جامعة الجيلالي بونعامة بخميس مليانة

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة محاضرات موجهة لطلبة السنة الثانية علوم اقتصادية

تحت عنوان:

محاضرات في الرياضيات المالية

من اعداد الدكتورة:

بن شريف مريم

السنة الجامعية 2021/2020

فهرس المحتويات

تمهيد:

ستتناول هذه المطبوعة مجموعة من المحاضرات الخاصة بمقياس الرياضيات المالية وهي موجهة لطلبة السنة الثانية علوم اقتصادية، حيث سنتطرق إلى مختلف الأليات المستخدمة في حساب الفوائد البسيطة والمركبة والخصم وفقا لما ينص عليه البرنامج الوزاري ويتعلق الأمر بفهم وتعلم مختلف التقنيات المستخدمة من طرف البنوك في هذا المجال وهذا من باب التعلم فقط وإدراك مختلف الأليات التمويلية التي تعمل وفقها البنوك الربوية.

حيث تم تقسيم هذه المطبوعة إلى جزأين:

الجزء الأول خاص بالعمليات المالية قصيرة الأجل ويتعلق الأمر بالفائدة البسيطة، الخم التجاري وتسوية الديون أو تكافؤ الأوراق التجارية

بينما خصص الجزء الثاني للعمليات المالية طويلة الأجل : الفائدة المركبة والدفعات واهتلاك القروض وأخيرا اختيار الاستثمارات.

كما تم تدعيم كل فصل بمجموعة من التمارين.

الجزء الأول: العمليات المالية قصيرة الأجل

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

الفصل الثاني الخصم التجاري.

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

الفصل الأول: الفائدة البسيطة
L’intérêt simple

1.مفهوم الفائدة البسيطة.

2. القانون الأساسي للفائدة البسيطة.

3.مدة التوظيف.

4.الجملة.

5.السنة العادية والسنة الكبيسة.

6.الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية.

7.المعدل المتوسط لجملة من التوظيفات.

8.طريقة النمر والقواسم.

9.الفائدة المسبقة الدفع.

10.تمارين الفصل الأول.

الفصل الأول: الفائدة البسيطة
L'intérêt simple

1.مفهوم الفائدة :

يمكن تعريف الفائدة بأنها العائد أو التعويض المادي الناتج عن استثمار أو اقتراض أموال الغير.[1]

أو هي المبلغ الذي يجب أن يدفعه المقترض للمقرض مقابل انتفاعه بالقرض لفترة من الزمن، فالفائدة هي محصلة المبلغ المقترض (أو الموظف) لمدة زمنية معينة، وبمعدل فائدة معين يتم الاتفاق عليه بين المقرض والمقترض.

كما أن الفائدة من الناحية الاقتصادية هي أحد عناصر الدخل للنشاط الاقتصادي العام، فهي مقابل استعمال عامل الانتاج المالي.[2]

2-القانون الأساسي للفائدة البسيطة:

مبلغ الفائدة يتعلق بالعناصر التالية:[3]

-**الأصل او رأس المال المودع:** وهو المبلغ أو رأس المال المقرض أو المستثمر ، والذي يبقى ثابتا طول المدة، ويرمز له ب **C** وعليه تكون الفائدة على هذا الأصل في الفترة الأولى مساوية لقيمة الفائدة في الفترة الثانية وهكذا .

-**المدة:** وهي مدة القرض أو مدة التوظيف ، يمكن أن يعبر عنها بالسنوات ، الأشهر أو بالأيام، ويرمز لها ب **n**.

-**معدل الفائدة:** هو قيمة العائد المحسوب على أصل المبلغ المقترض أو المستثمر لفترة زمنية معينة، يرمز له ب**t**، وهو عادة ما يكون نسبة مئوية في الغالب .

وعليه يتعلق مبلغ الفائدة بالعناصر الثلاثة : الأصل، المعدل والمدة.

عادة ما تستعمل الفائدة البسيطة على القروض قصيرة الأجل ، والتي تكون أقل من سنة .

وبناء عليه ، باعتبار رأس مال موظف لمدة معينة **n** وبمعدل فائدة **t** ، فإن قيمة الفائدة تعطى

---

[1] عمر عبد الجواد عبد العزيز، **الرياضيات المالية (فائدة بسيطة وفائدة مركبة)**، الطبعة الأولى، دار الصفاء للنشر والتوزيع ،عمان، 1999، ص17.،

[2] علي محمد عكاشة(2009)، **الرياضيات المالية**، دار الرضا للنشر والتوزيع، مصر، ص: 06

[3] جون بيار فادز(2015)، **الرياضيات المالية والاكتوارية**، دار النشر العلمي والمطابع، جامعة الملك سعود، السعودية، ص: 08.

بالعلاقة التالية:

$$I = C \times t \times n$$

كما يمكن أن نكتب:

إذا كان المعدل t %:

$$I = C \times \frac{t}{100} \times n$$

مثال 01: أصل بقيمة 10000دج، يودع في بنك لمدة سنة بمعدل فائدة سنوية بسيطة يساوي 9%

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة البسيطة المحققة خلال السنة؟

$$I = C \times t \times n = 10000 \times 0.09 \times 1 = 900 \ da$$

3-مدة التوظيف: قد يعبر عن مدة التوظيف بالسنوات، بالأشهر أو بالأيام.

إذا كانت المدة بالسنوات: $I = C \times t \times n$

إذا كانت المدة بالأشهر: $I = C.t.\frac{n}{12}$

أما إذا كانت المدة بالأيام: فيجب تحديد عدد الأيام قبل الشروع في حساب الفائدة، وهناك طريقتين للحساب هما:

-حساب الأيام على أساس السنة الحقيقية أو المدنية(365يوم أو 366 يوم)حيث تكون العلاقة كما يلي:

$$I = C.t.\frac{n}{365} \quad ، \quad I = C.t.\frac{n}{366}$$

-حساب عدد الأيام على أساس السنة التجارية، أي اعتبار كل شهر يساوي 30 يوم وبالتالي فالسنة تكزن ب 360 يوم، حيث تكون علاقة الفائدة كما يلي:

$$I = C.t.\frac{n}{360}$$

4 – الجملة : A:

إذا أودع شخص مبلغا من المال قدره **C** ولمدة معينة **n** وبمعدل فائدة**t** ، فإنه في نهاية المدة الزمنية المتفق عليها ، يكون لهذا الشخص المبلغ الذي وظفه مضافا إليه الفائدة المترتبة عليه التي يحصل عليها من البنك، حيث أن مجموع المبلغين يسمى الجملة أو القيمة المحصلة (أو القيمة المكتسبة).[4]

فإذا رمزنا للجملة بA، فإن : $A = C + I$

$$A = C + I = C + C \times t \times n = C(1 + t \times n)$$

بحيث أن $1 + t \times n$ هو جملة مبلغ دينار واحد مستثمر لمدة **n** من السنوات وبمعدل فائدة**t**

[4] شقيري موسى نوري وآخرون، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، 2016، ص15.

إذاكانت المدة بالأشهر : $A = C(1+ t \times \frac{n}{12})$

إذاكانت المدة بالأيام : $A = C(1+ t \times \frac{n}{360})$

نأخذ نفس المثال السابق ونقوم بحساب الجملة:

$$A = C + I = C(1+ t \times n) = 10000(1+0.09\times 1) = 10900 \ da$$

5-السنة العادية والسنة الكبيسة:

في بعض الحالات وباستعمال طريقة السنة الفعلية نضطر لحساب عدد أيام شهر فيفري(28 يوم أو 29 يوم): فإذا كانت السنة كبيسة أي بعدد أيام يساوي 366 يوم وبالتالي فيفري ب29 يوم، هذه السنوات تكون قابلة للقسمة على 4، مثلا سنة 2012، 2016، 2020، ..الخ (حاصل قسمة الرقم الدال على السنة على 4 عدد صحيح)

أما السنوات العادية فحاصل قسمتها على 4 عدد غير صحيح.

مثال: أودع شخص مبلغا قدره 120000 دينار في إحدى البنوك التجارية بتاريخ 2020/02/12، وقد تحقق له فوائد مقدارها 4500 دينار بتاريخ 2020/12/31 على أساس الفوائد الصحيحة.

فما هو معدل الفائدة السنوي الذي اعتمد في الحساب؟

الحل: أولا: نقوم بحساب عدد الأيام: سنة 2020 سنة كبيسة، حاصل قسمتها 2020/4=505 على 4 عدد صحيح

وبالتالي شهر فيفري ب29 يوم، ويمكن حساب عدد الأيام بين التاريخين في المثال كما يلي:

الأشهر	الأيام
فيفري	29-12=17
مارس	31
أفريل	30
ماي	31
جوان	30
جويلية	31
أوت	31
سبتمبر	30
أكتوبر	31
نوفمبر	30
ديسمبر	31
المجموع	323

المدة الفعلية هي 323 يوم

حساب معدل الفائدة على أساس الفوائد الصحيحة:

$$I = C.t.\frac{n}{366}$$

$$t = \frac{366 \times I}{C \times n} = \frac{366 \times 4500}{120000 \times 323} = 0.043\ ;\ t = 4.3\%$$

6- الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية:

بالرجوع إلى القانون الأساسي للفائدة البسيطة نستطيع ايجاد العلاقة بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية، فالفائدة الصحيحة تحسب على أساس عدد أيام 365 يوم أو 366يوم، بينما الفائدة التجارية تحسب على أساس 360يوم.

فإذا ما أودع شخص مبلغا ما بمعدل فائدة معين، ولفترة زمنية(n)يوم ، والمطلوب حساب كل من الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية، وأي الفائدتين تكون في مصلحة المودع؟

الفائدة التجارية　$I_c = C.t.\frac{n}{360}$ ....(1)

الفائدة الصحيحة　$I_R = C.t.\frac{n}{365}$ ....(2)

لاحظ أن الفائدة التجارية تكون في مصلحة المودع لأن المقام أقل من المقام في الفائدة الصحيحة:

$I_c > I_R$.

لمعرفة العلاقة بين الفائدتين نقسم المعادلة (1) على المعادلة(2):[5]

$$\frac{I_c}{I_R} = \frac{C.t.\frac{n}{360}}{C.t.\frac{n}{365}} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72}$$

إذن :

$$\boxed{\frac{I_c}{I_R} = \frac{73}{72}}$$

مثال: أوجد الفرق بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية لمبلغ 30000دينار استثمر لمدة 169 يوما علما أن معدل الفائدة السنوي 9%.

[5] غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، 2006، ص128.

$$I_c = C.t.\frac{n}{360} = 30000.0.09.\frac{169}{360} = 1267.5 \text{ da}$$

$$I_R = C.t.\frac{n}{365}\ ;\ I_R = \frac{73}{72} \times I_c = \frac{72}{73} \times 1267.5 = 1250.1 \text{ da}$$

$$I_c - I_R = 1267.5 - 1250.1 = 17.4\ da$$

7–المعدل المتوسط لجملة من التوظيفات: T

وظف شخص في آن واحد جملة من التوظيفات(**k توظيف**) بالشروط التالية:

رؤوس الاموال	المعدلات	**المدة**
C_1	t_1	$\mathbf{n_1}$
C_2	t_2	$\mathbf{n_2}$
C_3	t_3	$\mathbf{n_3}$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
C_k	t_k	$\mathbf{n_k}$

المعدلات $t_1, t_2, t_3, \ldots\ldots\ldots, t_k$ غير متساوية فيما بينها

الفائدة الإجمالية لمجموع التوظيفات تكون كما يلي:

$$I_T = \boldsymbol{C_1.t_1.\frac{n_1}{360} + C_2.t_2.\frac{n_2}{360} + C_3.t_3.\frac{n_3}{360} + \cdots \ldots\ldots + C_k.t_k.\frac{n_k}{360}}$$

ليكن T هو المعدل المتوسط لجملة التوظيفات الذي ينتج نفس الفائدة الإجمالية، حيث يعطى بالعلاقة التالية:[6]

$$\boldsymbol{C_1T.\frac{n_1}{360} + C_2.T.\frac{n_2}{360} + C_3.T.\frac{n_3}{360} + \cdots. + C_k.T.\frac{n_k}{360} = C_1.t_1.\frac{n_1}{360} + C_2.t_2.\frac{n_2}{360} + C_3.t_3.\frac{n_3}{360} + \cdots + C_k.t_k.\frac{n_k}{360}}$$

$$\boldsymbol{C_1T.n_1 + C_2.T.n_2 + C_3.T.n_3 + \ldots. + C_k.T.n_k = C_1.t_1.n_1 + C_2.t_2.n_2 + C_3.t_3.n_3 + \cdots + C_k.t_k.n_k}$$

وبأخذ $\boldsymbol{T}$ كعامل مشترك نجد:

$$\text{T}\ \boldsymbol{(C_1.n_1 + C_2.n_2 + C_3.n_3 + \ldots. + C_k.n_k) = C_1.t_1.n_1 + C_2.t_2.n_2 + C_3.t_3.n_3 + \cdots + C_k.t_k.n_k}$$

$$T = \frac{\boldsymbol{C_1.t_1.n_1 + C_2.t_2.n_2 + C_3.t_3.n_3 + \cdots + C_k.t_k.n_k}}{\boldsymbol{C_1.n_1 + C_2.n_2 + C_3.n_3 + \ldots. + C_k.n_k}}$$

[6] Abdellatif sadiki, Najib mikou, **mathematiques financieres**, 4[éme] édition, édition savoir plus, casa Blanca, Maroc , 2013, p9.

وعليه يعطى المعدل المتوسط لجملة من التوظيفات بالعلاقة التالية:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{k} C_i . t_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} C_i . n_i}$$

8–طريقة النمر والقواسم لحساب الفائدة البسيطة: Méthode des nombres et des diviseurs fixes

بافتراض أن شخصا قد أودع مجموعة من المبالغ ولتكن $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots, C_k$ ولفترات مختلفة $n_1, n_2, n_3, \ldots\ldots\ldots, n_k$ وبمعدل فائدة t

فالفائدة الإجمالية التي سيحصل عليه ستكون كما يلي:

$$I_T = C_1 . t . \frac{n_1}{360} + C_2 . t . \frac{n_2}{360} + C_3 . t . \frac{n_3}{360} + \cdots \ldots\ldots + C_k . t . \frac{n_k}{360}$$

بالقسمة على t نجد:

$$I_T = \frac{C_1 . n_1}{\frac{360}{t}} + \frac{C_2 . n_2}{\frac{360}{t}} + \frac{C_3 . n_3}{\frac{360}{t}} + \cdots \ldots\ldots + \frac{C_k . n_k}{\frac{360}{t}}$$

$$I_T = \frac{c_1 n_1 + c_2 n_2 + c_3 n_3 + \cdots + c_k n_k}{\frac{360}{t}} = \frac{C\, n}{\frac{360}{t}}$$

وعليه تعطى علاقة الفائدة الإجمالية بالعلاقة التالية:

$$I_T = \frac{N}{D}$$

حيث أن $N = c_1 n_1 + c_2 n_2 + c_3 n_3 + \cdots + c_k n_k$ وهو *النمر*

$D = \frac{360}{t}$ وهو *القاسم المشترك*

نستخدم هذه الطريقة لحساب الفائدة الإجمالية الناتجة عن مجموعة من المبالغ موظفة لفترات مختلفة ولكن بنفس معدل الفائدة.[7]

وتكون علاقة القاسم المشترك إذا كانت المدة بالأشهر على النحو التالي: $D = \frac{12}{t}$ أو $D = \frac{1200}{t}$

مثال: حساب الفائدة الاجمالية وجملة المبالغ بمعدل فائدة 12% للمبالغ التالية:

[7] Abdellatif sadiki, Najib mikou, op cit, p6.

15000دينار موظف لمدة 38 يوم، 27000دينار لمدة 76 يوم، 32000 دينار لمدة 60 يوم.

باستعمال العلاقة: $I_T = \frac{N}{D}$

القاسم المشترك : $D = \frac{360}{t} = \frac{360}{0.12} = 3000.$

$$N = c_1 n_1 + c_2 n_2 + c_3 n_3$$

$$N = (15000 \times 38) + (27000 \times 38) + (3200 \times 60) = 570000 + 2052000 + 1920.000 =$$

$$I_T = \frac{4542000}{3000} = 1514 \text{ da}.$$

كما يمكن حساب **جملة المبالغ** كما يلي:

$$A = \sum_{i=1}^{k} c_i + I_T = (15000 + 27000 + 32000) + 1514 = 75514 \, da.$$

9- الفائدة المسبقة الدفع: Intérêt précompté

يمكن الحصول على الفائدة الناتجة عن ايداع رأس مال مسبقا من طرف البنك وهذا يوم الايداع، أو عند توقيع عقد المعاملة .

في هذه الحالة يكون المودع قد أودع فعلا المبلغ مطروحا منه الفوائد المسحوبة عند الايداع، وفي نهاية المدة المتفق عليها يسحب المودع أمواله كما أودعها كلية.[8]

الفائدة الناتجة تعطى بالعلاقة: $I = \frac{C.t.n}{100}$

رأس المال الموظف فعليا هو: $C - \frac{C.t.n}{100}$

وبمساواة الفائدتين نجد:

$$\frac{\left(C - \frac{c.t.n}{100}\right).T.n}{100} = \frac{C.t.n}{100}$$

$$\frac{(100C - C.t.n).T.n}{100} = C.t.n \; ; \qquad T = \frac{100.C.t.n}{C(100 - t.n).n}$$

بتبسيط العلاقة نجد علاقة **المعدل الفعلي للتوظيف** T:

$$\boxed{T = \frac{100\,t}{100 - tn}}$$

[8] Walder Maseiri, **Aide Mémoire de mathématiques financières**, édition Dunod, Paris, 2008,p56.

في حالة المدة بالأيام : $$\boldsymbol{T = \frac{36000\,t}{36000-tn}}$$

في حالة المدة بالأشهر: $$\boldsymbol{T = \frac{1200\,t}{1200-tn}}$$

مثال: وظف شخص مبلغ 30000دج بفائدة مسبقة الدفع لمدة 6 أشهر بمعدل فائدة 10%،

ما هو المعدل الفعلي لهذا التوظيف؟

$$\boldsymbol{T = \frac{1200\,t}{1200-tn} = \frac{1200\,.10}{1200-10.6} = 10.52\%}$$

المعدل الفعلي للتوظيف هو 10.52% ، أي أن : $T > t$

يكون المعدل الفعلي للتوظيف دائما أكبر من معدل الفائدة المعلن عنه.

تمارين الفصل الأول: الفائدة البسيطة

تمرين رقم (01).

1-أحسب الفائدة الناتجة عن رأس مال موظف قدره 28000 دج بسعر فائدة 9% من 13 سبتمبر من سنة ما إلى غاية 27 فيفري من السنة الموالية.

2-رأس مال قدره 7200 دج أقرض بسعر فائدة 8% في 08 جوان ونتج عنه في نهاية القرض قيمة قدرها 7288دج

حدد تاريخ تسديد القرض؟

تمرين رقم (02):

وظف مبلغان في البنك لمدة سنة، مجموعهما 13200 دج، الأول يساوي $\frac{5}{6}$ من المبلغ الثاني، 6300 القيمة المكتسبة أي الجملة للمبلغ الأول تساوي 6300دج، بمعدل فائدة بسيطة أكبر بواحد من معدل فائدة المبلغ الثاني.

المطلوب: -حساب قيمة كل مبلغ، - حساب معدلات الفائدة.

تمرين رقم (03)

ثلاثة مبالغ تمثل نسبة الأول إلى الثاني $\frac{2}{5}$ ، وأن الثالث يساوي مجموع الأول والثاني مضافا إليه 2380 دينار ، وظفت هذه المبالغ على أساس فائدة بسيطة: الأول لمدة 03 أشهر بمعدل 05% والثاني لمدة 63 يوما بمعدل 04% والثالث لمدة 96 يوما بمعدل 03%.

حيث بلغت الفائدة المترتبة على هذه المبالغ 272.5 دج في نهاية المدة.

المطلوب: تحديد قيمة المبالغ.

تمرين رقم (04)

أودعت ثلاثة مبالغ مالية لمدة سنتين بمعدلات فائدة بسيطة 3%، 4%، 5% على التوالي ، الجملة ، للمبالغ الثلاثة هي 412320 دج.

إذا علمت أن المبلغ الأول يساوي $\frac{3}{5}$ المبلغ الثاني والمبلغ الثالث يساوي $\frac{8}{5}$ المبلغ الثاني.

أحسب القيمة الاسمية لكل مبلغ.

تمرين رقم (05)

أودع شخص مبلغا من المال لدى أحد البنوك قدرهX، بمعدل فائدة بسيطة 8.5% سنويا لمدة 06 أشهر ، حيث وجد رصيده قد بلغ 10425 £في نهاية المدة.

المطلوب تحديد المبلغ المودع.

قام هذا الشخص بإيداع المبلغ الجديد لمدة 03 أشهر بالطريقة التالية:

$\frac{2}{5}$ من المبلغ بمعدل فائدة 02% والباقي بمعدل t%.

المطلوب: تحديد المعدل t إذا علمت أن فائدة المبلغين معا بلغت 67.7625£.

تمرين رقم (06):

بتاريخ 13 مارس اقترض شخص مبلغ 75000€ بفائدة بسيطة معدلها السنوي 9% على أن يقوم بتسديد المبلغ في 20 ديسمبر من نفس العام، ما هو مقدار الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة على المبلغ؟

تمرين رقم (07):

أودع شخص مبلغين مجموعهما 100000$ في البنك أ لمدة ثلاثة أشهر بفائدة 6 %، والآخر في البنك ب لمدة 06 أشهر ومعدل فائدة 6 %

كذلك فحصل على فائدة من البنكين مجموعها 2100$ ، فما هو أصل كل مبلغ؟

تمرين رقم (08):

إجمالي ثلاثة مبالغ 48000¥ تتناسب فيما بينها مع الأرقام 3،4،5.

1-أحسب قيمة كل مبلغ.

2-أودعت هذه المبالغ لمدد متفاوتة بمعدل 05% لتعطي فوائد إجمالية قدرها 7200¥، فإذا علمت أن فائدة المبلغ الأول تساوي ½ فائدة المبلغ الثاني وفائدة المبلغ الثالث تساوي مجموع فائدة المبلغ الأول والثاني. –أحسب فائدة كل مبلغ. – أحسب مدة إيداع كل مبلغ.

تمرين رقم (09):

أحسب الفائدة الإجمالية الناتجة عن المبالغ الموظفة التالية بطريقة النمر والقواسم بسعر فائدة 09%

5500 دج من 01 مارس إلى غاية 31 جويلية.

2625 دج من 01مارس إلى غاية 31 أوت.

870 دج من 01 مارس إلى غاية 30 سبتمبر.

تمرين رقم (10)

مبلغ مالي قدره 10000 € موظف بفائدة بسيطة بمعدل 08 % ومبلغ آخر قدره 9600€ موظف في نفس المدة بفائدة بسيطة بمعدل 10%

-حدد عند أي مدة ينتج المبلغان نفس الجملة أي القيمة المحصلة.

- بصفة عامة ، مبلغان X وY يوظفان نفس اليوم بفائدة بسيطة بمعدلي فائدة t و t’

حدد عند أي مدة ينتج المبلغان نفس القيمة المحصلة، ناقش مختلف الحالات الممكنة.

تمرين رقم (11):

بتاريخ 10 سبتمبر 2003 اقترض شخص مبلغ 12000$بهدف دفع الأقساط الدراسية المترتبة عليه على أن يقوم بتسديد القرض مع الفوائد التجارية بتاريخ 20 جويلية 2004، وكان المبلغ المسدد من قبله 12939 $.

المطلوب : حساب معدل الفائدة الذي اعتمد في الحساب

الفصل الثاني: الخصم التجاري
L’escompte commercial

1.الأوراق التجارية

2. قانون الخصم التجاري

1.2 تعريف الخصم.

2.2 عناصر قانون الخصم

3.2 القيمة الحالية

3. الخصم التجاري والخصم الحقيقي

4. الأجيو

5. كشف الخصم

6.تمارين الفصل الثاني

الفصل الثاني: الخصم التجاري
L'escompte commercial

1.الأوراق التجارية:

تسديد الديون قد يتم بشكل فوري أو يكون مؤجلا: نقدا من خلال شيك بنكي أو بريدي أو من خلال تقديم ورقة تجارية كاعتراف بالدين.

الورقة التجارية هي أداة دين، تمثل دين واجب التسديد: إما في شكل سند لأمر أو سفتجة:[9]

السند لأمر: هو عبارة عن وثيقة يصدرها شخص يسمى المحرر (المدين)، الذي يتعهد بدفع مبلغ من المال- في تاريخ معين- لشخص آخر يسمى المستفيد(الدائن)

السفتجة(الكمبيالة): الكمبيالة هي عبارة عن ورقة تجارية ثلاثية الأطراف ، وتشمل أمرا صادرا من شخص يسمى الساحب (المدين) إلى شخص يسمى المسحوب عليه(عادة بنك متخصص في هذا النوع من التعاملات) ، والذي يلتزم بدفع قيمة الكمبيالة لشخص ثالث يسمى المستفيد (الدائن).

مثال:

في 16 مارس اشترى شخص سلعة من المؤسسةX، بمبلغ 75000دينار، ولتسديد دينه اتفق مع المؤسسة على سحب كمبيالة تدفع من طرف بنك التنمية المحلية يوم 30 جوان من نفس السنة.

-يسمى المبلغ الواجب الدفع في 30 جوان بالقيمة الاسمية.

-يجب على المؤسسة الانتظار حتى تاريخ 30 جوان لتحصل على مبلغ 75000دينار.

-يمكن للمؤسسة إذا احتاجت للسيولة، أن تقدم الكمبيالة للخصم أو مفاوضة البنك بالكمبيالة وهذا قبل تاريخ 30 جوان.

-من الطبيعي أن لا تحصل المؤسسة على كل المبلغ في حالة الخصم، وفي هذه الحالة يتحصل البنك على مبلغ معين كفائدة ويعطى باقي المبلغ للمستفيد أي المؤسسة.

2.قانون الخصم التجاري:

[9] Abdellatif sadiki, Najib mikou ,op cit, p21.

1.2 تعريف الخصم: هو عملية يضع من خلالها البنك تحت تصرف عميله مبلغا ماليا مقابل ورقة تجارية لم يصل تاريخ استحقاقها مع خصم أو اقتطاع فائدة من القيمة الاسمية.[10]

2.2 عناصر قانون الخصم: تتمثل فيما يلي:[11]

- **القيمة الاسمية**: هي القيمة الواجبة (المستحقة)الدفع والمسجلة على الورقة التجارية.
- **المدة**: لحساب مبلغ الخصم تحدد المدة ابتداء من تاريخ الخصم إلى غاية تاريخ الاستحقاق.
- **معدل الخصم**: هو معدل الفائدة المعمول به في خصم الأوراق التجارية.
- **القيمة الحالية**: هي الفرق بين القيمة الاسمية ومبلغ الخصم، أي المبلغ الذي يتحصل عليه المستفيد.

حيث تعطى **العلاقة الأساسية للخصم** كما يلي:

$$\boldsymbol{E_c = \frac{V.t.n}{360}}$$

حيث أن:

$\boldsymbol{E_c}$: هو مبلغ الخصم التجاري

$\boldsymbol{V}$: هي القيمة الاسمية.

$\boldsymbol{t}$: هو معدل الخصم

$\boldsymbol{n}$: هي مدة الخصم(عدد الأيام بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق)

كما يمكن أن نكتب: $\boldsymbol{E_c = \frac{V.n}{360/t} = \frac{V.n}{D}}$

3.2القيمة الحالية:

يرمز لها ب $\boldsymbol{V_a}$: وتحسب كما يلي:

$$\boldsymbol{V_a = V - E_c}$$

$$\boldsymbol{V_a = V - \frac{V.t.n}{360} = V(1 - \frac{t.n}{360})}$$

أو: $\boldsymbol{V_a = V - \frac{V.n}{D} = V(1 - \frac{n}{D})}$

---

[10] Benjamin Lagros, Mini manuel de mathématiques financières, édition Dunod, France, 2011, p44.

[11] منصور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2006 ، ص 26.

مثال: لنأخذ المثال السابق ، وليكن معدل الخصم 7%، والتاريخ الذي قدمت فيه الكمبيالة للخصم هو 01 أفريل. لنحسب قيمة الخصم والقيمة الحالية

أولا نقوم بحساب مدة الخصم من تاريخ 01 أفريل إلى غاية تاريخ 30 جوان:

$$n=(30-1)+31+30=90 \text{ js}$$

$$E_c = \frac{V.t.n}{360} = \frac{75000 .0.07 .90}{360} = 1312.5 \text{ da}$$

$$\boldsymbol{V_a = V - E_c = 75000 - 1312.5 = 73687.5 \ da}$$

3. الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

3.1 الخصم الحقيقي: (أو الصحيح أو العقلاني)

إذا كان الخصم التجاري يعتمد في حسابه على القيمة الاسمية، فإن ما يميز الخصم الحقيقي أنه يعتمد في حسابه على القيمة الحالية كأساس لحساب مقدار الخصم، لكنه أقل استخداما .

الخصم هو الفائدة المحسوبة على القيمة الحالية للورقة التجارية للفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.[12]

ويحسب الخصم الحقيقي كما يلي:

$$\mathbf{E_r = \overline{V}_a \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360}}$$

حيث أن:

E_r: هو الخصم الحقيقي

$\overline{V}_a$: القيمة الحالية للخصم الحقيقي

$$\mathbf{\overline{V}_a = V - E_r \ ; \ \overline{V}_a = V - \overline{V}_a \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360}}$$

[12] Martin Baxter, Financial Calculus to the Mathematics of Financial Derivatives. 3rd Edition, Elsevier, USA,1996, p68.

$$V = \overline{V}_a + \overline{V}_a \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} = \overline{V}_a\left(1+\frac{t.n}{36000}\right) = \overline{V}_a\left(\frac{36000+t.n}{36000}\right)$$

$$\overline{V}_a = \frac{V}{\frac{36000+t.n}{36000}} = \frac{36000\,.V}{36000+t.n}$$

وبتعويض علاقة القيمة الحالية في علاقة الخصم الحقيقي نجد:

$$E_r = \frac{36000\,.V}{36000+t.n} \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360}$$

$$E_r = \frac{36000.V.t.n}{36000(36000+t.n)} = \frac{V.t.n}{36000+t.n}$$

وعليه تكون علاقة الخصم العقلاني كما يلي:

في حالة المدة بالأيام:

$$\boxed{E_r = \frac{V.t.n}{36000+t.n}}$$

في حالة المدة بالأشهر

$$\boxed{E_r = \frac{V.t.n}{1200+t.n}}$$

في حالة المدة بالسنوات

$$\boxed{E_r = \frac{V.t.n}{100+t.n}}$$

2.3 الخصم التجاري:

بموجب هذا النوع من الخصم، تتخذ القيمة الاسمية كأساس لحساب مقدار الخصم. فالخصم هو المقابل الذي يخصمه المصرف نظير سداد الدين قبل ميعاد الاستحقاق الأصلي.

ويعد هذا النوع من الخصم الأكثر استخداما في الممارسات الميدانية للبنوك وذلك لسببين هما:[13]

-مبلغ الخصم التجاري أكبر من مبلغ الخصم الحقيقي(الربح).

-البساطة في العمليات الحسابية للخصم التجاري.

ويحسب بالعلاقة التالية: $E_c = \frac{V.t.n}{360}$

---

[13] بودرامة مصطفى، **الرياضيات المالية**، دار البدر للنشر والتوزيع، الجزائر، 2005، ص22.

3.3العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

علاقة الخصم التجاري: $$E_c = \frac{V.t.n}{36000} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

علاقة الخصم الحقيقي: $$E_r = \frac{V.t.n}{36000+t.n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$E_r = \frac{1}{36000+t.n}\,.V.t.n = \frac{1}{1+\frac{t.n}{36000}}\cdot\frac{V.t.n}{36000} = \frac{1}{1+\frac{t.n}{36000}}E_c$$

المدة بالأيام: $$\boxed{E_r = \frac{36000}{36000+t.n} \times E_c}$$

المدة بالأشهر: $$\boxed{E_r = \frac{1200}{1200+t.n} \times E_c}$$

المدة بالسنوات: $$\boxed{E_r = \frac{100}{100+t.n} \times E_c}$$

القيمة الحالية الحقيقية(العقلانية):

هي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم العقلاني.

$$\overline{V}_a = V - E_r$$

مثال: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 99000دينار تاريخ استحقاقها 31 /7/ن، خصمت بتاريخ 3/15/ن، بمعدل خصم 6%.

المطلوب: أحسب الخصم التجاري والخصم الحقيقي.

الحل: لدينا : $V= 99000\ DA \quad ; t=6\% \quad , E_c= ? \quad , E_r = ?$

حساب المدة : $n= (31-15)+30+31+30+31=138\ js.$

حساب الخصم التجاري:

$$E_c = \frac{V.t.n}{36000} = \frac{99000 \times 6 \times 138}{36000} = 2277\ DA$$

$$V_a = V - E_c = 99000 - 2277 = 96723\ \text{DA}$$

حساب الخصم الحقيقي:

$$E_r = \frac{36000}{36000+t.n} \times E_c = \frac{36000}{36000+6\times138} \times 2277 = 2225.81\ DA$$

$$E_r = \frac{V.t.n}{36000+t.n} = \frac{99000\times6\times138}{36000+6\times138} = 2225.81\ DA$$

4. الأجيو: Agio

هو مجموع ما يقتطعه البنك من القيمة الاسمية للورقة التجارية عند خصمها من طرف المستفيد، وتتمثل هذه المصاريف فيمايلي:

-الخصم التجاري

-العمولات: هي مبالغ يقتطعها البنك من القيمة الاسمية نظير خصم الورقة التجارية.

الأجيو = الخصم التجاري+ العمولات +الرسوم

Agio= E_c +coms +TAXES

القيمة الصافية: هي عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والأجيو، وهي القيمة النهائية التي يتحصل عليها. المستفيد ويرمز لها بV_n ، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$V_n = V - Agio$$

-العمولات: نميز بين:

-العمولات الثابتة: وهي عمولات تعطى مباشرة كقيمة نقدية. يرمز لها بCF

-العمولات غير المتعلقة بالزمن: تحسب من القيمة الاسمية للورقة التجارية، وهي غير متعلقة بعنصر الزمن، مثل عمولة التحصيل، عمولة تحويل المكان. ويرمز لها بC_{It}

-العمولات المتعلقة بالزمن: هي عمولات متعلقة بعنصر الزمن، مثل عمولة التظهير، وتحسب مثل

حساب الخصم التجاري، ويرمز لها ب C_{pt}

5.المعدل الحقيقي للخصم:

نفرض أن: t:هو معدل الخصم.

t`: معدل العمولات المتعلقة بالزمن

k : معدل العمولات غير المتعلقة بالزمن

وعليه يمكن أن نكتب العلاقات التالية:

الخصم: $$E_c = \frac{V.t.n}{36000}$$

العمولات المتعلقة بالزمن $$C_{pt} = \frac{V.t`.n}{36000}$$

العمولات غير المتعلقة بالزمن: $$C_{it} = V.\frac{k}{100}$$

$$\text{Agio hors taxes}=\frac{V.t.n}{36000}+\frac{V.t`.n}{36000}+V.\frac{k}{100}$$

$$\text{Agio}_{\text{Ht}}=\text{V}.\frac{t.n+t`.n+360k}{36000}$$

المعدل الحقيقي للخصم: يرمز له ب t_r أو T

$$\text{T}=\frac{36000.Agio}{V.n}$$

بتعويض علاقة الأجيو في علاقة الأخيرة نجد:

$$\text{T}=\frac{36000.V.\left[\frac{t.n+t`.n+360k}{36000}\right]}{V.n}$$

$$\text{T}=\frac{t.n+t`.n+360k}{n}$$

في حالة عدم وجود عمولة ثابتة (في شكل مبلغ نقدي معطى مباشرة):

$$\boxed{\text{T}=\text{t}+\text{t`}+\frac{360k}{n}}$$

العلاقة الأساسية للمعدل الحقيقي للخصم هي:

$$\boxed{\text{T}=\frac{36000.Agio}{V.n}}$$

مثال:

في 04 جويلية خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 6000دينار تاريخ استحقاقها 31 جويلية. وذلك بالشروط التالية: معدل الخصم 10.5%، معدل العمولات المتعلقة بالزمن 0.6%، معدل العمولات غير المتعلقة بالزمن $\frac{1}{8}$ %.

المطلوب: أحسب الأجيو والمعدل الحقيقي للخصم

الحل : لدينا **V=6000 DA**, **t=10,5%** , **t`=0,6%, k=** $\frac{1}{8}$ **%**

04/07 ⟶ 31/07 ; **n=27 js**.

حساب الأجيو:

$$\boldsymbol{E_c} = \frac{V.t.n}{36000} = \frac{6000.10,5.27}{36000} = \boldsymbol{47,25\ DA}$$

$$\boldsymbol{C_{pt}} = \frac{V.t`.n}{36000} = \frac{6000.0,6.27}{36000} \ \ \boldsymbol{2,70\ DA}$$

$$\boldsymbol{C_{it}} = V.\frac{k}{100} = 6000.\frac{\frac{1}{8}}{100} = \boldsymbol{7,50\ \ DA}$$

$$\text{Agio} = E_c + \text{coms} + \text{TAXES}$$

$$\textbf{Agio} = 47,25 + 2,7 + 7,5 = \textbf{57,45 DA}$$

القيمة الصافية:

$$\boldsymbol{V_n = V - Agio} = 6000 - 57,45 = \boldsymbol{5942,5\ DA}$$

المعدل الحقيقي للخصم:

$$\mathbf{T} = \frac{\boldsymbol{36000.Agio}}{\boldsymbol{V.n}} = \frac{36000\ .57,45}{6000\ .27} = \boldsymbol{12.766\%}$$

6. كشف الخصم: (جدول الخصم)

وهو الكشف الذي يقدمه البنك لخاصم الأوراق التجارية مبينا فيه كل التفاصيل والشروحات المتعلقة بعملية

الخصم.[14]

مثال: في 01 سبتمبر تقدمت مؤسسة بخصم الأوراق التجارية التالية:

8900 دج مستحقة في 01 أكتوبر.

14200 دج مستحقة في 31 أكتوبر.

2400 دج مستحقة في 15 ديسمبر.

تم الخصم بالشروط التالية:

-معدل الخصم 8%، عمولة البنك 1‰ على كل الأوراق.

عمولة التحصيل0.5%، 0.35%، 0.25% على الأوراق الثلاثة على التوالي.

المطلوب: أنجز كشف الخصم.

رقم الورقة	القيمة الاسمية	تاريخ الاستحقاق	المدة	النمر	مصاريف التحصيل	
1	8900	01 أكتوبر	30 js	267000	0,5%	44,5
2	14200	31 أكتوبر	60 js	852000	0,35%	49,7
3	2400	15 ديسمبر	105 js	252000	0,25%	6
المجموع	25500			1371000		100.2

النمر: $N_1=V_1.n_1=8900\ .\ 30=$ **267000 DA**

القاسم : $D=\frac{36000}{t}=\frac{36000}{8}=\mathbf{4500}$

عمولة التحصيل الورقة الأولى: $Com=\frac{8900\times0,5}{100}$

عمولة البنك: $Com=\frac{25500\times1}{1000}=25.5$

إجمالي عمولات التحصيل= 100.2 دج

الخصم الإجمالي : $E_{CT}=\frac{N}{D}=\frac{1371000}{4500}=\mathbf{304,67}\ DA$

الأجيو= الخصم +العمولات +الرسوم

الأجيو الإجمالي= 304.67+ 100.2+25.5=430.37 **دج**

القيمة الصافية الإجمالية= مجموع القيم الاسمية – الأجيو الإجمالي

$$V_n=\sum_1^3 V_i-Agio_T=25500-430.37=\mathbf{25069.63\ DA}.$$

[14]منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سابق، ص 29.

تمارين الفصل الثاني: الخصم التجاري

تمرين رقم (01):

بتاريخ 20 مارس تقدم تاجر للبنك لخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 840 دج بمعدل خصم 4 % ، تاريخ استحقاقها 31 ماي من نفس السنة. أحسب القيمة الحالية لهذه الورقة.

تمرين رقم (02):

شخص خصم ورقة تجارية لدى البنك بمعدل 9% ، فتحصل على مبلغ 59160 دج، فلو خصمت الورقة التجارية 42 يوم قبل تاريخ استحقاقها لكان الخصم الثاني أقل من الخصم الأول بمبلغ 210 دج .

-ماهي القيمة الاسمية للورقة التجارية؟ - ماهو تاريخ استحقاقها؟

تمرين رقم (03)

تم خصم ورقة تجارية بتاريخ 2017/02/05 قيمتها الاسمية 10800 $ بمعدل خصم 8% ، فكان مبلغ الخصم التجاري 504$.

1-أوجد تاريخ استحقاق الورقة التجارية.

2- أحسب الأجيو الإجمالي للورقة إذا كانت فائدة البنك 0.5% على القيمة الاسمية وعمولته 10.8 $ للورقة .

3- أحسب القيمة الصافية التي يتحصل عليها صاحب الورقة.

4-أحسب معدل الخصم الحقيقي الذي حققه البنك في العملية.

تمرين رقم (04)

تم خصم ورقة تجارية في 04/10/ن بمعدل 7% ، فبلغت قيمتها الحالية التجارية 1333582.5 دج، فلو خصمت هذه الورقة ب 99 يوم قبل تاريخ استحقاقها لارتفعت قيمة الخصم بمبلغ 1181.25 دج عن قيمة الخصم السابق.

1-ماهي القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

2-ماهي مدة وتاريخ استحقاقها؟

3- أحسب قيمة الأجيو الإجمالي للورقة والمبلغ الصافي الذي يتحصل عليه صاحب الورقة إذا كانت نسبة فائدة البنك على العملية 0.6% والعمولة تقدر ب 10 دج.

4- حدد نسبة هذه العملية التي يتحملها حامل الورقة التجارية.

تمرين رقم (05)

ورقة تجارية تاريخ استحقاقها بعد 60 يوما يمكن خصمها بالشروط التالية:

العرض الأول :

معدل الخصم 4%، عمولة متعلقة بالزمن (عمولة التظهير) $1/_8$ %، عمولة تحويل المكان ¼ ‰

العرض الثاني:

معدل الخصم 4.5%، عمولة متعلقة بالزمن $1/_{10}$ %، عمولة تحويل المكان ½ %.

1-ماهو العرض الأفضل؟

2-ماهي القيمة الاسمية للورقة التجارية إذا كان الفرق بين القيمتين الحاليتين هو 45 £.

تمرين رقم (06):

للحصول على مبلغ قدره 10000دج شخص يتردد بين طريقتين:

-الطريقة الأولى: طلب قرض من البنك بمعدل فائدة 9 % سنويا لمدة 07 أشهر.

-الطريقة الثانية: خصم ورقة تجارية بقيمة 10000دج بالشروط التالية:

لمدة 7 أشهر، معدل الخصم 7% ، عمولة التظهير 0.3% ، عمولة غير متعلقة بالزمن ½‰ ، عمولة ثابتة 7 دج، رسم قدره 0.5 % يحسب على أساس القيمة الصافية بعد الخصم والعمولات.

1-ماهي الطريقة التي تنصح بها هذا الشخص؟

2-في إطار الطريقة الثانية أحسب المعدل الحقيقي للخصم.

تمرين رقم (07):

ورقة تجارية قيمتها 990 و ن خصمت بمعدل 4% ، لو خصم البنك الورقة بالخصم الحقيقي يحقق هذا الشخص ربحا قدره 0.9 و ن.

أحسب تاريخ استحقاق الورقة التجارية إذا علمت أن تاريخ الخصم هو 2015/10/18.

تمرين رقم (08):

3 أوراق تجارية قيمتها الاسمية الإجمالية 6000دج، تتناسب فيما بينها كالأرقام 3، 5، 7 ومدة خصمها 30، 50، 60 يوم على التوالي، قدمت للخصم بالشروط التالية:

عمولة إجمالية $1/_{10}$ %، عمولة على الورقة الأولى $1/_6$ ‰

وكانت قيمتها الصافية الإجمالية 5955.8دج.

*أحسب القيمة الاسمية لكل ورقة وكذا معدل الخصم.

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية
L'équivalence des effets de commerce

الفصل الثالث: تكــافؤ الأوراق التجاريــة

تمهيد:

عند إجراء عمليات تجارية وسحب ورقة أو عدة أوراق تجارية، أن يتم الاتفاق على آجال محددة لاستحقاق هذه الأوراق، وهذا بما يتناسب وظروف كل من المدينين والدائنين. إلا أن المدين قد يضطر إلى تأجيل تاريخ الاستحقاق لعدم تمكنه من الوفاء بالدين في الوقت المحدد لظروف مالية معينة، فيسحب ورقة تجارية أخرى بالتاريخ الجديد المؤجل وهذا بالاتفاق بين الطرفين.

المبدأ الأساسي للتغيير الأوراق التجارية هو أن يحصل الدائن (المستفيد) على نفس القيمة الحالية (مع استبعاد العمولات) إذا قدم الورقتين للخصم في نفس يوم استبدالها. وهذا ما يعرف بالتكافؤ.

1.قانون التكافؤ:

المبدأ الأساسي للتكافؤ هو: تساوي القيم الحالية إذا خصمت الأوراق في تاريخ ما وبنفس معدل الخصم.

وعليه تكون شروط التكافؤ كما يلي:

- تساوي القيم الحالية.
- وجود معدل واحد للخصم

التكافؤ يكون إما :

-بين ورقتين تجاريتين، -بين ورقة تجارية ومبلغ مالي،

-بين ورقة تجارية ومجموعة من الأوراق التجارية. -بين مجموعتين من الأوراق التجارية.

وعليه يمكن كتابة العلاقة الرياضية التالية:

$$V_{a_1} = V_{a_2} \text{(تكافؤ ورقتين تجاريتين)}$$

2.تكافؤ ورقتين تجاريتين:

نقول أن ورقتين تجارتين متكافئين إذا خصمتا بنفس المعدل ونتجت عنهما نفس القيمة الحالية.[15]

$$V_{a_1} = V_{a_2} \quad \rightarrow \quad V_1 - \frac{V_1.t.n_1}{36000} = V_2 - \frac{V_2.t.n_2}{36000}$$

$$\boxed{V_1 - \frac{V_1.n_1}{D} = V_2 - \frac{V_2.n_2}{D}}$$

[15] فتحي خليل حمدان، **الرياضيات المالية مع تطبيقاتها في الحاسوب**، دار وائل للطباعة والنشر والتوزيع، الأردن، 2010، ص56.

حيث أن :

V_1: القيمة الاسمية للورقة الأولى. n_1 : عدد الأيام بين تاريخ الخصم وتاريخ استحقاق الورقة الأولى.

V_2: القيمة الاسمية للورقة الثانية. n_2: عدد الأيام بين تاريخ الخصم وتاريخ استحقاق الورقة الثانية.

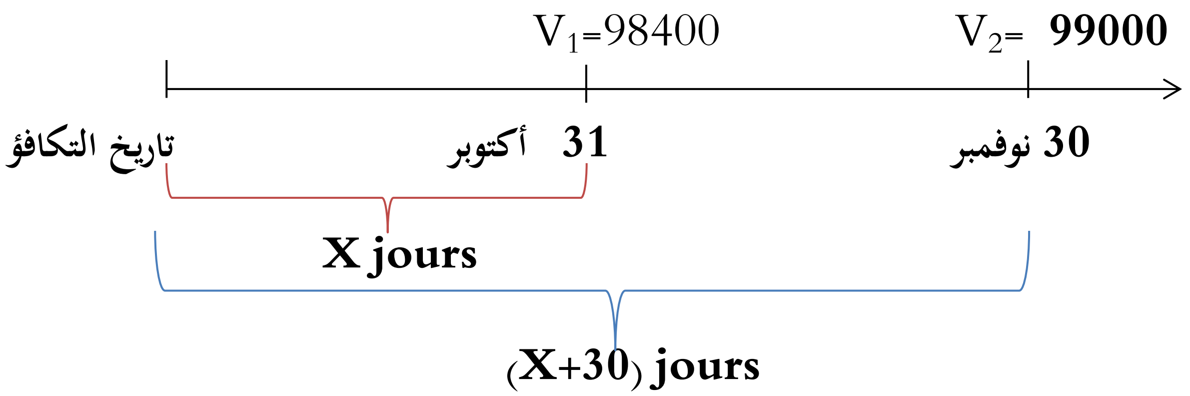
D هو القاسم المشترك $D=\frac{36000}{t}$،

مثال$_1$: . تحديد تاريخ التكافؤ:

ورقتين تجاريتين قيمها الاسمية 98400 دج (تاريخ استحقاقها 31 أكتوبر) و99000(استحقاقها 30 نوفمبر)، خصمتا بمعدل 7.2%. ما هو تاريخ التكافؤ؟

نضع أن X هو عدد الأيام الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ الاستحقاق الأول(31 أكتوبر)،

وب (X+30) لعدد الأيام الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ الاستحقاق الثاني(30 نوفمبر)



عند تكافؤ الورقتين نجد: $V_{a_1} = V_{a_2}$

$$V_1 - \frac{V_1 . n_1}{D} = V_2 - \frac{V_2 . n_2}{D}$$

$$D=\frac{36000}{t} = \frac{36000}{7,2} = 5000$$

$$98400 - \frac{98400 . X}{5000} = 99000 - \frac{99000 . (X+30)}{5000}$$

$$\frac{99000.X - 98400.X}{5000} = 99000 - 98400 - \frac{99000\ .30}{5000}$$

$$0,12X = 6 \ ; \quad \boxed{X=50\ js}$$

تاريخ التكافؤ المطلوب يقع 50 يوم قبل تاريخ 31 أكتوبر ، وهو تاريخ 11 سبتمبر

معناه: في تاريخ 11 سبتمبر من نفس السنة تتساوى فيه القيمتين الحاليتين.

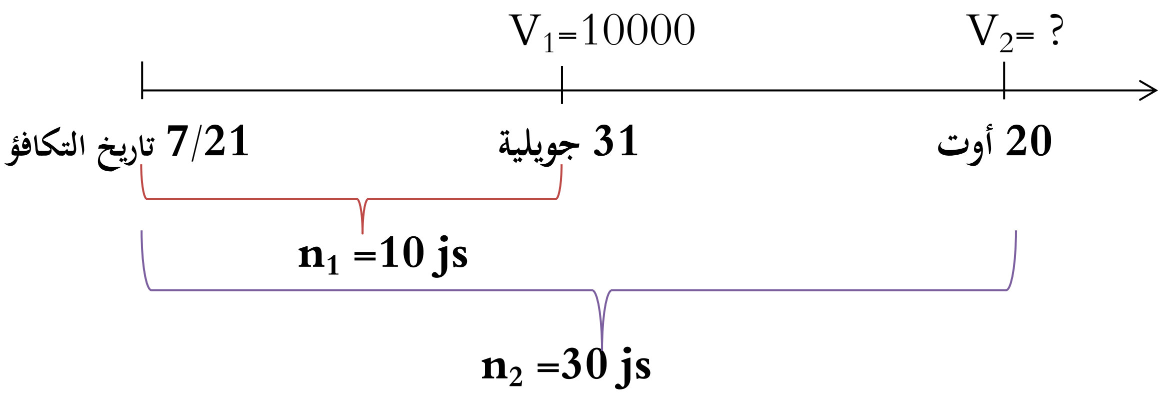
$$V_{a_1} = V_{a_2} = 98400 - \frac{98400\,.50}{5000} = 97416\ DA.$$

مثال$_2$:

كمبيالة مسحوبة في 02 ماي بقيمة 10000 دج تستحق الدفع في 31 جويلية، وفي 21 جويلية اتفق المدين والدائن على تأجيل الاستحقاق إلى 20 أوت.

فإذا كان معدل الخصم 6%، ما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

الحل: تاريخ التكافؤ هو 21 جويلية



عند التكافؤ نجد : $V_{a_1} = V_{a_2}$

$$V_1 - \frac{V_1 . n_1}{D} = V_2 - \frac{V_2 . n_2}{D}$$

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} = 6000$$

$$10000 - \frac{10000 \times 10}{6000} = V_2 - \frac{V_2 \times 30}{6000}$$

$$V_1 - \frac{V_1 . n_1}{D} = V_2 (\frac{6000 - 30}{6000})$$

$9983.33 = 0.995\ V_2 \rightarrow$ $\boxed{V_2 = 10033{,}5 \text{ da}}$

3. التمثيل البياني لتاريخ التكافؤ:

نأخذ المثال 01 لتحديد تاريخ التكافؤ بيانيا.

القيمتين الحاليتين للورقتين التجاريتين عبارة عن دوال خطية في المدة X

القيمة الحالية للورقة الأولى:

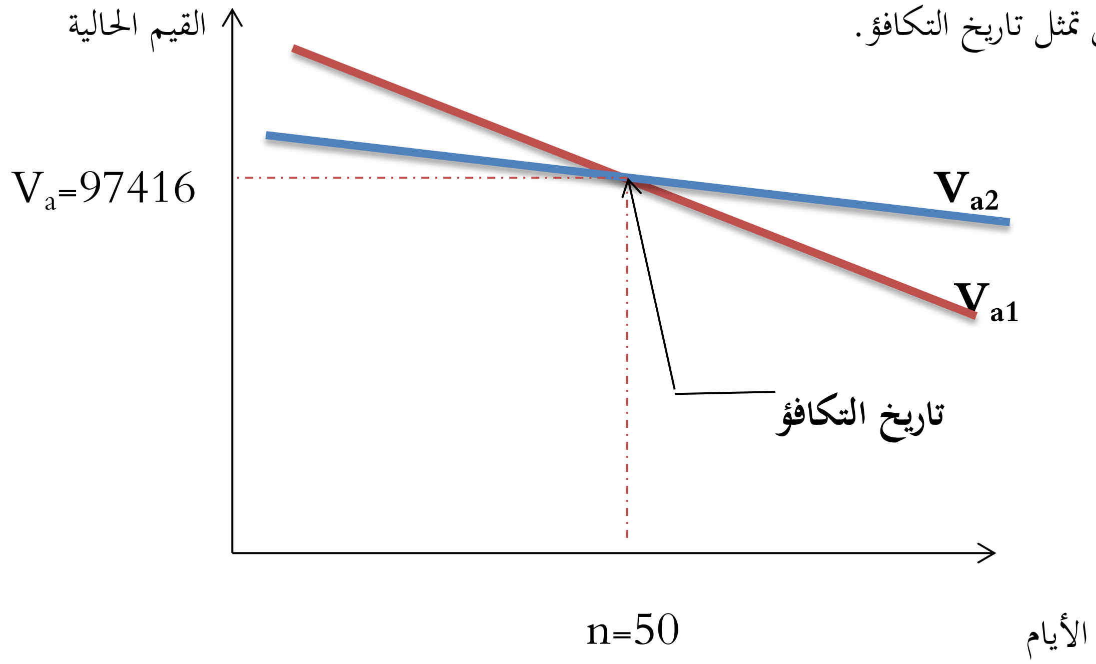
$$V_{a_1} = 98400 - \frac{98400.X}{5000} = 98400 - 19{,}68\,X$$

القيمة الحالية للورقة الثانية:

$$V_{a_2} = 99000 - \frac{99000.X}{5000} = 98406 - 19{,}8\,X$$

نقوم بتمثيل الدالتين في نفس المعلم، نقطة تقاطع المستقيمين تمثل القيمة: **X=50**

والتي تمثل تاريخ التكافؤ.



4. تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية:

تتكافأ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية إذا خصمت بنفس المعدل في تاريخ ما ونتجت عنها نفس القيمة الحالية.

$$V_a = V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3} + \ldots\ldots\ldots + V_{a_k}$$

$$V - \frac{V.n}{D} = V_1 - \frac{V_1.n_1}{D} + V_2 - \frac{V_2.n_2}{D} + \cdots\ldots\ldots + V_k - \frac{V_k.n_k}{D}$$

1.4 حالة تاريخ الاستحقاق المتوسط:

إن تاريخ الاستحقاق المتوسط لمجموعة من الأوراق التجارية ، هو ذلك التاريخ المشترك أو الموحد لهذه الأوراق والذي يضمن تسوية الدين بين الدائن والمدين دون تحقيق ربح ولا خسارة، بحيث أن القيمة الاسمية للورقة التجارية الوحيدة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المستبدلة.[16]

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots \ldots . + V_k$$

$$V - \frac{V.n}{D} = V_1 - \frac{V_1.n_1}{D} + V_2 - \frac{V_2.n_2}{D} + \cdots \ldots \ldots + V_k - \frac{V_k.n_k}{D}$$

$$V - \frac{V.n}{D} = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_k - \frac{V_1.n_1}{D} - \frac{V_2.n_2}{D} - \frac{V_3.n_3}{D} - \cdots - \frac{V_k.n_k}{D}$$

بما أن القيمة الاسمية للورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المستبدلة ، تصبح العلاقة كما يلي:

$$\frac{V.n}{D} = \frac{V_1.n_1}{D} + \frac{V_2.n_2}{D} + \frac{V_3.n_3}{D} + \cdots + \frac{V_k.n_k}{D} \quad \rightarrow$$

$$V.n = V_1.n_1 + V_2.n_2 + V_3.n_3 + \cdots . + V_k.n_k \quad \rightarrow$$

$$n = \frac{V_1.n_1 + V_2.n_2 + V_3.n_3 + \cdots . + V_k.n_k}{V} = \frac{V_1.n_1 + V_2.n_2 + V_3.n_3 + \cdots . + V_k.n_k}{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots . + V_k}$$

وعليه تكون العلاقة الرياضية **لتاريخ الاستحقاق المتوسط** كما يلي:

$$\boxed{n = \frac{\sum_{i=1}^{k} V_i.n_i}{\sum_{i=1}^{k} V_i}}$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 10000دج، نريد استبدالها بثلاث أوراق تجارية كالأتي:

4000دج مدة استحقاقها 15 يوما.

3000دج مدة استحقاقها 30 يوما.

3000دج مدة استحقاقها 40 يوما.

معدل الخصم 6%، ما هي مدة استحقاق الورقة الجديدة.

الحل: بما أن:

[16] بن طلحة صليحة، **الرياضيات المالية**، منشورات الدار الجزائرية، الطبعة الأولى، الجزائر، 2015 ، ص80

$$V_1 + V_2 + V_3 = 4000 + 3000 + 3000 = 10000 = V$$

فإن مدة الاستحقاق الجديدة هي تاريخ استحقاق متوسط، يمكن حسابه بالعلاقة التالية:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{k} V_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} V_i} = \frac{V_1.n_1 + V_2.n_2 + V_3.n_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{(4000\times15)+(3000\times30)+(3000\times40)}{10000} = 27 \text{ js.}$$

مدة استحقاق الورقة التجارية الوحيدة هي 27 يوم.

2.4 تاريخ الاستحقاق المشترك:

تطبق هذه الحالة عندما تكون القيمة الاسمية للسند الجديد لا تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية المستبدلة أي : $V \neq V_1 + V_2 + V_3 + \cdots \ldots . + V_k$

إن حل مسألة تاريخ الاستحقاق المشترك يرجع إلى تعويض عدة أوراق بورقة واحدة في تاريخ التكافؤ.

يعتبر تاريخ الاستحقاق المتوسط كحالة خاصة من هذا التاريخ.

مثال:

في 06 سبتمبر طلب أحد مديني الأوراق التجارية من الدائن استبدال 03 أوراق تجارية بورقة تجارية واحدة تاريخ استحقاقها 15 ديسمبر بمعدل 9%.

الأوراق الثلاثة هي كما يلي:

5000دج تاريخ استحقاقها 31 أكتوبر.

7000دج تاريخ استحقاقها 30 نوفمبر.

9000دج تاريخ استحقاقها 31 ديسمبر.

المطلوب: حدد القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

الحل:

لدينا: V= ? , t=9%

تاريخ التكافؤ هو تاريخ 06 سبتمبر، قبل الشروع في تحديد القيمة الاسمية ينبغي حساب المدد من تاريخ التكافؤ إلى غاية تاريخ استحقاق كل ورقة وذلك كما يلي:

06/9→ 31/10 ; $\mathbf{n_1}$ =(30-6)+31=**55js**

06/9→30/11 ; $\mathbf{n_2}$ =**85js**

06/9 →31/12 ; $\mathbf{n_3}$ =**116js**

06/9 → 15/12 ; **n =100js**

$$D=\frac{36000}{t}=\frac{36000}{9}=4000.$$

عند التكافؤ نجد:

$$V_a=V_{a_1}+V_{a_2}+V_{a_3}$$

$$V-\frac{V.n}{D}=V_1-\frac{V_1.n_1}{D}+V_2-\frac{V_2.n_2}{D}+V_3-\frac{V_3.n_3}{D}$$

$$V(\frac{D-n}{D})=V_1(\frac{D-n_1}{D})+V_2(\frac{D-n_2}{D})+V_3(\frac{D-n_3}{D})$$

$$V(\frac{4000-100}{400})=5000(\frac{4000-55}{4000})+7000(\frac{4000-85}{4000})+9000(\frac{4000-116}{4000})$$

$$0,975.V=4931,25+6851,25+8739=20521,5$$

$$V=\frac{20521,5}{0,975}=21047,7\ ;$$

القيمة الاسمية للورقة الوحيدة هي: V=21047,7 D

5. تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى:

نقول أن مجموعة من الأوراق التجارية تتكافأ مع مجموعة أخرى في تاريخ ما إذا خصمت بنفس المعدل ونتج عنها نفس القيمة الحالية.

$$V_{a_1}+V_{a_2}+V_{a_3}+\dots\dots\dots+V_{a_k}=V`_{a_1}+V`_{a_2}+V`_{a_3}+\dots\dots\dots+V`_{a_k}$$

$$V_1-\frac{V_1.n_1}{D}+V_2-\frac{V_2.n_2}{D}+\cdots\dots\dots+V_k-\frac{V_k.n_k}{D}=$$

$$V`_1-\frac{V`_1.n`_1}{D}+V`_2-\frac{V`_2.n`_2}{D}+\cdots\dots\dots+V`_k-\frac{V`_k.n`_k}{D}$$

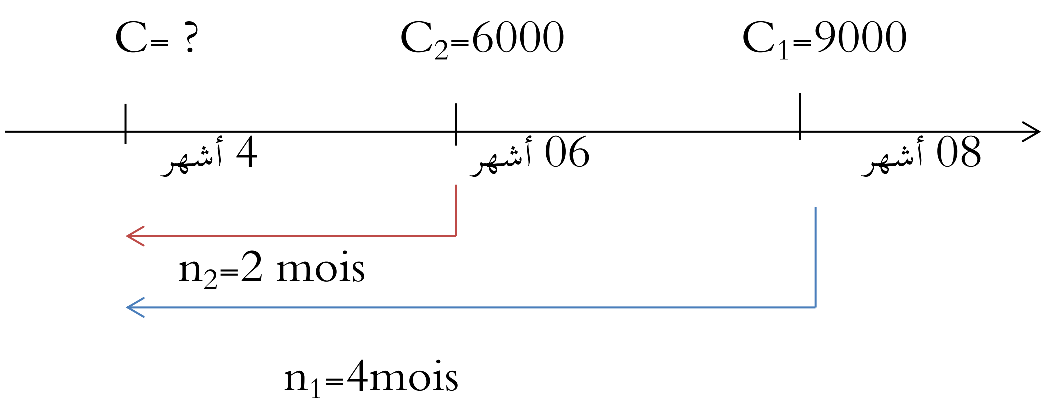
6.استبدال الديون قصيرة الأجل:

إن الشخص المدين بمبلغ معين قد يرى أنه من مصلحته عدم دفع ما عليه من ديون في الوقت الحالي والاتفاق مع الدائن على تأجيل موعد الدفع ويتحمل مبلغا إضافيا هو فائدة المبلغ عن مدة التأخير. أو العكس قد يتفق مع الدائن على تسبيق موعد الدفع .حيث يمكن حساب المبلغ المسدد كما يلي:

المبلغ المسدد = المبلغ∓المبلغ × المعدل × المدة.

مثال: شخص مدين بمبلغين : الأول قيمته 9000 دينار يستحق السداد بعد 08 أشهر، والثاني قيمته 6000 دينار يستحق السداد بعد 06 أشهر.

المطلوب: أوجد مقدار ما يدفعه الشخص سدادا لدينه بعد 04 أشهر من الآن، إذا كان معدل الخصم 6% سنويا.



بالنسبة للدينين هناك تسبيق في التسديد ب04 أشهر بالنسبة للدين الأول وب02 شهر بالنسبة للدين الثاني، وعليه يمكن حساب المبلغ المسدد كما يلي:

المبلغ المسدد = المبلغ—المبلغ × المعدل × المدة.

$$C=9000-9000\times\frac{6}{100}\times\frac{4}{12}+6000-6000\times\frac{6}{100}\times\frac{2}{12}$$

$$C=9000-180+6000-60=8820+5940=\mathbf{14760\ DA}.$$

المبلغ المسدد بعد 04 أشهر من الآن هو 14760 دينار

تمارين الفصل الثالث: تكـــافؤ الأوراق التجاريـــة

تمرين رقم (01):

1-في 01 أفريل تم تبديل سند قيمته 8500 دج مستحق الدفع في 01 ماي بسند أخر يدفع في 30 ماي ، وذلك بمعدل خصم 6%. أحسب القيمة الاسمية للسند الثاني.

2-حدد المدة الباقية للاستحقاق لكمبيالة قيمتها الاسمية 12000 دج استبدلت بثلاث كمبيالات: 3000دج، 4000دج، 5000دج تستحق بعد 30 ، 40، 50 يوم على التوالي بمعدل فائدة 6%.

3-في 01 سبتمبر يريد تاجر تبديل ورقة تجارية بقيمة 12960 دج تستحق في 01 أكتوبر بمعدل 4% ب 3أوراق تجارية تستحق في 15 أكتوبر، 30 أكتوبر، 15 نوفمبر على التوالي.

أحسب القيمة المشتركة لهذه الأوراق التجارية.

تمرين رقم (02):

شخص مدين لمصرف بالمبالغ التالية:

*كمبيالة قيمتها الاسمية 8500 دج تستحق الدفع في 15 ماي 2016.

*سند قيمته الاسمية 4500 دج يستحق الدفع في 10 جوان 2016.

وقد اتفق هذا الشخص مع المصرف في 2016/4/30 على أن يدفع له نقدا نصف قيمة الديون يوم التسوية، ثم يحرر الباقي عن طريق سند جديد يستحق الدفع بعد 90 يوما.

المطلوب: إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد إذا كان معدل الخصم التجاري 6 % سنويا.

تمرين رقم (03)

اقترح شخص على زبونه تسديد فاتورة بطريقتين:

الأولى: تسديد مبلغ فوري قدره 44939دج.

الثانية: تسديد مبلغ فوري 9200دج وقبول ثلاثة سندات متساوية القيمة تستحق بعد 15 يوم، 27 يوم، 45 يوم على الترتيب.

المطلوب: ماهي القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية عند تكافؤ الطرقتين بمعدل 9%

تمرين رقم (04)

يحمل تاجر ثلاث أوراق تجارية وهي كالآتي:

الأولى قيمتها الاسمية 15880دج تستحق في 4/30/ن.

الثانية قيمتها الاسمية 12520دج تستحق في 5/20/ن

الثالثة قيمتها الاسمية 25200دج تستحق في ؟

عوضت هذه الأوراق بورقة وحيدة قيمتها الاسمية 53600دج وتستحق في 05/31/ن

س1-ما هو تاريخ استحقاق الورقة الثالثة؟

الورقة الوحيدة خصمت في 04/15/ن، بتطبيق أجيو يشمل بالإضافة إلى الخصم التجاري ، عمولات ورسوم بمبلغ 284 دج، علما أن القيمة الصافية بعد الأجيو تساوي 52699.6دج

س2-فماهو معدل الخصم المطبق؟

تمرين رقم (05): مؤسسة عليها الأوراق التجارية التالية:

الأولى قيمتها الاسمية 108000دج تستحق في 10 جوان.

الثانية قيمتها الاسمية 72000دج تستحق في 01 جويلية.

الثالثة قيمتها الاسمية 81000دج تستحق في 01 أوت.

إذا أرادت المؤسسة تغيير الأوراق الثلاثة بورقة وحيدة قيمتها الاسمية 261000دج في 06/10 وبمعدل خصم 12.5%

س01-أحسب تاريخ استحقاقها.

إذا دفعت المؤسسة ما عليها بتاريخ 07/01 نقدا دون أن تدفع الورقة الأولى من قبل.

س02-أحسب قيمة المبلغ المدفوع في هذا التاريخ.

إذا دفعت الورقة الأولى والثانية في تاريخ استحقاقها المحدد وأرادت المؤسسة تبديل الورقة الثالثة بورقة جديدة تدفع في 08/21/ن

س03-أحسب قيمة الورقة الجديدة.

س04-أحسب القيمة الاسمية لورقة وحيدة تكافئ الأوراق الثلاثة في 06/15/ن بمعدل 6% وتستحق في 08/20/ن.

تمرين رقم (06): المؤسسة أ مدينة للمؤسسة ب بالمبالغ التالية:

2000دج تستحق السداد بعد 05 أشهر.

4000دج تستحق السداد بعد 07 أشهر.

7000دج تستحق السداد بعد 09 أشهر.

إذا لأرادت المؤسسة أ استبدال الديون الثلاثة السابقة بدين واحد يستحق بعد 10 أشهر .

س-أحسب قيمة هذا الدين إذا كان معدل الفائدة هو 8% سنويا.

الجزء الثاني: العمليات المالية طويلة الأجل

الفصل الرابع: الفائدة المركبة
L’intérêt composé

1.تعريف الفائدة المركبة.

2.القانون الأساسي للفائدة المركبة

3.ملاحظات هامة.

4.مدة رسملة الفوائد.

5.استعمال قانون الفائدة المركبة.

6.طريقة التناسب في حساب معدل الفائدة.

7.المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة.

8.تحديد قيمة مبلغ في تاريخ معين

9.أمثلة باستعمال الجداول المالية

10.الخصم بفائدة مركبة.

11.تكافؤ الديون بفائدة مركبة

الفصـــل الرابــع: الفائـدة المركـبة

تمهيد:

ظهر مفهوم الفائدة المركبة بظهور التوظيفات طويلة الأجل التي تكون مدتها سنة فما فوق، والشيء الملاحظ أن الفائدة المحصل عليها في نهاية الفترة الأولى لا تسحب بل تضاف لرأس المال الموظف في بداية المرحلة الثانية، وهذه العملية التي تعتمد على إضافة الفائدة إلى رأس المال تسمى الرسملة **La capitalisation**.

1.تعريف الفائدة المركبة:

الفائدة المركبة هي تلك الفائدة الناتجة عن إضافة الفائدة البسيطة للفترة إلى الأصل لكي تنتج بدورها رأس مال جديد للفترة الموالية يعرف بالجملة.[17]

2. القانون الأساسي للفائدة المركبة:

إذا كان C_0 هو المبلغ الموظف، i هو معدل التوظيف، n هي مدة التوظيف

فإن القيمة المحصلة (الجملة) C_n تحسب كما يوضحه الجدول التالي:[18]

الفترة	رأس المال الموظف في بداية الفترة	فائدة الفترة	القيمة المحصلة في نهاية الفترة
1	C_0	$C_0.i.1$	$C_0+ C_0.i= C_0(1+i)$
2	$C_0(1+i)$	$C_0(1+i).i.1$	$C_0(1+i)+ C_0(1+i).i= C_0(1+i)^2$
3	$C_0(1+i)^2$	$C_0(1+i)^2.i.1$	$C_0(1+i)^2+ C_0(1+i)^2.i= C_0(1+i)^3$
.			
.			
.			
n-1	$C_0(1+i)^{n-2}$	$C_0(1+i)^{n-2}.i.1$	$C_0(1+i)^{n-2}+ C_0(1+i)^{n-2}.i= C_0(1+i)^{n-1}$
N	$C_0(1+i)^{n-1}$	$C_0(1+i)^{n-1}.i.1$	$C_0(1+i)^{n-1}+ C_0(1+i)^{n-1}.i= \mathbf{C_0(1+i)^n}$

[17] منصور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006 ، ص 45.

[18] Abdellatif Sadiki , Najib Mikkou, Op cite , p40.

وعليه تكون القيمة المحصلة بعدn فترة من التوظيف كما يلي:

$$C_n = C_0(1+i)^n \quad ; C_n = C(1+i)^n$$

$$\boxed{\boldsymbol{C_n = C(1+i)^n}}$$

القيمة الحالية: وهي قيمة المبلغ المستثمر في بداية المدة، أي أنها القيمة الأصلية لرأس مال عرفت قيمته في نهاية مدة توظيفه.[19]

وبناء عليه تتحدد لقيمة الحالية بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{C^n}{(1+i)^n} = \boldsymbol{C_n(1+i)^{-n}}$$

$$\boxed{\mathbf{C} = \boldsymbol{C_n(1+i)^{-n}}}$$

مثال$_1$:

أحسب القيمة المحصلة لرأس مال قدره 90000دج موظف لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8%.

لدينا:

$$\boldsymbol{C_n = C(1+i)^n}$$

$$C_3 = 90000(1+0.08)^3 = \mathbf{113374{,}08\ \ } \boldsymbol{DA}.$$

مثال$_2$:

ما هي جملة أصل قدره 12000دج مودع في البنك لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 4% للسداسي؟

نقوم بتحويل المدة إلى سداسيات لأن المعدل سداسي (رسملة الفوائد سداسية)

n=5×2=10 semestres

$$C_{10} = 12000(1+0{,}04)^{10} = 12000 \times 1{,}480244$$

$$\boldsymbol{C_{10} = 17762{,}92\ DA}$$

[19] يحي موسى حسين، الرياضة المالية، **مركز التعليم المفتوح**، برنامج مهارات التسويق والبيع، القاهرة،2011 ، ص64.

3. ملاحظات هامة:

أ– للحصول على العلاقة الأساسية للفائدة المركبة $C_n = C(1+i)^n$ افترضنا أن : رسملة الفوائد سنوية، معدل الفائدة سنوي والمدة معبر عنها بالسنوات كذلك.

ب–إن معدل التوظيف ومدة التوظيف **يتبعان الرسملة**؛ مثلا: إذا كانت رسملة الفوائد سداسية فإن كل من معدل التوظيف ومدة التوظيف يجب أن يكونا سداسيين.

ج–الجدول السابق(العمود الرابع) يظهر أن القيم المحصلة المتتالية في نهاية المدة 1,2,3,....,n بعد رسملة الفوائد تشكل متتالية هندسية ذات أساس(1+i) والحد الأول هو الأصل C.[20] الفائدة المركبة تعطي القيمة المحصلة (الجملة) من رأس مال معين (عكس قانون الفائدة البسيطة الذي يعطي مباشرة الفائدة).

ويمكن أن نتحصل على الفائدة كما يلي:[21]

$$I = C_n - C$$

$$I = C(1+i)^n - C = C[(1+i)^n - 1]$$

$$I = C[(1+i)^n - 1]$$

أو:

$$I = C_n - C_n(1+i)^{-n} = C_n[1-(1+i)^{-n}]$$

$$\boxed{\begin{aligned} I &= C[(1+i)^n - 1] \\ I &= C_n[1-(1+i)^{-n}] \end{aligned}}$$

[20] MANCER ILYES, **COURES DE MATHEMATIQUES FINANCIERES**, Université AKLI Mohamed Oulhadj BOUIRA, ALGER, 2015/2016, p 40.

[21] Abdellatif Sadiki , Najib Mikkou, Op cite , p41.

4. مدة رسملة الفوائد:

المدة المستعملة عادة هي السنة، ولكن يمكن أن تكون المدة: سداسية ، ثلاثية، أو شهرية أو أية مدة أخرى.

ففي الحالة التي تكون فيها المدة على شكل كسر أي: n=k+f لدينا طريقتين أو حلين لحساب القيمة المحصلة C_n: طريقة الحل العقلاني وطريقة الحل التجاري.

1.4: طريقة الحل العقلاني(الرشيد):

المبدأ الأساسي لهذه الطريقة هو حساب الفائدة المركبة بالجزء الصحيح والفائدة البسيطة بالجزء الكسري.

$$C_n = C(1+i)^n \quad ; \quad n = k + f$$

حيث أن : k هو الجزء الصحيح و f هو الجزء الكسري.

$$C_n = C(1+i)^{k+f}$$

أولا: حساب الفائدة المركبة بالجزء الصحيح:

$$C_k = C(1+i)^k$$

ثانيا: حساب الفائدة البسيطة بالجزء الكسري:

$$C_f = C_k . t . f = C(1+i)^k . t . f$$

وعليه:

$$C_{k+f} = C_k + C_f = C(1+i)^k + C(1+i)^k . t . f$$

$$\boxed{C_{k+f} = C(1+i)^k[1 + t.f]}$$

مثال:

أحسب القيمة المحصلة بالحل العقلاني لمبلغ قيمته 24000دج لمدة سنتين و 4 أشهر بمعدل فائدة مركبة 4 %.

لدينا : $i = 0.04$, n=k+f= $2+\frac{4}{12}$, C=24000 da

$$C_{k+f} = \boldsymbol{C(1+i)^k[1+t.f]}$$

$$C_{2+\frac{4}{12}} = 24000(1+0{,}04)^2\left[1+\frac{4}{100}.\frac{4}{12}\right] = 26304{,}5 \text{ DA}$$

2.4 طريقة الحل التجاري:

بالنسبة لهذه الطريقة نقوم بحساب القيمة المحصلة للجزء الصحيح والجزء الكسري:

$$C_n = C(1+i)^{k+f} = C(1+i)^k.(1+i)^f$$

$$\boxed{\boldsymbol{C_{k+f} = C(1+i)^k(1+i)^f}}$$

مثال: نقوم بحساب القيمة المحصلة بالحل التجاري لنفس المثال السابق

لدينا : $i = 0.04$, $n=k+f= 2+\frac{4}{12}$, $C=24000$ da

$$\boldsymbol{C_{k+f} = C(1+i)^k(1+i)^f}$$

$$C_{2+\frac{4}{12}} = 24000(1+0{,}04)^2(1+0{,}04)^{\frac{4}{12}} = 26300 \text{ DA.}$$

النتائج يمكن الوصول إليها باستخدام الآلة الحاسبة أو باستخدام الجداول المالية:

$(1+i)^n$ → **la table financière n°1**

$(1+i)^{-n}$ → **la table financière n°2**

5. استعمال قانون الفائدة المركبة:

1.5 معدل الفائدة:

وهو المعدل أو النسبة المطبقة على المبلغ الموظف أو المستثمر ويرمز له ب i حيث يمكن حسابه

من خلال علاقة القيمة المحصلة كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Leftrightarrow \quad (1+i)^n = \frac{C_n}{C} = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C}}$$

$$\boxed{i = \left[\frac{C_n}{C}\right]^{\frac{1}{n}} - 1}$$

مثال:

رأس مال قدره 30000دج أودع البنك بمعدل فائدة مركبة لمدة 4 سنوات لتكون جملته 40438.08دج، أحسب معدل الفائدة المستعمل.

لدينا: C=30000 da , n= 4 ans, C_n= 40438,04 da , i= ?

$$C_n = C(1+i)^n \Leftrightarrow \quad (1+i)^n = \frac{C_n}{C}$$

$$(1+i)^4 = \frac{40438{,}04}{30000} = 1{,}347936$$

من الجدول المالي رقم 01 نجد أن : $i = 7{,}75\%$

أو نستعمل الطريقة الرياضية كما يلي:

$$i = \left[\frac{C_n}{C}\right]^{\frac{1}{n}} - 1 = \left[\frac{40438{,}04}{30000}\right]^{\frac{1}{4}} - 1 = [1{,}347936]^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.0775.$$

$$i = 7.75\%$$

2.5 مدة التوظيف:

من العلاقة الأساسية للفائدة المركبة يمكن حساب مدة التوظيف إما باستعمال الجداول المالية أو باستعمال اللوغاريتم النيبيري.

$$C_n = C(1+i)^n \Leftrightarrow (1+i)^n = \frac{C_n}{C}$$

$$Ln(1+i)^n = Ln\frac{C_n}{C} \Leftrightarrow n\,Ln\,(1+i) = Ln\frac{C_n}{C}$$

$$\boldsymbol{n = \frac{Ln\frac{C_n}{C}}{Ln\,(1+i)} = \frac{Ln\,C_n - Ln\,C}{Ln\,(1+i)}}$$

مثال:

مبلغ قدره 20000 دج أودع لمدة معينة بمعدل فائدة 6% سنويا، ليعطي جملة قدرها 26764.52 دج

المطلوب: تحديد هذه المدة.

لدينا: C=20000 da , n= ?, C_n= 26764,52 da , i= 0,06

$$\boldsymbol{C_n = C(1+i)^n} \Leftrightarrow 26764.52 = 20000(1+0{,}06)^n$$

$$(1+0{,}06)^n = \frac{26764.52}{20000} = 1{,}338226$$

من الجدول المالي رقم 01 نجد أن: **n= 5ans**

أو: باستعمال اللوغاريتم النبيري نجد:

$$1{,}06^n = 1{,}338226$$

$$Ln1{,}06^n = Ln1{,}338226 \Leftrightarrow n = \frac{Ln1{,}338226}{Ln\,1{,}06} = \frac{0{,}291345}{0{,}058269}$$

$$\boldsymbol{n = 5\ ans}$$

6. طريقة التناسب في حساب معدل الفائدة:

تستخدم طريقة التناسب باستخدام الجداول المالية في حالة عدم وجود المعدل في الجدول المالي أي أن يكون محصور بين معدلين.

مثال: حدد معدل الفائدة الذي بموجبه تصبح قيمة 10000دج بعد 10 سنوات جملة بمقدار 25000دج.

لدينا: C=10000 da , n= 10 ans, C_n= 25000 da , i= ?

$$\boldsymbol{C_n = C(1+i)^n} \Leftrightarrow 25000 = 10000(1+i)^{10}$$

$$(1+i)^{10} = \frac{25000}{10000} = 2{,}5$$

من الجدول المالي رقم 01 نجد أن: $9.5\% < i < 9,75\%$

$$(1+\mathbf{0.0975})^{10} = 2,535393$$
$$(1+\mathbf{0.095})^{10} = 2,478228$$

الفرق بين **القيمتين المجدولتين**: ***0,057165*** = *0,0025*

الفرق بين **القيمة المحسوبة** والقيمة **الصغرى المجدولة**: ***2,5−2,478228=0,021772***

$$i = 0,095 + (0,0975 - 0,095) \times \frac{2,5-2,478228}{2,535393-2,478228}$$

$$= 0,095 + 0,0025 \times \frac{0,021772}{0,057165} = 0,09595$$

$$\boldsymbol{i = 9,595\%}$$

7. المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

1.7 معدل الفائدة المتناسب:

يكون معدلان يتميان لفترتين مختلفتين متناسبين إذا تساوت النسبة بينهما مع النسبة بين فترتيهما.[22]

لحساب المعدل المتناسب يكفي أن نقسم المعدل السنوي على عدد الفترات الموجودة في السنة.

المعدل السداسي المتناسب= $\frac{\text{المعدل السنوي}}{2} = \frac{\boldsymbol{i_a}}{\mathbf{2}}$

المعدل الثلاثي المتناسب= $\frac{\text{المعدل السنوي}}{4} = \frac{\boldsymbol{i_a}}{\mathbf{4}}$

المعدل الشهري المتناسب= $\frac{\text{المعدل السنوي}}{12} = \frac{\boldsymbol{i_a}}{\mathbf{12}}$

ويستعمل المعدل المتناسب لمقارنة معدلات الفائدة لفترات زمنية مختلفة خاصة إذا كانت مصادر استثمار أو

[22] Abdellatif Sadiki , Najib Mikkou, Op cite , p43.

اقتراض.[23]

2.7 المعدل المتكافئ:

معدل الفائدة عادة ما يكون سنوي كما يمكن أن يكون لفترة أقل من السنة : سداسي، ثلاثي، أو شهري حيث أن رسملة الفوائد قد تكون سداسية، ثلاثية، أو شهرية، أو يومية، لذا يجب حساب معدل كل فترة.

المعدل المتكافئ لمعدل سنوي معين هو المعدل الذي يعطي نفس الجملة –لنفس المبلغ – لفترة زمنية معينة للتوظيف.[24]

ويمكن حساب المعدل المتكافئ بالعلاقة التالية:

$$C(1+i_a)^1 = C(1+i_k)^k$$

$$1+i_a = (1+i_k)^k$$

$$i_k = (1+i_a)^{\frac{1}{k}} - 1$$

مثال: أحسب المعدلات المتناسبة والمتكافئة لمعدل سنوي **%10**

المعدلات المتناسبة لمعدل %10

المعدل السداسي المتناسب= $\frac{\text{المعدل السنوي}}{2} = \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = \mathbf{\%5}$

المعدل الثلاثي المتناسب= $\frac{\text{المعدل السنوي}}{4} = \frac{i_a}{4} = \frac{10}{4} = \mathbf{\%2.5}$

المعدل الشهري المتناسب= $\frac{\text{المعدل السنوي}}{12} = \frac{i_a}{12} = \frac{10}{12} = \mathbf{\%0.83}$

المعدلات المتكافئة لمعدل %10

$$1+i_a = (1+i_k)^k$$

المعدل **السداسي** المتكافئ:

[23] Hamini Allal, **Mathematiques Financières**, Tome 1, Office des Publications Universitaires, Ben Aknoun, Algerie, 2005,p 50.

[24] MANCER ILYES, op cite, p42.

$$1+i_a=(1+i_2)^2 \Leftrightarrow i_2=(1+i_a)^{\frac{1}{2}}-1=(1+0{,}1)^{\frac{1}{2}}-1=\ 0{,}048\ ,$$

$$\boldsymbol{i_2=4.8\%}$$

المعدل **الثلاثي** المتكافئ:

$$1+i_a=(1+i_4)^4 \Leftrightarrow i_4=(1+i_a)^{\frac{1}{4}}-1=(1+0{,}1)^{\frac{1}{4}}-1=\ 0{,}024\ ,$$

$$\boldsymbol{i_2=2,4\%}$$

المعدل **الشهري** المتكافئ:

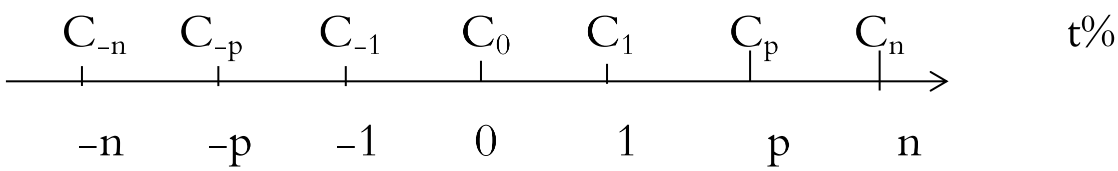
$$1+i_a=(1+i_{12})^{124} \Leftrightarrow i_{12}=(1+i_a)^{\frac{1}{12}}-1$$

$$=(1+0{,}1)^{\frac{1}{12}}-1=\ 0{,}008,\ \boldsymbol{i_{12}=0,8\%}$$

الجدول المالي رقم 06 يعطي مباشرة المعدلات المتكافئة لفترة تمثل أعداد كاملة من الأشهر.

8-تحديد قيمة مبلغ في تاريخ معين:

رأس مال C_p يسدد في الفترة p يمكن تحديد قيمته بسهولة في أي تاريخ آخر.[25]



بمعلومية C_0 ، يمكن حساب:

← في الزمن n : $C_n=C_0(1+i)^n$

← في الزمن p : $C_p=C_0(1+i)^p$

← في الزمن -n : $C_{-n}=C_0(1+i)^{-n}$

كما يمكن أن نحدد قيمة المبلغ في الزمن p بمعلومية قيمته في الزمن n :

نعلم أن : $C_n=C_0(1+i)^n$

و $C_0=C_n(1+i)^{-n}$

و $C_p=C_0(1+i)^p$

[25] Abdellatif Sadiki , Najib Mikkou, Op cite , pp 47-48.

وبتعويض C_0 بقيمته و إعادة حساب C_p نجد:

$$C_p = C_n(1+i)^{-n}(1+i)^{p}$$
$$C_p = C_n(1+i)^{-n+p}$$
$$C_p = C_n(1+i)^{-(n-p)}$$

مثال:

مبلغ قيمته 100000 دج يستحق بعد 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 10%.

أحسب المبالغ المسددة في الحالات التالية:

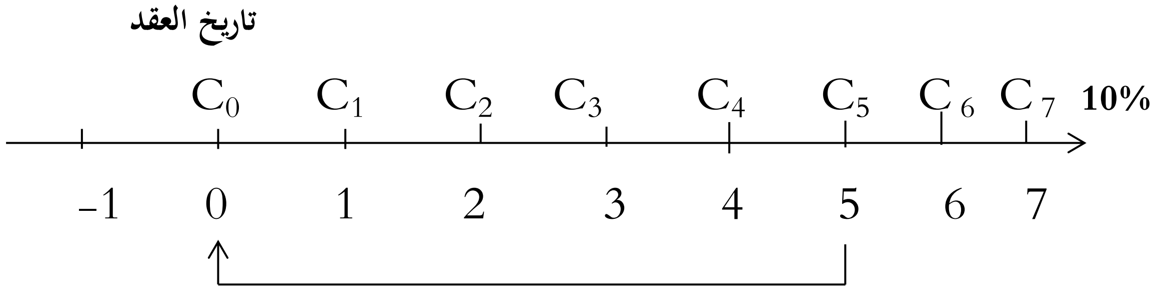
-إذا تم التسديد يوم إمضاء العقد.

-إذا تم التسديد سنتين قبل تاريخ الاستحقاق.

-إذا تم التسديد سنتين قبل تاريخ الاستحقاق.

-إذا تم التسديد سنتين بعد تاريخ الاستحقاق.

-إذا تم التسديد سنة قبل تاريخ العقد.



1-التسديد يوم إمضاء العقد:

$$C_0 = C_n(1+i)^{-n} = 100000(1+01)^{-5} = 62092{,}13\ DA$$

2-التسديد سنتين قبل تاريخ الاستحقاق:

$$C_p = C_0(1+i)^{p}$$
$$C_3 = C_0(1+0{,}1)^{3} = 62092{,}13(1{,}1)^{3} = 82644{,}62\ DA$$

أو: من خلال العلاقة التالية:

$$C_p = C_n(1+i)^{-(n-p)}$$
$$C_3 = C_5(1+0{,}1)^{-(5-3)} = 100000(1{,}1)^{-2} = 82644{,}62\ DA$$

3- التسديد سنتين بعد تاريخ الاستحقاق:

$$C_7 = C_0(1+0{,}1)^{7} = 62092{,}13(1{,}1)^{7} = 1211000\ DA$$

أو: $C_7 = C_5(1+0{,}1)^2 = 100000(1{,}1)^2 = 121000\ DA$

4–التسديد قبل تاريخ العقد:

$$C_{-1} = C_0(1+0{,}1)^{-1} = 62092{,}13(1.1)^{-1} = 56447{,}39\ DA$$
$$C_{-1} = C_5(1+0{,}1)^{-6} = 100000(1.1)^{-6} = 56447{,}39\ DA$$

9–أمثلة باستعمال الجداول المالية:

مثال1:أصل بقيمة 120000دج موظف لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة سنوي 9% ،

ماهي القيمة المتحصل عليها في نهاية التوظيف

$$C_n = C_0(1+i)^n\ ;$$

$$C_7 = 120000(1+0{,}09)^7 = 120000 \times 1{,}828039$$

$$C_7 = 219364{,}68\ DA$$

جدول مالي رقم 01

مثال 2:شخص يريد امتلاك مبلغ 200000دج بعد 4 سنوات، لذلك قام الآن بتوظيف مبلغ يطلب حسابه بمعدل فائدة سنوي 7.5%.

القيمة الحالية لهذا المبلغ هي:

$$C_0 = C_n(1+i)^{-n}\ ;$$

$$C_0 = C_4(1+i)^{-4} = 200000(1{,}075)^{-4} = 200000 \times 0{,}748800$$

$$C_0 = 149760\ DA$$

جدول مالي رقم 02

مثال3: مبلغ 25000 دج موظف لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة سداسي i ، في نهاية التوظيف بلغ هذا المبلغ 153636.92 دج، حدد المعدل السداسي لهذا التوظيف.

n=3×2 =6 semestres.

إذا كان i هو المعدل السداسي، فإن:

$$C_n = C_0(1+i)^n$$
$$153636{,}92 = 25000(1+i)^6$$

$$(1+i)^6 = \frac{153636{,}92}{25000} = 1{,}229255$$

نستعمل الجدول المالي رقم 01 نجد: $i = 3{,}5\%$

كما يمكن حساب المعدل رياضيا كما يلي

$$i = (1{,}229255)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0{,}0349999\ ;\ \ i = 3{,}5\%$$

وعليه التوظيف تم بمعدل فائدة سداسي 3.5%

مثال04: رأس مال قدره 100000دج تم توظيفه بفائدة مركبة بمعدل سنوي 8%، في نهاية التوظيف ارتفعت القيمة المحصلة إلى 233163.9 دج . ماهي مدة التوظيف؟

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

$$233163{,}9 = 100000(1+0{,}08)^n$$

$$1{,}08^n = \frac{233163{,}9}{100000} = 2{,}331639$$

من الجدول المالي رقم 01 نجد القيمة 2.331639عند نقطة تقاطع عمود المعدل 8% والسطر الخاص بالمدة 11 سنة، وعليه فمدة التوظيف هي 11 سنة بما أن المدة سنوية. **n=11 ans**

أو: باستعمال اللوغاريتم النيبيري

$$1{,}08^n = 2{,}331639$$

$$Ln1{,}08^n = Ln\ 2{,}331639$$

$$n = \frac{Ln\ 2{,}331639}{Ln1{,}08} = 11$$; donc **n=11ans**.

ملاحظة: يمكن الحصول على النتائج باستعمال اللوغاريتم النيبيري أو العشري، ولكن يجب الاعتماد على نفس الدالة من بداية الحساب إلى نهايته.

*وفي حالة المعدل مثلا غير وارد في الجدول المالي نستخدم طريقة التناسب التي تطرقنا إليها سابقا

10. الخصم بالفائدة المركبة:

الخصم بالفائدة المركبة يتم تطبيقه بالنسبة للأوراق التجارية التي يكون استحقاقها أكثر من سنة، في الفائدة البسيطة نتحصل على الخصم من خلال الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية، نفس المبدأ سيتم تطبيقه في الفائدة المركبة.

وعليه فالخصم هو الفرق بين القيمة الاسمية للورقة (المبلغ المستحق في المستقبل)والقيمة الحالية بفائدة مركبة

وبناء عليه يمكن أن نكتب:

$$E_c = V_n - V = V(1+i) - V = V[(1+i)-1]$$

$$E_c = V_n - V = V_n - V_n(1+i)^{-n} = V_n[1-(1+i)^{-n}]$$

$$E_c = V[(1+i)-1]$$

$$E_c = V_n[1-(1+i)^{-n}]$$

مثال$_1$:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 100000دج تستحق بعد 5 سنوات، تفاوضت بمعدل 4%.

أحسب قيمتها الحالية وقيمة الخصم.

$$V_n = V(1+i)^n \quad ;$$

$$V = V_n\,(1+i)^{-n} = 100000\,(1+0{,}04)^{-5} = 82192{,}71\ DA$$

القيمة الحالية للورقة التجارية هي 82192.71 دج

الخصم :

$$E_c = V_n - V = 100000 - 82192{,}72 = 17807{,}29\,DA$$

قيمة الخصم التجاري المطبق على الورقة التجارية هي: 17807.29 دج

مثال$_2$:

فوضت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000دج تستحق بعد 4 سنوات، خصمت بفائدة مركبة فكان مبلغ الخصم 3860دج.

أحسب معدل الخصم.

لدينا:

$$E_c = V_n[1-(1+i)^{-n}]$$
$$3860 = 20000[1-(1+i)^{-4}]$$
$$[1-(1+i)^{-4}] = \frac{3860}{20000} = 0{,}193$$
$$(1+i)^{-4} = 0{,}807$$
$$i = 0{,}807^{\frac{-1}{4}} - 1 = 0{,}055 = 5{,}5\%$$

معدل الخصم المطبق هو5,5%

11.تكافؤ الديون بفائدة مركبة:

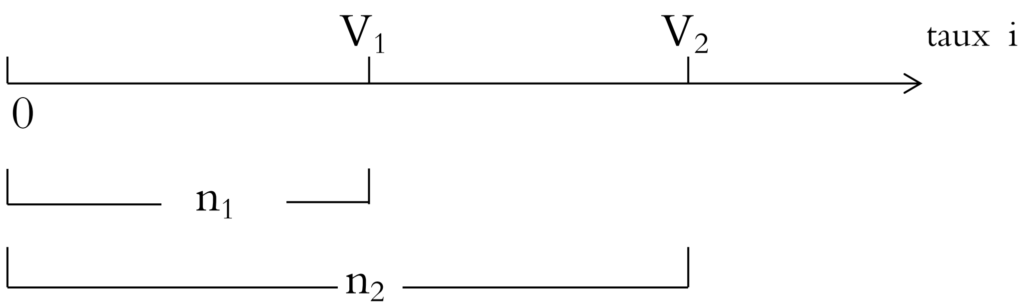
التكافؤ بفائدة مركبة يطبق في العمليات المتوسطة والطويلة الأجل، حيث نجد نفس مبدأ التكافؤ بالفائدة البسيطة.

تتكافأ الديون أو الأوراق التجارية بفائدة مركبة إذا تساوت القيم الحالية في تاريخ معين يسمى تاريخ التكافؤ وبوجود نفس معدل الخصم.

1.11 تكافؤ ورقتين تجاريتين أو رأس مالين:

يتكافأ رأس مالين (أو ورقتين تجاريتين) بفائدة مركبة في تاريخ معين إذا خصما بفائدة مركبة وبنفس المعدل وكان لهما نفس القيمة الحالية في هذا التاريخ.

إذا كانت V_1 و V_2 القيمتين الإسميتين لورقتين تجاريتين تستحقان في n_1 و n_2 خصمتا بمعدل i:

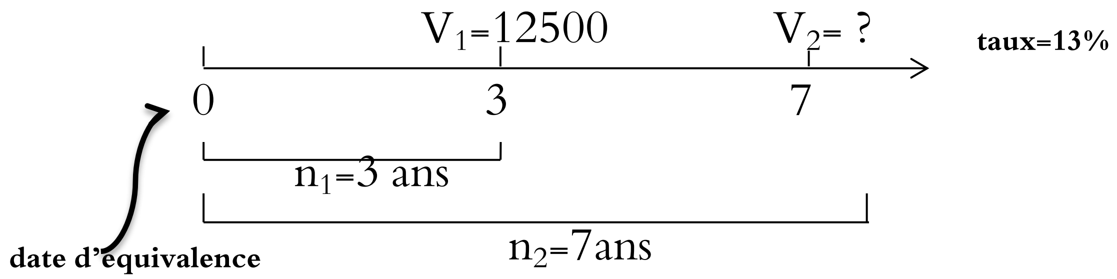


نقول أن الورقتين التجاريتين متكافئتين إذ وفقط إذا كان:

$$\boxed{V_1(1+i)^{-n_1} = V_2(1+i)^{-n_2}}$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الإسمية 12500دج تستحق بعد 3 سنوات عوضت بورقة تجارية أخرى تستحق يعد 7 سنوات، أحسب القيمة الإسمية للورقة الجديدة بمعدل خصم 13%.



في تاريخ التكافؤ نجد:

$$V_1(1+i)^{-n_1} = V_2(1+i)^{-n_2}$$

$$12500(1+0{,}13)^{-3} = V_2(1+0{,}13)^{-7}$$

$$V_2 = \frac{12500(1+0{,}13)^{-3}}{(1+0{,}13)^{-7}} = 12500(1.13)^4$$

$$V_2 = 20380{,}92\ da$$

في الزمن 0 الورقتين التجاريتين 12500دج و 20380.92 لهما نفس القيمة الحالية بمعدل خصم 13 %، ويمكننا التأكد كما يلي:

$$12500(1{,}13)^{-3} = 8663{,}13\ \text{da}$$

$$20380{,}92(1{,}13)^{-7} = 8663{,}13\ \text{da}$$

2.11 تكافؤ ورقة تجارية (رأس مال)مع مجموعة من الأوراق التجارية(أو رؤوس الأموال):

تتكافأ ورقة تجارية (أو رأس مال) مع مجموعة من الأوراق التجارية في تاريخ معين إذا تساوت القيمة الحالية للورقة التجارية مع مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية(أو رؤوس الأموال) بنفس معدل الخصم.[26]

$$\boldsymbol{V_{a_i} = \sum_{i=1}^{k} V_{a_i}`}$$

[26] Abdellatif Sadiki, Najib Mikou, op cite, p 57.

$$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \cdots .. + V_k(1+i)^{-n_k}$$

مثال:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

10000دج واجبة الدفع بعد 4 سنوات

20000دج واجبة الدفع بعد سنتين

اتفق الطرفان على تسديد الدين بعد 3 سنوات.

أحسب مبلغ الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة 6%.

الحل:

في تاريخ التكافؤ نجد:

$$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2}$$

$$V(1+0{,}06)^{-3} = 10000(1+0{,}06)^{-4} + 20000(1+0{,}06)^{-2}$$

$$1{,}06^{-3}V = 7920{,}936 + 17799{,}928$$

$$V = \frac{25720{,}865}{1{,}06^{-3}} = 30633.96 \text{ DA}$$

3.11 تكافؤ مجموعة أوراق تجارية (أو رؤوس الأموال):

تكون مجموعة من الأوراق التجارية(أو رؤوس الأموال) متكافئة مع مجموعة أخرى إذا تساوت مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى مع مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية بنفس معدل الخصم.

$$\sum_{i=1}^{k} V_{a_i} = \sum_{i=1}^{k} V_{a_i}`$$

$$V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \cdots + V_k(1+i)^{-n_k} = V_1`(1+i)^{-n_1`} + V_2`(1+i)^{-n_2`} + \cdots + V_k`(1+i)^{-n_k`}$$

مثال:

نريد تعويض الورقتين التجاريتين التاليتين:

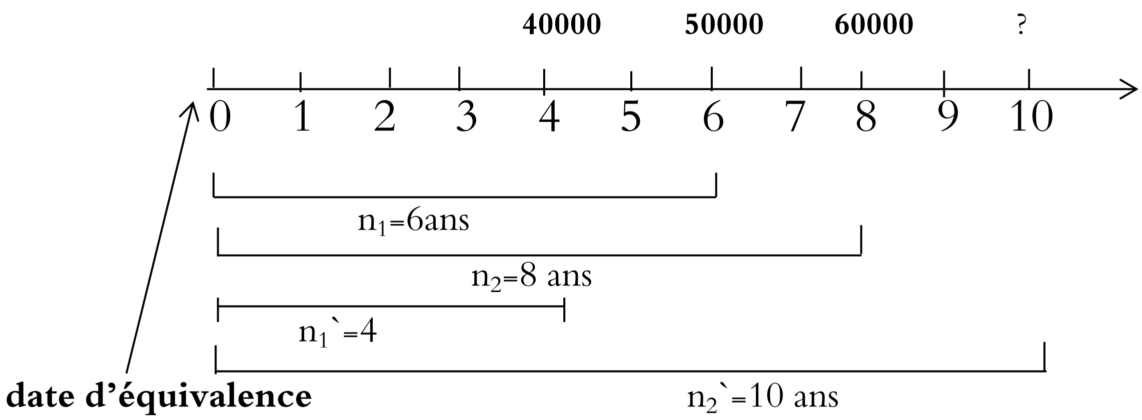
50000دج تستحق الدفع بعد 6 سنوات.

60000دج تستحق الدفع بعد 8 سنوات.

بورقتين تجاريتين الأولى قيمتها 40000دج تدفع بعد 4 سنوات والثانية تدفع بعد 10 سنوات بمعدل خصم 6%.

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية الثانية.

الحل:



في تاريخ التكافؤ:

$$V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} = V_1`(1+i)^{-n_1`} + V_2`(1+i)^{-n_2`}$$

$$\mathbf{50000(1+0,06)^{-6} + 60000(1+0,06)^{-8} = 40000\ (1+0,06)^{-4} + V_2`(1+0,06)^{-10}}$$

$$V_2` = 73799{,}0835\ DA$$

4.11 تاريخ الاستحقاق المتوسط وتاريخ الاستحقاق المتوسط:

يتعلق الأمر بتعويض مجموعة من الأوراق التجارية(أو رؤوس الأموال) بورقة تجارية واحدة.

-إذا كانت القيمة الاسمية للورقة التجارية الوحيدة لا تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية، هذا يعني أنه **تاريخ استحقاق مشترك**. $V \neq V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_k$

-أما إذا كانت القيمة الاسمية للورقة التجارية الوحيدة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية، هذا يعني أنه **تاريخ استحقاق متوسط** $V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_k$

مثال1:

حدد تاريخ الاستحقاق المشترك لدين قيمته 50000دج يعوض ثلاثة ديون وهي كما يلي:

10000دج تستحق بعد 6 أشهر

18000دج تستحق بعد 18 أشهر.

20000دج تستحق بعد 30 شهر.

بمعدل سداسي 2.5%

بما أن معدل الفائدة سداسي يجب تحويل المدة إلى سداسيات.

n_1=6mois=**1** semestre, n_2=18mois=**3** semestres, n_3=30mois=**5** semestres

في تاريخ التكافؤ نجد:

$$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + V_3(1+i)^{-n_3}$$

$$50000(1+0{,}025)^{-n} = 10000(1+0{,}025)^{-1} + 18000(1+0{,}025)^{-3} + 20000(1+0{,}025)^{-5}$$

$$1{,}025^{-n} = 0{,}882959$$

من الجدول المالي رقم 02 نجد أن $5 < n < 6$ سداسيات

باستخدام طريقة التناسب نجد:

$$(1{,}025)^{-5} = 0{,}883854$$

$$(1{,}025)^{-6} = 0{,}862296$$

$$n = 5 + (6-5)\frac{0{,}883854-0{,}882959}{0{,}883854-0{,}862296} = 5{,}041$$

باستعمال اللوغاريتم النيبيري:

$$1{,}025^{-n} = 0{,}882959$$

$$Ln1{,}025^{-n} = Ln0{,}882959$$

$$n = -\frac{Ln0{,}882959}{Ln1{,}025} = 5{,}041$$

تاريخ الاستحقاق المشترك محصور بين 5 سداسيات و6 سداسيات وهو 5سداسيات و7 أيام

مثال2:

شخص مدين كالآتي:

2000دج تستحق بعد سنة

4000دج تستحق بعدسنتين

3000دج تستحق بعد 3 سنوات.

يريد تعوض هذه الديون بدين واحد قيمته 9000دج بمعدل 4% .حدد تاريخ استحقاق الدين الجديد.

الحل:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 2000 + 4000 + 3000 = 9000$$

بما أن القيمة الاسمية للدين الجديد تساوي مجموع القيم الاسمية للديون الثلاثة فتاريخ الاستحقاق المعني هو تاريخ استحقاق متوسط

في تاريخ التكافؤ نجد:

$$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + V_3(1+i)^{-n_3}$$

$$9000(1+0{,}04)^{-n} = 2000(1+0{,}04)^{-1} + 4000(1+0{,}04)^{-3} + 3000(1+0{,}04)^{-3}$$

$$1{,}04^{-n} = \frac{8288.29}{9000} = 0{,}920921.$$

باستعمال اللوغاريتم النيبيري نجد:

$$Ln1{,}04^{-n} = Ln0{,}920921$$

$$n = \frac{Ln0{,}920921}{Ln1{,}04} = 2{,}1 = 2+0{,}1\times 360 = 2ans + 36jours$$

باستخدام طريقة التناسب نجد:

$$(1{,}04)^{-2} = 0{,}924556$$

$$(1{,}04)^{-3} = 0{,}888996$$

$$n = 2 + (3-2)\frac{0{,}924556 - 0{,}920921}{0{,}924556 - 0{,}888996} = 2{,}1 = 2 + 360 \times 0{,}1 = 2 + 36j$$

تاريخ الاستحقاق المتوسط هو سنتين وشهر و 6 أيام.

تمارين الفصل الرابع: الفائدة المركبة

تمرين رقم (01):

مبلغان مجموعهما 10000دج وظفا كما يلي:

الأول بفائدة بسيطة بمعدل 5%، الثاني بفائدة مركبة بمعدل 4 % ، بعد 20 سنة من التوظيف كان لهما نفس القيمة المحصلة.

س-ما هي قيمة كل مبلغ؟

تمرين رقم (02):

ادخر شخص مبلغ من المال في أحد البنوك بفائدة بسيطة 5% وبعد سنتين سحب المبلغ المحصل عليه ووضعه في بنك آخر بفائدة مركبة 6% ، وفي نهاية 5 سنوات من الادخار في البنك الثاني كانت القيمة المحصلة هي 437198.96دج.

س-أحسب أصل المبلغ المدخر لدى البنك الأول.

تمرين رقم (03)

استثمر شخص ثلاثة مبالغ متساوية القيمة بفائدة مركبة لمدة سنتين:

المبلغ الأول بفائدة مركبة بمعدل سنوي 12%، المبلغ الثاني بفائدة مركبة بمعدل سداسي 6%، المبلغ الثالث بفائدة مركبة بمعدل ثلاثي 3%.

1-إذا علمت أن الفرق بين فائدة المبلغ الأول وفائدة المبلغ الثاني هي 484.62دج، ما هي قيمة كل مبلغ؟

2- قارن بين فوائد المبالغ الثلاثة.

3-ماهو معدل الفائدة السنوي الذي يجب تطبيقه لتكون فائدة المبلغ الأول تساوي فائدة المبلغ الثاني؟

تمرين رقم (04)

وظف مبلغ قدره 7000دج لمدة 5 سنوات و09 أشهر بفائدة مركبة بمعدل سنوي 8% ، تدفع كل ثلاثة أشهر.

س- أحسب القيمة المكتسبة.

تمرين رقم (05)

ادخر شخص مبلغ من المال بفائدة مركبة فكان الرصيد في نهاية السنة الثانية 2121.8دج وفي نهاية السنة الثالثة 2185.45دج

1-أحسب معدل الفائدة المركبة.   2-أحسب المبلغ المدخر.   3-أحسب رصيد الشخص في نهاية السنة السادسة.

تمرين رقم (06):

في أول فيفري 2005 اقترض شخص مبلغا ماليا ليسدده في أول فيفري 2012 بقيمة 100000دج، سعر الفائدة 9%.

1-أحسب قيمة رأس المال المقترض.

2-أحسب الجملة المسددة لو تم الدفع مسبقا في فيفري 2008.

3-أحسب الجملة القابلة للتسديد لو تأجل الدفع حتى سنة 2015، معدل الفائدة المركبة 9%.

تمرين رقم (07):

أودع البنك مبلغ مالي قدره 300000دج ، جزء منه لمدة 07 سنوات والباقي لمدة 10 سنوات، وذلك تتناسب فيما بين المبلغين كالعلاقة $\frac{5}{3}$.بمعدل 4% لتكون في الأخير الجملة

-أحسب جملة كل مبلغ.

تمرين رقم (08):

أودعت لدى البنك مبلغ 35000دج في بداية سنة 2010، ومبلغ 35000دج في بداية سنة 2011 بمعدل فائدة بسيطة 6%

إذا وظفت نفس المبالغ بفائدة مركبة لنفس المدة، فما هو المعدل اللازم لذلك والذي يمكنك من الحصول على نفس الجملة في نهاية 2011.

تمرين رقم (09):

شركة مدينة لمصرف بثلاث كمبيالات:

-كمبيالة قيمتها 5000دج تستحق بعد سنتين.

-كمبيالة قيمتها 4000دج تستحق بعد 4 سنوات.

-كمبيالة قيمتها 10000دج تستحق بعد 6 سنوات.

اتفقت مع المصرف على دفع مبلغ 2000دج فورا وتحرير كمبيالتين بالباقي بحيث تكون الكمبيالتين متساويتين في القيمة الاسمية وتستحق الأولى بعد 3 سنوات والثانية بعد 5 سنوات، فما هي القيمة الاسمية لكل من هاتين الكمبيالتين، إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل 4 % سنويا؟

تمرين رقم (10):

شخص مدين بالمبالغ التالية:

2000دج تستحق السداد بعد 4 سنوات، 5000دج تستحق بعد 6 سنوات، المبلغ الثالث يستحق بعد 10 سنوات.

وقد تم الاتفاق مع الدائن على سداد هذه الديون جميعها بدفع مبلغ 9059.962دج ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة 5% سنويا،

أوجد القيمة الاسمية للدين الثالث.

تمرين رقم (11):

أ-ثلاثة ديون قيمتها الاسمية 6000دج، 8000دج، 10000دج على التوالي، تستحق الدفع بعد 3، 5 و6 سنوات على التوالي.

أوجد كل من القيمة الحالية وقيمة الخصم للديون الثلاثة، باستخدام فائدة مركبة بمعدل 7%.

ب-دين قيمته الاسمية 10000دج يستحق السداد بعد 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 4% سنويا، فكم يدفع المدين:

1-إذا أراد دفع الدين الآن.

2-إذا أراد دفع الدين بعد سنتين من الآن.

الفصل الخامس: الدفعات

Les Annuités

1.تعريف الدفعات.

2.الدفعات الثابتة في نهاية المدة

3.الدفعات الثابتة في بداية المدة.

4.الدفعات في شكل متتالية حسابية والدفعات في شكل متتالية هندسية.

5. تكافؤ الدفعات.

الفصل الخامس: الدفعات
Les Annuités

1.تعريف الدفعات:

الدفعات هي مبالغ مالية تدفع دوريا في فترات زمنية منتظمة (متساوية).والفترة الموجودة بين كل دفعتين متساويتين تسمى بالمدة.

في حالة الدفعات (Annuités) عادة ما تدفع المبالغ كل سنة في نفس التاريخ، بمعنى أن المدة سنوية، كما يمكن أن تدفع المبالغ كل سداسي أو كل ثلاثي أو كل شهر، وفي هذه الحالات نتكلم عن دفعات (سداسية،(Semestrialité)، ثلاثية(Trimestrialité)، أو شهرية(Mensualité).[27]

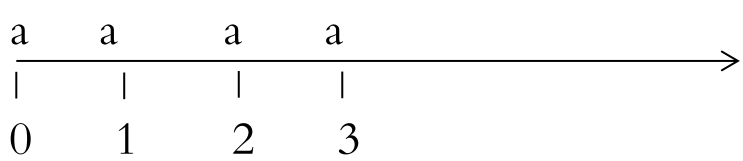
غالبا ما تكون الدفعات إما لتسديد الديون أو لتكوين رأس مال معين.

عادة ما يتم تصنيف الدفعات الثابتة أو المتساوية إلى :[28]

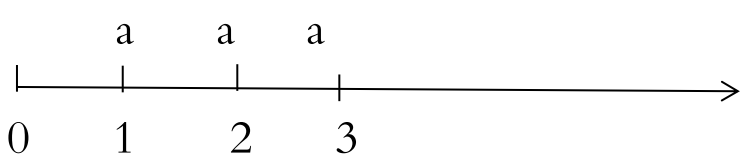
-دفعات **نهاية المدة**:(الدفعات العادية) وهي دفعات ثابتة تدفع عادة لتسديد الديون لذلك تسمى دفعات الاستهلاك، وتدفع في نهاية كل فترة سداد.

-دفعات **بداية المدة**: تدفع في الغالب لتكوين رأس مال ، وتدفع في بداية كل فترة لتكوين رأس مال(دفعات التوظيف) .

début de période



Fin de période



[27] Abdellatif Sadiki, Najib Mikou, op cite, p63.

[28] MANCER ILYES, op cite, p 58.

2.الدفعات الثابتة في نهاية المدة:Annuités constantes de fin de période

هي دفعات متساوية تسدد في نهاية كل فترة ، حيث تكون بغرض تسديد دين أو تكوين قيمة اهتلاك[29]، بداية الفترة الأولى يسمى أصل سلسلة الدفعات.

1.2 القيمة المحصلة لسلسلة دفعات ثابتة في نهاية المدة:

نرمز ب:

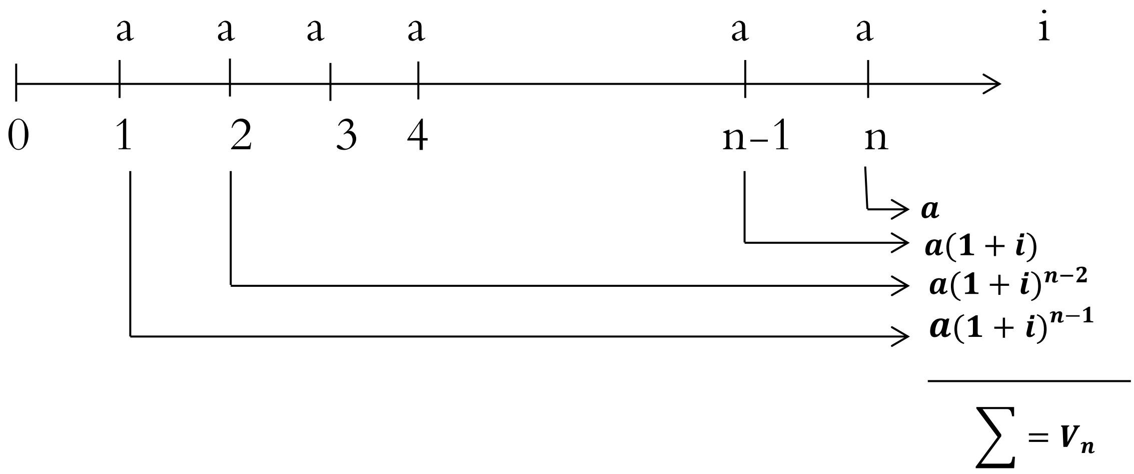
a : مبلغ الدفعة الثابتة.

i: معدل التوظيف بفائدة مركبة.

n: عدد الدفعات (الفترات)

V_n : القيمة المحصلة لسلسلة الدفعات في الزمنn

وهذا كما يوضحه الشكل التالي:



إذن لدينا:

القيمة المحصلة الكلية هي مجموع القيم المحصلة لكل الدفعات:

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$
$$V_n = a[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}]$$

القيمة المحصلة على شكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول هو **a** وحدها الأخير هو $a(1+i)^{n-1}$ وأساسها q=1+i

---

[29]غازي فلاح المومني، مرجع سابق، ص 243.

نعلم أن :
$$+q+q^2+q^3+\cdots+q^{n-1}=\frac{q^n-1}{q-1}.\ avec\ q\neq 1$$

بوضع **q=1+i** نجد:

$$V_n=a\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}=a\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

وعليه تكون القيمة المحصلة لسلسلة دفعات ثابتة "نهاية المدة" كما يلي:

$$\boxed{\boldsymbol{V_n=a\frac{(1+i)^n-1}{i}}}$$

$\frac{(1+i)^n-1}{i}$ ⟵ نستعمل الجدول المالي رقم 03.

مثال$_1$:

نريد حساب جملة 4 دفعات سنوية مبلغ الدفعة 10000دج، تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى.معدل الفائدة 6%

نطبق علاقة القيمة المحصلة لسلسلة دفعات ثابتة لنهاية المدة لأن الدفعة الأولى تدفع نهاية السنة الأولى:

$$V_n=a\frac{(1+i)^n-1}{i}=10000\frac{(1+0,06)^4-1}{0,06}$$

$$V_4=10000\times 4,374616=43746,16\,DA$$

الجدول المالي رقم 3 يعطي القيمة المحصلة لسلسلة دفعات ثابتة قيمة الدفعة 1 دينار، وفي المثال عند تقاطع السطر الموافق للمدة n=4 مع العمود الموافق ل i= 6% نقرأ :

$$\frac{(1+0,06)^4-1}{0,06}=4,374616$$

وبالضرب في 10000نجد $V_4=43746,16$

ويمكننا حساب الفائدة الناتجة عن سلسلة الدفعات كما يلي:

$$I = V_n - a \times n$$

$$I = 43746{,}16 - 10000 \times 4 = 3746{,}16\ DA.$$

2.2 استخدام قانون جملة الدفعات الثابتة:

1.2.2–حساب مبلغ الدفعة:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n-1}{i} \Leftrightarrow a = V_n\ \frac{i}{(1+i)^n-1}$$

مثال:

ماهو المبلغ الواجب دفعه في نهاية كل سداسي لمدة 8 سنوات لتكوين رأس مال قدره 450000دج– عند آخر دفعة–، بمعدل سداسي 4.5%

عدد الدفعات هو 16 دفعة سداسية لنهاية المدة n=8×2=16 semestres

$$V_n = a\frac{(1+i)^n-1}{i} \Leftrightarrow a = V_n\ \frac{i}{(1+i)^n-1}$$

$$a = 450000\ \frac{0{,}045}{(1+0{,}045)^{16}-1} = 19806{,}86\ DA$$

$$a = 19806{,}86\ DA$$

المبلغ الواجب دفعه نهاية كل سداسي هو: 19806.86 دج

2.2.2 حساب معدل الفائدة:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n-1}{i} \Leftrightarrow \frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

مثال:

ما هو معدل الفائدة الذي يمكن من تكوين رأس مال قدره 3000دج بعد 10 سنوات بدفعات متساوية قدرها 18000دج –في نهاية المدة–؟

$$V_n = a\frac{(1+i)^n-1}{i} \Longleftrightarrow \frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^{10}-1}{i} = 16{,}6666667$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد أن:

$$10{,}75\% < i < 11\%$$

باستخدام طريقة التناسب نجد:

$16{,}5219938 \longrightarrow i=10{,}75\%$

$16{,}6666667 \longrightarrow i=?$

$16{,}7220090 \longrightarrow i=11\%$

$$i = 0{,}1075 + (0{,}11 - 0{,}1075) \times \frac{16{,}6666667 - 16{,}5219938}{16{,}7220090 - 16{,}5219938} = 0{,}1093$$

$$i = 10{,}93\%$$

3.2.2 حساب عدد الدفعات:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n-1}{i} \Longleftrightarrow \frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

مثال:

لتكوين رأس مال قدره 200000دج ب دفعn دفعة بقيمة 10000 للدفعة الواحدة في نهاية المدة بمعدل فائدة 8%، أوجد مبلغ الدفعةn ؟

$$\frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n-1}{i} \Longleftrightarrow \frac{200000}{10000} = \frac{(1+0{,}08)^n-1}{0{,}08}$$

$$\frac{1{,}08^n - 1}{0{,}08} = 20$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد أن:

$$12 < n < 13$$

$$\frac{1{,}08^{12}-1}{0{,}08}=18{,}977126$$

$$\frac{1{,}08^{13}-1}{0{,}08}=21{,}495297$$

$$n=12+(13-12)\times\frac{20-18{,}977126}{21{,}495297-18{,}977126}=12{,}4$$

هذه المدة تبقى مجرد نظرية فقط ، لذلك يمكن أن يكون هناك حل واقعي بالحالات التالية:

-دفع 12 دفعة أكبر من 10000دج

$$a=V_n\,\frac{i}{(1+i)^n-1}=200000\,\frac{0{,}08}{(1+0{,}08)^{12}-1}=\mathbf{10539}\ \boldsymbol{DA}$$

-دفع 13 دفعة أقل من 10000 دج

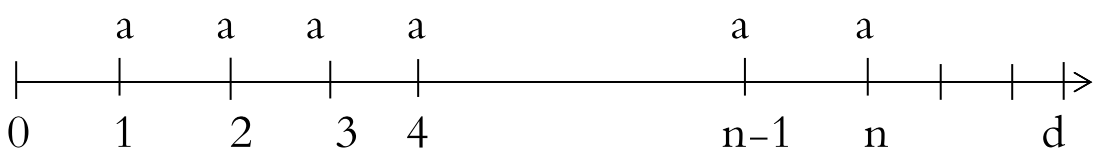
$$a=V_n\,\frac{i}{(1+i)^n-1}=200000\,\frac{0{,}08}{(1+0{,}08)^{13}-1}=\mathbf{9304,36}\ \boldsymbol{DA}$$

-دفع 12 دفعة بمبلغ 10000 دج وإضافة المبلغ الباقي لتكوين رأس المال المطلوب عند آخر الدفعة:

$$200000=10000\,\frac{(1+0{,}08)^{12}-1}{0{,}08}+X$$

$$\text{X}=10228{,}735\ \text{da}$$

3.2 القيمة المحصلة لسلسلة دفعات ثابتة في نهاية المدة بعد d فترة من الدفعة الأخيرة:



$$\boldsymbol{V_n^d}=\boldsymbol{V_n}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{d}}=\ a\,\frac{(1+i)^n-1}{i}\ (\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{d}}$$

مثال1:

استثمر شخص في مؤسسة مالية دفعات بقيمة 25000دج للدفعة الواحدة بمعدل فائدة سنوي 10.5%. تاريخ أول دفعة هو 2008/12/31، تاريخ آخر دفعة 2018/12/31.

أحسب رأس المال المكون في :

-2018/12/31.

-2019/05/31.

-2020/12/31.

الحل:

نقوم بحساب عدد الدفعات من 2008/12/31 إلى غاية 2018/12/31: نجد n=11

-رأس المال المكون في 2018/12/31

نستعمل علاقة القيمة المحصلة:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n-1}{i}, V_{11} = 25000\frac{(1+0,105)^{11}-1}{0,105} = 475966,51DA$$

-رأس المال المكون في 2019/05/31

هناك 5 أشهر بعد الدفعة الأخيرة لذا يمكن حساب رأس المال كما يلي:(الحل التجاري أو الحل العقلاني)

$$V_{11}^{\frac{5}{12}} = V_{11}\,(1+0,105)^{\frac{5}{12}} = 496185,43\text{ DA}$$

أو: (الحل العقلاني)　$${}^{\frac{5}{12}}_{11} = V_{11}\left(1+\frac{5}{12}\times 0,105\right) = 496790,04\,DA$$

-رأس المال المكون في 2020 /12/31

$$V_{11}^{2} = V_{11}\,(1+0,105)^2 = 581167,008\,DA$$

مثال2:

استثمر شخص في مؤسسة مالية 40 دفعة ثلاثية بمبلغ 10000دج للدفعة الواحدة بمعدل سنوي 9 %،

أحسب راس المال المكون سنة بعد الدفعة الأخيرة.

نلاحظ أن المعدل سنوي والدفعات ثلاثية (رسملة ثلاثية)، لذا يجب تحويل المعدل إلى معدل ثلاثي، إذ يمكن أن نستعمل المعدل المتناسب أو المعدل المتكافئ.

نحسب المعدل الثلاثي المتناسب:

$$i_4 = \frac{0,09}{4} = 0,0225 = 2,25\%$$

هناك رسملة لمدة سنة بعد الدفعة الأخيرة أي 4 ثلاثيات، لذا يمكن حساب رأس المال المكون سنة بعد الدفعة الأخيرة كما يلي:

$$V_n^d = V_n\,(1+i)^d = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}\,(1+i)^d$$

$$\boldsymbol{V_{40}^4} = 10000\,\frac{(1+0,0225)^{40}-1}{0,0225}\,(1+0,0225)^4 = 697236,052\ \text{DA}$$

-باستعمال المعدل المتكافئ نجد:

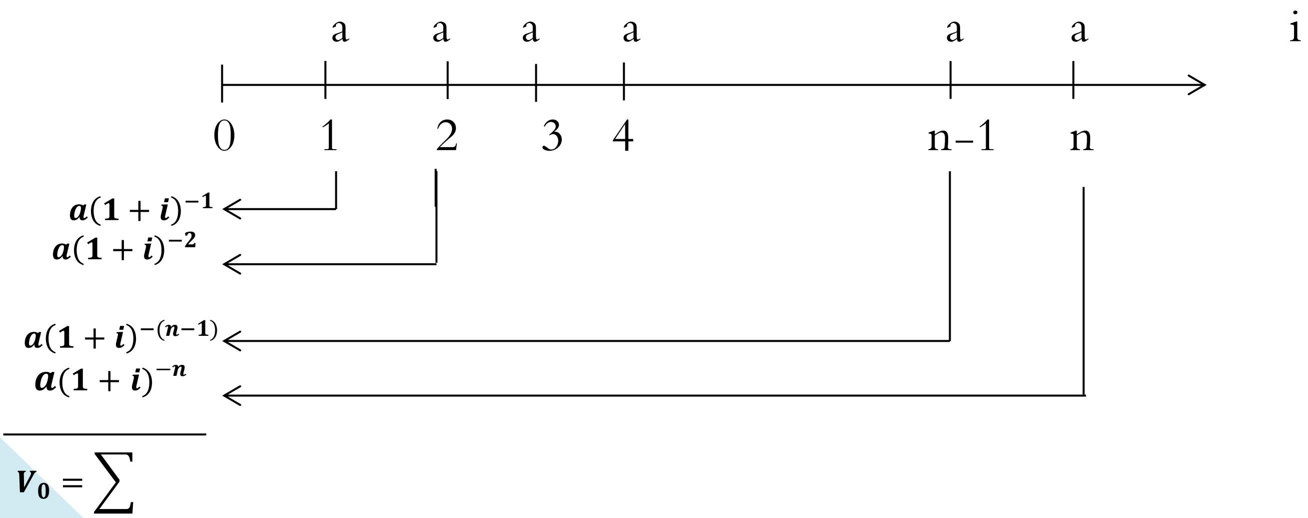
$$(1+i) = (1+i_4)^4 \rightarrow i_4 = 1,09^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,0218 = 2,18\%$$

$$\boldsymbol{V_{40}^4} = 10000\,\frac{(1+0,0218)^{40}-1}{0,0218}\,(1+0,0218)^4 = 684751,802\ DA$$

4.2 القيمة الحالية لسلسلة دفعات نهاية المدة:

القيمة الحالية لسلسلة دفعات ثابتة هي مجموع القيم الحالية لعدد الدفعات عند إمضاء عقد القرض أو الاستثمار وهذا في الزمن 0 أي فترة قبل الدفعة الأولى.

وهذا كما يوضحه الشكل التالي:



إذن :

$$V_0 = a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \cdots + a(1+i)^{-(n-1)} + a(1+i)^{-n}$$

القيمة الحالية على شكل متتالية هندسية متناقصة حدها الأول $a\ (1+i)^{-1}$ وحدها

الاخير $a(1+i)^{-n}$ وأساسها $q=(1+i)^{-1}$ وعدد حدودها n حد.

وعليه تصبح المعادلة كما يلي:

$$V_0 = a(1+i)^{-1} \frac{(1+i)^{-n}-1}{(1+i)^{-1}-1}$$

نضرب البسط والمقام في$(1+i)$ نجد:

$$V_0 = a(1+i)^{-1} \frac{(1+i)^{-n}-1}{(1+i)^{-1}-1} \times \frac{1+i}{1+i} = a\frac{(1+i)^{-n}-1}{-i}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}}$$

كما يمكن أن نكتب: $V_0 = V_n\ (1+i)^{-n}$

العبارة $\boldsymbol{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$ ← نستعمل الجدول المالي رقم **04**

مثال:

اشترى شخص جهاز يسدد ب 8 دفعات ثابتة في نهاية المدة، قيمة الدفعة 7000دج بمعدل 9%، ما هو ثمن الجهاز؟

المطلوب ثمن الجهاز: أي القيمة الحالية

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 7000\frac{1-(1+0{,}09)^{-8}}{0{,}09}$$

$\frac{1-(1+0,09)^{-8}}{0,09} = 5,534819$ الجدول مالي رقم 04 يعطي القيمة

$$V_0 = 7000 \times 5,534819 = 38743,73\ DA$$

5.2 استخدام قانون القيمة الحالية:

1.5.2 حساب قيمة الدفعة:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Longleftrightarrow a = V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

مثال:

ماهي قيمة الدفعة الواجب دفعها نهاية كل سنة لتسديد قرض بقيمة 350000 دج من خلال دفع 14دفعة ثابتة. معدل الخصم 10.5%

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Longleftrightarrow a = V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$a = 350000 \cdot \frac{0,105}{1-(1+0,105)^{-14}}$=48813,31.

a=48813,31 DA

2.5.2 حساب المدة(عدد الدفعات):

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Longleftrightarrow \frac{V_0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

مثال:

اشترت مؤسسة آلة انتاج بمبلغ 200000دج، دفعت نصفها والبقية تسدد بأقساط متساوية قيمة الدفعة 25000 دج، الأولى بعد سنة بمعدل 8% سنويا، ما هو عدد الدفعات؟

$$V_0 = \frac{1}{2}.200000 = 100000$$

$$\frac{V_0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Longleftrightarrow \frac{100000}{25000} = \frac{1-(1+0,08)^{-n}}{0,08}$$

$$\frac{1-(1+0,08)^{-n}}{0,08}=4$$

باستعمال اللوغاريتم النيبيري نجد:

$$1,08^{-n} = 0,68$$

$$Ln1,08^{-n} = Ln0,68 \Leftrightarrow n = -\frac{Ln0,68}{Ln1,08} = 5,011.$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: $5 < n < 6$

وبالتالي أمام المؤسسة 3خيارات:

-إما أن تدفع دفعة أكبر من 25000دج لمدة 5 سنوات.

-إما أن تدفع دفعة أصغر من 25000دج لمدة 6 سنوات.

-أو أن تدفع دفعة بقيمة 25000 دج لمدة 5 سنوات وباقي المبلغ يدفع مع الدفعة الأخيرة (الدفعة السادسة).

الحالة الأولى:n=5

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 100000.\frac{0,08}{1-(1+0,08)^{-5}} = 25045,65\ DA$$

أو:

$$100000 = 25000\frac{1-(1+0,08)^{-5}}{0,08} + X(1+0,08)^{-5}$$

$$\mathrm{X}=\frac{100000-99817,75}{1,08^{-5}} = 267,78\ \mathrm{DA}$$

بمعنى 4 دفعات بقيمة 25000دج و الدفعة الخامسة تساوي 25000+267.78= 25267.78دج

الحالة الثانية:n=6

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 100000.\frac{0,08}{1-(1+0,08)^{-6}} = 21631,54\ DA$$

أو:

$$100000 = 25000\frac{1-(1+0,08)^{-6}}{0,08} - Y(1+0,08)^{-6}$$

$$Y = \frac{100000-115572}{-1{,}08^{-6}} = 24710{,}8 \text{ DA}$$

بمعنى 5 دفعات بقيمة 25000دج و الدفعة السادسة تساوي 25000-24710.8= 289.2دج

3.5.2 حساب المعدل :

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Leftrightarrow \frac{V_0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

مثال:

سلسلة 10دفعات بقيمة 25000دج للدفعة الواحدة، قيمتها الحالية 140000دج، أوجد المعدل.

$$\frac{V_0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Leftrightarrow \frac{140000}{25000} = \frac{1-(1+i)^{-10}}{i}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-10}}{i} = 5{,}6$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد : $12\% < i < 12{,}25\ \%$

5,650223 ⟶ i=12%

5,6 ⟶ i=?

5,5928671 ⟶ i=12,25%

باستخدام طريقة التناسب نجد:

$$i = 0{,}1225 - (0{,}1225 - 0{,}12) \times \frac{5{,}6 - 5{,}5928671}{5{,}650223 - 5{,}5928671} = 0{,}1203$$

$$i = 12{,}22\%$$

6.2.تاريخ الاستحقاق المتوسط:

التسديدات الحقيقية هي: **n.a**

نفرض أن X هو تاريخ استحقاق متوسط

القيمة المحصلة عندX هي: $V_0\,(1+i)^x$

$$n.a = V_0\,(1+i)^x$$

$$n.a = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{x}$$

$$(1+i)^{x} = n.\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

تاريخ الاستحقاق المتوسط غير مرتبط بقيمة الدفعة.

مثال: أحسب تاريخ الاستحقاق المتوسط ل 10 دفعات بمعدل 4%

$$(1+i)^{x} = n.\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$(1+0{,}04)^{x} = 10\frac{0{,}04}{1-(1+0{,}04)^{-10}}$$

$$(1{,}04)^{x} = 1{,}232909$$

$$Ln\,(1{,}04)^{x} = Ln1{,}232909$$

$$x = \frac{0{,}209376417}{0{,}039220713} = 5{,}34$$

تاريخ الاستحقاق المتوسط هو 5 سنوات و04 أشهر

7.2 القيمة الحالية لسلسلة دفعات في تاريخ معين:

بالنسبة لدفعات نهاية المدة تكون القيمة الحالية في الزمن 0، إلا أنه يمكن أن نرجعها إلى تاريخ آخر ، قد يكون بpفترة قبل الدفعة الأولى ، إذ نجد ثلاث حالات:[30]

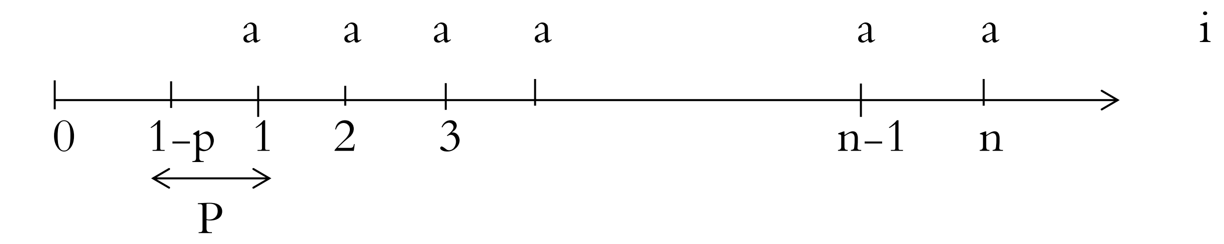
$\therefore\ 1 < p < 0$وتسمى الدفعة المسبقة الدفع بp-1فترة

$\therefore\ 1 = p$ تسمى الدفعة الفورية

$\therefore\ 1 > p$تسمى الدفعة المؤجلة ب p-1

[30]Abdellatif Sadiki, Najib Mikou, op cite, p74.

الدفعة المسبقة: Suite anticipée



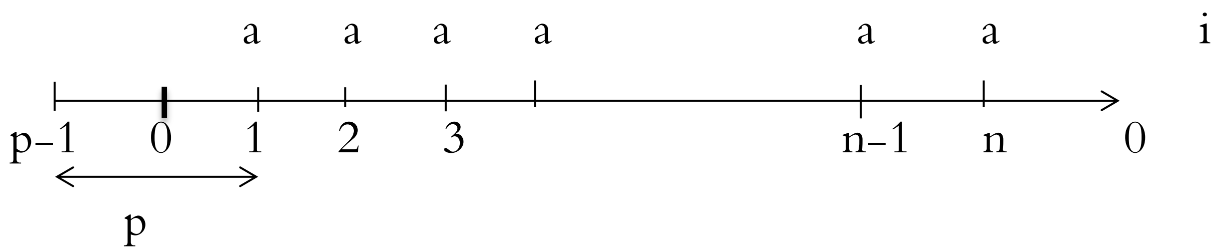
$$V_{1-p} = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{1-p}$$

الدفعة الفورية: suite immédiate

P=1 القيمة الحالية تكون في الزمن 0

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

الدفعة المؤجلة:



تكون القيمة الحالية في الزمن p-1 ، ب pفترة قبل الدفعة الأولى.

مثال:

قرض بقيمة 345000دج يسدد من خلال 8 دفعات ثابتة، بمعدل فائدة سنوي 12.5%.

أحسب قيمة الدفعة في الحالات التالية:

1-الدفعة الأولى تدفع بعد 3 أشهر.

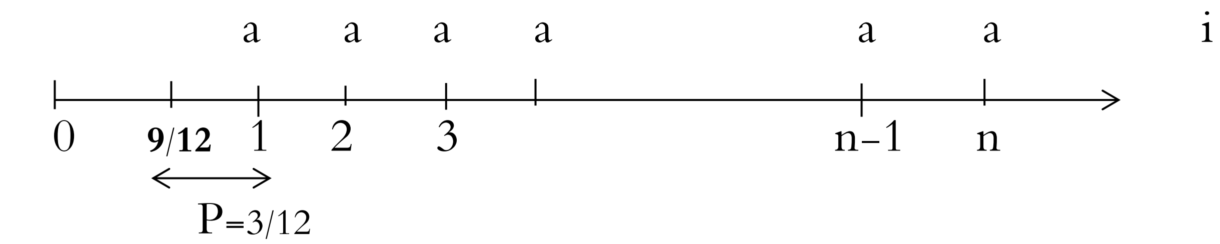
2-الدفعة الأولى تكون بعد سنة.

3-الدفعة الأولى تكون بعد 18 شهر

الحل:

1-الدفعة الأولى بعد 3 أشهر:

في الزمن 12/9 ، الدفعة مسبقة الدفع ب9 أشهر



$$345000 = a_1 \times \frac{1-1,125^{-8}}{0,125} \times 1,125^{\frac{9}{12}}$$

$$a_1 = 64692,35\ DA$$

2-الدفعة الأولى بعد سنة:

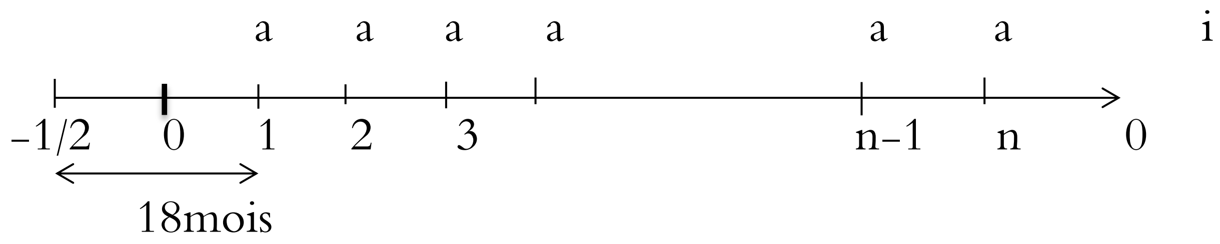
تكون القيمة الحالية في الزمن 0:

$$345000 = a_2 \times \frac{1-1,125^{-8}}{0,125}$$

$$a_2 = 70766,10DA$$

3-الدفعة الأولى بعد 18 شهرا:

الدفعة الأولى مؤجلة ب 06 أشهر



في الزمن $-\frac{1}{2}$:

$$345000 = a_3 \times \frac{1 - 1,125^{-8}}{0,125} \times 1,125^{-\frac{1}{2}}$$

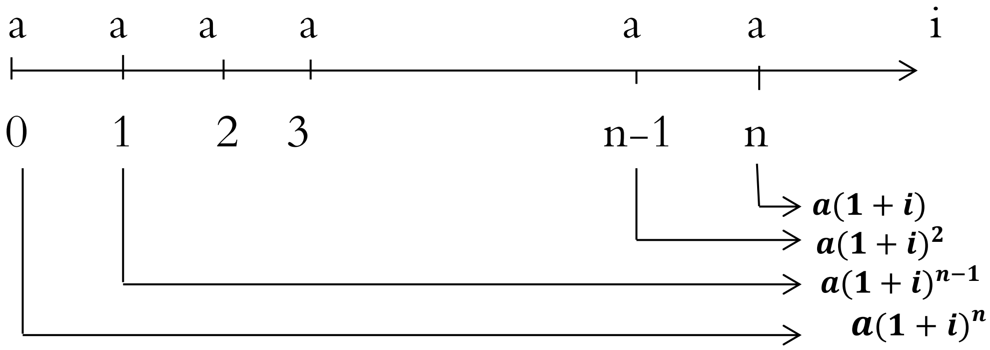
$$a_3 = 74953,78\ DA$$

3. دفعات بداية المدة: (دفعات الاستثمار أو التوظيف)

دفعات بداية المدة هي تلك الدفعات التي تدفع بداية كل فترة سداد أو تكوين رأس مال، أما جملتها فتحسب في نهاية مدة سداد القرض أو تكوين رأس المال أي بعد القسط الأخير بفترة زمنية واحدة.(الدفعة الأولى تدفع يوم امضاء العقد)

1.3 القيمة المحصلة لدفعات بداية المدة:

هي مجموع القيم المحصلة الجزئية لكل الدفعات، ويمكن توضيح ذلك في الشكل الموالي:



$$\sum = V_n$$

إذن لدينا:

$$V_n = a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

$$V_n = a(1+i)[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}]$$

القيمة المحصلة على شكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول هو **a(1+i)**

وأساسها q=(1+i)

$$V_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

وعليه تكون القيمة المحصلة لسلسلة دفعات بداية المدة كما يلي:

$$V_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

مثال:

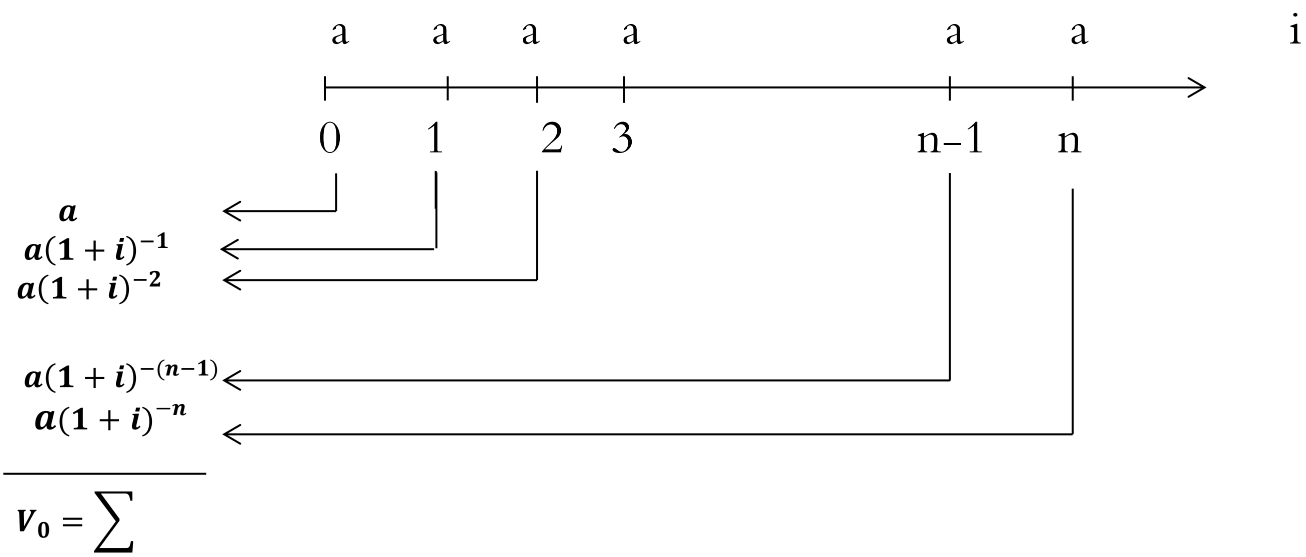
وظف شخص في بداية كل سنة مبلغ 9000 دج لمدة 12 سنة، إذا كان معدل التوظيف هو 6%.

$$V_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{i} = 9000(1+0,12)\frac{(1+0,12)^{12}-1}{0,12}$$

$$V_{12=160939,23\ DA}$$

2.3 القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

هي عبارة عن مجموع القيم الحالية لكل الدفعات يوم إمضاء العقد، وهذا كما يوضحه الشكل التالي:



إذن :

$$V_0 = a + a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \cdots + a(1+i)^{-(n-1)} + a(1+i)^{-n}$$

القيمة الحالية على شكل متتالية هندسية متناقصة حدها الأول a وحدها

الأخير $a(1+i)^{-n}$ وأساسها $q=(1+i)^{-1}$.

وعليه تصبح المعادلة كما يلي:

$$V_0 = a\,\frac{(1+i)^{-n}-1}{(1+i)^{-1}-1}$$

نضرب البسط والمقام في(1+i) نجد:

$$V_0 = a\,\frac{(1+i)^{-n}-1}{(1+i)^{-1}-1} \times \frac{1+i}{1+i} = a(1+i)\,\frac{(1+i)^{-n}-1}{-i}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_0 = a(1+i)\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}}$$

كما يمكن أن نكتب: $V_0 = V_n\,(1+i)^{-n}$

مثال:

مبلغ مالي مكون من توظيف 8 دفعات متساوية ، قيمة الدفعة 10000دج .

إذا كان معدل التوظيف هو 10%، أحسب القيمة الحالية لهذه التوظيفات.

$$V_0 = a(1+i)\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = 10000(1+0{,}1)\,\frac{1-(1+0{,}1)^{-8}}{0{,}1} = 58684{,}2 \text{ DA}$$

4.سلسلة دفعات على شكل متتالية حسابية، و متتالية هندسية:

1.4 سلسلة دفعات على شكل متتالية حسابية:

	a	a+r	a+2r		a+(n-2)r	a+(n-1)r
0	1	2	3	4	n-1	n

$$(a)V_n = a(1+i)^{n-1} + (a+r)(1+i)^{n-2} + (a+2r)(1+i)^{n-3} + \cdots + [a+(n-2)r](1+i) + a + (n-1)r$$

$$\boldsymbol{(a)V_n = \left(a + \frac{r}{i}\right)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i}}$$

$$\boldsymbol{V_0 = V_n(1+i)^{-n} = (1+i)^{-n}\left[\frac{(1+i)-1}{i}\left(a+\frac{r}{i}\right)-\frac{nr}{i}\right]}$$

$$\boldsymbol{V_0 = \left(a+\frac{r}{i}\right)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}(1+i)^{-n}}$$

$$\boldsymbol{(a)V_n = \left(a+\frac{r}{i}\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}-\frac{nr}{i}}$$

$$\boldsymbol{(a)V_0 = \left(a+\frac{r}{i}\right)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}(1+i)^{-n}}$$

مثال:

أحسب القية المحصلة لسلسلة 10 دفعات تتزايد بمبلغ 10000 دج في كل سنة ، الحد الأول 25000دج معدل الفائدة سنوي 8%.

سلسلة الدفعات على شكل متتالية حسابية أساسها 10000 وحدها الأول 25000، حيث يمكن حساب القيمة المحصلة كما يلي:

$$(a)V_n = \left(a+\frac{r}{i}\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}-\frac{nr}{i}$$

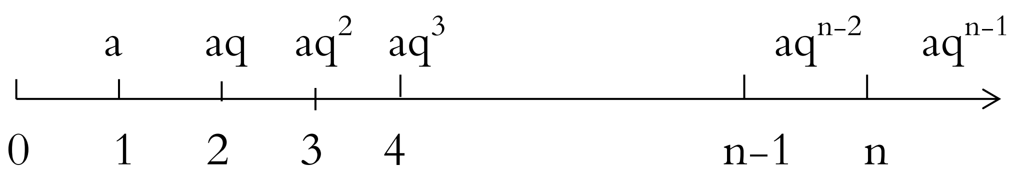
$$(a)V_{10} = \left(25000+\frac{10000}{0{,}08}\right)\frac{(1+0{,}08)^8-1}{0{,}08}-\frac{10.10000}{0{,}08}$$

$$(a)V_{10} = 922984{,}37DA$$

$$V_0 = V_n(1+i)^{-n} = 922984{,}37(1+0{,}08)^{-10}$$

$$V_0 = 427520{,}35\ DA$$

2.4 سلسلة دفعات على شكل متتالية هندسية:



$$(g)V_n = a(1+i)^{n-1} + aq(1+i)^{n-2} + aq^2(1+i)^{n-3} + \cdots + aq^{n-2}(1+i) + \mathrm{a}q^{n-1}$$

القيمة المحصلة على شكل متتالية هندسية ذات أساس $\frac{q}{1+i}$ والحد الأول $a(1+i)^{n-1}$

$$(g)V_n = a.\frac{(1+i)^n - q^n}{(1+i)-q}$$

$$(\boldsymbol{g})\boldsymbol{V_0} = a(\boldsymbol{1}+\boldsymbol{i})^{-\boldsymbol{n}}.\frac{(1+i)^n - q^n}{(1+i)-q} = a.\frac{1-q^n\,(1+i)^{-n}}{(1+i)-q}$$

$$\boldsymbol{(g)V_n = a.\frac{(1+i)^n - q^n}{(1+i)-q}}$$
$$\boldsymbol{(g)V_0 == a.\frac{1-q^n\,(1+i)^{-n}}{(1+i)-q}}$$

إذا كان: $\boldsymbol{q = 1 + i}$ فإن $(g)V_n = a.\frac{0}{0}$

بالتعويض في المعادلة الأولى للقيمة المحصلة نجد:

$$(g)V_n = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)(1+i)^{n-2} + a(1+i)^2(1+i)^{n-3} + \cdots + a(1+i)^{n-2}(1+i) + \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{n-1}$$

$$(g)V_n = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-1} + \cdots + a(1+i)^{n-1} + \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{n-1}$$

$$(g)V_n = n.a(1+i)^{n-1}$$

$$\boldsymbol{V_0 = V_n(1+i)^{-n}} = n.a(1+i)^{n-1}(\boldsymbol{1}+\boldsymbol{i})^{-\boldsymbol{n}} = n.a(1+i)^{-1}$$

$$(\mathrm{g})\boldsymbol{V_0} = n.a(1+i)^{-1}$$

$$\boldsymbol{(g)V_n = n.a(1+i)^{n-1}}$$
$$\boldsymbol{(g)V_0 = n.a(1+i)^{-1}}$$

مثال1:

أحسب القيمة المحصلة والقيمة الحالية لسلسلة 10 دفعات، تتزايد ب 7%كل سنة ، الحد الأول 22000دج، بمعدل فائدة 9%..

سلسلة الدفعات على شكل متتالية هندسية تتزايد ب 7% (0.07) وحدها الأول 22000

$$(g)V_n = a.\frac{(1+i)^n - q^n}{(1+i)-q} = 22000.\frac{(1+0,09)^{10} - 1,07^{10}}{(1+0,09)-1,07}$$

$$(g)V_{10} = 440233,65\ DA$$

$$V_0 = V_n(1+i)^{-n} = 440233,65(1+0,09)^{-10}$$

$$V_0 = 185959,41\ DA$$

يمكننا حساب الفوائد الناتجة :

رأس المال الموظف هو:

$$C = 22000 + 22000 \times 1,07 + 22000 \times 1,07^2 + \cdots + 22000 \times 1,07^9$$

$$C = 22000\frac{1,07^{10} - 1}{0,07} = 303961,86\ DA$$

$$I = V_{10} - C = 440233,65 - 303961,86 = 136271,69\ DA$$

مثال2:

أحسب القيمة المحصلة لسلسلة 8 دفعات تتزايد ب10%كل سنة، الحد الأول 30000دج ، بمعدل فائدة سنوي 10%.

q=1,1=1+i .

$$(g)V_n = n.a(1+i)^{n-1} = 8 \times 30000(1+0,1)^7 = 467692,104\ DA$$

5.تكافؤ الدفعات:

لكي تتكافأ متتالية دفعات مع متتالية أخرى (أو مبلغ) وبنفس المعدل ،يجب أن تتساوى القيم الحالية عند تاريخ مقارن.

مثال$_1$:

مؤسسة مدينة لبنك مطالبة بتسديد 4 دفعات سنوية متساوية قيمة الواحدة 45000دج ، طلبت من البنك تغيير العقد بتسديد 6 دفعات سنوية متساوية بمعدل فائدة 8%.

ما هي قيمة الدفعة الجديدة إذا وافق البنك على التعديل؟

$$V_0 = a \,.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

عند التكافؤ نجد:

$$45000\,\frac{1-(1+0{,}08)^{-4}}{0{,}08} = a.\frac{1-(1+0{,}08)^{-6}}{0{,}08}$$

$$149045{,}7078 = a \times 4{,}622879$$

$$a = 32240{,}88\ DA$$

قيمة الدفعة الجديدة هي 32240.88 دج لمدة 6 سنوات.

مثال$_2$:

فاتورة شراء يمكن أن تسدد بإحدى الطريقتين التاليتين :

-6 دفعات متساوية بقيمة 20000دج للدفعة الواحدة، الأولى تكون بعد سنة من تاريخ الشراء.

- دفع مبلغ واحد 3سنوات بعد تاريخ الشراء ،معدل الخصم 12%

أحسب القيمة الاسمية للمبلغ الوحيد.

عند تكافؤ الطريقتين نجد:

$$20000\,\frac{1-(1+0{,}12)^{-6}}{0{,}12} = C(1+0{,}12)^{-3}$$

$$C = 115524{,}63\ DA$$

تمارين الفصل الخامس: الدفعات

تمرين رقم (01):

وظف شخص دفعات سنوية ثابتة بمبلغ 10000دج للدفعة الواحدة في مؤسسة مالية، سعر الفائدة 10%.

تاريخ أول دفع هو 2002/12/1 وآخر دفع في 2017/12/01.

أحسب رأس المال المكون في:

1-في تاريخ 2017/12/01.

2-في تاريخ 2018/12/01، علما أن آخر دفع كان في 2017/12/01 والمستثمر لم يسحب المبلغ المكون في 2017/12/01.

3- في تاريخ 2022/12/01، نفس الفرضية.

تمرين رقم (02):

n دفعة بمبلغ 25000دج للدفعة، سعر الفائدة 11% بقيمة محصلة 400000دج.

أحسب n بطريقتين.

تمرين رقم (03)

اشترت مؤسسة آلة بمبلغ 350000دج، فسددت فورا مبلغ 100000دج والباقي يسدد على أساس 8 دفعات متساوية، الأولى تدفع سنة بعد تاريخ الشراء، إذا كان معدل الفائدة 5%، أحسب قيمة الدفعة الثابتة.

تمرين رقم (04)

تعاقد شخص مع بنك على تسديد قرض ب 6 دفعات متساوية في نهاية كل سنة، مبلغ كل دفعة 75000دج، لكن المدين اقترح على تسديد الدين بدفعتين في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 11%.

ماهو مبلغ الدفعة الجديدة؟

تمرين رقم (05)

في عملية شراء أمامك طريقتين للدفع:

1/ 15دفعة شهرية في نهاية كل مدة ب800 دج للدفعة.

2/ 12 دفعة شهرية في بداية كل مدة ب 1000دج للدفعة.

ماهي الطريقة التي تختارها إذا كان المعدل السنوي 12%.

تمرين رقم (06):

شخص يهدف إلى أن يتحصل على مبلغ 300000دج، ولتكوين هذا المبلغ، تقترح عليه مؤسسة مالية القيام ب20 توظيف-دفعة متساوية- إذا كان معدل الفائدة 6.5% أحسب قيمة كل دفعة.

تمرين رقم (07):

استثمر شخص في بداية كل سنة 20000دج من 2004/01/01 إلى 2008/01/01 بمعدل فائدة 8%

ماهو المبلغ الذي يتحصل عليه هذا الشخص في 2008/01/01.

إذا لم يتم السحب في 2008/01/01، ماهو المبلغ الذي يتحصل عليه في 2011/01/01.

-علما أنه بعد توظيف الدفعة الثانية تغير المعدل وأصبح 10%

ماهو المبلغ المتحصل عليه في 2008/01/01.

إذا لم يتم السحب في 2008/01/01، ما هو المبلغ المتحصل عليه في 2011/01/01

تمرين رقم (08):

يريد أحد الأشخاص تكوين رأسمال ب 10 دفعات متساوية مبلغ الواحدة 50000دج، تدفع الأولى في أول مارس 2001 والأخيرة في أول مارس 2010.

1-أحسب جملة الدفعات بعد سنة من الدفعة الأخيرة، المعدل 4.5%.

2- وبعد ذلك قرر عدم سحب الجملة مع نية بلوغ رأس مال قدره 1000000دج أحسب المدة اللازمة لهذا القرار؟

تمرين رقم (09):

أحسب القيمة المحصلة والقيمة الحالية لسلسلة دفعات تتكون من 8 دفعات قيمها تشكل متتالية حسابية ذات أساس +400.

قيمة الدفعة الأولى 7000دج المعدل 8%، نفس السؤال إذا كان الأساس يساوي -400

*أحسب القيمة المحصلة والقيمة الحالية لسلسلة دفعات عددها 12 دفعة تشكل متتالية هندسية ذات أساس 1.1 ، الدفعة الأولى قيمتها 10000دج بمعدل 9%

تمرين رقم (10):

يسدد قرض مبلغه 500000دج ب 20 دفعة متساوية الأولى تدفع سنة بعد تاريخ القرض المعدل السنوي 6%.

1-أحسب مبلغ الدفعة.

2-بعد تسديد الدفعة العاشرة طلب المدين الموافقة على مضاعفة الدفعة ما دامت الفوائد قد انخفضت إلى 4.5% أحسب المدة اللازمة لذلك.

تمرين رقم (11):

لمواكبة التطور التكنولوجي والتقليل من نفقات الانتاج تنوي مؤسسة شراء آلة حديثة التكنولوجيا، تكاليف هذا الاستثمار الجديد كما يلي:

40000دج في آخر سنة 2007 –تاريخ الشراء-

20000دج في آخر سنة 2008.

20000دج في آخر سنة 2009.

20000دج في آخر سنة 2010.

تهتلك هذه الآلة بعد 07 سنوات ، أما الأرباح المنتظرة من هذا الاستثمار فتقدر ب 18100دج سنويا.

أحسب مردودية الاستثمار بمعدل 10% ثم بمعدل 8%

الفصل السادس: اهتلاك القروض

L’ amortissement des emprunts

الفصل السادس: اهتلاك القروض

L’ amortissement des emprunts

تمهيد:

هناك نوعين من القروض :[31]

القروض غير المجزأة les emprunts indivis،

القروض السندية les emprunts obligataires

القرض غير المجزأ أو العادي هو القرض الممنوح من طرف مقرض واحد : بنك أو مؤسسة مالية.

.القرض السندي يتضمن عدة مقرضين هم أصحاب السندات

١.1 لقرض غير المجزأ:

1.1 تعريف:

القرض غير المجزأ هو قرض عادي وهو عبارة عن عقد بين مقرض ومقترض هو ذلك المبلغ المتحصل عليه من مقرض واحد(بنك ،مؤسسة مالية..الخ)، وتسديد هذا القرض يكون من خلال دفعات نهاية المدة ، كل دفعة تتضمن عنصرين :

-تسديد جزء من المبلغ المقترض يسمى **الاهتلاك**.

– الفوائد المحتسبة على أساس معدل الفائدة المتفق عليه بين المقرض والمقترض والمبلغ المالي المستحق.[32]

2.1 جدول الاهتلاك:

تسديد القرض (أو خدمة الدين) يمكن أن يكون:

-بدفعات متساوية :**annuités constantes**: مجموع الاهتلاك والفائدة يكون متساويا

-باهتلاكات ثابتة:**amortissements constants**: حيث تكون الدفعات متغيرة.

-جملة واحدة في نهاية المدة: **in fine** يتم تسديد المبلغ المقترض في نهاية مدة القرض.

[31] MANCER ILYES , op cite, p78.

[32] ناصر دادي عدون، مرجع سابق، ص 166.

جدول الاهتلاك (الاستهلاك) هو عبارة عن مجموعة من الأعمدة والأسطر، حيث تكون العلاقات بين مختلف عناصر القرض غير المجزأ ممثلة في جدول الاهتلاك التالي:

السنوات	رأس المال في بداية السنة	الفائدة السنوية I	Am الاهتلاك	الدفعة a	رأس المال المتبقي CR
1	C_0	$I_1= C_0.i$	Am_1	$a_1= C_0.i+ Am_1$	$C_1= C_0- Am_1$
2	C_1	$I_2= C_1.i$	Am_2	$a_2= C_1.i+ Am_2$	$C_2= C_1- Am_2$
3	C_2	$I_3= C_2.i$	Am_3	$a_3= C_2.i+ Am_3$	$C_3= C_2- Am_3$
.					
.					
P	C_{p-1}	$I_p= C_{p-1}.i$	Am_p	$a_p= C_{p-1}.i+ Am_p$	$C_p= C_{p-1}- Am_p$
.					
n-1	C_{n-2}	$I_{n-1}= C_{n-2}.i$	Am_{n-1}	$a_{n-1}= C_{n-2}.i+ Am_{n-1}$	$C_{n-1}= C_{n-2}- Am_{n-1}$
n	C_{n-1}	$I_n= C_{n-1}.i$	Am_n	$a_n= C_{n-1}.i+ Am_n$	$C_n= C_{n-1}- Am_n$

ملاحظات:

-هذا الجدول صحيح مهما كان نظام التسديد: دفعات ثابتة، اهتلاكات ثابتة، جملة واحدة.

-رأس المال المتبقي في الفترة الأخيرة يساوي الصفر.

$$c_n = c_{n-1} - Am_n = 0$$

أي
$$c_{n-1} = Am_n$$

-في السطر الأخير من جدول الاهتلاك نجد:

$$a_n = C_{n-1}.i + Am_n = Am_n.i + Am_n = Am_n(1+i)$$

1.2.1العلاقة بين رأس المال المقترض والاهتلاك:

القرض يساوي مجموع الاهتلاكات.[33]

$$C_0 = Am_1 + Am_2 + Am_3 + \cdots + Am_n$$

$$C_0 = \sum_{i=1}^{n} Am_i$$

[33] غازي فلاح المومني ، مرجع سابق، ص 274.

2.2.1العلاقة بين رأس المال المقترض والدفعة:

العلاقة بين رأس المال المقترض والدفعة هي القيمة الحالية للدفعات في الزمن 0:

$$C_0 = a_1(1+i)^{-1} + a_2(1+i)^{-2} + \cdots + a_p(1+i)^{-p} + \cdots + a_n(1+i)^{-n}$$

3.2.1العلاقة بين الدفعات والاهتلاكات:

لتكن دفعتين متتاليتين من الرتبة p و p+1 حيث أن:

$$a_p = C_{p-1}.i + Am_p \quad \text{و} \quad a_{p+1} = C_p.i + Am_{p+1}$$

ويمكن أن نكتب الفرق بين هاتين الدفعتين كما يلي:

$$a_{p+1} - a_p = \left(C_p.i + Am_{p+1}\right) - (C_{p-1}.i + Am_p)$$

من العمود الخامس لجدول الاهتلاك: $C_p = C_{p-1} - Am_p$

بالتعويض في علاقة الفرق بين الدفعتين:

$$a_{p+1} - a_p = C_{p-1}.i - Am_p.i + Am_{p+1} - C_{p-1}.i - Am_p$$

$$\boxed{a_{p+1} - a_p = Am_{p+1} - Am_p(1+i)}$$

4.2.1رأس المال المسدد بعد تسديد P دفعة:

نرمز لرأس المال المسدد ب: R_p

$$R_p = Am_1 + Am_2 + Am_3 + \cdots + Am_p$$

$$R_p = Am_1 + Am_1(1+i) + Am_1(1+i)^2 + \cdots + Am_1(1+i)^{p-1}$$

رأس المال المسدد عبارة عن مجموع حدود متتالية هندسية متزايدة:

$$R_p = Am_1.\frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

لدينا:

$$C_0 = Am_1.\frac{(1+i)^n-1}{i} \rightarrow Am_1 = C_0\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

بالتعويض نجد:

$$R_p = C_0\frac{i}{(1+i)^n-1}.\frac{(1+i)^p-1}{i} = C_0.\frac{(1+i)^p-1}{(1+i)^n-1}$$

$$\boxed{R_p = C_0.\frac{(1+i)^p-1}{(1+i)^n-1}}$$

رأس المال الباقي للتسديد بعد تسديد P دفعة:

$$C_p = C_0 - R_p$$

3.1 اهتلاك القرض غير المجزأ بدفعات ثابتة:

البحث عن قيمة الدفعة:

إذا كانت الدفعات متساوية :

$$\boxed{C_0 = a.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

$$\boldsymbol{a = C_0.\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

العبارة $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ تعطى بالجدول المالي رقم 5

الدفعات ثابتة: $a_{p+1} - a_p = 0 \rightarrow Am_{p+1} - Am_p(1+i) = 0$

$$Am_{p+1} = Am_p(1+i)$$

- وتكون العلاقة بين الاهتلاكات كما يلي:

$$\frac{Am_{p+1}}{Am_p} = 1 + i$$

وعليه يمكن كتابة العلاقة التالية:

$$C_0 = Am_1 + Am_1(1+i) + Am_1(1+i)^2 + \cdots + Am_1(1+i)^{n-1}$$

الاهتلاكات تشكل متتالية هندسية حدها الأول Am_1 وأساسها $(1+i)$،

$$\boxed{C_0 = Am_1 . \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

$$Am_1 = C_0 . \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

رأس المال الباقي للتسديد

$$C_p = C_0 - R_p = C_0 - C_0 . \frac{(1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1}$$

$$\boldsymbol{C_p = C_0 . \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}}$$

مثال:

قرض قيمته 100000دج يسدد على أساس 6 دفعات ثابتة، الدفعة الأولى تسدد سنة بعد إمضاء العقد ، فإذا كان معدل الفائدة هو 6%:

1 -أحسب الاهتلاك الأول Am_1

2-أحسب الاهتلاك السادس Am_6

3-أنجز جدول الاهتلاك.

4-أحسب رأس المال المسدد بعد تسديد الدفعة الثالثة.

5-أحسب رأس المال الباقي للتسديد بعد تسديد الدفعة الثالثة.

الحل:

1 –حساب الاهتلاك الأول Am_1:

$$C_0 = Am_1.\frac{(1+i)^n - 1}{i} \rightarrow \ Am_1 = \ C_0.\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$Am_1 = \ 100000.\frac{0,06}{(1+0,06)^6 - 1} = 143362,6$$

$$\boldsymbol{Am_1 = 143362,6\ DA.}$$

2 –حساب الاهتلاك السادس Am_6:

$$Am_6 = \ \ Am_1(1+i)^5 = 143362,6(1,06)^5$$
$$\boldsymbol{Am_6 = 191851,5\ DA}$$

3–انجاز جدول الاهتلاك:

يجب حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$\boldsymbol{C_0 = a.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$
$$a = C_0.\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 100000.\frac{0,06}{1-(1+0,06)^{-6}}$$
$$a = 203362,63$$

n	C	I	Am	a	CR
1	1000000	60000	143362,63	203362,63	856637,37
2	856637,37	51398,24	151964,39	203362,63	704672,98
3	704672,98	42280,38	161082,25	203362,63	543590,73
4	543590,73	32615,44	170747,19	203362,63	372843,54
5	372843,54	22370,61	180992,02	203362,63	191851,52
6	191851,52	11511,09	191851,52	203362,63	0

$$I = C_0\,.\,i \qquad ; \quad a = I + Am \qquad ; CR = C - Am$$

4- حساب رأس المال المسدد بعد الدفعة الثالثة:

$$R_p = Am_1.\frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$R_3 = 143362,63\frac{(1+0,06)^3 - 1}{0,06}$$

$$\boldsymbol{R_3 = 456409,27\ DA}$$

5- حساب رأس المال الباقي للتسديد بعد الدفعة الثالثة:

$$\boldsymbol{C_p} = \boldsymbol{C_0} - R_p\ ;$$

$$\boldsymbol{C_3} = \boldsymbol{C_0} - R_3 = 1000000 - 45409,23 = 543590,73\ DA$$

أو:

$$\boldsymbol{C_p = C_0.\frac{(1+i)^n-(1+i)^p}{(1+i)^n-1}}$$

$$C_3 = 1000000.\frac{(1+0,06)^6 - (1+0,06)^3}{(1+0,06)^6 - 1} = 543590,73\ DA$$

4.1اهتلاك القرض غير المجزأ باهتلاكات ثابتة:

$$C_0 = Am + Am + Am + \cdots + Am\quad ;\quad Am = \frac{C_0}{n}$$

$$Am_{p+1} = Am_p \rightarrow Am_{p+1} - Am_p = 0\ ;$$

و $Am = \frac{C_0}{n}$

العلاقة بين الدفعات:

$$a_{p+1} - a_p = Am_{p+1} - Am_p(1+i) \rightarrow a_{p+1} - a_p = \frac{C_0}{n} - \frac{C_0}{n}(1+i)$$

$$a_{p+1} - a_p = \frac{C_0}{n}(1 - 1 - i) = -\frac{C_0}{n}.i$$

$$\boxed{a_{p+1} - a_p = -\frac{C_0}{n}.i}$$

رأس المال المسدد بعد P دفعة:

$$_p = Am_1 + Am_2 + Am_3 + \cdots + Am_p = p.Am$$

$$\boldsymbol{R_p = p.Am}$$

رأس المال الباقي للتسديد بعد P دفعة:

$$C_p = C_0 - R_p = n.Am - p.Am = (n - p)Am.$$

$$\boldsymbol{C_p = (n - p)Am.}$$

مثال:

قرض بقيمة 100000دج يسدد ب 5 دفعات باهتلاكات متساوية، إذا كان معدل الفائدة هو 8%،

المطلوب:أنجز جدول الاهتلاك.

$$Am_1 = Am_2 = \cdots = Am_5 = \frac{C_0}{n} = \frac{100000}{5} = 20000DA$$

n	C	I	Am	a	CR
1	100000	8000	20000	28000	80000
2	80000	6400	20000	26400	60000
3	60000	4800	20000	24800	40000
4	40000	3200	20000	23200	20000
5	2000	1600	20000	21600	0

$$I = C_0 .i \quad ; \quad a = I + Am \quad ; CR = C - Am$$

5.1 تسديد القرض جملة واحدة:

في هذه الطريقة، المدين بالقرض يدفع سنويا فائدة بسيطة تحسب من قيمة المبلغ، أما في آخر أجل التسديد يقوم بدفع القرض جملة واحدة مع آخر الفوائد البسيطة للفترة.

مثال:

إذا كان المبلغ المقترض هو 500000دج لمدة 5 سنوات بمعدل8%سنويا ، أنجز جدول الاهتلاك إذا كان التسديد لمبلغ القرض جملة واحدة في نهاية الفترة.

n	C	I	Am	a	CR
1	500000	40000	0	40000	500000
2	500000	40000	0	40000	500000
3	500000	40000	0	40000	500000
4	500000	40000	0	400000	50000
5	500000	40000	500000	540000	0

$$I = C_0 . i \quad ; \quad a = I + Am \quad ; CR = C - Am$$

ملاحظة:

بما أن قيمة القرض تكون في العادة ذات أهمية ويصعب تسديدها مرة واحدة ، فإن البنك في مثل هذه الحالة يلزم المدين بتكوين رأس مال عنده أو في أي مؤسسة مالية أخرى بدفعات متساوية تكون جملته تساوي رأس المال المقترض.

6.1 قروض عادية بمعدلات فائدة متزايدة:

قد ينص عقد القرض على معدلات فائدة متزايدة لكل فترة محددة، وذلك لكي يتفادى المقرض خطر انخفاض قيمة العملة، خاصة إذا كانت مدة الاقتراض طويلة المدى.

مثال:

قرض قيمته 100000دج يسدد ب 12 دفعة بالشروط التالية:

-بمعدل 6% في الأربع سنوات الأولى.

-بمعدل 6.25% في الأربع سنوات التي تليها.

-بمعدل 6.5% في الأربع سنوات الأخيرة.

المطلوب:

أحسب مبلغ الدفعة المتساوية ل12 سنة، الأولى تدفع سنة بعد إمضاء العقد.

الحل:

القيمة الحالية لكل الدفعات هي مجموع القيمة الحالية للدفعات بمعدل 6% في الأربع سنوات الأولى و القيمة الحالية للدفعات بمعدل 6.25% في الأربع سنوات التي تليها والقيمة الحالية للدفعات بمعدل 6.5% في الأربع سنوات الأخيرة، وذلك كما يلي:

$$\boldsymbol{C_0 = a.\frac{1-(1+i_1)^{-n_1}}{i_1} + a.\frac{1-(1+i_2)^{-n_2}}{i_2} + a.\frac{1-(1+i_3)^{-n_3}}{i_3}}$$

$$\boldsymbol{100000 = a.\frac{1-(1+0,06)^{-4}}{0,06} + a.\frac{1-(1+0,0625)^{-4}}{0,0625}(1.06)^{-4} + a.\frac{1-(1+0,065)^{-4}}{0,065}(1,06)^{-4}(1,0625)^{-4}}$$

$$\boldsymbol{100000 = a(3,465106 + 2,72905 + 2,129232)}$$

$$\boldsymbol{a = 12014,34\ DA}$$

2. القرض السندي:

1.2 تعريف:

القرض السندي عادة ما تكون قيمته الاسمية جد مرتفعة ، لذا يتم تقسيمه إلى أجزاء كثيرة متساوية القيمة الاسمية تعرف بالسندات،Obligations.[34]

[34] Abdellatf Sadiki, Najib mikou, op cite, p105.

والمقترض قد يكون دولة أو شركات مساهمة، حيث نميز بين السندات الحكومية وسندات شركات المساهمة، ويعتبر المكتتب في السند (حملة السندات)مقرضا يستحق فائدة سنوية في الغالب مقابل استثمار أمواله في شكل سندات، ويتميز التمويل بالسندات بالسيولة العالية لحامله مقارنة بالقرض التقليدي وهذا لوجود

سوق الأوراق المالية، فضلا عن إمكانية تحقيق الأرباح الرأسمالية خلال عمليات التداول (الناتجة عن الفرق بين سعر البيع وسعر الشراء)، ويحصل أصحاب السندات على فائدة سنوية من الشركة المصدرة بمعدلات محددة ومبينة على هذه السندات حتى تاريخ الاستحقاق.[35]

2.2 خصائص السندات:

تتميز السندات بالخصائص التالية:[36]

-**القيمة الاسمية**: هي القيمة الظاهرية للسند، وتكون قيمة واحدة لكل السندات في نفس القرض، وهي تمثل المبلغ الذي يتم من خلاله تكوين جدول الاهتلاك وأساسا لحساب الفوائد.

-**قيمة الإصدار**: هي القيمة الفعلية التي يدفعها المكتتب في السند من أجل شراء السند ، هذا السعر يمكن أن يختلف عن القيمة الاسمية للسند. فإذا كانت هذه القيمة مساوية للقيمة الاسمية للسند يقال أن السند تم إصداره بالتكافؤ، كما يمكن أن يتم الإصدار بأقل من القيمة الإسمية أي أقل من التكافؤ. ويسمى الفرق بين القيمة الإسمية وقيمة الإصدار بعلاوة الإصدار.

-**قيمة التسديد**: هي قيمة المبلغ المسدد من طرف المقترض، وهذا المبلغ يكون مساويا أو مختلفا عن القيمة الاسمية، وتسدد سندات الاقتراض إما بالتكافؤ أو بسعر أكبر يكون ثابتا أو متغيرا (علاوة التسديد).

ويمكن أن يتم التسديد من خلال:

-دفعة واحدة في نهاية مدة الاستحقاق: تسدد جميع السندات في تاريخ الاستحقاق.

-باهتلاكات ثابتة: نفس العدد من السندات يتم اختياره عشوائيا ويسدد كل سنة.

[35] علي محمد عكاشة،، الرياضيات المالية، دار الرضا للنشر والتوزيع، مصر ، 2009 ، ص212

[36] Mancer Ilyes, op cite, pp 89-90

-بدفعات ثابتة: تهتلك السندات كل سنة، كذلك يتم اختيارها عشوائيا، الدفعات لا تكون ثابتة بدقة لأن الاهتلاك يجب أن يخص عدد كامل من السندات.

-المعدل الاسمي: يمثل مردودية السند، ويسمى كذلك المعدل الظاهري، يطبق على القيمة الاسمية ويمكن من حساب مبلغ الفوائد (الكوبون).

-تاريخ الاكتتاب: هو تاريخ تسوية شراء السند من طرف المكتتب.

-تاريخ التمتع: هو تاريخ هو التاريخ الذي يبدأ فيه استحقاق الفوائد.

-الكوبون أو القسيمة: هو مبلغ الفوائد المدفوعة عند كل استحقاق لكل سند.

3.2اهتلاك القرض السندي:

ليكن:

N عدد السندات المصدرة

$\mathbf{C_0}$ رأس المال المقترض في الزمن 0.

Vالقيمة الاسمية للسند

i سعر الفائدة الاسمي.

c الكوبون وهو الفائدة السنوية للسند، حيث أن $\mathbf{c=V.i}$

$\boldsymbol{m_1, m_2, m_3, .., m_n}$ عدد السندات المهتلكة في القرعة الأولى، الثانية ، ...، القرعة من الرتبةn

$\boldsymbol{N_1, N_2, N_3, \dots, N_n}$عدد السندات غير المسددة في القرعة الأولى، الثانية،...القرعة من الرتبة n

$\boldsymbol{C_1, C_2, C_3, \dots, C_n}$ رأس المال الباقي للتسديد في القرعة الأولى، الثانية، ...، القرعة من الرتبة n

$\boldsymbol{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n}$ الدفعات المسددة في الفترات **1**، **2**، **3**، ...،$\boldsymbol{n}$

$\boldsymbol{M_1, M_2, \dots, M_n}$, الاهتلاكات المتضمنة في الدفعات $\boldsymbol{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n}$

جدول الاهتلاك:

جدول اهتلاك القرض السندي يقوم على نفس المبادئ التي نجدها في القرض غير المجزأ، والعلاقات المبينة في جدول الاهتلاك تكون صحيحة مهما كانت طريقة الاهتلاك: بدفعات ثابتة، اهتلاكات ثابتة، أو جملة واحدة.

السنوات	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة السنوية	اهتلاك الفترة	الدفعات	الدين الباقي للتسديد
1	$C_0=N.V$	$I_1=N.V.i$	$M_1=m_1.V$	$a_1=N.V.i+m_1.V$	$C_1=N_1.V$; $N_1=N-m_1$
2	$C_1=N_1.V$	$I_2=N_1.V.i$	$M_2=m_2.V$	$a_2=d_1.V.i+m_2.V$	$C_2=N_2.V$; $N_2=N_1-m_2$
3	$C_2=N_2.V$	$I_3=N_2.V.i$	$M_3=m_3.V$	$a_3=d_2.V.i+m_3.V$	$C_3=N_3.V$; $N_3=N_2-m_3$
.	.	.	.	.	
.	.	.	$M_p=m_p.V$	.	
P	$C_{p-1}=N_{p-1}.V$	$I_p=N_{p-1}.V.i$	.	$a_p=d_{p-1}.V.i+m_p.V$	$C_p=N_p.V$; $N_p=N_{p-1}-m_p$
.	.	.	$M_{n-1}=m_{n-1}.V$	.	.
n-1	$C_{n-2}=N_{n-2}.V$	$I_{n-1}=N_{n-2}.V.i$		$a_{n-1}=d_{n-2}.V.i+m_{n-1}.V$	$C_{n-1}=N_{n-1}.V$; $N_{n-1}=N_{n-2}-m_{n-1}$
			$M_n=m_n.V$		
n	$C_{n-1}=N_{n-1}.V$	$I_n=N_{n-1}.V.i$		$a_n=d_{n-1}.V.i+m_n.V$	$C_n=0$; $N_n=N_{n-1}-m_n=0$

حيث أن:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots + M_n$$

و

$$\mathrm{N} = \mathrm{m}_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n$$

في نهاية السنة من الرتبة n:

$$C_{n-1} = M_n \,;$$

$$N_{n-1} = m_n$$

مثال:

قرض سندي بقيمة 12750000دج، مقسم على 7500سند،بمعدل فائدة سنوي 12%

علما أن المؤسسة المصدرة في نهاية كل سنة تعيد شراء السندات التالية على التوالي:

1000، 1200، 1050، 1450،1250 و 1550

المطلوب: أنجز جدول اهتلاك هذا القرض.

القيمة الاسمية لكل سند هي:1700دج.

$$V = 12750000 \div 7500 = 1700DA$$

$$M_1 = m_1 \times V\,; \quad I = C_0 \times i \quad ; a_1 = \mathrm{I}_1 + M_1 \,; C_1 = C_0 - M_1$$

السنوات	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة السنوية	السندات المهتلكة	الاهتلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي
1	12750000	15300000	1000	1700000	3230000	11050000
2	11050000	1326000	1200	2040000	3366000	9010000
3	9010000	1081200	1050	1785000	2866200	7225000
4	7225000	867000	1250	2125000	2992000	5100000
5	5100000	612000	1450	2465000	3077000	2635000
6	2635000	316200	1550	2635000	2951200	0

مثلا في نهاية السنة الثالثة: المقترض يدفع 286200دج عن 5300 (7500−2200) سند الباقية للتسديد:

1081200دج على شكل فوائد، بكوبون يقدر ب 204 دج كفائدة لكل سند

$$1700 \times 0.12 = 204\text{DA}$$

و1785000دج مخصصة لاعادة شراء 1050 سند التي تم اختيارها من خلال القرعة (1785000=1050×1700دج)

4.2 الاهتلاك بدفعات ثابتة:

بالمساواة بين دفعتين متتاليتين نجد:

$$a_p = N_{p-1}.V.i + m_p.V$$

$$a_{p+1} = N_p.V.i + m_{p+1}.V$$

$$N_p = N_{p-1} - m_p \text{ و}$$

$$a_p = a_{p+1} \rightarrow N_{p-1}.V.i + m_p.V = (N_{p-1} - m_p).V.i + m_{p+1}.V$$

$$m_p.V + m_p.V.i = m_{p+1}.V$$

$$\boldsymbol{m_{p+1} = m_p(1+i)}$$

عدد السندات المهتلكة تشكل متتالية هندسية أساسها$(1+i)$

لنحسب الحد الأول لهذه المتتالية:

و

$$N = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n$$

$$N = m_1 . \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$m_1 = N . \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

ونشير إلى أن عدد السندات المهتلكة يجب أن يكون عددا كاملا.

مثال:

قرض سندي بقيمة 32000000دج مجزأ إلى 16000سند بمعدل فائدة سنوي 12%، يسدد على 6 سنوات بدفعات متساوية.

أنجز جدول الاهتلاك لهذا القرض.

أولا: يجب حساب عدد السندات المهتلكة:

$$m_1 = N . \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$m_1 = 16000 . \frac{0,12}{(1+0,12)^6 - 1} = 1971,61 \cong 1972$$

$$m_2 = m_1(1+i) = 1971,61 . (1+0,12) = 2208,20 \cong 2208$$

$$m_3 = 2208,20(1+0,12) = 2473,19 \cong 2473$$

$$m_4 = 2473,19(1+0,12) = 2769,97 \cong 2770$$

$$m_5 = 2769,97(1+0,12) = 3102,37 \cong 3102$$

$$m_6 = 3102,37(1+0,12) = 3474,65 \cong 3475$$

السنوات	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة السنوية	السندات المهتلكة	الاهتلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي
1	32000000	3840000	1972	3944000	7784000	28056000
2	28056000	3366720	2208	4416000	7782720	23640000
3	23640000	2836800	2473	4946000	7782800	18694000
4	18694000	2243280	2770	5540000	7783280	13154000
5	13154000	1578480	3102	6204000	7782480	6950000
6	6950000	834000	3475	6950000	1529000	0

القيمة الاسمية للسند الواحد هي:

$$V = 32000000 \div 16000 = 2000DA$$

$$M_1 = m_1 \times V\ ; \quad I = C_0 \times i \quad ; a_1 = I_1 + M_1\ ; C_1 = C_0 - M_1$$

من خلال الجدول نلاحظ أن الدفعات ليست متساوية تماما لأنه تم تقريب عدد السندات المهتلكة إلى أقرب عدد صحيح.(كامل)

والاهتلاكات تشكل متتالية هندسية تقريبا حيث أن النسبة بن كل اهتلاكين متتالين لاتساوي 1.12تماما وإنما نجد قيم تقريبية ل1.12.

5.2. الاهتلاكات الثابتة:

في حالة الاهتلاكات الثابتة المقترض يعيد شراء نفس العدد من السندات في كل سنة، أي أن عدد السندات المهتلكة كل سنة يكون متساويا، ومن ثم لا يوجد إشكال بالنسبة لجدول الاهتلاك.[37]

مثال:

قامت مؤسسة من الحجم الكبير بإصدار 16000 سند بقيمة اسمية 2000دج للسند الواحد، باهتلاكات ثابتة على 5 سنوات بمعدل فائدة 12%.

أنجز جدول الاهتلاك لهذا القرض.

في كل سنة المؤسسة تسدد 3200سند كل سنة.

[37] Abdellatif Sadiki, Najib Mikou, op cite, p109

$$16000 \div 2000 = 3200$$

رأس المال المقترض هو: 32000000دج

$$16000 \times 2000 = 32000000$$

جدول الاهتلاك:

السنوات	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة السنوية	السندات المهتلكة	الاهتلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي
1	32000000	3840000	3200	6400000	10240000	25600000
2	25600000	3072000	3200	6400000	9472000	19200000
3	19200000	24832000	3200	6400000	31232000	12800000
4	12800000	1536000	3200	6400000	7936000	6400000
5	6400000	768000	3200	6400000	7168000	0

$$M_1 = m_1 \times V\ ; \quad I = C_0 \times i \quad ; a_1 = I_1 + M_1\ ; C_1 = C_0 - M_1$$

نلاحظ أن الدفعات كما في القرض غير المجزأ، على شكل متتالية حسابية أساسها -768000، في كل سنة الدفعات تتناقص ب768000دج.

5.2 تسديد السندات بقيمة أكبر من القيمة الاسمية:

في بعض الحالات تسديد السندات يكون بقيمة R أكبر من القيمة الاسمية،الاهتلاك المتضمن في الدفعة يكون بالتكافؤ ، حيث تحسب الفوائد انطلاقا من القيمة الاسمية، ولكن في تاريخ التسديد تدفع قيمة وهذا إضافية على لكل سند كعلاوة أو منحة R−V وهذا بهدف تشجيع المكتتبين على الاكتتاب في هذه السندات.

نقوم بإدراج قيمة العلاوة في جدول الاهتلاك، في حالة الدفعات الثابتة نضيف قيمة بمتتالية هندسية وبهذا تكون الدفعات متزايدة من سنة إلى أخرى وليست ثابتة.[38]

$$a_p = N_{p-1}.V.i + m_p.(R - V)$$

[38] Abdellatif Sadiki, Najib Mikou, op cite, p110

وبالمساواة بين دفعتين متساويتين نجد:

$$a_p = N_{p-1}.V.i + m_p.R$$

$$a_{p+1} = N_p.V.i + m_{p+1}.R$$

$$N_p = N_{p-1} - m_p \text{و}$$

$$a_p = a_{p+1} \quad \rightarrow m_{p+1}.R = m_p.V.i + m_p.R$$

وبقسمة طرفي المعادلة علىR نجد:

$$\boldsymbol{m_{p+1} = m_p(1 + i.\frac{V}{R})}$$

وعليه السندات عدد السندات المهتلكة تشكل متتالية هندسية أساسها'1+i'ا

$$\boldsymbol{i' = i.\frac{V}{R}}$$

وحدها الأول :

$$\mathrm{m}_1 = N.\frac{i'}{(1+i')^n - 1}$$

مثال:

قرض بقيمة 80000000دج مجزأ على 20000 سند يسدد بدفعات متساوية على 8 سنوات بمعدل 13.5%، علما أن المقترض يسدد قيمة 4250دج عن كل سند.

أنجز جدول الاهتلاك لهذا القرض.

القيمة الاسمية لكل سند:

$$V = \frac{C_0}{N} = \frac{80000000}{20000} = 4000$$

بما أن القيمة المسددة هي 4250 دج عن كل سند، فإن السندات مسددة بقيمة أعلى من القيمة الاسمية (علاوة وقدرة ب 250 دج لكل سند)

$$i' = i.\frac{V}{R} = 0{,}135.\frac{4000}{4250} = 0{,}1271$$

$$m_1 = 20000.\frac{0{,}1271}{(1+0{,}1271)^8 - 1} = 1584{,}45 \cong 1584$$

$$m_2 = m_1(1+i') = 1584{,}45.(1+0{,}1271) = 1785{,}83 \cong 1786$$

$$m_3 = 1785{,}83(1+0{,}1271) = 2012{,}81 \cong 2013$$

$$m_4 = 2012{,}81(1+0{,}1271) = 2268{,}64 \cong 2269$$

$$m_5 = 2268{,}64(1+0{,}1271) = 2556{,}98 \cong 2557$$

$$m_6 = 2556{,}98(1+0{,}1271) = 2881{,}98 \cong 2882$$

$$m_7 = 2881{,}98(1+0{,}1271) = 3248{,}28 \cong 3248$$

$$m_8 = 3248{,}28(1+0{,}1271) = 3661{,}13 \cong 3661$$

جدول الاهتلاك:

السنوات	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة السنوية	السندات المهتلكة	الاهتلاك	الاهتلاك المسدد بعلاوة	الدفعة	رأس المال المتبقي
1	80000000	10800000	1584	6336000	6732000	17532000	73664000
2	73664000	9944640	1786	7144000	7590500	17535140	66520000
3	66520000	8980200	2013	8052000	8555250	17535450	58468000
4	58468000	7893180	2269	9076000	9643250	17536430	49392000
5	49392000	6667920	2557	10228000	10867250	17535170	39164000
6	39164000	5287140	2882	11528000	12248500	17535640	27636000
7	27636000	3730860	3248	12992000	13804000	17534860	14644000
8	14644000	1976940	3661	14644000	15559250	17536190	0

$$M_1 = m_1 \times V\ ;\quad I = C_0 \times i\ \ ; a_1 = I_1 + M_1\ ; C_1 = C_0 - M_1$$

بالنسبة للدفعات تحصلنا عليها بإضافة الفائدة إلى الاهتلاكات المسددة بقيمة 4250 دج للسند الواحد.

مثلا:السطر الأول نقرأ:

$$a_1 = 10800000+6732000 = 17532000\ DA$$

الفوائد تم احتسابها بمعدل 13.5%

رأس المال المتبقي تم حسابه انطلاقا من الاهتلاك بالقيمة الاسمية(4000دج)

مثلا: رأس المال المتبقي في الفترة الأولى هو:

80000000-6336000=73664000DA

من الجدول يتضح أن الدفعات ليست ثابتة تماما ، وإنما تقريبا ثابتة.

6.2 حساب معدل المردودية:

في حالة تسديد السندات بقيمةR (>V)، يمكن اعتبار العلاوة كجزء يدمج مع الفائدة المتحصل عليها، وبهذا يحقق صاحب السند على معدل مردودية أكبر من معدل الفائدةi.[39]

مثال:

لنأخذ المثال السابق ونقوم بحساب معدل المردودية المتحقق لصاحب السند في السنة الأولى والثانية.

السند المسدد في السحب الأول:

في الزمن 0 يدفع صاحب السند 4000دج، في الزمن 1 يتحصل مع الكوبون540(4000×0.135) على القيمة 4250دج.

الزمن	مدين	دائن
0	4000	–
1	–	4790

في الزمن 1 نكتب:

$$4000(1+t) = 4790 \rightarrow t = 19.75\%$$ سنويا

[39] Abdellatif Sadiki, Najib Mikou, op cite, p112.

السند المسدد في السحب الثاني:

في الزمن 0 يدفع صاحب السند 4000دج، وفي الزمن 1 يتحصل على كوبون 540 دج، وفي الزمن 2 يتحصل على 4790دج

الزمن	مدين	دائن
0	**4000**	–
1	–	**540**
2	–	**4790**

في الزمن 2 نكتب:

$$4000(1+i)^2 = 540(1+i) + 4790$$
$$4000(1+i)^2 - 540(1+i) - 4790 = 0$$

نضع $T = 1 + i$ نتحصل على معادلة من الدرجة الأولى:

$$4000T^2 - 540T - 4790 = 0$$
$$\sqrt{\Delta'} = 4485{,}53$$

وعليه نجد

$T = 1{,}1639$ الحل السالب يرفض

أي أن $i = 0{,}1639$ بمعدل مردودية 16.39%

تمارين الفصل السادس: اهتلاك القروض

تمرين رقم 01:

اقترض شخص مبلغ 180000دج، والتزم بدفع فائدة القرض في نهاية كل سنة لمدة 4 سنوات.

علما أن التسديد يكون على مرتين النصف الأول في نهاية السنة الثانية والنصف الباقي في نهاية السنة الرابعة. بمعدل فائدة سنوي 11 %.

أنجز جدول اهتلاك هذا القرض.

تمرين رقم02:

قرض بقيمة 215000دج يسدد على 5 دفعات، الأولى تدفع سنة بعد تاريخ القرض، علما أن الاهتلاك يتزايد كل سنة ب 10000دج. أنجز جدول اهتلاك هذا القرض معدل الفائدة 10.5% سنويا.

تمرين رقم 03:

قرض بقيمة 500000دج يسدد من خلال 6 دفعات ثابتة بتأجيل سنتين، حيث أن المقترض لا يدفع أي مبلغ للمؤسسة المقرضة. معدل الفائدة سنوي 12%.

أنجز جدول اهتلاك هذا القرض.

تمرين رقم 04:

اقترض مستثمر من البنك مبلغ 450000دج بمعدل فائدة سنوي 13.5%،يسدد من خلال 6 دفعات، الأولى تدفع سنة بعد تاريخ القرض.

1-انجز السطر الثالث من جدول الاهتلاك.

2-حدد رأس المال الباقي للتسديد:

-بعد التسديد الخاص بالسنة الرابعة.

-3 أشهر بعد التسديد الخاص بالسنة الثالثة

تمرين رقم 05:

قرض بقيمة 420000دج ، يسدد من خلال 5 دفعات ثابتة فورية، بمعدل فائدة سنوي 11%.

أنجز جدول الاهتلاك في الحالات التالية:

-الدفعات الثابتة.

-الاهتلاكات الثابتة.

تمرين رقم 06:

أصدرت مؤسسة قرض سندي بقيمة 33000000 مجزأ على 22000 سند بمعدل فائدة 12.5% علما أنه في كل سنة يتزايد عدد السندات المهتلكة ب500 سند، وأن المؤسسة قامت في نهاية السنة الأولى بشراء 1000 سند.

-أحسب قيمة القرض.

-أنجز جدول الاهتلاك.

تمرين رقم 07:

أصدرت إحدى المؤسسات المالية قرضا سنديا من 5000 سند بقيمة اسمية للسند قدرها 500 دينار وعلى أساس فائدة سنوية معدلها 9 % تدفع آخر كل سنة، فإذا علم أن شروط الإصدار تنص على أن تسدد قيمة القرض على أربعة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا.

-حدد عدد السندات المهتلكة سنويا.

-أنجز جدول الاهتلاك لهذا القرض.

تمرين رقم 8:

أصدرت إحدى المؤسسات المالية قرض سنديا بقيمة نصف مليون دينار وذلك بالشروط التالية:

1-عدد السندات 1000 سند.

2-قيمة السند الاسمية 500 دينار ويهتك بهذه القيمة.

3-معدل الفائدة السنوي 4% وتدفع في نهاية كا علم.

4- مدة القرض 5 سنوات.

5-يستهلك القرض بطريقة الاهتلاكات المتساوية.

المطلوب: انجاز جدول الاهتلاك لهذا القرض.

تمرين رقم 9:

أصدرت جمعية إسكانية قرضا بواسطة أحد البنوك، يتكون من 75000 سند بقيمة اسمية مقدارها 20 دينار للسند الواحد، وعلى أساس فائدة سنوية معدلها 7.5% تدفع آخر كل سنة، فإذا كانت شروط الإصدار تنص على تسديد القرض على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا(الدفعات).

المطلوب:

1-حدد السندات المهتلكة سنويا.

2-إعداد جدول الاهتلاك لهذا القرض.

تمرين رقم 10:

قرض بقيمة 62500000 دج مجزأ على 25000سند، بمعدل فائدة سنوي 13%، مدة القرض 8 سنوات، علما أن التسديد يكون بقيمة 2800دج لكل سند.

أحسب المعدل الفعلي للتوظيف في الحالات التالية:

-في نهاية السنة الأولى.

-في نهاية السنة الثانية.

الفصل السابع: مردودية الاستثمارات

La rentabilité des investissements

الفصل السابع: مردودية واختيار الاستثمارات

La rentabilité et le choix des investissements

تمهيد:

يعرف الاستثمار بأنه التخلي عن استخدام أموال حالية لفترة زمنية معينة من أجل الحصول على مزيد من التدفقات النقدية في المستقبل تكون كتعويض عن الفرصة الضائعة عن الأموال المستثمرة، وكذلك تعويض عن الانخفاض المتوقع في القدرة الشرائية للأموال المستثمرة بسبب التضخم وكذا الحصول على عائد معقول مقابل تحمل عنصر المخاطرة. على عكس الادخار الذي لا يحتمل المخاطرة.[40]

1-حساب معدل مردودية الاستثمارات:

معدل مردودية الاستثمارات هو المعدل الذي يسمح بتكافؤ(تساوي) القيمة الحالية لنفقات شراء وتسيير الاستثمارات وبين القيمة الحالية للأرباح المنتظرة والمقدرة من هذه الاستثمارات في زمن معين.[41]

مثال:

تريد مؤسسة شراء آلة انتاج، تسددها ب4 دفعات سنوية متساوية قدرها 100000دج، وتمتلك هذه الآلة بعد 10 سنوات لتعطي قيمة متبقية معدومة. أما تقديرات الأرباح السنوية الناتجة عن استعمال هذه الآلة، فتقدر ب50000دج، هل بمعدل 8.5% يحقق هذا الاستثمار مردودية للمؤسسة؟ حدد معدل مردودية هذه الآلة؟

الحل:

مقارنة القيم الحالية في الزمن صفر أي فترة قبل الدفعة الأولى:

---

[40] قادري عبد العزيز، الاستثمارات الدولية، دار النشر والتوزيع، الجزائر، 2004، ص 11.

[41] منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سابق، ص 111.

1-بمعدل 8.5%

القيمة الحالية للإيرادات هي:

$$V_{a_R} = 50000\frac{1-(1,085)^{-10}}{0,085} = 328050\ DA$$

القيمة الحالية للنفقات:

$$V_{a_D} = 100000\frac{1-(1,085)^{-4}}{0,085} = 327500\ \text{DA}$$

يحقق هذا الاستثمار مردودية للمؤسسة بمعدل 8.5% لأن القيمة الحالية للإيرادات أكبر من القيمة الحالية للنفقات، وبالتالي معدل المردودية يكون أكبر من 8.5 %

2-بمعدل 8.75%

القيمة الحالية للإيرادات هي:

$$V_{a_R} = 50000\frac{1-(1,0875)^{-10}}{0,0875} = 324400\ DA$$

القيمة الحالية للنفقات:

$$V_{a_D} = 100000\frac{1-(1,0875)^{-4}}{0,0875} = 325700\ \text{DA}$$

بمعدل 8.75% الاستثمار لا يحقق مردودية للمؤسسة،

معدل المردودية محصور بين 8.5 و8.75% يمكن تحديده بالتناسب وذلك بالعلاقة التالية:

الفرق بين القيمة الحالية للايرادات والنفقات لأدنى معدل: 328050-327500=550

الفرق بين القيمة الحالية للايرادات والنفقات لأعلى معدل:324400-325700=-1300.

$$r = 8,5 + (8,75 - 8,5).\frac{328050 - 327500}{(328050 - 327500) - (324400 - 325700)}$$

$$r = 8{,}5 + (8{,}75 - 8{,}5).\frac{550}{550 - (-1300)}$$

$$r = 8{,}575\ \%$$

2–معايير اختيار الاستثمارات:

1.2 القيمة الحالية الصافية VAN:

القيمة الحالية الصافية لاستثمار ما هي الفرق بين التدفقات النقدية الصافية للخزينة ونفقات الاستثمار في الزمن صفر.[42]

$$\boldsymbol{VAN = -I_0 + \sum_{k=1}^{n} FNT_k\,(1+i)^{-k}}$$

حيث أن:

FNT_k التدفق النقدي الصافي للخزينة في الفترةK

I_0: الاستثمار في الزمن 0

إذا كانت $\boldsymbol{VAN > 0}$ يكون الاستثمار مربحا للمؤسسة

إذا كانت $\boldsymbol{VAN = 0}$ معناه أن المؤسسة تسترجع فقط رأس المال المستثمر دون قيمة إضافية.

2.2 المعدل الداخلي للعائد: TIR

المعدل الداخلي للعائد هو ذلك المعدل الذي يمكن من تساوي مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية الصافية للخزينة بما فيها القيمة المتبقة في الزمن صفر مع تكلفة الاستثمار.

[42] Abdellatlf Sadiki, Najib Mikou, op cite, p123.

$$I_0 = \sum_{k=1}^{n} FNT_k\,(1+r)^{-k}$$

3.2 معيار فترة الاسترداد: DR

هي تلك الفترة التي يسترد فيها رأس المال المستثمر وهذا على أساس عائدات المشروع وتحدد هذه الفترة بالسنوات والأشهر، وتتم المفاضلة بين المشاريع الاستثمارية باختيار المشروع الذي يتميز بأقصر فترة استرداد.[43]

مثال$_1$:

تنوي المؤسسة الصناعية" الازدهار " تطوير قدراتها الانتاجية ودخول أسواق جديدة، ولهذا الغرض تحصلت على عرضين من الموردين لشراء تجهيزات انتاجية:

المشروع الأول:

تكلفته 1200000دج تسدد فورا عند الشراء، عمره الانتاجي 5سنوات (يهتلك بطريقة الاهتلاك الخطي)

النواتج والأعباء السنوية التقديرية خلال السنوات الخمس ملخصة كما يلي:

السنوات	1	2	3	4	5
النواتج المحصلة	600000	650000	680000	720000	680000
النفقات المسددة	280000	315000	320000	325000	330000

المشروع الثاني:

تكلفته 1400000دج تسدد فورا عند الشراء، عمره الإنتاجي 5 سنوات (يهتلك بطريقة الاهتلاك الخطي)

النواتج والأعباء السنوية التقديرية ملخصة كما يلي:

السنوات	1	2	3	4	5
النواتج المحصلة	660000	695000	725000	740000	720000

[43] محمد سعيد عبد الهادي، الإدارة المالية، الطبعة الاولى، دار النشر والتوزيع، الأردن، 2008، ص 195.

النفقات المسددة	300000	310000	320000	335000	345000

المطلوب:

-القيمة الباقية في نهاية مدة المنفعة: لا شيء للمشروعين.

-معدل الضرائب على الأرباح 25%.

1-أحسب قدرة التمويل الذاتي(التدفقات الصافية للخزينة) لكل مشروع.

2-إذا كان معدل التحيين 8% ، أحسب القيمة الحالية الصافية وفترة الاسترداد لرأس المال لكل مشروع.

3- حدد المشروع الأفضل الواجب اختياره.

الحل:

1-حساب التدفقات النقدية الصافية للخزينة:

المشروع الأول:

السنوات	1	2	3	4	5	المجموع
النواتج المحصلة	600000	650000	680000	720000	680000	**3450000**
النفقات المسددة	280000	315000	320000	325000	330000	**1570000**
المخصصات للاهتلاكات	240000	240000	240000	240000	240000	**1200000**
مجموع الأعباء	520000	555000	560000	565000	570000	**2770000**
النتيجة قبل الضريبة	80000	95000	120000	155000	110000	**560000**
الضريبة على الأرباح	20000	23750	30000	38750	27500	**140000**
النتيجة الصافية	60000	71250	90000	11625	82500	**420000**
قدرة التمويل الذاتي	300000	311250	330000	356250	322500	**162000**

مخصصات الاهتلاك= 1200000/5=240000دج

مجموع الأعباء= النفقات المسددة + مخصصات الاهتلاك

=280000+24000=520000دج

النتيجة قبل الضريبة= مجموع النواتج –مجموع الأعباء

=600000-520000=80000دج

الضريبة على الأرباح=النتيجة قبل الضريبة × معدل الضريبة على الأرباح

النتيجة الصافية=النتيجة قبل الضريبة– الضريبة.

قدرة التمويل الذاتي= النتيجة الصافية + مخصصات الاهتلاك

أو: قدرة التمويل الذاتي= النواتج المحصلة–النفقات المسددة –الضرائب

المشروع الثاني:

السنوات	1	2	3	4	5	المجموع
النواتج المحصلة	660000	695000	725000	740000	720000	**3540000**
النفقات المسددة	300000	310000	320000	335000	345000	**1610000**
المخصصات للاهتلاكات	280000	280000	280000	280000	280000	**1400000**
مجموع الأعباء	580000	590000	600000	615000	625000	**3010000**
النتيجة قبل الضريبة	80000	105000	125000	125000	95000	**530000**
الضريبة على الأرباح	20000	26250	31250	31250	23750	**132500**
النتيجة الصافية	60000	78750	93750	93750	71250	**397500**
قدرة التمويل الذاتي	**340000**	**358750**	**373750**	**373750**	**351250**	**1797500**

مخصصات الاهتلاك= 280000=5/1400000دج

2–حساب القيمة الحالية الصافية:

المشروع الأول:

ليس للمشروع الأول قيمة متبقية وعليه نستعمل العلاقة التالية:

$$VAN = \sum_{k=1}^{n} FNT_k \, (1+i)^{-k} - I_0$$

$$VAN = FNT_1(1+i)^{-1} + FNT_2(1+i)^{-2} + FNT_3(1+i)^{-3} + FNT_4(1+i)^{-4} + FNT_5(1+i)^{-5} + -I_0$$

$$VAN = 300000 \times 1{,}08^{-1} + 311250 \times 1{,}08^{-2} + 330000 \times 1{,}08^{-3} + 256250 \times 1{,}08^{-4} + 322500 \times 1{,}08^{-5} - 1200000 = 87931{,}50$$

$$\boldsymbol{VAN = 87931{,}50DA}$$

المشروع لديه مردودية موجبة تساوي 87931.50

المشروع الثاني:

ليس للمشروع الثاني قيمة متبقية وعليه نستعمل العلاقة التالية:

$$VAN = \sum_{k=1}^{n} FNT_k \, (1+i)^{-k} - I_0$$

$$VAN = FNT_1(1+i)^{-1} + FNT_2(1+i)^{-2} + FNT_3(1+i)^{-3} + FNT_4(1+i)^{-4} + FNT_5(1+i)^{-5} + -I_0$$

$$VAN = 340000 \times 1{,}08^{-1} + 358750 \times 1{,}08^{-2} + 373750 \times 1{,}08^{-3} + 373750 \times 1{,}08^{-4} + 351250 \times 1{,}08^{-5} - 1400000 = 32852{,}15$$

$$\boldsymbol{VAN = 32852,15DA}$$

المشروع لديه مردودية موجبة تساوي 32852.15دج

كلا المشروعين مقبولين مبدئيا لأنه لهما:

$$VAN => 0$$

معيار فترة الاسترداد:

بالنسبة للمؤسسة يمكن حساب فترة الاسترداد كما يلي:

المشروع الأول:

جدول التدفقات المحينة والمتراكمة:

السنوات	التدفقات المحينة	التدفقات المتراكمة
1	$300000 \times 1{,}08^{-1}$=277777,77	277777,77
2	$311250 \times 1{,}08^{-2}$=266846,7	544624,47
3	$330000 \times 1{,}08^{-3}$=261964,64	806589,11
4	$256250 \times 1{,}08^{-4} = 261854{,}38$	1068443,49
5	$322500 \times 1{,}08^{-5} = 219488{,}08$	1287931,57

نلاحظ من خلال النتائج أن مجموع تدفقات السنوات الأربع الأولى(1068443.49) لا تغطي تكلفة الاستثمار، وعليه فإن استرداد رأس المال كان في السنة الخامسة وبتطبيق طريقة الاستكمال الخطي نجد:

الفرق الكلي =219488.08=1068443.49-128793.49

الفرق الجزئي= 131556.51=1068443.49-1200000

فترة الاسترداد=السنة السابقة+(الفرق الجزئي / الفرق الكلي) × 360

فترة الاسترداد=4+(219488.08/131556.51)×360

DR=4 سنوات+216 يوم

فترة استرداد رأس المال المستثمر هي 4 سنوات و7 أشهر و6 أيام

المشروع الثاني:

جدول التدفقات المحينة والمتراكمة:

السنوات	التدفقات المحينة	التدفقات المتراكمة
1	$340000 \times 1{,}08^{-1}$=314814,81	314817,81
2	$358750 \times 1{,}08^{-2}$=307570,3	622385,11
3	$3737500 \times 1{,}08^{-3}$=296694,8	919079,59
4	$373750 \times 1{,}08^{-4} = 274717{,}4$	1193797,31
5	$351250 \times 1{,}08^{-5} = 239054{,}84$	1432851,83

نلاحظ من خلال النتائج أن مجموع تدفقات السنوات الأربع الأولى(1193797.31) لا تغطي تكلفة الاستثمار، وعليه فإن استرداد رأس المال كان في السنة الخامسة وبتطبيق طريقة الاستكمال الخطي نجد:

الفرق الكلي =1432851.83−1193797.31=239054.52

الفرق الجزئي= 1400000−1193797.31 =206202.69

فترة الاسترداد=السنة السابقة+(الفرق الجزئي / الفرق الكلي) × 360

فترة الاسترداد=4+(239054.52/206202.69)×360

DR=4 سنوات+311 يوم

فترة استرداد رأس المال المستثمر هي 4 سنوات و10 أشهر و11 أيام

المقارنة بين المشروعين:

بالنسبة لمؤسسة الإزدهار فإن

حسب طريقة القيمة الحالية الصافية:

يجب اختيار المشروع الأول لأنه يحقق مردودية أكبر من المشروع الثاني.

حسب طريقة فترة الاسترداد لرأس المال:

نختار المشروع الأول لأنه يمكن من استرداد رأس المال في فترة أقل من المشروع الأول.

مثال$_2$:

تريد مؤسسة القيام بمشروع استثماري إنتاجي وعند تهيئة الدراسات المالية للمشروع ظهرت حالتان:

المشروع الأول:

-نفقات المشروع 480000دج تدفع مرة واحدة عند البداية.

-الأرباح التقديرية مبلغها 60000دج في آخر كل سنة ولمدة 15سنة.

المشروع الثاني:

-نفقاته تسدد على مدى 4 سنوات بدفعات متساوية قدرها 100000دج الأولى بعد سنة.

-الأرباح تقدر ب 50000دج سنويا ولمدة 10 سنوات.

فإذا اعتبرنا أن القيمة المتبقية لكل مشروع في آخر عمر المشروع معدومة، وأن معدل الفائدة 9% سنويا،

ما هو المشروع الأكثر مردودية؟

الحل:

المشروع الأول:

القيمة الحالية للايرادات:

$$= 60000.\frac{1-(1+0,09)^{-15}}{0,09}$$

$$= 60000.\,8,06$$

$$= 483600\ DA$$

الأرباح الصافية=483600-480000=3600دج.

المشروع الثاني:

القيمة الحالية للايرادات:

$$= 50000.\frac{1-(1+0{,}09)^{-10}}{0{,}09}$$

$$= 50000.6{,}417$$

$$= 320850DA$$

القيمة الحالية للنفقات:

$$= 100000.\frac{1-(1+0{,}09)^{-4}}{0{,}09}$$

$$= 100000.3{,}239$$

$$= 323900\ DA$$

النتيجة الصافية=320850-323900=3950 دج

بمعدل 9% المشروع الأحسن مردودية هو المشروع الأول

في حالة وجود قيمة متبقية للاستثمار تحسب قيمتها الحالية وتضاف للايرادات.

تمارين الفصل السابع: المردودية واختيار الاستثمارات

تمرين 01:

استثمار بقيمة 3500000دج ينتج أرباحا مقدرة كما يلي:

-1000000دج في نهاية السنة الأولى.

-1100000دج في نهاية السنة الثانية.

-1300000دج في نهاية السنة الثالثة.

-1500000دج في نهاية السنة الرابعة.

القيمة المتبقية مقدرة ب 700000دج في نهاية فترة الاستعمال.

1-أحسب القيمة الحالية للأرباح الصافية والقيمة المتبقية بمعدل 18.75% لكل سنة، ثم بمعدل 19%.

2-أحسب معدل العائد الداخلي لهذا الاستثمار.

تمرين 02:

استثمار بقيمة 450000دج يدر أرباحا الصافية المقدرة ب:

-120000دج في نهاية السنة الأولى.

-130000دج في نهاية السنة الثانية.

-135000دج في نهاية السنة الثالثة.

-125000دج في نهاية السنة الرابعة.

-110000دج في نهاية السنة الخامسة.

القيمة المتبقية للاستثمار قدرت ب90000دج

أحسبTIR لهذا الاستثمار علما أنه قريب من 16%.

تمرين 03:

مؤسسة تنوي شراء تجهيز لرفع الانتاج ، حيث تتردد بين عرضين:

الاستثمار A: يكلف 900000دج يستعمل لمدة 5 سنوات، والذي سيمكن من تحقيق الأرباح إضافية تقدر ب 1440000دج سنويا لمدة 5 سنوات. النفقات المتعلقة بهذا الاستثمار مقدرة ب1200000دج سنويا.

الاستثمارB:يشترى ب 960000دج يرفع رقم الأعمال السنوي ب1920000دج للسنتين الأوليتين وب 1200000دج للسنوات الثلاث الموالية. النفقات الخاصة بهذا الاستثمار تقدر ب 1440000دج للسنتين الأولتين وب 1020000دج للسنوات الموالية.

النفقات تتضمن اهتلاك الجهاز (180000دج سنويا للاستثمار Aو192000دج سنويا للاستثمار B)، المؤسسة تدفع ضريبة على الشركات تقدر ب 36%، وتستعمل معدل الخصم 12% .

القيمة المتبقية لكلا الاستثمارين معدومة.

1-أحسب القيمة الحالية الصافية لكل استثمار، ما هو الاستثمار الواجب اختياره؟

2-حدد فترات الاسترداد.

3-حدد معدل العائد الداخلي لكل استثمار.

تمرين 04:

لإحدى المؤسسات اختيار بين آلتين للانتاج:

الآلة أ: ثمن الشراء 75000دج، عمر الانتاج 5 سنوات، القيمة الباقية 4000دج

الايرادات الصافية المنتظرة هي:

16000دج في نهاية الستنين الأوليتين.

42000دج في نهاية الثلاث سنوات الباقية.

الآلة ب: ثمن الشراء 90000دج، عمر الانتاج 5 سنوات، القيمة المتبقية معدومة، والايرادات الصافية المنتظرة في نهاية كل سنة 35000دج.

المطلوب: ما هي الآلة التي تختارها إذا علمت أن معدل الخصم 10%.

خاتمة:

كانت هذه المطبوعة كخلاصة سنوات من التدريس في مقياس الرياضيات المالية، وسعيا منا لتبسيط مختلف المفاهيم المتعلقة بالمقياس، نأمل أن نكون قد وفقنا إلى حد كبير في تقديم هذه المحاضرات وتيسيرها لطلبتنا الأعزاء لتعم الفائدة للجميع مع تمنياتنا لهم بكل التوفيق.

قائمة المراجع:

1- المراجع باللغة العربية:

1-1 الكتب

- عمر عبد الجواد عبد العزيز، **الرياضيات المالية (فائدة بسيطة وفائدة مركبة)**، الطبعة الأولى، دار الصفاء للنشر والتوزيع ،عمان، 1999

- علي محمد عكاشة(2009)، **الرياضيات المالية**، دار الرضا للنشر والتوزيع، مصر.

- جون بيار فادز(2015)، **الرياضيات المالية والاكتوارية**، دار النشر العلمي والمطابع، جامعة الملك سعود، السعودية.

- منصور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2006 .

- شقيري موسى نوري وآخرون، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، 2016.

- غازي فلاح المومني، **الرياضيات المالية المعاصرة**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، 2006.

- بودرامة مصطفى، **الرياضيات المالية**، دار البدر للنشر والتوزيع، الجزائر، 2005، ص22.

- فتحي خليل حمدان، **الرياضيات المالية مع تطبيقاتها في الحاسوب**، دار وائل للطباعة والنشر والتوزيع، الأردن، 2010.

- بن طلحة صليحة، **الرياضيات المالية**، منشورات الدار الجزائرية، الطبعة الأولى، الجزائر، 2015 .

-يحي موسى حسين، **الرياضة المالية**، **مركز التعليم المفتوح**، برنامج مهارات التسويق والبيع، القاهرة،2011.

- علي محمد عكاشة، **الرياضيات المالية**، دار الرضا للنشر والتوزيع، مصر ، 2009 .

- قادري عبد العزيز، **الاستثمارات الدولية**، دار النشر والتوزيع، الجزائر، 2004.

- محمد سعيد عبد الهادي، **الإدارة المالية**، الطبعة الاولى، دار النشر والتوزيع، الأردن، 2008.

2.1 المطبوعات الجامعية:

-أحمد زيطوط، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة زيان عاشور، الجلفة، 2018-2019.

-مرزوقي رفيق، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة فرحات عباس، 2018-2019.

-كعواش جمال الدين، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة محمد الصديق بن يحي ، جيجل، 2017-2018.

-بوجنان خالدية، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة ابن خلدون، تيارت، 2016-2017.

2-المراجع باللغة الأجنبية:

- Abdellatif sadiki, Najib mikou, **mathematiques financieres**, 4éme édition, édition savoir plus, casa Blanca, Maroc , 2013.

- Walder Maseiri, **Aide Mémoire de mathématiques financières**, édition Dunod, Paris, 2008.

- Benjamin Lagros, **Mini manuel de mathématiques financières**, édition - Dunod, France, 2011.

- Martin Baxter, **Financial Calculus to the Mathematics of Financial Derivatives**. 3rd Edition, Elsevier, USA,1996.

-Hamini Allal, **Mathematiques Financières**, Tome 1, Office des Publications Universitaires, Ben Aknoun, Algerie, 2005.

- MANCER ILYES, **COURES DE MATHEMATIQUES FINANCIERES**, Université AKLI Mohamed Oulhadj BOUIRA, ALGER, 2015/2016.