb6);
mi_setblockprop('Air' , 0, 0.8, 'Phase A' , 0, 0, 20);
```

### ➤ Type de bobinage

Pour choisir le type de bobinage (série ou parelle), sélectionner l'icône **properties** puis **circuit** après **add property**.



**Figure A.9**: Propriétés des bobinages

✚ Où par l'instruction sur Matlab :

```
mi_addcircprop('Phase A', 15, 1);
```

0:parallèle  
1:série

- **Conditions aux limites**

Une étape important pour le calculé consiste à définir pour le contour une condition aux limites par exemple un champ nul.

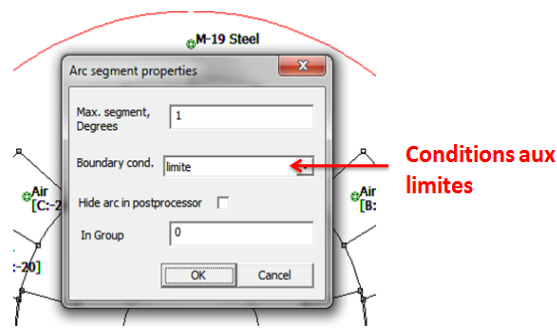
Sélectionner le menu *propriétés* puis *boundary* et *add properties*, les paramètres à rentrer sont ceux de la *Figure A.10*.

**Figure A.10** : Paramètres pour la condition aux limites

Dans le schéma de simulation activer l'icône *segments* puis avec le bouton droit de la souris sélectionner les segments AB, BC, CD et DA (**Fig C-11**). Activer la touche *Espace* et sélectionner la condition à la limite pré définie si dessus *Figure A.10*

✚ Où par l'instruction sur Matlab :

```
mi_addboundprop('limite', 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0);
```



**Figure A.11:** Edition de la condition aux limites

✚ Leurs instructions équivalentes sur Matlab sont :

```
mi_selectarcsegment (Yn1,Xn1); mi_selectarcsegment (Yn2,Xn2);  
mi_setarcsegmentprop (1,'limite',0,0); mi_clearselected;
```