



## Intitulé du polycopié

### Structures en béton armé 2

#### Destiné aux étudiants

Niveau : 1<sup>ère</sup> année Master en Génie Civil

Spécialité : Structures

#### Auteur

Dr. Touhami TAHENNI

Experts du polycopié	Grade	Etablissement d'affiliation
M.Khoudja ALI BENYAHIA	Maitre de conférences A	Université Djilali Bounaama de Khemis Miliana
M.Bensaid BOULEKBACHE	Professeur	Université Hassiba Benbouali de Chlef

Date de validation du polycopié par l'instance scientifique habilitée CSD et/ou CSF:

CSD 12/04/2022

CSF 17/04/2022

Année universitaire : 2021/2022

## **Avant-propos**

Le présent polycopié intitulé « *Structures en béton armé 2* », est le fruit de quatre années d'enseignement (2018-2021), est destiné aux étudiants de 1<sup>ère</sup> année Master en Génie Civil, spécialité : Structures, et disciplines similaires. C'est un support pédagogique de forme de cours et des exercices avec solutions, conformément au programme d'enseignement exigé par le Comité Pédagogique National du domaine Sciences et Technologique depuis l'année 2016-2017.

Le programme de la matière structures en béton armé 2 complète la même matière du premier semestre. L'étudiant doit être en mesure de choisir et d'utiliser les méthodes de calcul appropriées à la conception, au dimensionnement et au ferrailage des éléments composants la structure.

Je tiens à remercier Monsieur Khoudja ALI BENYAHIA, Maître de conférences A de l'université Djilali Bounaama de Khemis Miliana, et Monsieur Bensaid BOULEKBACHE, Professeur de l'université Hassiba Benbouali de Chlef, d'avoir accepté l'expertise du présent polycopié, et pour ses critiques et ses conseils avisés.

L'auteur souhaite que ce polycopié soit bien présenté, bien rédigé et facile à lire et à maîtriser par les étudiants de la filière de Génie Civil.

# SOMMAIRE

<b>Introduction</b> .....	1
---------------------------	---

## **Chapitre 01 : Calcul des éléments secondaires**

<b>1.1.Introduction</b> .....	3
<b>1.2.Calcul de l'acrotère</b> .....	3
1.2.1. Application.....	3
1.2.2. Evaluation des charges.....	3
1.2.2.1. Charge permanente.....	3
1.2.2.2. Charge d'exploitation.....	4
1.2.2.3. Force horizontale.....	4
1.2.3. Calcul des sollicitations.....	5
1.2.3.1. Calcul à ELU.....	5
1.2.3.2. Calcul à ELS.....	5
1.2.4. Calcul de ferrailage.....	5
1.2.4.1. Calcul de ferrailage à l'ELU.....	5
1.2.4.2. Vérification à l'ELS.....	6
<b>1.3. Calcul du balcon</b> .....	9
1.3.1. Application.....	9
1.3.2. Evaluation des charges et surcharges.....	11
1.3.3. Combinaison des charges.....	11
1.3.3.1. Etat limite ultime.....	11
1.3.3.2. Etat limite de service.....	11
1.3.4. Calcul des sollicitations.....	11
1.3.4.1. Etat limite ultime.....	11
1.3.4.2. Etat limite de service.....	12
1.3.5. Calcul du ferrailage à l'ELU.....	12
1.3.6. Vérification de l'effort tranchant.....	12
1.3.7. Vérification à l'ELS.....	12
<b>1.4. Calcul des escaliers</b> .....	13
1.4.1. Application.....	15
1.4.2. Solution.....	16
1.4.2.1. Dimensionnement de l'escalier.....	16
1.4.2.2. Evaluation des charges et surcharges.....	17
1.4.2.3. Schéma statique de l'escalier.....	18
1.4.2.4. Calcul des sollicitations à l'état limite ultime.....	19
1.4.2.5. Calcul du ferrailage longitudinal.....	21
<b>Exercices</b> .....	23

## **Chapitre 02 : Systèmes de contreventement**

<b>2.1.Introduction</b> .....	25
<b>2.2.Choix du contreventement</b> .....	25

<b>2.3. Contreventement général du bâtiment</b>	26
2.3.1. Contreventement assuré par portiques	26
2.3.2. Contreventement assuré par pans rigides	27
2.3.2.1. Contreventement par triangulations	27
2.3.2.2. Contreventement par voiles en béton armé	27
2.3.2.3. Contreventement par remplissage en maçonnerie	29
2.3.3. Noyau de stabilité des immeubles tours	29
2.3.4. Contreventement mixte	30
<b>2.4. Emplacement des murs de contreventement</b>	31
<b>2.5. Effet de torsion sur les systèmes des murs de contreventement</b>	32
<b>2.6. Principe de conception parasismique des bâtiments</b>	34

## Chapitre 03 : Voiles

<b>3.1. Introduction</b>	37
<b>3.2. Avantages des voiles</b>	37
<b>3.3. Classification des structures avec voiles</b>	38
3.3.1. Structures mixtes avec des voiles porteurs associés à des portiques	38
3.3.2. Structures à noyau central	38
3.3.3. Structures uniquement à voiles porteurs	38
<b>3.4. Classification des voiles</b>	39
<b>3.5. Dimensionnement des voiles</b>	40
3.5.1. Dimensionnement selon RPA 99/Version 2003	41
3.5.2. Dimensionnement selon l'Eurocode 8	43
<b>3.6. Ferrailage des voiles</b>	43
3.6.1. Méthode de calcul de ferrailage	44
3.6.2. Applications	46
3.6.2.1. Application 1	46
3.6.2.2. Application 2	49
<b>3.7. Ferrailage des linteaux</b>	52
3.7.1. Premier cas	53
3.7.1.1. Aciers longitudinaux	53
3.7.1.2. Aciers transversaux	53
3.7.2. Deuxième cas	54
3.7.3. Ferrailage minimal	55
3.7.3.1. Armatures longitudinales	55
3.7.3.2. Armatures transversales	55
3.7.3.3. Armatures en section courante (armatures de peau)	55
3.7.3.4. Armatures diagonales	55
3.7.4. Exemple de calcul	55
3.7.4.1. Sollicitations majorées	56
3.7.4.2. Vérification de la contrainte de cisaillement	56
3.7.4.3. Calcul de ferrailage	56
3.7.4.4. Ferrailage final	57
<b>3.8. Ferrailage des trumeaux</b>	58

3.8.1. Aciers verticaux .....	59
3.8.2. Aciers horizontaux.....	59
3.8.3. Règles communes .....	59
<b>Exercices.....</b>	<b>61</b>

## **Chapitre 04 : Fondations profondes**

<b>4.1. Introduction .....</b>	<b>63</b>
<b>4.2. Facteurs de choix du type de fondations .....</b>	<b>64</b>
<b>4.3. Conseils pour les fondations.....</b>	<b>64</b>
<b>4.4. Type de fondation profonde .....</b>	<b>64</b>
4.4.1. Fondations sur puits.....	64
4.4.1.1. Choix d'une fondation par puits. ....	64
4.4.1.2. Caractéristiques des puits .....	65
4.4.2. Fondations sur pieux.....	65
4.4.3. Différents types des pieux .....	66
4.4.3.1. Pieux préfabriqués .....	66
4.4.3.2. Pieux moulés dans le sol .....	66
<b>4.5. Calcul des fondations sur pieux.....</b>	<b>67</b>
4.5.1. Semelle de fondation sur deux pieux .....	67
4.5.2. Semelle de fondation sur trois pieux .....	70
4.5.3. Semelle de fondation sur quatre pieux .....	72
4.5.4. Série d'exercices .....	74
<b>Exercices.....</b>	<b>82</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>84</b>

## Liste des Figures

Figure 1.1 : Acrotère en béton armé .....	3
Figure 1.2 : Surface et sollicitations appliquées sur l'acrotère.....	4
Figure 1.3 : Section partiellement comprimée.....	7
Figure 1.4 : Schéma de ferrailage de l'acrotère.....	9
Figure 1.5 : Schéma statique du balcon.....	10
Figure 1.6 : Dimensions du balcon.....	10
Figure 1.7 : Schéma de ferrailage du balcon .....	13
Figure 1.8 : Coupe et éléments de l'escalier .....	15
Figure 1.9 : Vue en plan de l'escalier .....	15
Figure 1.10 : Schéma de type d'escalier à étudier.....	18
Figure 1.11 : Schéma statique de l'escalier .....	19
Figure 1.12 : Section d'escalier à ferrailer .....	20
Figure 1.13 : Schéma de ferrailage de l'escalier .....	22
Figure 1.14 : Dimensions de l'acrotère .....	23
Figure 1.15 : Schéma statique de l'escalier .....	24
Figure 2.1 : Ossature en portique en béton armé .....	26
Figure 2.2 : Contreventement triangulé .....	27
Figure 2.3 : Contreventement par voiles en béton armé .....	28
Figure 2.4 : Contreventement longitudinal d'un bâtiment par des voiles. ....	28
Figure 2.5 : Contreventement par maçonnerie .....	29
Figure 2.6 : Contreventement par noyau central .....	30
Figure 2.7 : Contreventement mixte d'un bâtiment .....	31
Figure 2.8 : Arrangements du type de mur dans les hôtels et les immeubles d'habitation ....	32
Figure 2.9 : Exemple pour la stabilité de torsion des systèmes de mur .....	32
Figure 2.10 : Stabilité en torsion de systèmes de murs inélastique .....	33
Figure 2.11 : Force de résistance la latérale des noyaux en béton armé.....	34
Figure 2.12 : Torsion du bâtiment-décalage entre CM et CR .....	35
Figure 3.1 : Classification des structures avec voiles .....	39
Figure 3.2 : Classification des voiles .....	39
Figure 3.3 : Formes des voiles en béton armé .....	40
Figure 3.4 : Formes des voiles en béton armé avec ouvertures .....	40
Figure 3.5 : Sollicitations sur voile plein .....	41

Figure 3.6 : Coupe de voile en élévation .....	42
Figure 3.7 : Coupe de voile plein .....	42
Figure 3.8 : Prise en compte des murs en retour.....	43
Figure 3.9 : Elément de rive confiné inutile à une extrémité du voile .....	43
Figure 3.10 : Disposition de ferrailage dans un voile en béton armé .....	44
Figure 3.11 : Section entièrement comprimée .....	45
Figure 3.12 : Section entièrement tendue .....	45
Figure 3.13 : Section partiellement comprimée .....	46
Figure 3.14 : Voile plein de forme rectangulaire avec deux poteaux .....	46
Figure 3.15 : Schéma de ferrailage du voile rectangulaire avec deux poteaux.....	49
Figure 3.16 : Voile plein de forme rectangulaire avec poteau .....	49
Figure 3.17 : Schéma de ferrailage du voile rectangulaire avec poteau.....	52
Figure 3.18 : Moment résistant et effort tranchant ultimes des sections d'about du linteau ...	54
Figure 3.19 : Armatures de linteaux ... ..	55
Figure 3.20 : Efforts dans les bielles du linteau ... ..	55
Figure 3.21 : Schéma de ferrailage du linteau ... ..	58
Figure 3.22 : Dispositions des armatures verticales dans les voiles ... ..	59
Figure 3.23 : Voile plein de forme rectangulaire avec deux poteaux .....	61
Figure 3.24 : Voile plein de forme rectangulaire avec poteau ... ..	61
Figure 4.1 : Tête du pieu après le coulage du béton ... ..	63
Figure 4.2 : Pieux de piles de pont .....	63
Figure 4.3 : Fondation profonde ... ..	64
Figure 4.4 : Pieux en béton armé ... ..	66
Figure 4.5 : Semelle continue sur deux pieux ... ..	68
Figure 4.6 : Ferrailage d'une semelle de fondation sur deux pieux ... ..	70
Figure 4.7 : Semelle sur trois pieux ... ..	71
Figure 4.8 : Semelle sur quatre pieux ... ..	72
Figure 4.9 : Dispositions de ferrailage d'une semelle sur quatre pieux ... ..	73
Figure 4.10 : Ferrailage mixte d'une semelle sur quatre pieux .....	74
Figure 4.11 : Schéma de ferrailage de la semelle de fondation sur un puits ... ..	75
Figure 4.12 : Schéma de ferrailage du massif de fondation sur deux pieux ... ..	78
Figure 4.13 : Schéma de ferrailage radial et en cerces d'une semelle sur trois pieux.....	79
Figure 4.14 : Schéma de ferrailage d'une semelle sur quatre pieux .....	81
Figure 4.15 : Massif de fondation sur deux pieux.....	82

## Liste des Tableaux

Tableau 1.1 : Valeurs du coefficient m.....	10
Tableau 1.2 : Charge permanente et charge d'exploitation du balcon.....	11
Tableau 1.3 : Charge concentrique du garde-corps.....	11
Tableau 1.4 : Calcul de ferrailage du balcon.....	12
Tableau 1.5 : Charge permanente et surcharge supportées par le balcon.....	17
Tableau 1.6 : Charge permanente et surcharge supportées par la volée .....	18
Tableau 1.7 : Résultats de calcul de ferrailage de l'escalier à l'ELU .....	21

## Liste des abréviations

- $F_p$  : Force horizontale.
- $A$  : coefficient d'accélération de zone.
- $C_p$  : Facteur de force horizontale.
- $W_p$  : Poids propre de l'acrotère.
- $Q_u$  : Charge d'exploitation ultime.
- $\rho_b$  : Poids volumique du béton.
- $e$  : épaisseur du revêtement en ciment.
- $S_{\text{ciment}}$  : Surface du revêtement en ciment.
- $\rho_c$  : Poids volumique du revêtement en ciment.
- $N_u$  : Effort normal ultime.
- $M_u$  : Moment fléchissant ultime.
- $T_u$  : Effort tranchant ultime.
- $N_s$  : Effort normal service.
- $M_s$  : Moment fléchissant service.
- $T_s$  : Effort tranchant service.
- $H$  : hauteur de l'acrotère.
- $L$  : longueur par mètre linéaire de l'acrotère.
- $b$  : largeur de la section de l'acrotère.
- $h$  : épaisseur de l'acrotère.
- $f_{c28}$  : résistance à la compression du béton à 28 jours.
- $c$  : enrobage des aciers tendus.
- $c'$  : enrobage des aciers comprimés.
- $f_e$  : limite d'élastique des aciers.
- $e_0$  : excentricité du premier ordre.
- $M_f$  : Moment fléchissant fictif.
- $u_{bu}$  : Moment résistant ultime.
- $d$  : Hauteur utile de la section.
- $\sigma_{bc}$  : Contrainte de compression du béton.
- $u_{Lu}$  : Moment limite ultime réduit.
- $A'_s$  : Section des armatures comprimées.
- $A_s$  : Section des armatures tendues.
- $\alpha$  : Position de l'axe neutre.

$z$ : Bras de levier.

$\epsilon_s$ : Déformation des aciers tendus.

$\sigma_s$ : Contrainte des aciers tendus.

$A_{sf}$ : Section des aciers tendus en flexion simple.

$A'_{sf}$ : Section des aciers comprimés en flexion simple.

$f_{t28}$ : Résistance à la traction du béton.

$S_t$ : Espacement des aciers tendus.

$A_r$ : Armatures de répartition.

$C$ : Distance entre le centre de pression et la fibre la plus comprimée du béton.

$y_c$ : Distance entre le centre de pression et l'axe neutre.

$I$ : Moment d'inertie de la section.

$\sigma'_s$ : Contrainte des aciers comprimés.

$n$ : Coefficient d'équivalence.

$\tau_u$ : Contrainte de cisaillement.

$e$ : épaisseur de la dalle.

$l_x$ : Petite portée de la dalle.

$L_y$ : Grande portée de la dalle.

$m$ : Coefficient dépend de la nature de la dalle.

$\rho$ : Rapport des Portées de la dalle.

CM: Centre de masse.

CR: Centre de rigidité.

$V_x$ : Force sismique selon l'axe  $ox$ .

$V_y$ : Force sismique selon l'axe  $oy$ .

$e_0$ : Excentricité structurale.

$e_{ai}$ : Excentricité accidentelle de la masse du niveau  $i$  par rapport à sa position nominale.

$L_i$ : Dimension du plancher perpendiculaire à la direction de l'action sismique.

$M_{t1}$ : Moment de torsion de calcul.

$b_{w0}$ : Epaisseur du voile.

$h_s$ : Hauteur libre d'étage.

$\sigma_1$ : Contrainte maximale.

$\sigma_2$ : Contrainte minimale.

$N$ : Effort normal appliqué sur le voile.

$M$ : Moment fléchissant appliqué sur le voile.

$A$ : Section plane du voile.

$v$  : Distance entre le centre de gravité du voile et la fibre la plus éloignée.

$A_{\min}$  : Quantité d'armature minimale.

$a$  : Epaisseur du voile.

$L$  : Longueur du voile.

$b_0$  : Epaisseur du linteau.

$h$  : Hauteur totale du linteau.

$d'$  : Distance de l'enrobage.

$\lambda_g$  : Elancement du linteau.

$l$  : Portée du linteau.

$S$  : Espacement des cours d'armatures transversales du linteau.

$A_t$  : Section d'un cours d'armature transversale du linteau.

$V$  : Effort tranchant dans la section du linteau considérée.

$M_{ci}$  : Moment résistant ultime des sections d'about à droite du linteau.

$M_{cj}$  : Moment résistant ultime des sections d'about à gauche du linteau.

$P$  : Charge transmise aux pieux.

$(a ; b)$  : Dimensions du poteau.

$\phi$  : Diamètre du pieu.

$b'$  : Distance entre-axes des pieux.

$b_s$  : Largeur de la semelle sur pieux.

$h$  : Hauteur de la semelle.

$L$  : Longueur de la semelle.

$\theta$  : L'angle de l'inclinaison des bielles de compression.

$A_i$  : Section d'armatures inférieure.

$A_s$  : Section d'armatures supérieure.

$S_v$  : Espacement verticale des cadres horizontaux.

$S_h$  : Espacement horizontale des cadres verticaux.

$S_{\text{Pieux}}$  : Surface des pieux.

$a'$  : Distance entre-axe des pieux.

$A_d$  : Section d'armatures diagonales.

$A_c$  : Section d'armatures en cerces.

# *Introduction*

## **Introduction**

Le béton employé dans les structures en béton armé doit posséder des propriétés physico-mécaniques bien déterminées ; il doit être résistant, présenter une bonne adhérence aux armatures et très convenables compact et étanche pour protéger les aciers contre la corrosion.

Le béton armé occupe une position prépondérante dans l'industrie de la construction pour la réalisation des structures les plus variés, tels que ; les bâtiments d'habitation, les bâtiments administratifs, les bâtiments industriels, les ouvrages d'art ; tels que les ponts, les tunnels, les silos, les aéroports, et les structures hydrauliques telles que ; les châteaux d'eau, les barrages, les réservoirs, et les canalisations.

Même en construction mécanique, le béton armé fait sa preuve comme matériau de bâtis et socles de machines lourdes (fondations et supports).

Une structure en béton armé doit être calculée et conçue de telle manière qu'elle reste apte à l'utilisation pour laquelle elle a été prévue, compte tenu de sa durée de vie envisagée et de son coût.

Le calcul structurel vise trois objectifs ; la structure doit être en sécurité. Toute personne exige à ce que la structure qu'elle occupe soit en sécurité et ne menace pas d'effondrement (sécurité adéquate), la structure doit pouvoir répondre aux besoins pour lesquelles elle a été conçue et ceci pour toute sa durée de vie (durabilité adéquate) et la structure doit être économique, que ce soit du point de vue coût de construction ou de maintenance dans le temps (économie adéquate).

Pour satisfaire les exigences énoncées ci-dessus, on doit choisir convenablement les matériaux, définir une conception, un dimensionnement et des détails constructifs appropriés, et spécifier des procédures de contrôles adaptées au projet considéré, au stade de la conception de la construction et de l'exploitation. Pour ce faire, il faut impérativement respecter les normes et les règles en vigueur propres à chaque pays.

Le document est très utile comme support pédagogique à la compréhension des fondements de base pour s'initier à la maîtrise des techniques nécessaires pour la construction parasismique des structures en béton armé et également en charpente métallique.

Le polycopié comporte quatre chapitres. Le premier chapitre présente le calcul des éléments secondaires d'un bâtiment en béton armé, tels que l'acrotère, les balcons et les escaliers.

Dans le deuxième chapitre, nous exposons les différents systèmes de contreventement, rencontrés dans les structures en béton armé, qui sont les contreventements assurés par portiques, par pans rigides (triangulations, voiles en béton armé et remplissage en

maçonneries) et par noyau de stabilité. Ce chapitre est pertinent et apporte aux lecteurs de nouvelles informations notamment sur la maîtrise des techniques de conception et de classification des systèmes structurels de contreventement vis-à-vis les charges horizontales.

Les voiles en béton armé et la méthode de calcul de ferrailage de ces murs, fait l'objet du troisième chapitre.

Le dernier chapitre porte sur l'étude et le calcul des fondations profondes (sur puits et pieux). Ce type de fondation est conçu pour transmettre des efforts importants au sol environnant sur une profondeur importante, en général égale à dix fois le diamètre. Ce chapitre permettra également à l'étudiant d'approfondir ses connaissances sur les différents types de fondations profondes et d'apprendre leur calcul

Enfin, nous terminons la structure de ce polycopié par la présentation de la liste des références bibliographiques utilisées.

***Chapitre 01***  
***Calcul des éléments secondaires***

## Chapitre 01 : Calcul des éléments secondaires

### 1.1. Introduction

Les éléments structuraux qui n'apportent pas de contribution significative à la résistance aux actions sismiques ou à leur distribution sont considérés comme éléments secondaires (éléments non contribués au contreventement de la structure).

Ce chapitre présente le calcul de ferrailage des éléments secondaires qui sont l'acrotère, les balcons et les escaliers.

### 1.2. Calcul de l'acrotère

L'acrotère est un élément de façade situé au-dessus de la toiture ou de la terrasse, à la périphérie du bâtiment, et constituant des rebords ou garde-corps, pleins ou à claire-voie (Figure 1.1). Il est calculé comme une console encastrée au niveau du plancher terrasse qui représente la section dangereuse, et soumise à la flexion composée due aux sollicitations d'un effort normal produit de son poids propres, et une force horizontale produite de la main courante ou de l'effet sismique. Le calcul de ferrailage se fait pour une bande de 1m de largeur ( $b = 1\text{m}$ ).

#### 1.2.1. Application

Soit l'acrotère en béton armé représenté sur la Figure 1.1, avec les dimensions suivantes: hauteur ( $h = 60\text{cm}$ ) et épaisseur ( $e = 10\text{cm}$ ).



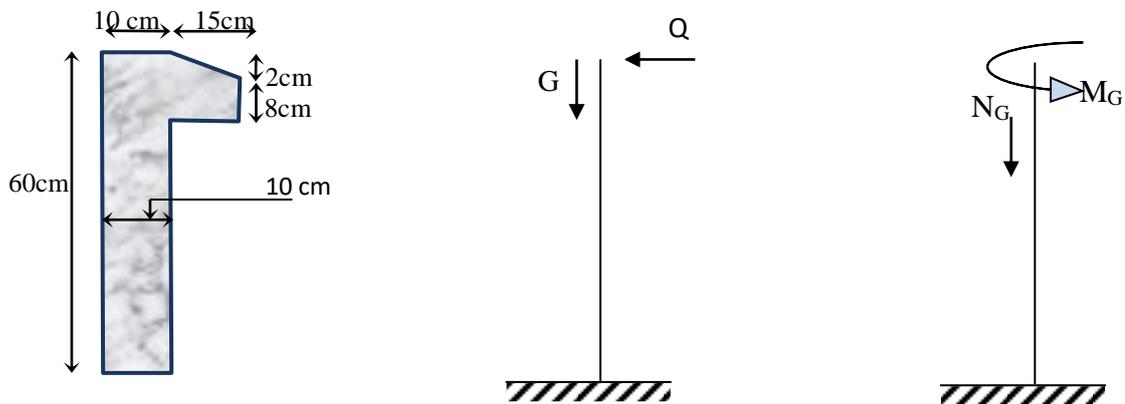
Figure 1.1. Acrotère en béton armé.

#### 1.2.2. Evaluation des charges

##### 1.2.2.1. Charges permanentes

- La surface de l'acrotère (Figure 1.2) est calculée par :

$$S = \left[ (60 \times 10) + (15 \times 8) + \frac{(15 \times 2)}{2} \right] 10^{-4} = 0,0735 m^2$$



(a). Surface de l'acrotère. (b). Sollicitations appliquées sur l'acrotère.

**Figure 1.2. Surface et sollicitations appliquées sur l'acrotère.**

- Le poids propre de l'acrotère est calculé par :

$$P_a = \rho_b \times S = 25 \times 0,0735 = 1,84 \text{ kN/ml}$$

- Le poids du revêtement en ciment ( $e=2 \text{ cm}$  et  $\rho_c=14 \text{ kN/m}^3$ ) est calculé par :

$$P_c = \rho_c \times e \times S_{\text{ciment}} = 14 \times 0,02 \times (0,6 + 0,1) \times 2 = 0,39 \text{ kN/ml}$$

- La charge permanente appliquée sur l'acrotère est donnée par :

$$G = P_a + P_c$$

$$G = 1,84 + 0,39 = \mathbf{2,23 \text{ kN/ml}}$$

### 1.2.2.2. Charge d'exploitation

La charge d'exploitation due à la main courante est donnée par :  $Q = 1 \text{ kN/ml}$ .

### 1.2.2.3. Force horizontale

D'après l'article 6.2.3 de RPA 99 /version 2003, les forces horizontales de calcul agissant sur les éléments non structuraux et les équipements ancrés à la structure sont calculées suivant la formule :

$$F_p = 4 \cdot A \cdot C_p \cdot W_p \quad (1.1)$$

L'acrotère étudié est un élément dans un bâtiment à usage d'habitation dont la hauteur ne dépasse pas 48 m, donc il est classé dans le groupe 2. Pour la zone III et groupe 2, le coefficient A égal à 0.25 (Article 4.2.3, RAP 99 /Version 2003)

Selon le Tableau 6.1 de RAP 99 /Version 2003, le facteur  $C_p$  égal à 0.8

D'après la formule (1.1) :

$$F_p = 4 \times 0,25 \times 0,8 \times 2,23 = 1,784 \text{ kN}$$

La charge ultime  $Q_u = \max(1,5Q ; F_p) \Rightarrow Q_u = \max(1,5 \times 1 ; 1,784) = \mathbf{1,784 \text{ kN}}$

La charge permanente et la surcharge d'exploitation appliquées sur l'acrotère sont égales à 2.23 kN/ml et 1.784 kN/ml respectivement.

### 1.2.3. Calcul des sollicitations

#### 1.2.3.1. Calcul à ELU

Le calcul des sollicitations à l'état limite ultime (ELU) est donné par :

$$N_u = 1.35 \times G \times L = 1.35 \times 2.23 \times 1 = 3.01 \text{ kN.}$$

$$M_u = 1.5 \times Q_u \times H \times L = 1.5 \times 1.784 \times 0.6 \times 1 = 1.60 \text{ kN.m}$$

$$T_u = 1.5 \times Q_u \times L = 1.5 \times 1.784 \times 1 = 2.68 \text{ kN.}$$

#### 1.2.3.2. Calcul à ELS

Le calcul des sollicitations à l'état limite de service (ELS) est donné par :

$$N_s = G \times L = 2.23 \times 1 = 2.23 \text{ kN.}$$

$$M_s = Q_u \times H \times L = 1.784 \times 0.6 \times 1 = 1.07 \text{ kN.m}$$

$$T_s = Q_u \times L = 1.784 \times 1 = 1.784 \text{ kN.}$$

### 1.2.4. Calcul de ferrailage

L'acrotère est sollicité à la flexion composée et le calcul se fait pour une section rectangulaire avec les caractéristiques suivantes :

$$h=10\text{cm} \quad b=100\text{cm} \quad f_{c28}=25\text{MPa} \quad c=c'=2\text{cm} \quad f_e=400\text{MPa}$$

#### 1.2.4.1. Calcul de ferrailage à l'ELU

Le calcul de l'excentricité est donné par la formule suivante :

$$e_0 = \frac{M_u}{N_u} = \frac{1.60}{3.01} = 0.53 \text{ m} = 53 \text{ cm.}$$

La distance entre le centre de gravité de la section et la nappe d'acier comprimé est donnée

$$\text{par : } \frac{h}{2} - c' = \frac{10}{2} - 2 = 3 \text{ cm}$$

$e_0 > \frac{h}{2} - c'$  ; donc le centre de pression (point d'application de l'effort normal de compression

$N_u$ ) est situé en dehors des deux nappes d'acier. La section étudiée est considérée comme partiellement comprimée. Les armatures seront calculées à la flexion simple sous l'effet du moment fictif :

$$M_f = M_u + N_u \left( \frac{h}{2} - c' \right) = 1.6 + 3.01 \left( \frac{0.10}{2} - 0.02 \right) = 1.69 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_f}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = \frac{1.69 \times 10^6}{1000 \times (80)^2 \times 14.17} = 0.018$$

$$\mu_{bu} < \mu_{lu} = 0.392 \Rightarrow A'_s = 0$$

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.018}) = 0.022$$

$$z = d(1 - 0.4\alpha) = 8(1 - 0.4 \times 0.022) = 7.92 \text{ cm}$$

$$\mu_{bu} = 0.018 < 0.186 \Rightarrow \varepsilon_s = 10\text{‰} \quad \text{et} \quad \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348 \text{ MPa}$$

La quantité d'acier tendu en flexion simple est calculée par :

$$A_{sf} = \frac{M_f}{z \cdot \sigma_s} = \frac{1.69 \times 10^{-3}}{0.0792 \times 348} = 0.000061 \text{ m}^2 = 0.61 \text{ cm}^2$$

La quantité d'acier en flexion composée est calculée par :

$$A'_s = A'_{sf} = 0$$

$$A_s = A_{sf} - \frac{N_u}{\sigma_s} = 0.000061 - \frac{3.01 \times 10^{-3}}{348} = 0.000086 \text{ m}^2 = 0.86 \text{ cm}^2$$

Selon BAEL 91 / modifier 99 la quantité d'acier  $A_s$  doit vérifier la condition suivante :

$$A_{s \min} \geq \text{Max} \left\{ \frac{bh}{1000}; 0.23bd \frac{f_{t28}}{f_e} \right\}$$

$$A_{s \min} \geq \text{max} \left\{ \frac{100 \times 10}{1000}; 0.23 \times 100 \times 8 \frac{2.1}{400} \right\}$$

$$A_{s \min} \geq \text{max} \{ 1 \text{ cm}^2; 0.96 \text{ cm}^2 \} = 0.96 \text{ cm}^2$$

Le choix final des armatures tendues est donné par :  $A_s = \text{max} (A_{\min}; A_s) = 1 \text{ cm}^2$

$$\text{Soit : } A_s = 4T8 = 2.01 \text{ cm}^2$$

Avec un espacement  $S_t = 30 \text{ cm}$

L'espacement  $S_t$  doit vérifier la condition suivante :

$$S_t \geq \min \{ 3h; 33 \text{ cm} \}$$

$$S_t \geq \min \{ 3 \times 10; 33 \text{ cm} \} = 30 \text{ cm} \text{ (Condition vérifiée).}$$

Les armatures de répartitions sont calculées par :  $A_r \geq \frac{A_s}{4}$

$$\text{Soit } A_r = \frac{2.01}{4} = 0.5 \text{ cm}^2$$

On prend  $A_r = 3T8 = 1.51 \text{ cm}^2$  avec un espacement  $S_t = 25 \text{ cm}$

#### 1.2.4.2. Vérification à l'ELS

a)- Calcul du moment d'inertie

La fissuration est considérée comme préjudiciable.

$$e_0 = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \frac{1.07}{2.23} = 48 \text{ cm}$$

On a :  $e_0 > \frac{h}{2} - c' \Rightarrow$  Section partiellement comprimée.

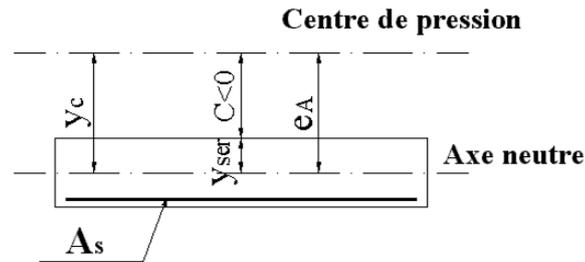


Figure 1.3. Section partiellement comprimée.

La distance  $C$  est calculée par :  $C = e - \frac{10}{2}$

Avec :  $d = h - c = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$

$$C = 48 - (10/2) = 43 \text{ cm}$$

La distance  $y_c$  est la solution de l'équation suivante :

$$y_c^3 + p y_c + q = 0$$

Avec :  $p = -3c^2 + 6n(c + c') \frac{A_s}{b} + 6n(d + c) \frac{A_s}{b}$

$$p = -3 \times 43^2 + 6 \times 15 \times (43 + 2) \frac{2.01}{100} + 6 \times 15 \times (43 + 8) \frac{2.01}{100} = -5373.336 \text{ cm}^2$$

$$q = 2c^3 - 6n(c + c')^2 \frac{A_s}{b} - 6n(d + c)^2 \frac{A_s}{b}$$

$$q = 2 \times 43^3 - 6 \times 15 \times (43 + 2)^2 \frac{2.01}{100} - 6 \times 15 \times (43 + 8)^2 \frac{2.01}{100} = 150645.566.434 \text{ cm}^3$$

La solution de l'équation du troisième degré est donnée par :

$$\Delta = q^2 + 4 \left( \frac{p}{3} \right)^3 = 150645.566^2 + 4 \times \left( \frac{-5373.336}{3} \right)^3 = -2.9 \times 10^8$$

$$\cos \varphi = \frac{3q}{2p} \sqrt{\frac{-3}{p}} = \frac{3 \times 150645.566}{2 \times (-5373.336)} \sqrt{\frac{-3}{-5373.336}} = -0.99 \Rightarrow \varphi = 171.89^\circ$$

$$a = 2 \sqrt{\frac{-p}{3}} = 2 \sqrt{\frac{5373.336}{3}} = 84.64$$

$$y_1 = a \cos \left( \frac{\varphi}{3} + 120 \right) = 84.64 \times \cos \left( \frac{171.89}{3} + 120 \right) = -84.54$$

$$y_2 = a \cos \left( \frac{\varphi}{3} \right) = 84.64 \times \cos \left( \frac{171.89}{3} \right) = 45.73$$

$$y_3 = a \cos \left( \frac{\varphi}{3} + 240 \right) = 84.64 \times \cos \left( \frac{171.89}{3} + 240 \right) = 38.82$$

La solution  $y_c = 45.73 \text{ cm}$  est vérifiée la condition :  $0 < y_{ser} = y_c - c < d$

$$0 < y_{ser} = 45.73 - 43 = 2.73 \text{ cm} < 8 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} y_{ser} = 2.73 \text{ cm} \\ y_c = 45.73 \text{ cm} \end{cases}$$

Calcul du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} y_{ser}^3 + n \left[ A_s (d - y_{ser})^2 + A'_s (y_{ser} - c')^2 \right] = \frac{100}{3} 2.73^3 + 15 * [2.01(8 - 2.73)^2]$$

$$I = 1515.567 \text{ cm}^4$$

b)-Vérification de la contrainte du béton

$$\sigma_{bc} = \left( \frac{N_{ser}}{I} y_c \right) y_{ser} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} = \left( \frac{2.23 \cdot 10^3 \times 45.73 \times 10}{1515.57 \cdot 10^4} \right) 27.3 = 1.84 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} \dots \dots \dots \text{vérifiée}$$

c)-Vérification de la contrainte de l'acier

$$\sigma_s = n \left( \frac{N_{ser}}{I} y_c \right) (d - y_{ser}) \leq \bar{\sigma}_s \dots \dots \dots \text{Acier tendu}$$

$$\sigma'_s = n \left( \frac{N_{ser}}{I} y_c \right) (y_{ser} - c') \leq \bar{\sigma}_s \dots \dots \dots \text{Acier comprimé}$$

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left( \frac{2}{3} f_e; \max(0.5 f_e; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right) = 200 \text{ MPa} \dots \dots \dots (\eta = 1.6 \text{ pour les aciers HA})$$

$$\sigma_s = 15 \left( \frac{2.23 \times 10^3}{1515.57 \times 10^4} \times 457.3 \right) (80 - 27.3) = 53.19 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_s \dots \dots \dots \text{vérifiée}$$

$$\sigma'_s = 15 \left( \frac{2.23 \times 10^3}{1515.57 \times 10^4} \times 457.3 \right) (27.3 - 20) = 7.37 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_s \dots \dots \dots \text{vérifiée}$$

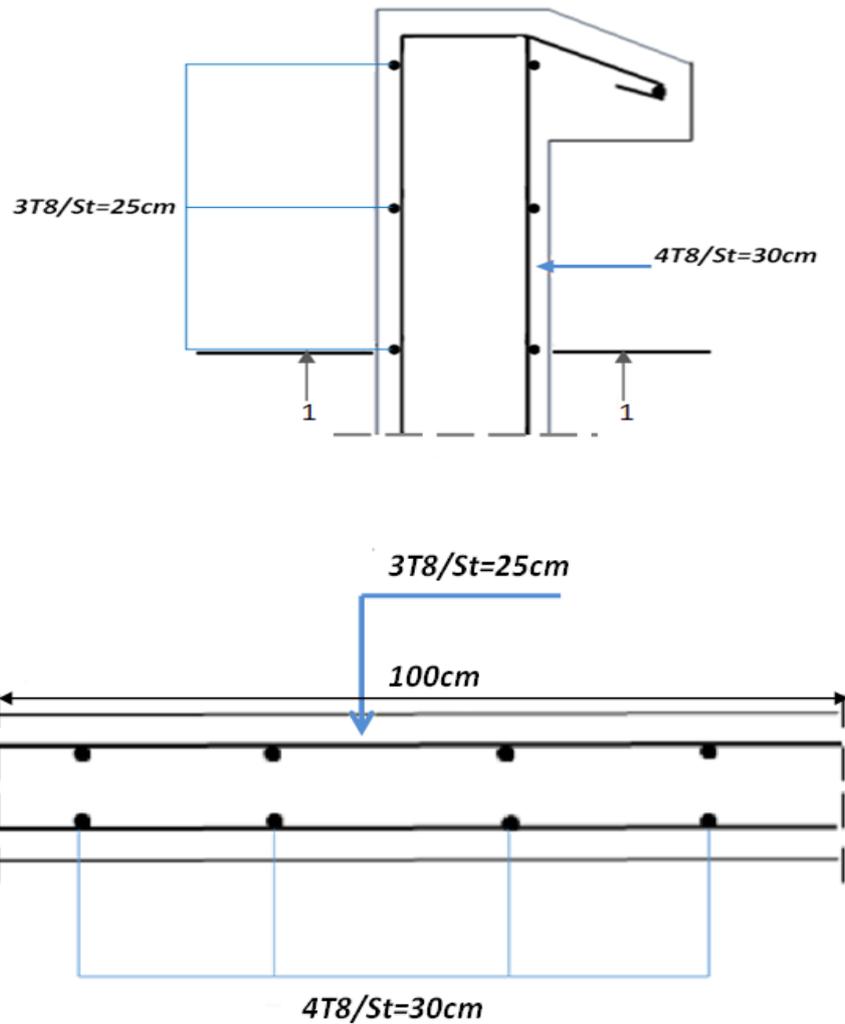
d)- Vérification de l'effort tranchant

La contrainte de cisaillement est donnée par la formule suivante :

$$\tau_u = \frac{T_u}{bd} \leq \bar{\tau}_u = \text{Min} \{ 0,1 f_{c28}; 4 \text{ MPa} \} = 2.5 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = \frac{3.01 \cdot 10^3}{1000 \cdot 80} = 0.037 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{vérifiée.}$$

La Figure 1.4 montre le schéma de ferrailage de l'acrotère.



Coupe 1-1

Figure 1.4. Schéma de ferrailage de l'acrotère.

### 1.3. Calcul du balcon

Le balcon est un élément d'architecture consistant en une plate-forme se dégageant du mur d'un édifice. Il est dans la plupart des cas à l'extérieur de l'édifice. Il peut cependant être à l'intérieur, dans une grande pièce (une salle de spectacle ou une galerie), ou encore se situer dans une cour fermée et peut ne pas communiquer directement avec une pièce.

Il est considéré comme une console en dalle pleine soumise à son poids propre, à la surcharge d'exploitation, à la charge concentrée à son extrémité libre due au poids du garde-corps et à un moment à l'extrémité dû à l'effort appliqué sur le garde-corps (Figure 1.5).

#### 1.3.1. Application

Soit le balcon représenté sur la Figure 1.5

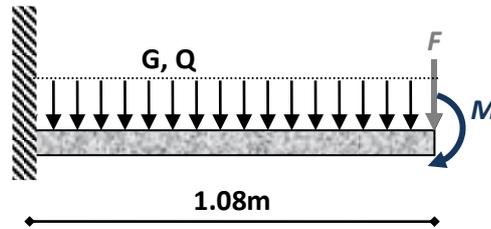


Figure 1.5. Schéma statique du balcon.

Le dimensionnement des dalles, dépend le plus souvent des conditions d'utilisation que des conditions de résistance.

L'épaisseur de la dalle doit vérifier la formule suivante :  $e = l_x / m$

Le coefficient m est donné par le Tableau 1.1 selon CBA 93.

Tableau 1.1. Valeurs du Coefficient m.

Dalle fléchie dans un seul sens		Dalle fléchie dans les deux sens	
Simply supported	Continuous	Simply supported	Continuous
25 - 35	30 - 40	30 - 40	35 - 45

$$\rho = \frac{L_x}{L_y} = \frac{1.08}{4.10} = 0.26 < 0.4 \text{ La dalle travaille dans un seul sens}$$

Dalle simplement appuyée et fléchie dans un seul sens :  $m = 25 - 35$

$$\text{Calcul de l'épaisseur : } \frac{108}{35} \leq e \leq \frac{108}{25} \Rightarrow 3.08 \text{ cm} \leq e \leq 4.32 \text{ cm}$$

Pratiquement on prend  $e = 15 \text{ cm}$  et le calcul de ferrailage sera fait pour une bande de 1m.

La Figure 1.6 présente les dimensions du balcon étudié.

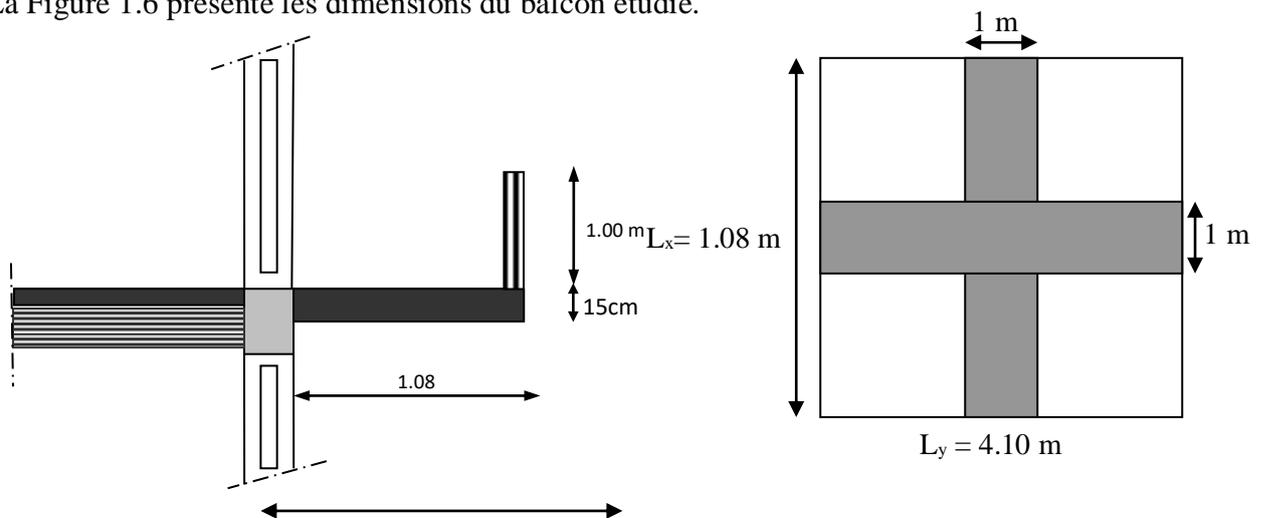


Figure 1.6. Dimensions du balcon.

### 1.3.2. Evaluation des charges et surcharges

Les Tableaux 1.2 et 1.3 ci-dessous, donnent les valeurs de charge permanente et de charge concentrique due au garde-corps.

**Tableau 1.2. Charge permanent et charge d'exploitation du balcon.**

Chargement	Poids volumique (kN/ m <sup>3</sup> )	Surface (m <sup>2</sup> )	Charge (kN/ ml)
Poids propre de la dalle (e = 15cm)	25	1 × 0.15	3.75
Carrelage (e = 2 cm)	22	0.02x1	0.440
Mortier de pose (e = 3 cm)	20	0.03x1	0.6
Enduit en ciment (e = 2 cm)	18	0.02x1	0.36
Charge permanente			G = 5.15
Surcharge d'exploitation			Q = 3.50

**Tableau 1.3. Charge concentrique du garde-corps.**

Elément	Epaisseur (cm)	Poids Volumique (kN/m <sup>3</sup> )	Poids surfacique (kN/m <sup>2</sup> )
Brique creuse	10	9	0.9
Enduit en ciment	2x2	18	0.72
Charge permanente			G = 1.62
Charge d'exploitation			Q = 1.00

### 1.3.3. Combinaison des charges

#### 1.3.3.1. Etat Limite ultime

$$Q_u = 1.35 \times G_1 + 1.5 \times Q_1 = 1.35 \times 5.15 + 1.5 \times 3.5 = 12.20 \text{ kN /ml}$$

$$P_u = 1.35 \times G_2 \times L = 1.35 \times 1.62 \times 1.08 = 2.36 \text{ kN /m}$$

#### 1.3.3.2. Etat limite de service

$$Q_{ser} = G_1 + Q_1 = 5.15 + 3.5 = 8.65 \text{ kN /ml}$$

$$P_{ser} = G_2 \times L = 1.62 \times 1.08 = 1.75 \text{ kN /ml}$$

### 1.3.4. Calcul des sollicitations

#### 1.3.4.1. Etat Limite ultime

$$M_u = (q_u \cdot \frac{L^2}{2} + P_u \cdot L) = (12.20 \times \frac{(1.08)^2}{2} + 2.36 \times 1.08) = 9.66 \text{ kN.m}$$

$$T_u = (q_u \cdot L + P_u) = 12.20 \times 1.08 + 2.36 = 15.54 \text{ kN}$$

### 1.3.4.2. Etat limite de service

$$M_{ser} = (q_{ser} \cdot \frac{L^2}{2} + P_{ser} \cdot L) = (8.65 \times \frac{(1.08)^2}{2} + 1.75 \times 1.08) = 6.93 kN/ml$$

$$T_{ser} = (q_{ser} \cdot L + P_{ser}) = 8.65 \times 1.08 + 1.75 = 11.09 kN$$

### 1.3.5. Calcul du ferrailage à ELU

Pour une bande de 1 m de largeur, on a :  $b = 100 \text{ cm}$   $d = 13.5 \text{ cm}$   $h = 15 \text{ cm}$ .

Le calcul du ferrailage du balcon est résumé dans le Tableau 1.4 suivant :

**Tableau 1.4. Calcul du ferrailage du balcon.**

$M_u$ (kN.m)	$\mu_{bu}$	$\mu_{bu} < \mu_r$	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\alpha$	Z (cm)	$A_s^{cal} / ml$ (cm <sup>2</sup> )	Choix	$A_s^{adp} / ml$ (cm <sup>2</sup> )
9.66	0.037	Oui	0	0.047	13.25	2.09	4T10	3.14

L'espaceur  $S_t$  doit vérifier la condition suivante :  $S_t \leq \min(3.h; 33cm) = 33cm$

Soit  $S_t = 30cm$

$$\text{Armature de répartition } A_r : A_r \geq \frac{A_s}{4} = \frac{3.14}{4} = 0.79 cm^2$$

On prend  $A_s = 3T10 = 2.36 \text{ cm}^2$

L'espaceur  $S_t$  doit vérifier a condition suivante :  $S_t \leq \min(4.h; 45cm) = 45cm$

Soit  $S_t = 30cm$

### 1.3.6. Vérification de l'effort tranchant

L'effort tranchant ultime est donné par :  $T_u = 15.54 \text{ kN}$

La contrainte de cisaillement est calculée par la formule :

$$\tau_u = \frac{T_u}{b.d} = \frac{15.54 \times 10^3}{1000 \times 135} = 0.12 MPa$$

La contrainte admissible est donnée par :

$$\bar{\tau}_u \leq \min \left\{ 0.2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 5MPa \right\} = \min \left\{ 0.2 \frac{25}{1.5}; 5MPa \right\} = 5MPa$$

Donc :  $\tau_u = 0.12 MPa \leq \bar{\tau} = 5MPa$

La condition est vérifiée donc pas de risque de cisaillement.

### 1.3.7. Vérification à l'ELS

On doit vérifier que :  $\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{c28} = 15MPa$

- Détermination de la position de l'axe neutre (y) :

$$b \times y^2 + 30 \times (A_s + A'_s) \times y - 30(d \times A_s + d' \times A'_s) = 0$$

$$A'_s = 0$$

$$b \times y^2 + 30 \times (A_s) \times y - 30(d \times A_s) = 0$$

$$100 \times y^2 + 30 \times (3,14) \times y - 30 \times (13,5 \times 3,14) = 0$$

$$100 \times y^2 + 94,2 \times y - 1271,7 = 0 \Rightarrow y = 10,56 \text{ cm}$$

- Calcul du moment d'inertie (I) :

$$I = \frac{b}{3} \cdot y^3 + 15 \cdot A_s (d - y)^2 = \frac{100}{3} \times (10,56)^3 + 15 \times 3,14 \times (13,5 - 10,56)^2$$

$$I = 39659,9 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{bc} = \frac{6,93 \times 10^6}{39659,9 \times 10^4} \times 105,6 = 1,85 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \times 25 = 15 \text{ MPa}$$

La contrainte du béton est vérifiée. Donc le ferrailage calculé à l'état limite ultime est convenable.

La Figure 1.7 présente le schéma de ferrailage du balcon.

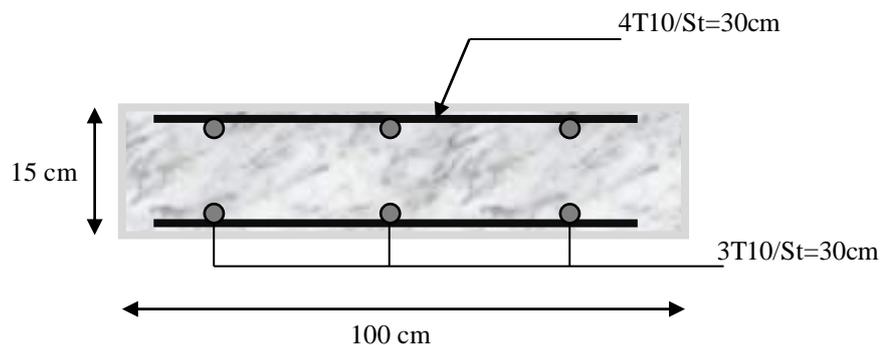


Figure 1.7. Schéma de ferrailage du balcon.

#### 1.4. Calcul des escaliers

L'escalier est une construction architecturale constituée d'une suite régulière de marches, permettant d'accéder à un étage, de passer d'un niveau à un autre en montant et descendant.

La conception d'un escalier impose la connaissance d'un certain nombre d'éléments qui permettront de le définir correctement. Lors de la conception d'un escalier, il est impératif de bien connaître sa destination pour respecter la réglementation qui lui sera appliquée. Il est donc important de bien connaître la réglementation associée pour ne pas se faire refuser un escalier.

Les différents éléments d'un escalier sont :

- **La volée** : c'est la partie comportant une suite des marches égales. Elle est située entre deux paliers successifs. Une volée ne doit pas comporter plus de 22 marches et moins de 3 marches.
- **Le palier** : c'est la partie horizontale, arrêtant la suite des marches au droit d'un étage, ou entre les étages, pour assurer l'accès à chaque niveau intermédiaire (palier d'arrivée ou palier intermédiaire)
- **La pailasse** : c'est la dalle en pente supportant les marches d'une volée.
- **Le jour** : c'est la largeur en plan du vide entre deux volées parallèles
- **La marche** : c'est la surface délimitée par la foulée et l'emmarchement (la partie horizontale des gradins constituant l'escalier)
- **La contre marche** : c'est la partie verticale prenant place entre deux marches. (la partie verticale de ces gradins).
- **La hauteur de marche** : c'est la distance verticale entre deux marches. Cette distance peut varier entre les différents types d'escaliers de 13cm pour les escaliers d'honneur à 19cm pour les escaliers intérieurs. Pour un escalier classique on retiendra la valeur de 17 cm.
- **Le giron** : c'est la distance horizontale constante entre deux nez de marches consécutives.
- **L'emmarchement** : c'est la largeur utile d'une volée, elle est en fonction de la destination de l'escalier.
- **Le collet** : c'est le nom donné au bord limitant l'escalier du jour
- **La foulée** : c'est la distance horizontale comprise entre chaque contre marche
- **La ligne de foulée** : c'est la projection en plan du trajet suivi par une personne suivant l'escalier. Pour les escaliers dont la largeur d'emmarchement n'excède pas 110m, la ligne de foulée se trouve au milieu de l'emmarchement.

La Figure 1.8 présente les éléments d'un escalier.

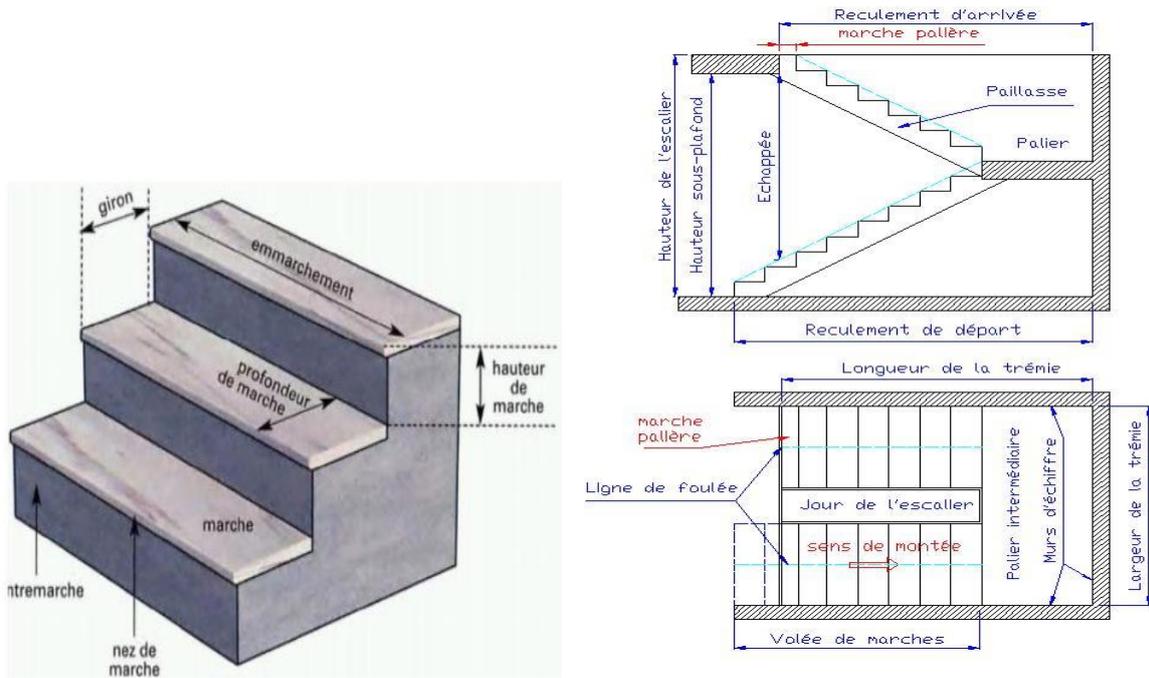


Figure 1.8. Coupe et éléments de l'escalier.

**1.4.1. Application**

Soit le type d'escalier droit représenté sur les Figure 1.9, constitué de deux paliers et une volée intermédiaire. Ce type d'escalier est situé dans un bâtiment en béton armé à usage d'habitation avec une hauteur d'étage «  $h_e$  » de 3.06 m.

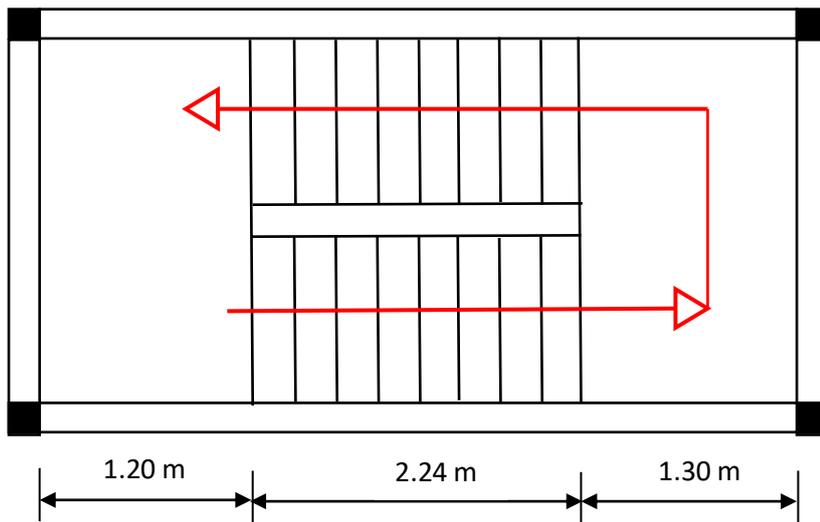


Figure 1.9. Vue en plan de l'escalier.

On demande de :

1. Dimensionner l'escalier.
2. Evaluer les charges et les surcharges
3. Donner le schéma statique de l'escalier.
4. Calculer les sollicitations à l'état limite ultime.
5. Calculer le ferrailage longitudinal et faire un schéma de ferrailage.

### 1.4.2. Solution

#### 1.4.2.1. Dimensionnement de l'escalier

On utilise la formule de BLONDEL :  $58 \leq g + 2h \leq 64$ .....(1)

On obtient le nombre des marches et leurs dimensions par les relations suivantes :

$$n \times h = H \dots\dots\dots(2)$$

$$(n-1) g = L \dots\dots\dots(3)$$

Avec :

h : hauteur de la contre marche.

g : largeur de la marche.

L : longueur horizontale de la paillasse (L = 2.24m)

H : hauteur de l'escalier (H = h<sub>2</sub> / 2 = 1.53 m)

n : nombre de contre marches

(n-1) : nombre des marches

- De l'équation (2) :  $h = \frac{H}{n}$

- De l'équation (3) :  $g = \frac{L}{n-1}$

On remplace les expressions de h et g dans la formule (1), on obtient :

$$58 \leq \frac{L}{n-1} + 2\frac{H}{n} \leq 64$$

Pour une réalisation idéale et confortable on prend :  $\frac{L}{n-1} + 2\frac{H}{n} = 64$

$$64 n^2 - (64 + L + 2H) n + 2H = 0$$

$$64 n^2 - (64 + 224 + 2 \times 153) n + 2 \times 153 = 0$$

$$64 n^2 - 594 n + 306 = 0 \dots\dots\dots(4)$$

L'équation (4) a deux solutions n<sub>1</sub>=0.55 (refusée) et n<sub>2</sub> = 8.73 donc on prend **n = 9**.

Donc on a 9 contre marches et 8 marches.

Soit  $h = \frac{H}{n} = h = \frac{153}{9} = 17 \text{ cm}$  et  $g = \frac{L}{n-1} = \frac{224}{9-1} = 28 \text{ cm}$

Vérification de la formule de BLONDEL :

$$58 \leq 28 + 2 \times 17 \leq 64 \Rightarrow 58 \text{ cm} \leq 62 \text{ cm} \leq 64 \text{ cm}$$

### Conclusion

Les dimensions de l'escalier représenté sur la Figure 1.9 sont :

- Hauteur de la contre marche.....**h = 17 cm**

- Largeur de la marche.....**g = 28 cm**

- Nombre des contres marches.....**n = 9**

- Nombre des marches.....**n-1 = 8**

L'épaisseur de la paillasse est déterminée par la formule suivante :

$$\frac{l}{30} \leq e \leq \frac{l}{20}$$

Avec :

$$l = \sqrt{L^2 + H^2} + 1.20 + 1.30 = \sqrt{(2.24)^2 + (1.53)^2} + 1.20 + 1.30 = 5.21m$$

$$\text{Soit : } \frac{521}{30} \leq e \leq \frac{521}{20} \Rightarrow 17.37cm \leq e \leq 26.05cm$$

On prend une épaisseur **e = 18 cm**.

Le palier aura la même épaisseur que la paillasse.

L'angle d'inclinaison de la paillasse est déterminé par :

$$tg\alpha = \frac{H}{L} = \frac{153}{224} = 0.683 \Rightarrow \alpha = 34.33^\circ$$

#### 1.4.2.2 .Evaluation des charges et surcharges

Les Tableaux 1.5 et 1.6 donnent les charges permanentes et les surcharges appliquées sur le palier et la volée de l'escalier.

**Tableau 1.5. Charge permanente et surcharge supportées par le palier.**

Elément	$\rho$ (kN/m <sup>3</sup> )	e (m)	$G_p$ (kN/m <sup>2</sup> )	$Q_p$ (kN/m <sup>2</sup> )
Revêtement	22	0.02	0.44	<b>2.50</b>
mortier de pose	20	0.02	0.4	
lit de sable	18	0.02	0.36	
dalle pleine	25	0.18	4.5	
enduit de plâtre	10	0.015	0.15	
<b><math>\Sigma</math></b>	/	/	<b>5.85</b>	

Tableau 1.6. Charge permanente et surcharge supportées par la volée.

Elément	$\rho$ (kN/m <sup>3</sup> )	e (m)	$G_v$ (kN/m <sup>2</sup> )	$Q_v$ (kN/m <sup>2</sup> )
Paillasse	25	0.18/cos34.33	5.45	<b>2.50</b>
marche	22	0.17/2	1.87	
Revêtement	22	0.02	0.44	
mortier de pose	20	0.02	0.4	
enduit de plâtre	10	0.015	0.15	
garde de corps	/	/	0.6	
$\Sigma$	/	/	<b>8.91</b>	

#### 1.4.2.3. Schéma statique de l'escalier

Les combinaisons des charges et surcharges des paliers ( $q_p$ ) et de la volée ( $q_v$ ), à l'ELU et à l'ELS sont déterminées par :

$$\text{ELU : } q_{up} = (1.35G_p + 1.5Q_p) \times 1\text{ m} = (1.35 \times 5.85 + 1.5 \times 2.50) \times 1 = \mathbf{11.65 \text{ kN/ml}}$$

$$q_{uv} = (1.35G_v + 1.5Q_v) \times 1\text{ m} = (1.35 \times 8.91 + 1.5 \times 2.50) \times 1 = \mathbf{15.78 \text{ kN/ml}}$$

$$\text{ELS : } q_{sp} = (G_p + Q_p) \times 1\text{ m} = (5.85 + 2.50) \times 1 = \mathbf{8.35 \text{ kN/ml}}$$

$$q_{sv} = (G_v + Q_v) \times 1\text{ m} = (8.91 + 2.50) \times 1 = \mathbf{11.41 \text{ kN/ml}}$$

Les Figures 1.10 et 1.11 présentent les schémas statiques de l'escalier étudié à l'ELU et à l'ELS.

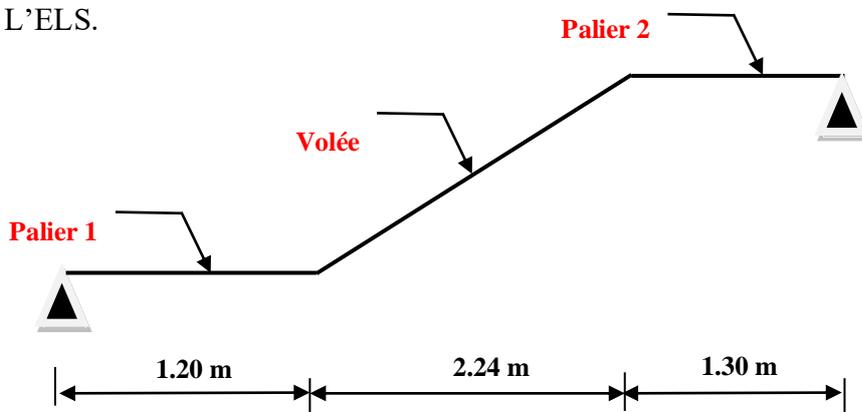
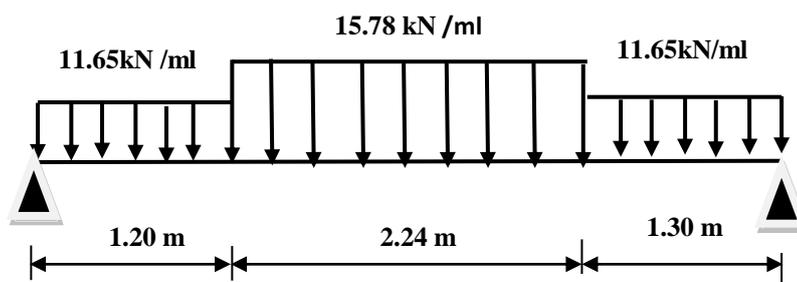


Figure 1.10. Schéma de type d'escalier à étudier.



(a) à l'ELU.

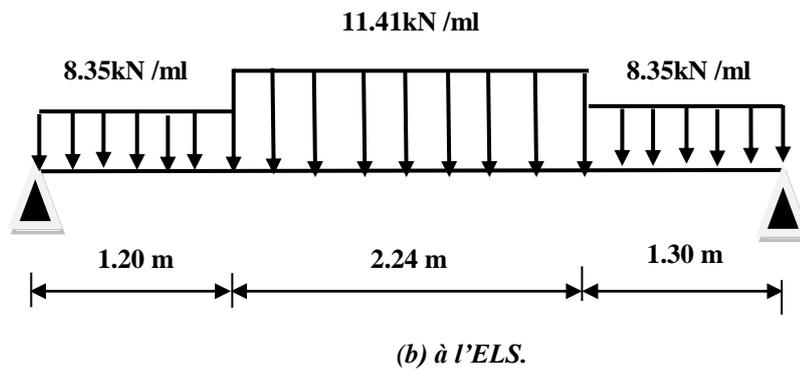


Figure 1.11. Schéma statique de l'escalier.

#### 1.4.2.4. Calcul des sollicitations à l'état limite ultime.

La poutre est isostatique, pour le calcul des réactions d'appuis à gauche ( $R_A$ ) et à droite ( $R_B$ ), on utilise la méthode de RDM.

$$\sum F_{xx'} = 0 \Rightarrow R_A + R_B = (q_p \times 1.20) + (q_v \times 2.24) + (q_p \times 1.30)$$

$$\sum M/B = 0 \Rightarrow R_{A-ELU} = 32.32 \text{ kN} \quad R_{B-ELU} = 32.13 \text{ kN}$$

$$R_{A-ELS} = 23.29 \text{ kN} \quad R_{B-ELS} = 23.14 \text{ kN}$$

Pour déterminer l'effort tranchant ultime ( $T_u$ ) et le moment fléchissant ultime ( $M_u$ ) on utilise la méthode des sections.

•  $0 \leq x \leq 1.20 \text{ m}$

$$M(x) = 32.32x - 5.82x^2$$

$$M(0) = 0$$

$$M(1.20) = 30.40 \text{ kN.m}$$

$$T(x) = dM(x)/d(x) = 32.32 - 11.64x$$

$$T(0) = 32.32 \text{ kN}$$

$$T(1.20) = 18.35 \text{ kN}$$

$$dM(x)/d(x) = 0 \Rightarrow 32.32 - 11.64x = 0$$

$$\Rightarrow x = 2.78 \text{ m} \notin [0; 1.20] \text{ m}$$

•  $1.20 \text{ m} \leq x \leq 3.44 \text{ m}$

$$M(x) = -7.89x^2 + 37.29x - 2.98$$

$$M(1.20) = 30.40 \text{ kN.m}$$

$$M(3.44) = 31.93 \text{ kN.m}$$

$$T(x) = dM(x)/d(x) = -15.78x + 37.29$$

$$T(1.20) = 18.35 \text{ kN}$$

$$T(3.44) = -16.99 \text{ kN}$$

$$dM(x)/d(x) = 0 \Rightarrow -15.78x + 37.29 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2.36 \text{ m}$$

$$M^{\max} = M(2.36) = 41.08 \text{ kN.m}$$

•  $0 \leq x \leq 1.30 \text{ m}$

$$M(x) = 32.13x - 5.82x^2$$

$$M(0) = 0$$

$$M(1.30) = 31.93 \text{ kN.m}$$

$$T(x) = dM(x)/d(x) = 32.13 - 11.64x$$

$$T(0) = 32.13 \text{ kN}$$

$$T(1.30) = 16.99 \text{ kN}$$

$$dM(x)/d(x) = 0 \Rightarrow 32.13 - 11.64x = 0$$

$$\Rightarrow x = 2.76 \text{ m} \notin [0; 1.30] \text{ m}$$

$$\begin{cases} M_{\max} = 41.08 \text{ kN.m} \\ T_{\max} = 32.32 \text{ kN} \end{cases}$$

#### 1.4.2.5. Calcul du ferrailage longitudinal

Puisque les appuis sont partiellement encastrés, les valeurs des moments en travée et en appui sont données par :

$$\begin{cases} M_{tu} = 0.85M_{max} \\ M_{au} = 0.3M_{max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_{tu} = 34.92 \text{ kN.m} \\ M_{au} = 9.70 \text{ kN.m} \end{cases}$$

La section d'escalier est soumise à la flexion simple et le calcul du ferrailage se fait pour une section rectangulaire de dimensions (100 x 18) cm<sup>2</sup> avec béton de résistance à la compression de 25 MPa et acier en F<sub>e</sub>E 400.

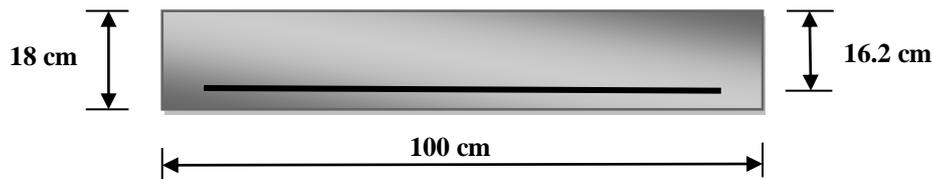


Figure 1.12. Section d'escalier à ferrailer.

Le calcul du ferrailage en travée et en appui est résumé dans le Tableau 1.7.

Tableau 1.7. Résultats de calcul de ferrailage de l'escalier à l'ELU.

Position	M <sub>u</sub> (kN.m)	μ <sub>bu</sub>	μ <sub>Lu</sub>	A' <sub>s</sub>	α	z (cm)	A <sub>s</sub> -calculée (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> -min (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> -adoptée (cm <sup>2</sup> /ml)	A <sub>r</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>r</sub> -adoptée(cm <sup>2</sup> /ml)
<b>Travée</b>	34.92	0.094	0.392	0	0.124	15.40	6.51	1.96	<b>6T12 = 6.79</b> (S <sub>t</sub> = 15 cm)	1.70	<b>4T8 = 2.01</b> (S <sub>t</sub> = 25 cm)
<b>Appui</b>	9.70	0.026	0.392	0	0.033	15.98	1.74	1.96	<b>4T8 = 2.01</b> (S <sub>t</sub> = 25 cm)	0.59	<b>4T8 = 2.01</b> (S <sub>t</sub> = 25 cm)

La Figure 1.13 présente le schéma de ferrailage de l'escalier étudié.

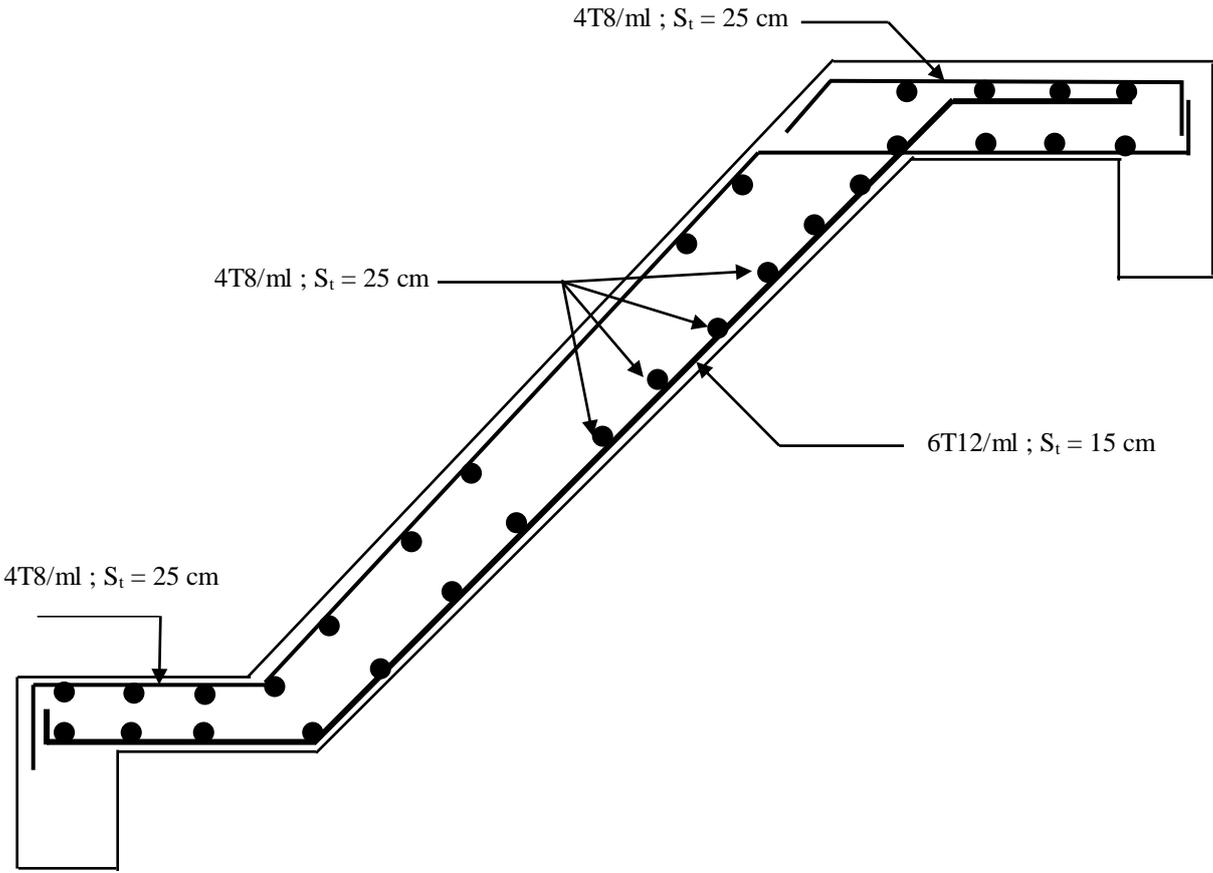


Figure 1.13. Schéma de ferrailage de l'escalier.

## Exercices

### Exercices 01

Soit l'acrotère représenté sur la Figure 1.14, d'un bâtiment en béton armé à usage d'habitation dont la hauteur ne dépasse pas 48 m et situé dans une zone de forte sismicité.

On demande de calculer le ferrailage de l'acrotère.

Données :  $h = 70 \text{ cm}$     $e = 10 \text{ cm}$    Revêtement en ciment ( $e = 2 \text{ cm}$  et  $\rho_c = 14 \text{ kN/m}^3$ )

$\rho_b = 25 \text{ kN/m}^3$     $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$     $F_{cE} = 400 \text{ MPa}$     $c = c' = 2 \text{ cm}$

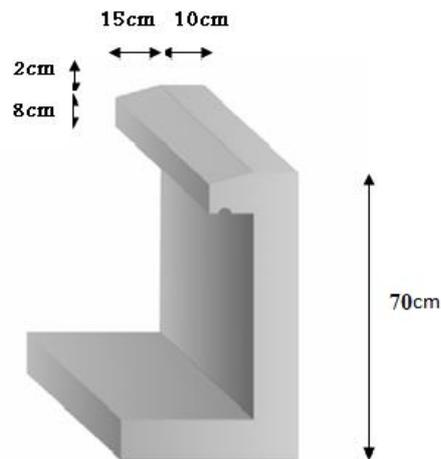


Figure 1.14. Dimensions de l'acrotère.

### Exercice 02

Soit un balcon d'un bâtiment de dimensions  $(1.10 \times 3.55) \text{ m}^2$ .

On demande de calculer le ferrailage à l'ELU.

Données:  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$     $F_{cE} = 400 \text{ MPa}$     $c = 2 \text{ cm}$    Carrelage ( $e = 2 \text{ cm}$  et  $\rho = 22 \text{ kN/m}^3$ )

Mortier de pose ( $e = 3 \text{ cm}$  et  $\rho = 20 \text{ kN/m}^3$ )   Enduit en ciment ( $e = 2 \text{ cm}$  et  $\rho = 18 \text{ kN/m}^3$ )

### Exercice 03

Soit le type d'escalier droit représenté sur la Figure 1.15, constitué de deux paliers et une volée intermédiaire. Ce type d'escalier est situé dans un bâtiment en béton armé à usage d'habitation avec une hauteur d'étage «  $h_e$  » de 3.06 m.

On demande de :

1. Dimensionner l'escalier.
2. Evaluer les charges et les surcharges
3. Donner le schéma statique de l'escalier.
4. Calculer les sollicitations à l'état limite ultime.
5. Calculer le ferrailage longitudinal et faire un schéma de ferrailage.

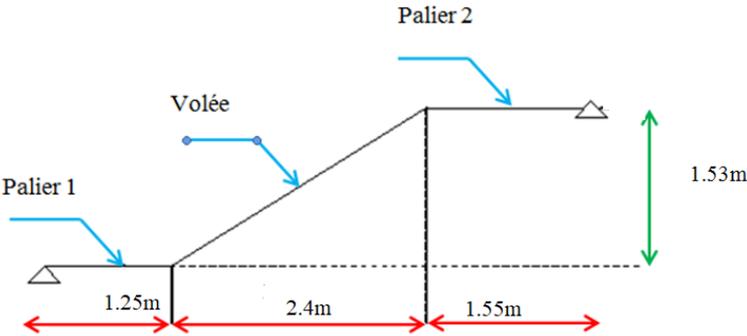


Figure 1.15. Schéma statique de l'escalier.

***Chapitre 02***  
***Systemes de contreventement***

## ***Chapitre 02 : Systèmes de contreventement***

### **2.1. Introduction**

Le contreventement est un système statique destiné à assurer la stabilité globale d'un ouvrage vis-à-vis des efforts horizontaux issus des éventuelles actions sur celui-ci (par exemple : vent, séisme, choc, freinage, etc.). Il sert également à stabiliser localement certaines parties de l'ouvrage (poutres, poteaux) relativement aux phénomènes d'instabilité (flambage ou déversement). Afin d'assurer la stabilité globale d'un bâtiment, il est nécessaire que celui-ci soit contreventé selon au moins 3 plans verticaux non colinéaires et un plan horizontal ; on distingue donc les contreventements verticaux (destinés à transmettre les efforts horizontaux dans les fondations) des contreventements horizontaux (destinés à s'opposer aux effets de torsion dus à ces efforts).

Un contreventement peut être réalisé par des voiles (contreventements verticaux) ou des plaques (contreventements horizontaux) en béton armé, en maçonnerie, en bois ou en tôle ondulée ; ou par des treillis en bois ou en acier.

### **2.2. Choix du contreventement**

Le contreventement permet d'assurer une stabilité horizontale et verticale de la structure lors des secousses qui, rappelons-le, ont des composantes dans les trois directions.

Le rôle du contreventement horizontal est de transmettre les actions latérales aux éléments verticaux appelés palées de stabilité.

Pour assurer le contreventement horizontal, les planchers et toitures faisant office de diaphragme rigide ne devraient pas être affaiblis par des percements trop grands ou mal placés pouvant nuire à leur résistance et leur rigidité. Les diaphragmes flexibles devraient être évités pour combattre le déversement des murs notamment en maçonnerie.

Le contreventement vertical par palées devrait répondre à des critères spécifiques tels que :

- *leur nombre* : au moins trois palées non parallèles et non concourantes par étage.
- *leur disposition* : elles seront situées le plus symétriquement possible par rapport au centre de gravité des planchers et de préférence aux angles avec une largeur suffisante.
- *leur distribution verticale* : être régulière ; les palées seront de préférence superposées afin de conférer aux différents niveaux, une rigidité comparable aussi bien en translation qu'en torsion.

### 2.3. Contreventement général des bâtiments

Le premier souci que doit avoir l'ingénieur d'études est de prévoir des dispositions assurant la stabilité générale et spécialement le contreventement d'ensemble des bâtiments.

Ces dispositions doivent avoir pour objet non seulement d'assurer la résistance aux forces horizontales prises en compte dans les calculs, telles celles résultant de l'action du vent, mais aussi de permettre éventuellement aux bâtiments de subir sans dommages excessifs les effets de certaines sollicitations exceptionnelles, telles que des explosions localisées.

Ces problèmes se posent avec une acuité particulière dans les immeubles à grand nombre d'étages. Les solutions susceptibles d'être choisies pour assurer le contreventement général des bâtiments sont évidemment liées aux contraintes qui peuvent être imposées par le parti architectural ; elles sont également dépendantes, dans une certaine mesure, du matériel dont dispose l'entreprise. Ces solutions peuvent être classées en trois grandes catégories.

#### 2.3.1. Contreventement assuré par portiques

Les portiques (Figure 2.1) doivent être conçus pour résister non seulement aux forces de pesanteur, mais également aux forces horizontales ; cette résistance implique la rigidité des nœuds. Cette solution conduit en général à des sections de béton et d'armatures plus importantes, et à des dispositions de ferrailage plus complexes que celles usuellement adoptées dans les structures les plus courantes de bâtiments.

À moins que l'on ne puisse prévoir, dans chaque plan de contreventement, des portiques comportant un nombre relativement important de travées, cette solution de contreventement est onéreuse, et on ne la retient guère que lorsqu'il n'est pas possible d'en choisir une autre.

Il faut cependant lui reconnaître l'avantage de ne pas créer d'obstacles à la présence d'ouvertures de grandes dimensions dans le plan des portiques.



Figure 2.1. Ossature en portiques en béton armé.

### 2.3.2. Contreventement assuré par pans rigides

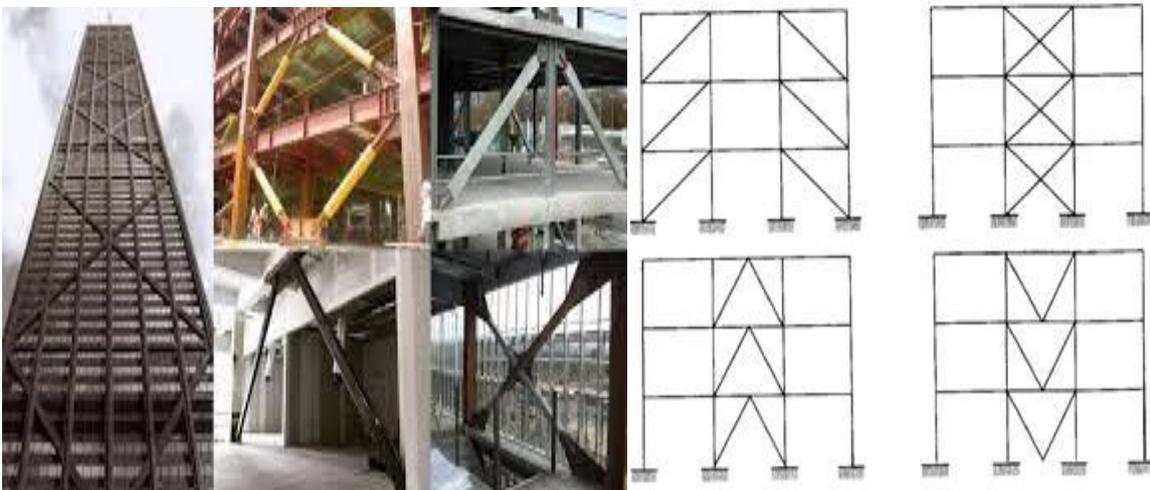
La rigidité des pans de contreventement peut être assurée par :

- des triangulations.
- des voiles en béton armé.
- éventuellement par des remplissages en maçonnerie de résistance suffisante entre éléments (poteaux et poutres) de l'ossature en béton armé.

#### 2.3.2.1. Contreventement par triangulations

La présence des triangulations crée souvent des difficultés pour la réalisation d'ouvertures dans les pans de contreventement : on peut quelquefois trouver une solution plus satisfaisante en disposant les éléments de triangulation non plus sur la hauteur d'un étage, mais sur celle de deux étages. La mise en œuvre des remplissages en maçonnerie est dans tous les cas rendue moins facile.

Le calcul des poutres à treillis dont les membrures sont constituées par les poteaux et qui fonctionnent en console à partir du niveau des fondations ne soulève pas de difficultés particulières ; il est conduit suivant les errements habituels, en admettant des articulations aux nœuds.



**Figure 2.2. Contreventement triangulé.**

#### 2.3.2.2. Contreventement par voiles en béton armé

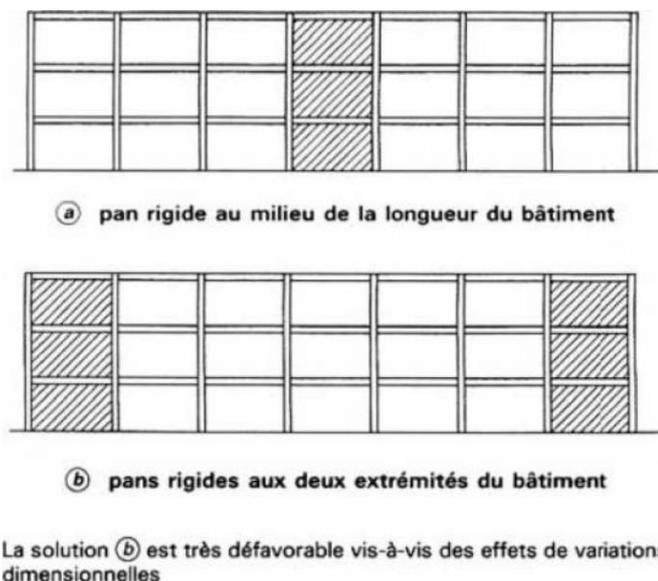
La solution de contreventement avec voiles en béton armé est actuellement très répandue ; très souvent, les voiles en cause, disposés transversalement aux bâtiments de forme rectangulaire allongée, constituent également les éléments de transmission des charges verticales, sans être obligatoirement renforcés par des poteaux. Ils assurent ainsi, dans des conditions économiques, à la fois la transmission des charges de pesanteur et le

contreventement dans la direction transversale des bâtiments ; cet avantage est évidemment surtout marqué pour les entreprises équipées d'un matériel de coffrage approprié. Dans ce type de contreventement, Les voiles assurent en mêmes temps le rôle porteur vis-à-vis des charges verticales et le rôle de résistance aux forces horizontales. L'exemple montré dans la Figure 2.3 fait apparaître ce système constructif.



**Figure 2.3. Contreventement par voiles en béton armé.**

Le contreventement longitudinal des mêmes bâtiments, est peut être obtenu par des voiles disposés dans les plans des façades et des refends longitudinaux. En général, ces voiles ne sont prévus que dans certaines travées, et, pour limiter les inconvénients résultant des variations dimensionnelles sous l'effet du retrait et de la température. Il convient de disposer les voiles de contreventement dans des travées voisines du centre des bâtiments, plutôt qu'à une extrémité, et en évitant surtout de les prévoir aux deux extrémités (Figure 2.4).



**Figure 2.4. Contreventement longitudinal d'un bâtiment par des voiles**

### 2.3.2.3. Contreventement par remplissage en maçonnerie

La solution consistant à assurer le contreventement par des remplissages en maçonnerie de résistance suffisante est plus spécialement à retenir dans le cas de bâtiments comportant un nombre limité d'étages. Il faut évidemment être certain que les maçonneries en cause ne sont pas appelées à disparaître ou à être modifiées (perçement ultérieur d'ouvertures). Cette condition est en général réalisée pour certains murs de cages d'escaliers, de séparation entre logements ou entre corps de bâtiment au droit des joints.

Il n'existe pas de méthode de calcul de caractère réglementaire permettant de déterminer les contraintes dans les panneaux de maçonnerie sous l'action des forces horizontales appliquées aux niveaux des planchers. Quelques essais ont bien été effectués en France mais ils ont été limités à certains types d'ossatures et de remplissage.



Figure 2.5. Contreventement par maçonnerie.

### 2.3.3. Noyau de stabilité des immeubles-tours

La stabilité des immeubles-tours à usage d'habitation et surtout de bureaux est très souvent assurée par un ouvrage situé en partie centrale, constitué par des parois verticales, en voiles de béton armé, disposées suivant des plans orthogonaux, et par les planchers. Cet ensemble trouve le plus souvent sa place dans la zone où sont rassemblées les circulations verticales (ascenseurs et escaliers de secours) et des locaux annexes ne recevant pas la lumière naturelle (salles de bains, toilettes, vestiaires, archives, etc.). Les parois de ce noyau assurent la transmission d'une partie des charges verticales et, à elles seules, la résistance aux forces horizontales, notamment aux actions du vent. Les éléments verticaux de la structure, tout autour du noyau, n'ont en principe à supporter que des charges verticales.

Dans certains cas, le noyau de stabilité a été réalisé en béton armé, alors que les parties périphériques comportaient une ossature poutres et poteaux en métal.

Il faut cependant noter que, dans certains immeubles-tours, ce sont les ossatures des façades qui ont été conçues pour assurer la stabilité sous l'action du vent.

Les calculs ne diffèrent pas, dans leurs principes, de ceux correspondant à la solution du contreventement par voiles en béton armé ; il faut déterminer la répartition des efforts entre les différents voiles dans chaque sens et étudier notamment la résistance des linteaux entre éléments de voiles situés dans un même plan.

Dans ce type de contreventement, le noyau rigide reprend la totalité de l'effort horizontal. La Figure 2.6 présente un exemple de contreventement par noyau central dans la cage d'escalier et la cage d'ascenseur.



(a). Cage d'escalier en béton armé.



(b). Cage d'ascenseur en béton armé.

**Figure 2.6. Contreventement par noyau central.**

#### **2.3.4. Contreventement mixte**

On peut envisager des solutions mixtes (Figure 2.7), utilisant simultanément plusieurs types de contreventement. La difficulté essentielle est alors de définir la répartition des forces horizontales entre les divers pans de contreventement, dont les déformabilités peuvent être très différentes en raison de leurs dimensions et de leur constitution.

Selon les Règles Parasismiques Algériennes RPA 99/version 2003, et pour un système de contreventement mixte assuré par des voiles et des portiques avec justification d'interaction voiles-portiques, les voiles de contreventement doivent reprendre au plus 20% des sollicitations dues aux charges verticales. Les charges horizontales sont reprises conjointement par les voiles et les portiques proportionnellement à leurs rigidités relatives ainsi que les sollicitations résultant de leurs interactions à tous les niveaux.

Les portiques doivent reprendre, outre les sollicitations dues aux charges verticales, au moins 25% de l'effort tranchant d'étage.



Figure 2.7. Contreventement mixte d'un bâtiment.

#### 2.4. Emplacement des murs de contreventement

Les murs individuels peuvent être soumis à des déplacements axiaux, de translation et de torsion. La mesure dans laquelle un mur contribuera à la résistance des moments de renversement, les forces de cisaillement, et la torsion dans chaque étage dépend de sa configuration en plan et l'orientation géométrique ainsi que l'emplacement dans le plan de l'édifice. Les positions des murs de contreventement dans un bâtiment sont généralement dictées par des impératifs fonctionnels. Les dispositions des voiles dans un bâtiment peuvent être facilement utilisées pour la résistance à une force latérale.

Les concepteurs des structures sont souvent en mesure de conseiller les architectes sur les endroits les plus souhaitables pour les murs de contreventements, afin d'optimiser la résistance sismique. Les considérations structurelles majeures pour le mur porteur seulement seront les aspects de la symétrie, la rigidité, la stabilité de torsion, et la capacité disponible de renversement des fondations. La clé de la stratégie de disposition des murs de contreventement est le désir que les déformations inélastiques soient distribuées uniformément raisonnable sur tout le plan de la construction plutôt que d'être concentrer seulement sur quelques murs.

Une disposition typique des murs est montrée dans la Figure 2.8. Dans le sens nord-sud de la force latérale par mur sera faible en raison d'un grand nombre de murs. Le comportement dans le sens Est-Ouest de la structure de la Figure 2.8 (a) sera plus critique, car la zone de paroi réduite et le grand nombre d'ouvertures doivent être fournis.

Le grand nombre de murs, l'adéquation des systèmes dans la Figure 2.8 (b) provient de la position des centres de masses et la rigidité étant confondus, d'où il en résulte un faible

l'excentricité statique. En évaluant la stabilité en torsion des systèmes de murs, la disposition des murs, ainsi que la rigidité en flexion et en torsion, doit être considéré.

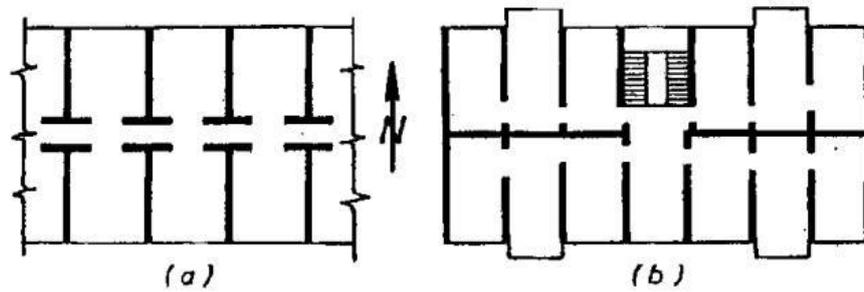


Figure 2.8. Arrangements du type de mur dans les hôtels et les immeubles d'habitation.

### 2.5. Effet de torsion sur les systèmes des murs de contreventement

La stabilité de torsion de systèmes de murs peut être examinée à l'aide de la Figure 2.9. Beaucoup de murs porteurs sont ouverts avec des parois de sections minces et de petites rigidités à la torsion. Ainsi, dans la conception parasismique, il est habituel de négliger la résistance à la torsion des murs individuels. Les sections tubulaires sont des exceptions. On constate que la résistance à la torsion des dispositions des murs de la Figure 2.9(a), (b) et (c) pourrait être atteints que si la résistance de force latérale de chaque mur par rapport à son faible axe est significative. Comme ce n'est pas le cas, ces exemples représentent des systèmes de torsion instable. Dans le cas de la disposition dans la Figure 2.9(a) et (c), les calculs peuvent ne présente aucune excentricité des forces d'inertie. Cependant, ces systèmes ne répondront pas à la torsion.

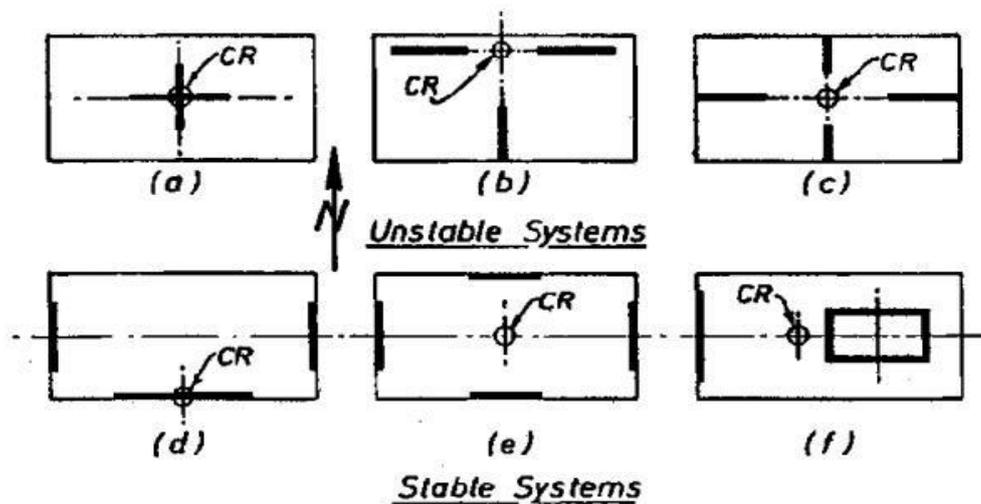


Figure 2.9. Exemples pour la stabilité de torsion des systèmes de mur

Les Figures 2.9(d) et (f) montrent des configurations stables en torsion. Même dans le cas de la disposition de la Figure 2.9(e), où l'excentricité significative est présentée sous l'axe est-ouest de la force latérale, la résistance à la torsion peut être efficacement fournie par les actions induites dans le plan des murs courts. Cependant, les systèmes excentriques, tel que représenté par les Figure 2.9(d) et (f), sont des exemples particuliers qui ne doivent pas être favorisés dans les bâtiments ductiles résistant aux séismes sauf les systèmes de résistances additionnels de la force latérale, tels que les portiques ductiles, sont également présents. Pour illustrer la stabilité en torsion de systèmes de murs inélastique, les dispositions indiquées dans la Figure 2.10 peuvent être examinées. La force horizontale  $H$  dans le sens de la longueur peut être résistée efficacement dans les deux systèmes. Dans le cas de Figure 2.10(a) l'excentricité, le cas échéant, sera faible, et les éléments dans la direction courte peuvent fournir la résistance à la torsion, même si le raidisseur de la section peut ainsi être soumis à des déformations inélastiques dues à la force sismique de cisaillement  $H$ .

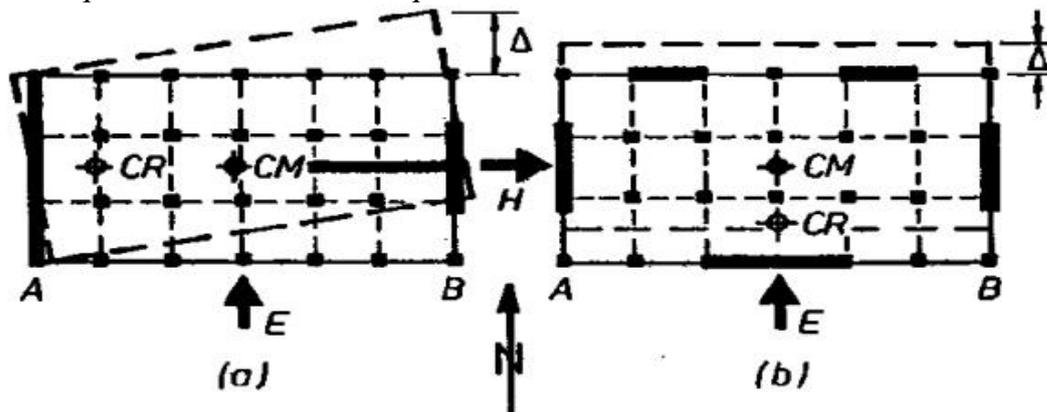


Figure 2.10 : Stabilités en torsion de systèmes de murs inélastique.

Sous l'action sismique  $E$  dans la direction courte, la structure de la Figure 10(a) est apparemment stable, malgré l'excentricité importante entre le centre de masse (CM) et le centre de rigidité (CR). Il sera pratiquement impossible d'assurer que les deux murs parallèles à  $E$  atteignent simultanément l'état maximal (yield), en raison des incertitudes inévitables des distributions de masse et la rigidité. Si l'un des murs, soit B, le premier échec atteint d'abord, sa rigidité incrémentale permettra de réduire à zéro, ce qui provoque des rotations excessives d'étage comme indiqué. Il n'ya pas de murs dans le sens transversal à  $E$  (c'est à dire, la direction longue) pour offrir la résistance contre cette rotation, et donc la structure est en torsion instable. En revanche, si l'un des deux murs parallèles à  $E$  dans la Figure 2.10(b), s'échec d'abord, comme c'est à nouveau probables, les murs dans la direction longue, ce qui reste élastique sous l'action de  $E$ , vont stabiliser la tendance de la rotation

incontrôlée par le développement du cisaillement en plan, et la structure est donc en torsion stable.

Les cages d'ascenseur et des escaliers se prêtent à la formation d'un noyau en béton armé, ont été utilisés pour fournir la composante majeure à la résistance de force latérale dans les immeubles de bureaux à plusieurs étages. La résistance additionnelle peut être dérivée, si nécessaire, à partir du périmètre des portiques comme indiqué dans la Figure 2.11(a). La position d'un tel noyau central peut aussi fournir suffisamment de résistance à la torsion.

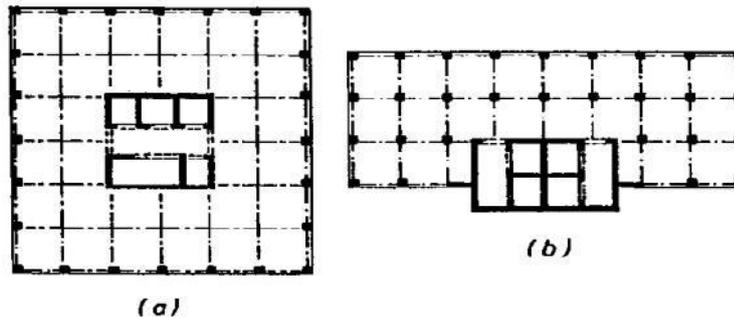


Figure 2.11. Force de résistance latérale par des noyaux en béton armé.

Pour une meilleure répartition de l'espace ou pour les effets visuels, les murs peuvent être disposés en position non rectiligne, circulaire, elliptique, en forme d'étoiles, rayonnantes, ou curvilignes. Alors que la répartition des forces latérales d'éléments d'un tel système complexe de murs porteurs peuvent exiger un traitement spécial de conception parasismique, en particulier celles relatives à la balance de torsion, restent les mêmes que celles décrites ci-dessus pour les murs simple rectiligne.

## 2.6. Principe de conception parasismique des bâtiments

Dans le contexte de l'action sismique, plusieurs faits sont à l'origine de la torsion des bâtiments. Il existe une excentricité structurale entre le centre de gravité  $CM$  et le centre de rigidité  $CR$ . Les composantes horizontales de l'action sismique induisent dans une structure, outre la flexion et le cisaillement, de la torsion, car le centre de gravité  $CM_i$ , point de passage de la force d'inertie engendrée par le tremblement de terre, n'est généralement pas confondu avec le centre de torsion  $CR_i$  de cet étage. Il en résulte les moments de torsion :

$$M_t = V_y \cdot CM_i \cdot CR_i \cdot x \text{ ou } M_t = V_x \cdot CM_i \cdot CR_i \cdot y \text{ (Figure 2.12).}$$

Dans une construction multi - étagée, les centres de masses  $CM_i$  des différents étages  $i$  ne sont pas nécessairement sur une même verticale, pas plus que les centres de torsion  $CR_i$ .

Un niveau  $j$  dont le centre de masse  $CM_j$  serait confondu avec le centre de torsion  $CR_j$  peut donc quand même être soumis à une torsion résultante des décalages entre  $CM$  et  $CR$  aux niveaux supérieurs.

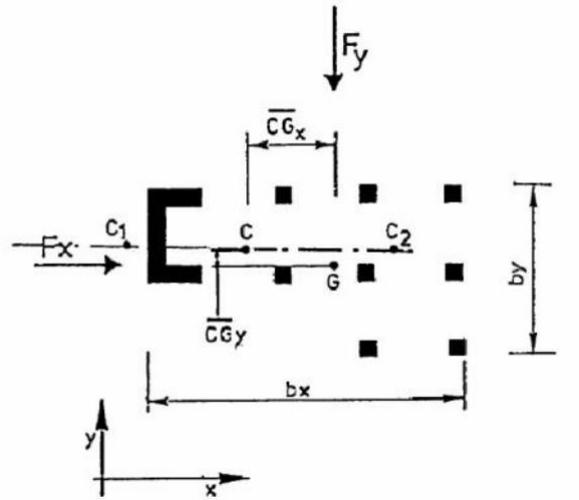


Figure 2.12. Torsion du bâtiment-décalage entre  $CM$  et  $CR$ .

La position du centre de masse  $CM_i$  de chaque niveau n'est pas connue avec précision, car elle dépend de l'utilisation : position du mobilier, affectation des locaux, salle de réunion, etc..

La position du centre de raideur  $CR_i$  de chaque niveau n'est pas connue avec précision, car elle dépend de la flexibilité réelle des diverses unités de contreventement, qui est forcément estimée, en particulier dans les constructions en béton.

Ainsi que, Il existe des phénomènes additionnels engendrant de la torsion, tels que :

- La possibilité de couplage des réponses longitudinale et torsionnelle.
- Des mouvements horizontaux différentiels du sol correspondant à la propagation des ondes de cisaillement en surface, qui appliquent aux constructions des rotations alternées faisant appel à leur inertie torsionnelle. Cet effet existe toujours et il est significatif pour les constructions dont la longueur est comparable à la longueur des ondes de cisaillement.

On tient compte des phénomènes décrits en considérant 2 contributions à la torsion :

- La torsion résultant de la non-coïncidence des centres de gravité  $CM$  avec les centres de torsion  $CR$ , qu'on appelle dans la suite la torsion naturelle, cependant que la distance entre  $CM$  et  $CR$  est appelée excentricité structurale  $e_0$ .

- La torsion résultant des incertitudes et phénomènes additionnels divers, qu'on appelle dans la suite torsion accidentelle et qui est traduite dans une excentricité accidentelle  $e_a$  additionnelle à l'excentricité structurale  $e_0$ .

Dans l'Eurocode 8, l'excentricité accidentelle additionnelle à l'excentricité naturelle vaut :

$$e_{ai} = \pm 0.05 L_i \quad (2.1)$$

Pour un séisme de direction y, les moments de torsion de calcul à considérer dans l'analyse simplifiée sont :

$$M_{t1} = V_i (e_{ox} + 0,05 L_i) \text{ et } M_{t2} = V_i (e_{ox} - 0,05 L_i)$$

De même pour un séisme de direction x.

La réponse en torsion d'un bâtiment peut en pratique être calculée par deux approches :

- une analyse à l'aide d'un modèle 3D de la structure, effectuée à l'aide d'un logiciel permettant de considérer les flexibilités de tous les éléments structuraux.

La torsion naturelle est automatiquement calculée par ce modèle, mais pas la torsion accidentelle.

- une analyse approchée, permettant un calcul manuel, mais qui demande diverses hypothèses simplificatrices pour aboutir.

*Chapitre 03*  
*Voiles*

## ***Chapitre 03 : Voiles***

### **3.1. Introduction**

L'intensité des forces sismiques agissant sur un bâtiment lors d'un tremblement de terre est conditionnée non seulement par les caractéristiques du mouvement sismique, mais aussi par la rigidité de la structure sollicitée. Dans le passé, les structures relativement flexibles à base de portiques étaient censées se comporter mieux sous chargement sismique, du au fait qu'elles attirent généralement des forces sismiques moins intenses. Cependant, les constatations faites dans le monde après les séismes destructeurs, ont montré que ce type de structure doit supporter d'importants déplacements relatifs entre deux étages consécutifs et par conséquent des dommages sévères sur des éléments non structuraux. De plus, les demandes excessives de ductilité et les effets de deuxième ordre générés par les grandes déformations peuvent provoquer la ruine de la structure. Lors des tremblements de terre sévères, il a été constaté que de nombreux bâtiment à voiles en béton armé ont bien résisté sans endommagement exagérés. Les voiles ou murs de contreventement peuvent être généralement définis comme des éléments verticaux à deux dimensions dont la raideur hors plan est négligeable (Figure 3.1). Dans leur plan, ils présentent généralement une grande résistance et une grande rigidité vis-à-vis des forces horizontales. Par contre, dans la direction perpendiculaire à leur plan, ils offrent très peu de résistance vis-à-vis des forces horizontales et ils doivent être contreventés par d'autres murs ou par portiques.

### **3.2. Avantages des voiles**

Les voiles en béton armé correctement dimensionnés, peuvent être particulièrement efficaces pour assurer la résistance et la stabilité de la construction vis-à-vis aux forces horizontales, permettant ainsi de réduire les risques. Notons pour cela, les avantages importants que présente leur utilisation par rapport aux structures en portiques :

- augmente la rigidité de construction.
- grâce à leur grande rigidité vis-à-vis des forces horizontales, ils permettent de réduire considérablement les dommages sismiques des éléments non structuraux.
- lors de nombreux séismes modérés, les faibles déplacements latéraux permettent de réduire les effets psychologiques sur les habitants des immeubles.
- la masse élevée des voiles permet un bon isolement acoustique et la bonne capacité calorifique du béton confère au bâtiment une inertie thermique appréciable.
- Une construction à voiles en béton armé est souvent plus économique qu'une construction à portiques, puisque les voiles remplacent à la fois les poteaux, les poutres et les cloisons,

et on économise ainsi les aciers.

### 3.3. Classification des structures avec voiles

Tout en étant conscient de la grande variété des structures à voiles porteurs, nous ne pouvons fournir qu'une classification assez générale. A cet égard, trois grandes catégories peuvent rencontrées:

#### 3.3.1. Structures mixtes avec des voiles porteurs associés à des portiques

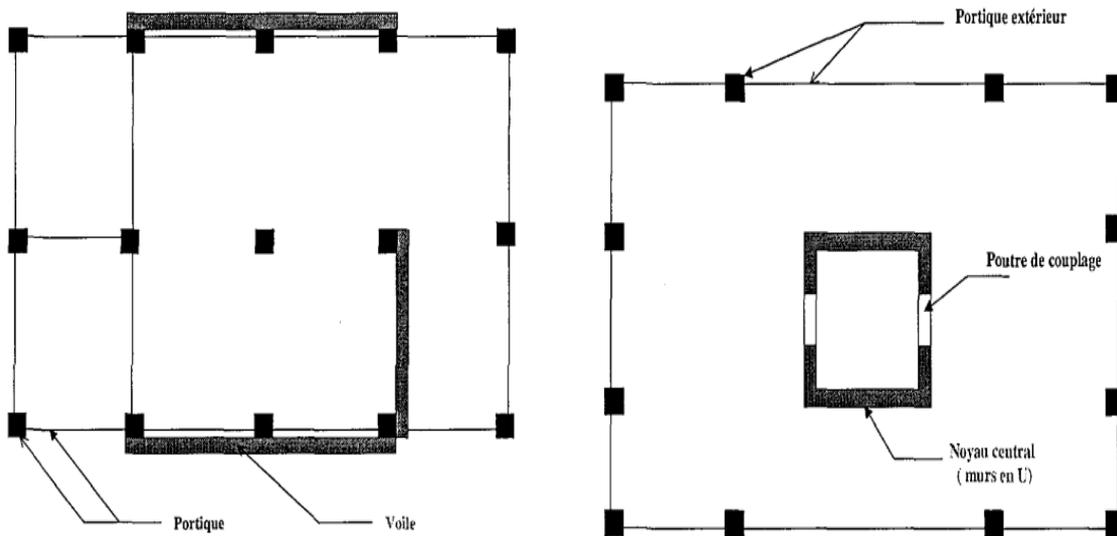
Le rôle porteur vis-à-vis des charges verticales est assuré par les poteaux et les poutres, tandis que les voiles assurent la résistance aux forces horizontales. Un exemple de ce système constructif est présenté dans la Figure 3.1(a).

#### 3.3.2. Structures à noyau central

Un noyau central formé de deux voiles couplés à chaque étage par des poutres assure majoritairement la résistance aux forces horizontales. Une certaine résistance supplémentaire peut être apportée par les portiques extérieurs, comme le montre la Figure 3.1(b).

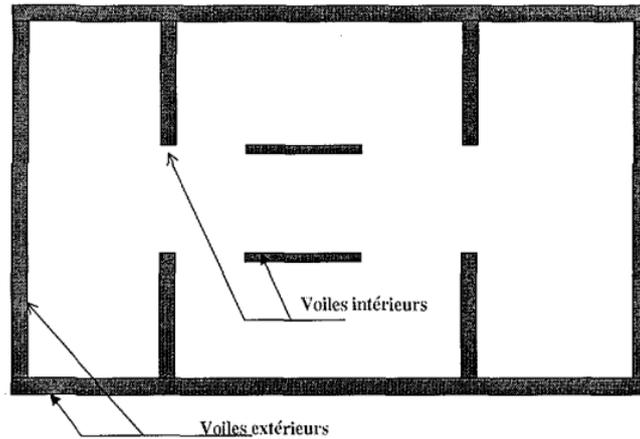
#### 3.3.3. Structures uniquement à voiles porteurs

Les voiles assurent en mêmes temps le rôle porteur vis-à-vis des charges verticales et le rôle de résistance aux forces horizontales. L'exemple montré dans la Figure 3.1(c) fait apparaitre ce système constructif.



(a) : Structures mixtes

(b) : Structures à noyau central



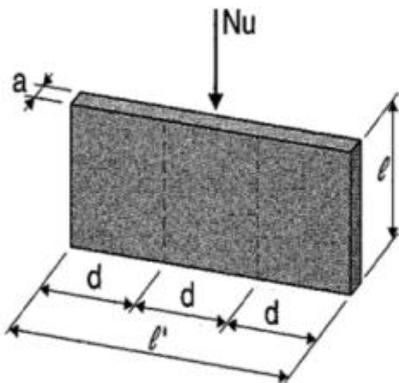
(c) : Structures uniquement à voiles porteurs

Figure 3.1. Classification des structures avec voiles.

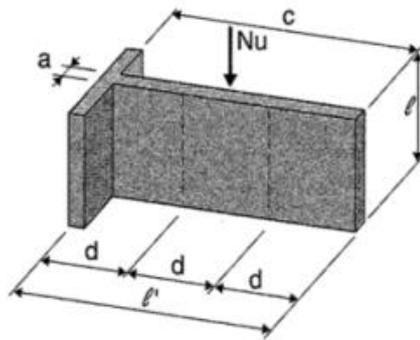
### 3.4. Classification des voiles

Les voiles en béton armé sont classés en quatre catégories :

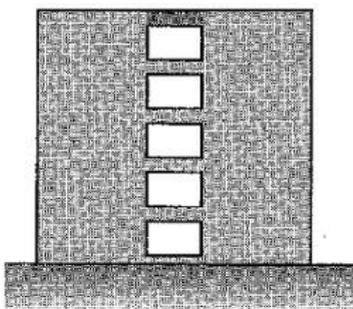
- Voiles pleins ou voiles sans raidisseur (Figure 3.2(a)).
- Voiles avec raidisseur (Figure 3.2(b)).
- Voiles avec une seule file d'ouverture (Figure 3.2(c)).
- Voiles avec plusieurs files d'ouvertures (Figure 3.2(d)).



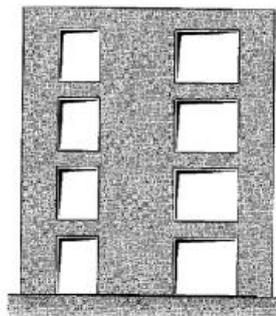
(a) : Voile sans raidisseur.



(b) : Voile avec raidisseur.



(c) : Voile avec une seule file d'ouverture.



(d) : Voile avec plusieurs files d'ouverture.

Figure 3.2. Classification des voiles.

Ainsi que, il existe plusieurs formes des voiles en béton armé. Forme en U, en L, en H, rectangulaire, rectangulaire plus poteau, rectangulaire plus deux poteaux....etc.

La Figure 3.3 présente les formes des voiles en béton armé les plus rencontrées à la pratique.

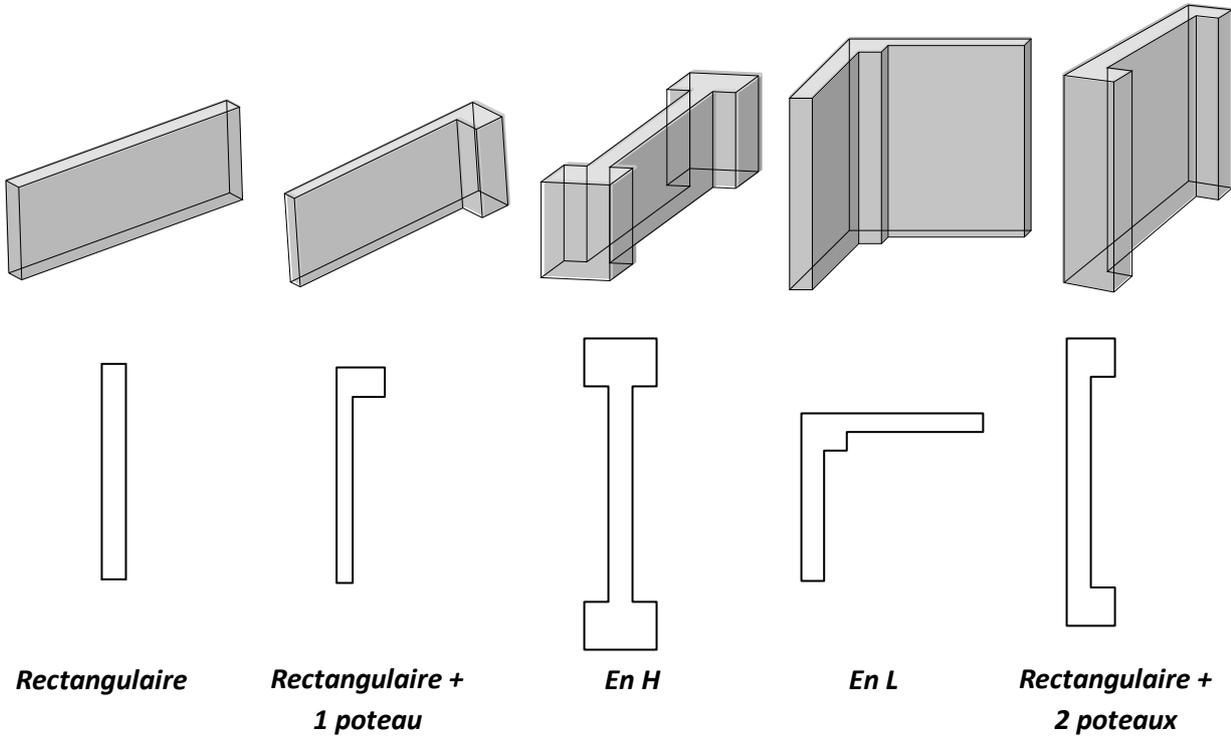


Figure 3.3. Formes des voiles en béton armé.

Comme il existe des voiles en béton armé, avec ouvertures de formes circulaires ou rectangulaires, ce qui donne la définition des trumeaux et des linteaux (Figure 3.4).

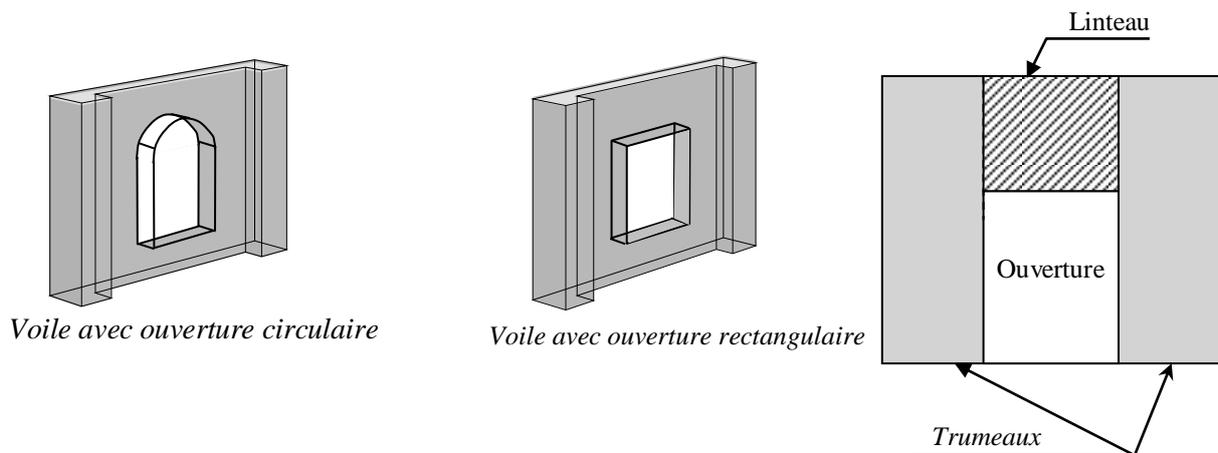


Figure 3.4. Formes des voiles en béton armé avec ouvertures.

### 3.5. Dimensionnement des voiles

Le modèle le plus simple d'un voile est celui d'une console parfaitement encastree à sa base. La Figure 3.5 montre l'exemple d'un élément de section rectangulaire soumis à une charge verticale  $N$  et une charge horizontale  $V$  en tête.

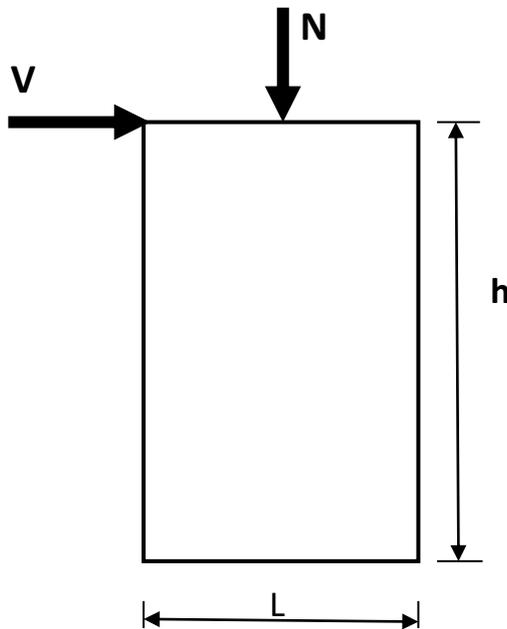


Figure 3.5. Sollicitations sur voile plein.

Les principaux paramètres ayant une influence prépondérante sur le comportement d'un voile en béton armé sont les suivants :

- l'élancement, défini comme le rapport de la hauteur par la largeur du voile ( $h/L$ ),
- la disposition et le pourcentage et des armatures,
- l'intensité de l'effort normal.

Du point de vue de leur fonctionnement, il convient de faire la distinction entre les voiles élancés ( $h/L > 2$ ) et les voiles courts ( $h/L < 2$ ).

#### 3.5.1. Dimensionnement selon RPA 99 /version 2003

D'après RPA 99 /version 2003, les éléments satisfaisant à la condition  $l \geq 4a$ , sont considérés comme voiles. Dans le cas contraire, ces éléments sont considérés comme des éléments linéaires. Où  $L$  étant la longueur du voile et  $a$  son épaisseur (Figure 3.6).

L'épaisseur minimale est de 15 cm ( $a_{\min} = 15$  cm).

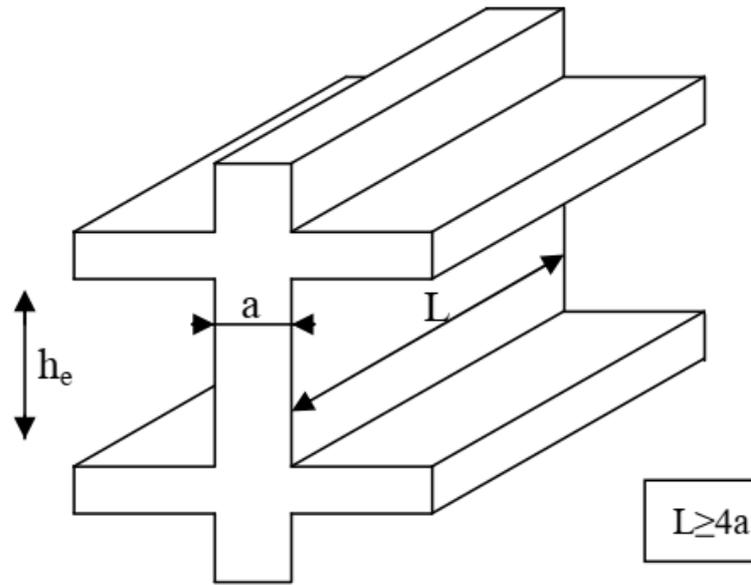


Figure 3.6. Coupe de voile en élévation.

De plus, l'épaisseur du voile doit être déterminée en fonction de la hauteur libre d'étage  $h_e$  et des conditions de rigidité aux extrémités comme indiqué à la Figure 3.7.

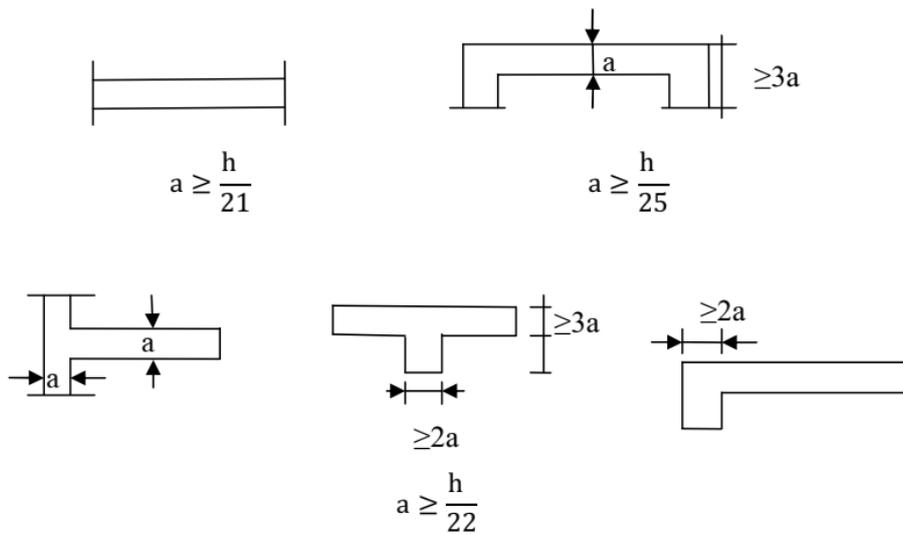
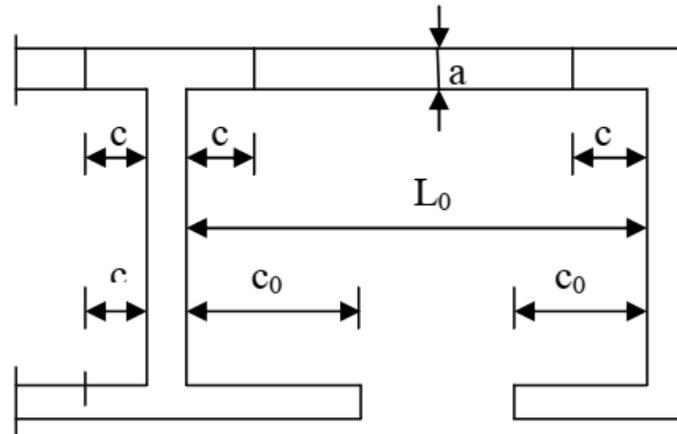


Figure 3.7. Coupe de voile en plan.

Pour les calculs de l'inertie des voiles, il est admis de considérer l'influence des murs perpendiculaires. La longueur du mur prise en compte de chaque côté devrait être la plus petite des valeurs indiquées sur la Figure 3.8.



$$c \leq \min (8a ; L_0/2 ; c_0)$$

Figure 3.8. Prise en compte des murs en retour.

### 3.5.2. Dimensionnement selon l'Eurocode 8

D'après l'Eurocode 8, l'épaisseur  $b_{w0}$  (a dans RPA 99/v2003) du voile doit être vérifiée la condition suivante :

$$b_{w0} \geq \max (0.15 ; h_s / 20) \quad (3.1)$$

Avec la hauteur  $h_s$  est mesurée en mètre.

D'autres exigences complémentaires s'appliquent pour l'épaisseur des éléments de rive raidis. Il n'est pas nécessaire de prévoir d'élément de rive confiné dans les membrures de mur ayant une épaisseur  $b_f \geq h_s / 15$  et une largeur  $l_f \geq h_s / 5$  (Figure 3.9).

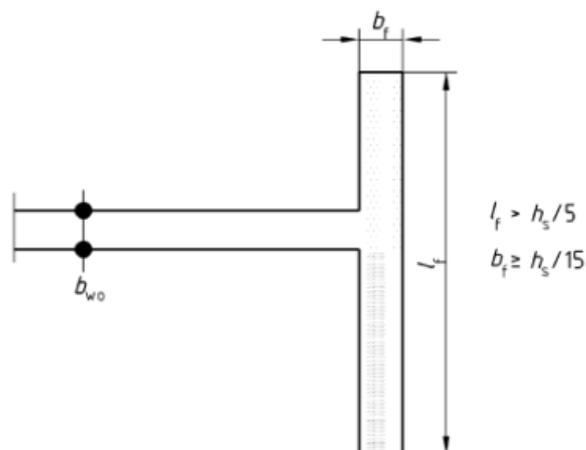


Figure 3.9. Élément de rive confiné inutile à une extrémité du voile.

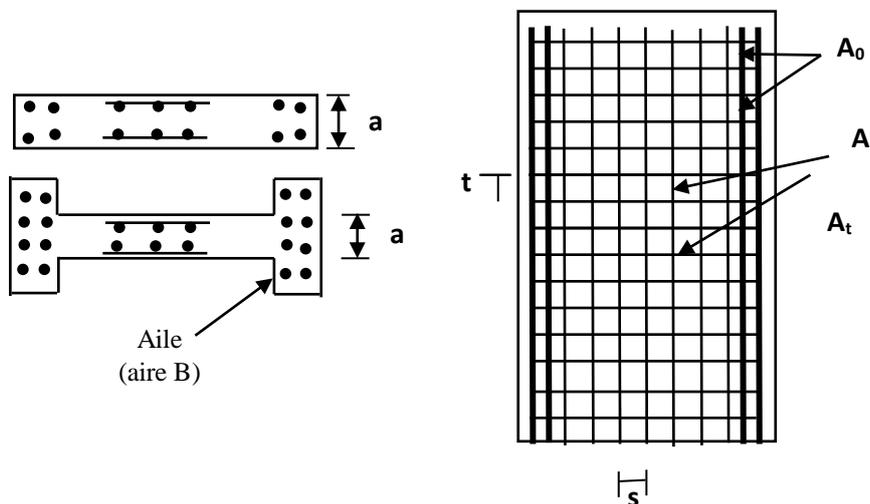
### 3.6. Ferrailage des voiles

Le modèle le plus simple d'un voile en béton armé est celui d'une console parfaitement encastrée à la base. Le voile est sollicité par un effort normal  $N$  et un effort tranchant  $V$

constant sur toute la hauteur, et un moment fléchissant  $M$  qui est maximal dans la section d'encastrement.

Le ferrailage classique du voile en béton armé est composé d'armatures verticales concentrées aux deux extrémités du voile ou dans les ailes (pourcentage  $\rho_0$ ), d'armatures verticales uniformément réparties (pourcentage  $\rho$ ) et d'armatures horizontales (pourcentage  $\rho_t$ ), elles aussi uniformément réparties. Les armatures verticales extrêmes sont soumises à d'importantes forces de traction /compression créant ainsi un couple capable d'équilibrer le moment appliqué. A la base du voile, sur une hauteur critique, des cadres sont disposés autour de ces armatures afin d'organiser la ductilité de ces zones. En fin, les armatures de l'âme horizontale et verticale ont le rôle d'assurer la résistance à l'effort tranchant.

La Figure 3.10 présente la disposition des armatures dans un voile.



Armatures	Aire	Pourcentage
Verticales concentrées	$A_0$	$\rho_0 = A_0 / B$
Verticales réparties	$A$	$\rho = A / a.s$
Horizontales réparties	$A_t$	$\rho_t = A_t / a.t$

Figure 3.10. Disposition de ferrailage dans un voile en béton armé.

### 3.6.1. Méthode de calcul de ferrailage

La contrainte maximale ( $\sigma_1$ ) et minimale ( $\sigma_2$ ) sont calculées par la méthode de NAVIER (méthode des contraintes) par la formule ci-dessous :

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{MV}{I} \quad (3.2)$$

Pour le calcul des contraintes, il existe trois cas.

**1<sup>er</sup> cas** :  $\sigma_1 > 0$  et  $\sigma_2 > 0$

La section est entièrement comprimée. Le ferrailage de cette section sera calculé par le pourcentage minimum d'armatures exigé par les RPA99 /version 2003, donnée par

$$A_{\min} = 0.2\% a L \quad (3.3)$$

La Figure 3.11 présente le premier type de section.

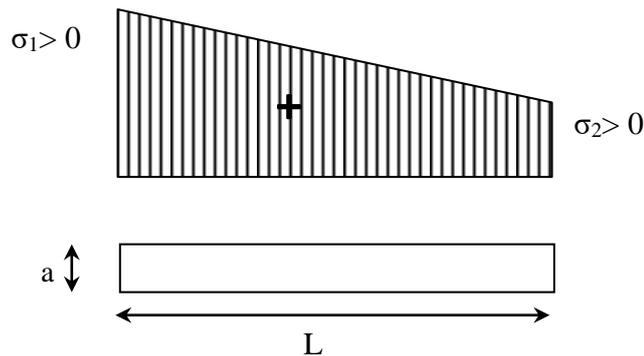


Figure 3.11. Section entièrement comprimée.

**2<sup>ème</sup> cas** :  $\sigma_1 < 0$  et  $\sigma_2 < 0$

La section est entièrement tendue, et on calcule le volume des contraintes de traction.

La Figure 3.12 présente le deuxième type de section.

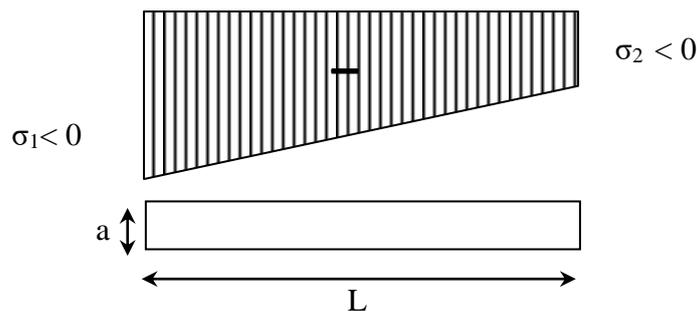


Figure 3.12. Section entièrement tendue.

**3<sup>ème</sup> cas** :  $\sigma_1 \times \sigma_2 < 0$

La section est partiellement comprimée, et on calcule le volume des contraintes de traction pour la zone tendue.

La Figure 3.13 présente le deuxième type de section.

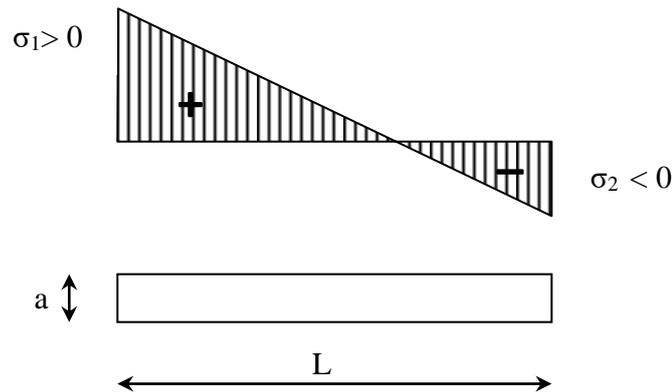


Figure 3.13. Section partiellement comprimée.

### 3.6.2. Applications

#### 3.6.2.1. Application 1 : Voile plein en béton armé de forme rectangulaire avec deux poteaux.

Soit le voile en béton armé représenté sur la Figure 3.14 avec les caractéristiques géométriques suivantes :

$$A = 1.30 \text{ m}^2$$

$$I = 2.3376 \text{ m}^4$$

$$v = v' = 2.4 \text{ m}$$

$$L = 4.8 \text{ m}$$

$$b_p = 40 \text{ cm}$$

$$h_p = 60 \text{ cm}$$

$$a_{\text{voile}} = 15 \text{ cm}$$

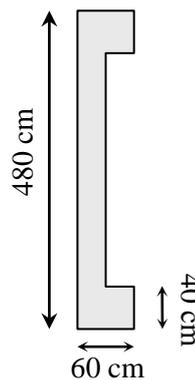


Figure 3.14. Voile plein de forme rectangulaire avec deux poteaux.

Les efforts sous la combinaison  $0.8G \pm E$ , sont donnés par:

$$N_u = 2130.791 \text{ kN} \quad M_u = 8735.9936 \text{ kN.m} \quad V_u = 656.496 \text{ kN}$$

La résistance à la compression du béton ( $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ ) et l'acier de nuance  $F_e E400$ .

On demande de calculer le ferrailage du voile par l'application de la méthode des contraintes (méthode de Navier) si la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

### Solution

#### 1. Calcul des contraintes

Les contraintes sont déterminées par la formule de Navier:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{2130.791}{1.3} + \frac{8735.9936 \times 2.4}{2.3376} = 10608.26 \text{ kN/m}^2$$

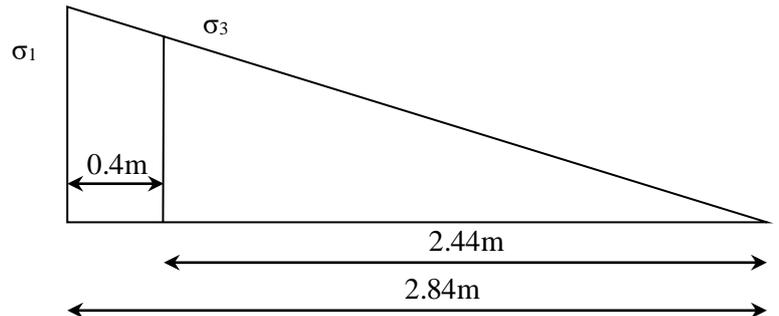
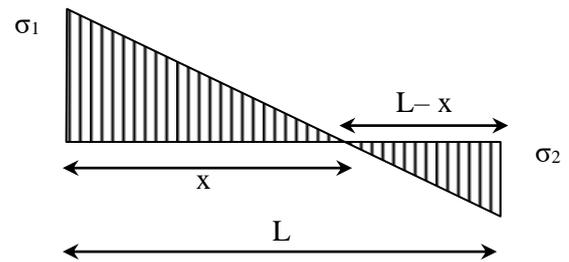
$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{2130.791}{1.3} - \frac{8735.9936 \times 2.4}{2.3376} = -7330.122 \text{ kN/m}^2$$

### 2. Calcul de la longueur tendue

$$\frac{\sigma_1}{x} = \frac{\sigma_2}{L-x} \Rightarrow x = \frac{\sigma_1 L}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

$$x = \frac{10608 \cdot 26 \times 4.8}{1060 \cdot 26 + 7330 \cdot 122} = 2.84 \text{ m}$$

$$\frac{\sigma_1}{2.84} = \frac{\sigma_3}{2.44} \Rightarrow \sigma_3 = \frac{\sigma_1 \times 2.44}{2.84} = 9114.138 \text{ kN/m}^2$$



### 3. Calcul de la force de traction

- Partie du poteau

La force de traction est donnée par :

$$F_{t1} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} \times b_p \times h_p = \frac{(10608 \cdot 26 + 9114 \cdot 138)}{2} \times 0.6 \times 0.4 = 2366.68 \text{ kN}$$

- Partie rectangulaire

La force de traction est donnée par :

$$F_{t2} = \frac{\sigma_3 \times 2.44}{2} \times a = \frac{9114 \cdot 138 \times 2.44}{2} \times 0.15 = 1667.88 \text{ kN}$$

La force de traction totale :  $F_{totale} = F_{t1} + F_{t2}$

$$F_{totale} = 2366.68 + 1667.88 = 4034.56 \text{ kN}$$

### 4. Calcul de la section d'armatures verticales

La section totale d'armatures verticales est donnée par :

$$A_V = \frac{F_{totale}}{f_e} = \frac{4034.56 \times 10}{400} = 100.86 \text{ cm}^2$$

On prend deux poteaux (**4T20 + 6T16**)  $\rightarrow A = 24.64 \text{ cm}^2$

Partie rectangulaire  $A = A_v - A_{2\text{poteaux}} = 100.86 - 2(24.64) = 51.58 \text{ cm}^2$

Puisque on a deux nappes d'armatures :  $A = 51.58 / 2 = 25.79 \text{ cm}^2$

Espacement exigé par RPA 99/version 2003 :  $S_t = \min(1.5a ; 30) \text{ cm} = \min(1.5 \times 15 ; 30) \text{ cm}$

$S_t = 22.5 \text{ cm}$

Pour des raisons de comportement de rigidité, il est préférable de concentrer les armatures aux extrémités avec une bande égale à  $L/10$ , donc :  $S_t$  (zone nodale) =  $480/10 = 48$  cm.

### 5. Vérification et choix d'armatures verticales

Selon RPA 99/version 2003, la section minimale d'armatures verticales est donnée par :

$$A_{\min} = 0.2\% b \times h = \frac{0.2 \times a \times x}{100} = \frac{0.2 \times 15 \times 284}{100} = 8.46 \text{ cm}^2$$

$A_{\min} = 8.52 \text{ cm}^2 < A_{\text{calculée}} = 25.79 \text{ cm}^2$ ..... (Condition vérifiée).

On opte donc pour chaque nappe d'armatures (Figure 3.15) une section de :

**$A_v = 6T14/15\text{cm} + 16T12/20\text{cm}$**

### 6. Calcul de la section d'armatures horizontales

La contrainte au cisaillement du béton est donnée par :

$$\tau_b = \frac{1.4 \times V_u}{0.9 \times L \times a} = \frac{1.4 \times 656496}{0.9 \times 4800 \times 150} = 1.42 \text{ MPa}$$

$$\tau_b > \bar{\tau}_b = 0.025 f_{c28} = 0.50 \text{ MPa.}$$

Donc la section d'armatures horizontales est calculée par le pourcentage minimum exigé par RPA 99/version 2003 :

$$A_h \geq 0.0025 \cdot b \cdot a \quad (b = 1 \text{ m et } a = 15 \text{ cm})$$

$$A_h \geq 0.0025 \times 100 \times 15 = 3.75 \text{ cm}^2$$

On prend pour une bande de 1m :  **$A_h = 7T10/15 \text{ cm} = 5.50 \text{ cm}^2$**

### 7. Vérification des contraintes du béton à l'ELS

Les sollicitations à l'ELS sont :  $N_s = 1318.389 \text{ kN}$  et  $M_s = 3970.757 \text{ kN.m}$

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{1318.389}{1.3} + \frac{3970.757 \times 2.4}{2.3376} = 5090.897 \text{ kN/m}^2 = 5.09 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{1318.389}{1.3} - \frac{3970.757 \times 2.4}{2.3376} = -306.607 \text{ kN/m}^2 = -3.06 \text{ MPa}$$

$(\sigma_1 ; \sigma_2) < 0.6 f_{c28} = 12 \text{ MPa}$ ..... (Condition vérifiée).

### 8. Schéma de ferrailage

Le schéma de ferrailage du voile est présenté sur la Figure 3.15.

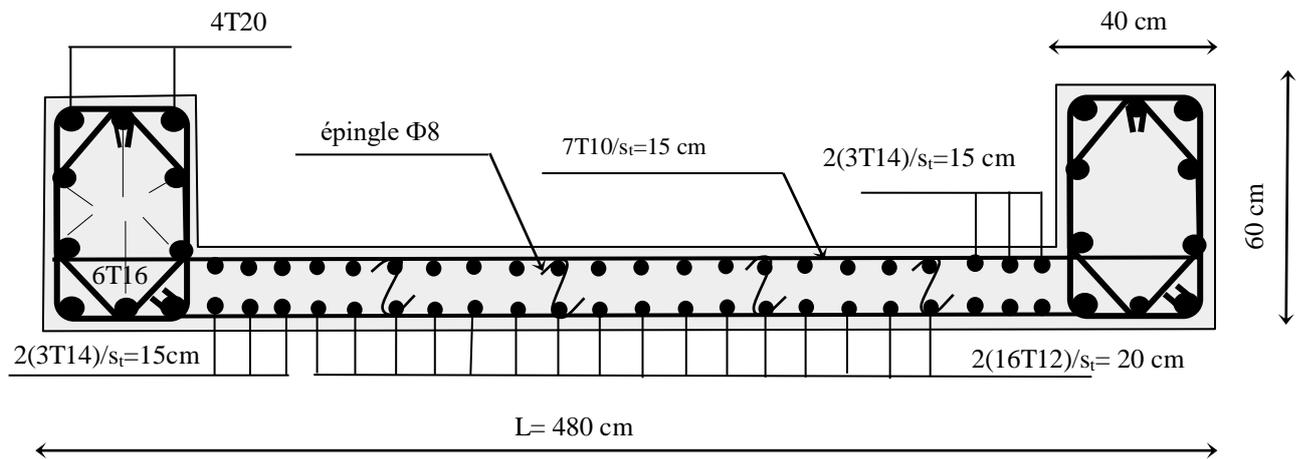


Figure 3.15. Schéma de ferrailage du voile rectangulaire avec deux poteaux.

### 3.6.2.2. Application 2 : Voile plein en béton armé de forme rectangulaire avec poteaux.

Soit le voile en béton armé représenté sur la Figure 3.16 avec les caractéristiques géométriques suivantes :

$$A = 0.731 \text{ m}^2$$

$$I = 0.762 \text{ m}^4$$

$$v = 1.59 \text{ m}, v' = 1.80 \text{ m}$$

$$L = 3.39 \text{ m}$$

$$b_p = 35 \text{ cm}$$

$$h_p = 35 \text{ cm}$$

$$a_{\text{voile}} = 20 \text{ cm}$$

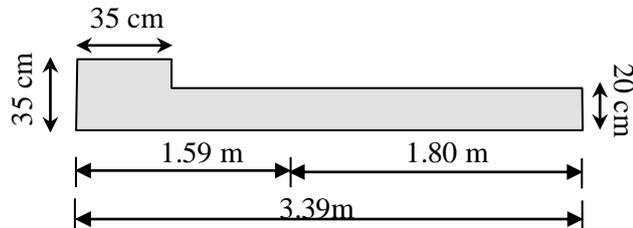


Figure 3.16. Voile plein de forme rectangulaire avec poteau.

Les efforts sous la combinaison  $0.8G \pm E$ , sont donnés par:

$$N_u = -1077.606 \text{ kN} \quad M_u = 8640.239 \text{ kN.m} \quad V_u = 929.407 \text{ kN}$$

La résistance à la compression du béton ( $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ ) et l'acier de nuance  $F_cE400$ .

On demande de calculer le ferrailage du voile par l'application de la méthode des contraintes (méthode de Navier) si la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

### Solution

A cause de la dissymétrie dans ce voile, on calcul le ferrailage dans les deux sens.

$$\mathbf{I.1^{er} \text{ sens}} : v = 1.59 \text{ m} \quad v' = 1.80 \text{ m}$$

#### 1. Calcul des contraintes

Les contraintes sont déterminées par la formule de Navier:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{-1077.606}{0.731} + \frac{8640.239 \times 1.59}{0.762} = 16554.693 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{MV'}{I} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{-1077.606}{0.731} - \frac{8640.239 \times 1.8}{0.762} = -21884.166 \text{ kN/m}^2$$

## 2. Calcul de la longueur tendue

$$\frac{\sigma_1}{x} = \frac{\sigma_2}{L-x} \Rightarrow \sigma_1(L-x) = \sigma_2 x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sigma_1 L}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

$$x = \frac{16554.693 \times 3.39}{16554.693 + 21884.166} = 1.46 \text{ m}$$

$$\frac{\sigma_1}{1.46} = \frac{\sigma_3}{1.11} \Rightarrow \sigma_3 = \frac{\sigma_1 \times 1.11}{1.46} = 12586.10 \text{ kN/m}^2$$

## 3. Calcul de la force de traction

- Partie du poteau

La force de traction est donnée par :

$$F_{t1} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} \times b_p \times h_p = \frac{(16554.693 + 12586.1)}{2} \times 0.35 \times 0.35 = 1784.87 \text{ kN}$$

- Partie rectangulaire

La force de traction est donnée par :

$$F_{t2} = \frac{\sigma_3 \times 1.11}{2} \times a = \frac{12586.1 \times 1.11}{2} \times 0.2 = 1397.057 \text{ kN}$$

La force de traction totale :  $F_{\text{totale}} = F_{t1} + F_{t2}$

$$F_{\text{totale}} = 1784.87 + 1379.88 = 3181.927 \text{ kN}$$

## 4. Calcul de la section d'armatures verticales

La section totale d'armatures verticales est donnée par :

$$A_V = \frac{F_{\text{totale}}}{f_e} = \frac{3181.927 \times 10}{400} = 79.54 \text{ cm}^2$$

On prend un poteau de section **8T14**

$$\text{Partie rectangulaire } A = A_V - A_{\text{poteaux}} = 79.54 - 12.32 = 67.22 \text{ cm}^2$$

$$\text{Puisque on a deux nappes d'armatures : } A = 67.22 / 2 = 33.61 \text{ cm}^2$$

Espacement exigé par RPA 99/version 2003 :  $S_t = \min(1.5a ; 30) \text{ cm} = \min(1.5 \times 20 ; 30) \text{ cm}$

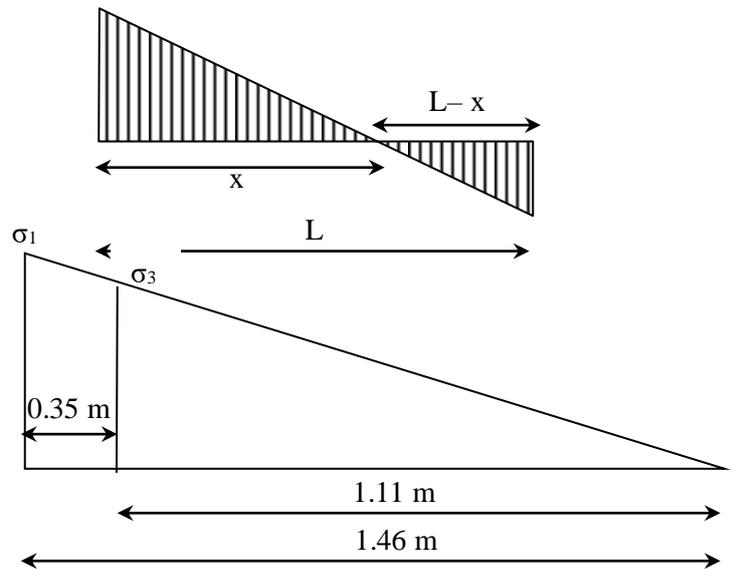
$$S_t = 30 \text{ cm.}$$

Pour des raisons de comportement de rigidité, il est préférable de concentrer les armatures aux extrémités avec une bande égale à  $L/10$ , donc :  $S_t$  (zone nodale) =  $339/10 = 33.90 \text{ cm}$ .

## 5. Vérification et choix d'armatures verticales

Selon RPA 99/version 2003, la section minimale d'armatures verticales est donnée par :

$$A_{\text{min}} = 5.84 \text{ cm}^2 < A_{\text{calculée}} = 33.61 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots \text{ (Condition vérifiée).}$$



$$A_{\min} = 0.2\% b \times h = \frac{0.2 \times a \times x}{100} = \frac{0.2 \times 20 \times 146}{100} = 5.84 \text{ cm}^2$$

On opte donc pour chaque nappe d'armatures une section de :

$$A_v = 8T14/10 \text{ cm} + 19T12/10 \text{ cm}$$

$$\text{II.2}^{\text{ème}} \text{ sens} : v = 1.80 \text{ m} \quad v' = 1.59 \text{ m}$$

### 1. Calcul des contraintes

Les contraintes sont déterminées par la formule de Navier:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_1 = 18935.86 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{MV'}{I} \Rightarrow \sigma_2 = -19106.45 \text{ kN/m}^2$$

### 2. Calcul de la longueur tendue

$$\frac{\sigma_1}{x} = \frac{\sigma_2}{L-x} \Rightarrow \sigma_1(L-x) = \sigma_2 x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sigma_1 L}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

$$x = \frac{18935.86 \times 3.39}{18935.86 + 19106.46} = 1.68 \text{ m}$$

### 3. Calcul de la force de traction

- Partie rectangulaire

La force de traction est donnée par :

$$F_{t2} = \frac{\sigma_1 \times 1.68}{2} \times a = \frac{18935.86 \times 1.68}{2} \times 0.2 = 3181.2 \text{ kN}$$

### 4. Calcul de la section d'armatures verticales

La section d'armatures est calculée par :

$$A_v = \frac{F_{t2}}{f_e} = \frac{3181.2 \times 10}{400} = 79.53 \text{ cm}^2$$

$$\text{Soit } A = 79.53 / 2 = 39.76 \text{ cm}^2$$

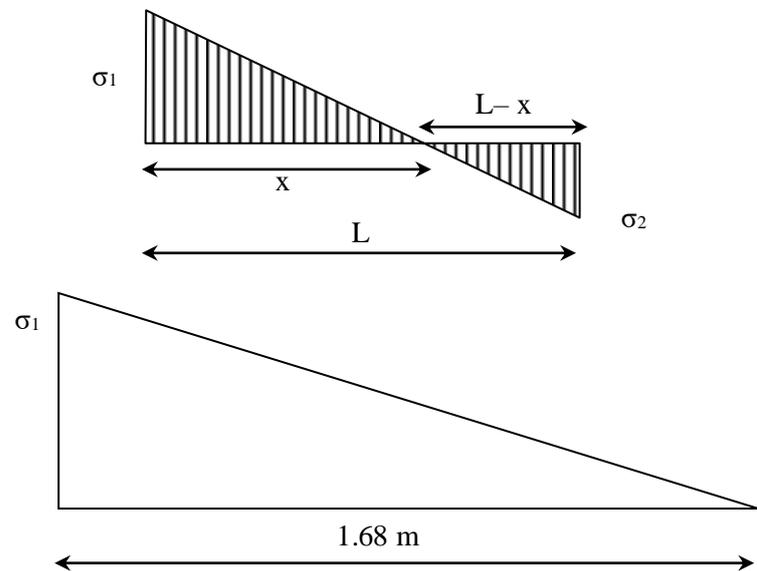
$$\text{On prend } A = 26T14/14 \text{ cm} = 40.04 \text{ cm}^2$$

### 5. Vérification et choix d'armatures verticales

Le ferrailage minimum est donné par :

$$\min = 0.2\% b \times h = \frac{0.2 \times a \times x}{100} = \frac{0.2 \times 20 \times 128}{100} = 6.72 \text{ cm}^2 < A_{\text{calculée}} = 39.76 \text{ cm}^2 \dots \text{ (condition vérifiée)}$$

Pour éviter un chevauchement d'armatures entre 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> sens, on admettra le choix de la section d'armatures finale, pour chaque nappe :



$$A = 6T14/15 \text{ cm} + 14T14/10 \text{ cm} + 6T14/15 \text{ cm}$$

### 6. Vérification des contraintes du béton

Les sollicitations à l'ELS sont :  $N_s = 374.511 \text{ kN}$  et  $M_s = 4221.54 \text{ kN.m}$

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{374511}{0.731 \times 10^6} + \frac{4221.54 \times 1.59}{0.762} = 9321.052 \text{ kN/m}^2 = 9.32 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{MV}{I} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{374.511}{0.731} - \frac{4221.54 \times 1.59}{0.762} = -9459.81 \text{ kN/m}^2 = -9.45 \text{ MPa}$$

$(\sigma_1 ; \sigma_2) < 0.6f_{c28} = 12 \text{ MPa}$ ..... (Condition vérifiée).

### 7. Calcul des armatures horizontales

La contrainte au cisaillement du béton est donnée par :

$$\tau_b = \frac{1.4 \times V_u}{0.9 \times L \times a} = \frac{1.4 \times 929.407 \times 10}{0.9 \times 339 \times 20} \Rightarrow \tau_b = 2.132 \text{ MPa} > 0.025f_{c28} = 0.5 \text{ MPa}$$

Selon le RPA99 /version 2003, la section d'armatures horizontales est calculée par :

$$A_h = 0.25 \times 100 \times 20 = 5 \text{ cm}^2$$

On prend pour 1m :  $A_h = 7T10/S_t = 15 \text{ cm}$

### 8. Schéma de ferrailage

Le schéma de ferrailage du voile est présenté sur la Figure 3.17.

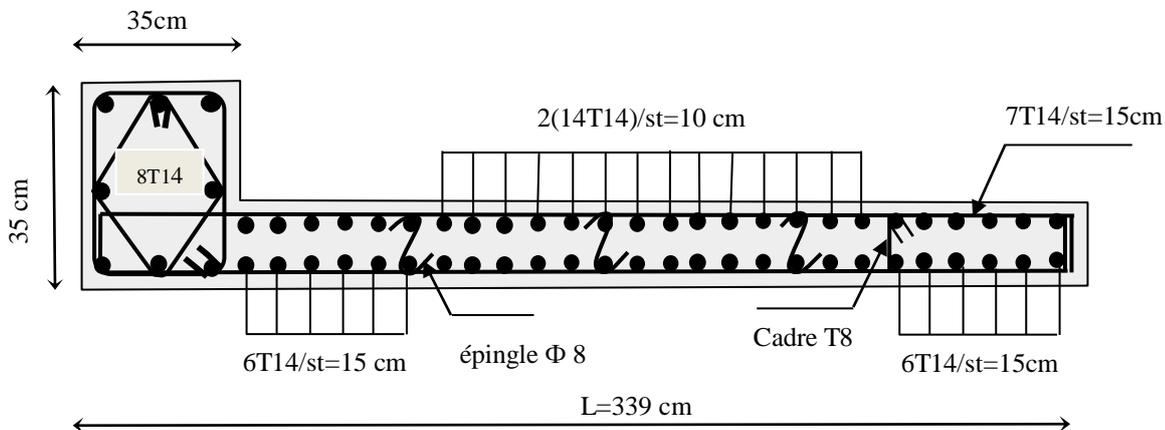


Figure 3.17. Schéma de ferrailage du voile rectangulaire avec poteau.

### 3.7. Ferrailage des linteaux

Les linteaux sont des éléments considérés comme des poutres courtes de faible raideur bi-encastés dans les trumeaux. Sous l'effet d'un chargement horizontal et vertical le linteau est sollicité par un moment  $M$  et un effort tranchant  $V$ . Les linteaux sont calculés à la flexion simple.

La méthode de ferrailage décrite ci-dessous est proposée par RPA99/version 2003.

La contrainte de cisaillement dans le béton est limitée comme suit :

$$\tau_b \leq \overline{\tau_b} = 0.2 f_{c28} \quad (3.4)$$

$$\text{Où : } \tau_b = \frac{\overline{V}}{b_0 d} \text{ avec } \overline{V} = 1.4 \times V_u^{cal} \quad (3.5)$$

### 3.7.1. Premier cas

Dans le cas où la contrainte de cisaillement dans le béton est au plus égale à la contrainte admissible ( $\tau_b \leq 0.06 f_{c28}$ ) les linteaux sont calculés en flexion simple (avec les efforts M et V).

On devra disposer :

- des aciers longitudinaux de flexion ( $A_l$ )
- des aciers transversaux ( $A_t$ )
- des aciers en partie courante, également appelés aciers de peau ( $A_c$ )

#### 3.7.1.1. Aciers Longitudinaux

Les aciers longitudinaux inférieurs ou supérieurs sont calculés par la formule :

$$A_l \geq \frac{M}{z f_e} \dots\dots(3.6)$$

Avec:  $z = h - 2d'$

M : Moment dû à l'effort tranchant ( $\overline{V} = 1.4 V_u^{cal}$ )

#### 3.7.1.2. Aciers Transversaux

a)- Linteaux longs ( $\lambda_g = \frac{l}{h} > 1$ )

$$\text{On a : } S \leq \frac{A_t f_e z}{\overline{V}} \dots\dots(3.7)$$

b)- Linteaux courts ( $\lambda_g \leq 1$ )

$$\text{On doit avoir : } S \leq \frac{A_t f_e l}{V + A_t f_e} \dots\dots(3.8)$$

Avec :

$$V = \text{Min} (V_1, V_2)$$

$$V_2 = 2 V_u^{cal}$$

$$V_1 = \frac{M_{ci} + M_{cj}}{l_{ij}}$$

Avec :  $M_{ci}$  et  $M_{cj}$  moments « résistants ultimes » des sections d'about à droite et à gauche du linteau de portée  $l_{ij}$  (Figure 3.18) et calculés par :  $M_c = A_l f_e z$

Où :  $z = h - 2 d'$

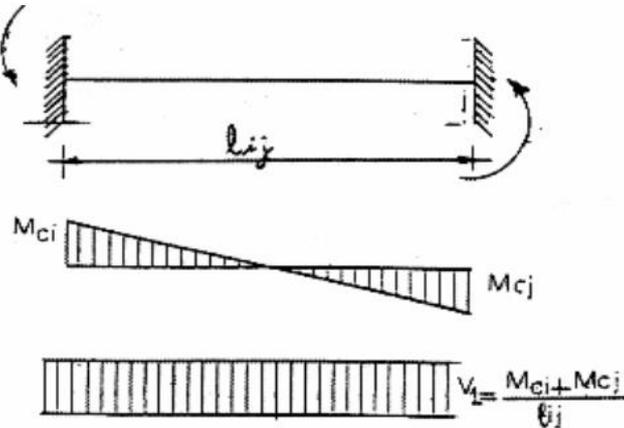


Figure 3.18. Moment résistant et effort tranchant ultimes des sections d'about du linteau

(RPA 99/version 200).

### 3.7.2. Deuxième cas

Dans le cas où la contrainte de cisaillement dans le béton est supérieure à la contrainte admissible ( $\tau_b > 0.06 f_{c28}$ ), il y a lieu de disposer les ferrillages longitudinaux (supérieurs et inférieurs), transversaux et en zone courante (armature de peau) suivant les minimums réglementaires.

Les efforts (M, V) sont repris suivant des bielles diagonales (compression et traction) suivant l'axe moyen des armatures diagonales  $A_D$  à disposer obligatoirement (Figure 3.19)

Le calcul de ces armatures se fait suivant la formule :  $A_D = \frac{V}{2f_e \sin \alpha}$  .....(3.9)

Avec :  $tg \alpha = \frac{h - 2d'}{l}$  (voir Figure 3.20).

et :  $V = V_u^{cal}$  (sans majoration) ( $\tau_u = \frac{V_u^{cal}}{e h}$ )

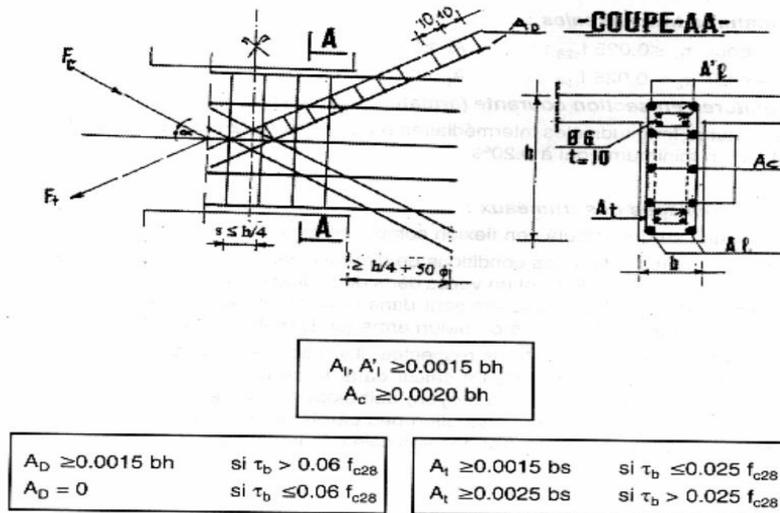


Figure 3.19. Armatures de linteaux (RPA 99/version 2003).

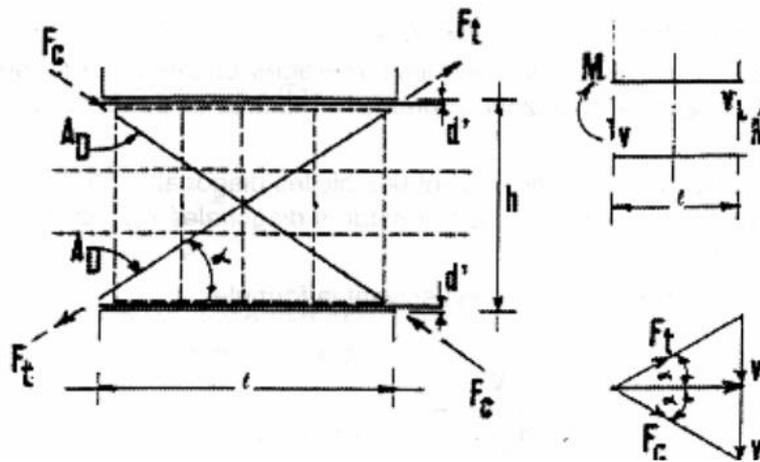


Figure 3.20. Efforts dans les bielles du linteau (RPA 99/version 2003).

### 3.7.3. Ferrailage minimal (voir Figure 3.19)

#### 3.7.3.1. Armatures longitudinales

Les armatures longitudinales de lit inférieur  $A_1$  et lit supérieur  $A'_1$  doivent être vérifiées la condition suivante (Figure 3.19):

$$(A_1, A'_1) \geq 0.0015 b h \quad (0.15\%)$$

#### 3.7.3.2. Armatures transversales

$$\text{Si } \tau_b \leq 0,025 f_{c28} \Rightarrow A_t \geq 0.0015 b S$$

$$\text{Si } \tau_b > 0,025 f_{c28} \Rightarrow A_t \geq 0.0025 b S$$

L'espace des cadres :  $S_t \leq \frac{h}{4}$

### 3.7.3.3. Armatures en section courante (armatures de peau)

Les armatures longitudinales intermédiaires ou de peau  $A_c$  en deux nappes, doivent être au total d'un minimum égal à 0.20% ( $A_c \geq 0.002.b.h$ )

### 3.7.3.4. Armatures diagonales

$$\text{Si } \tau_b \leq 0.06 f_{c28} \Rightarrow A_D = 0$$

$$\text{Si } \tau_b > 0.06 f_{c28} \Rightarrow A_D \geq 0.0015 b h$$

On prend la valeur de l'effort tranchant maximale qui donne une contrainte tangentielle la plus défavorable.

### 3.7.4. Exemple de calcul

Soit le linteau de caractéristiques géométriques suivantes :

$$b_0 = 0.15 \text{ m} \quad h = 1.66 \text{ m} \quad l = 1.20 \text{ m}$$

Les sollicitations sont données par :  $M = 190.297 \text{ kN.m}$   $V = 326.40 \text{ kN}$

$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  et l'acier en  $F_e E 400$ .

#### 3.7.4.1. Sollicitations majorées

- Effort tranchant majoré :  $\bar{V} = 1.4 V$

$$\bar{V} = 1.4 \times 326.4 = 456.96 \text{ kN}$$

- Moment fléchissant majoré :  $M = 1.4 M$

$$M = 1.4 \times 190.297 = 266.42 \text{ KN.m}$$

#### 3.7.4.2. Vérification de la contrainte de cisaillement

$$\tau_b = \bar{V} / b_0.d = 456.96 \times 10^3 / (0.15 \times 0.9 \times 1.66 \times 10^6) = 2.04 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_b = 0.2 f_{c28} = 0.2 \times 25 = 5 \text{ MPa}$$

$$\tau_b = 2.04 \text{ MPa} < \bar{\tau}_b = 5 \text{ MPa}$$

La condition est vérifiée donc pas de risque de cisaillement.

#### 3.7.4.3. Calcul du Ferrailage

$$\tau_b = 2.04 \text{ MPa} > 0.06 f_{c28} = 1.5 \text{ MPa} \Rightarrow \text{deuxième cas.}$$

##### a)- Armatures diagonales

Les armatures diagonales sont calculée par :

$$A_D = \frac{V}{2.f_e.\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h - 2d'}{l} = \frac{1.66 - 2(0.166)}{1.20} = 1.11 \Rightarrow \alpha = 47.98^\circ$$

$$A_D = \frac{326.40 \times 10^3}{2.400 \cdot \sin 47.98^\circ} = 549 \text{ mm}^2 = 5.49 \text{ cm}^2$$

#### b)- Armatures longitudinales

Les aciers longitudinaux inférieur et supérieur sont calculés par la formule :

$$A_t \geq \frac{M}{z f_e}$$

$$A_t \geq \frac{266.42 \times 10^6}{1328 \times 400} = 501 \text{ mm}^2 = 5.01 \text{ cm}^2$$

#### c)- Armatures transversales

L'élancement du linteau :  $\lambda_g = 1.20 / 1.66 = 0.72$

$\lambda_g \leq 1 \Rightarrow$  linteau court.

$$\text{On doit avoir : } S \leq \frac{A_t \cdot f_e \cdot l}{V + A_t f_e}$$

$$V = \min(V_1, V_2)$$

$$V_2 = 2V_u \text{ et } V_1 \leq \frac{M_{ci} + M_{cj}}{1}$$

Avec  $M_{ci}$  et  $M_{cj}$  moments résistants ultimes des sections d'about à gauche et à droite du linteau, calculés par :

$$M_c = A_t \cdot f_e \cdot z$$

Avec :  $Z = h - 2d'$

$$A_t \geq \frac{V \cdot S}{(l - S) \cdot f_e}$$

$$A_t \geq \frac{443.552 \times 10 \times 10^4}{(1.20 - 0.10) \times 10^3 \times 400} = 100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

#### d)- Armatures de peau

$$A_c \geq 0.002 \cdot b \cdot h$$

$$A_c \geq 0.002 \times 15 \times 166 = 4.98 \text{ cm}^2$$

#### 3.7.4.4. Ferrailage final

Le ferrailage final du linteau est donné comme suit :

$$A_1 = 5.01 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_1 = 4T14 \quad (6.16 \text{ cm}^2)$$

$$A_t = 1.00 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_t = 4T10 \quad (3.14 \text{ cm}^2)$$

$$A_c = 4.98 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_c = 6\text{T12} \text{ (6.79 cm}^2\text{)}$$

Le Ferrailage du linteau est présenté sur la Figure 3.21.

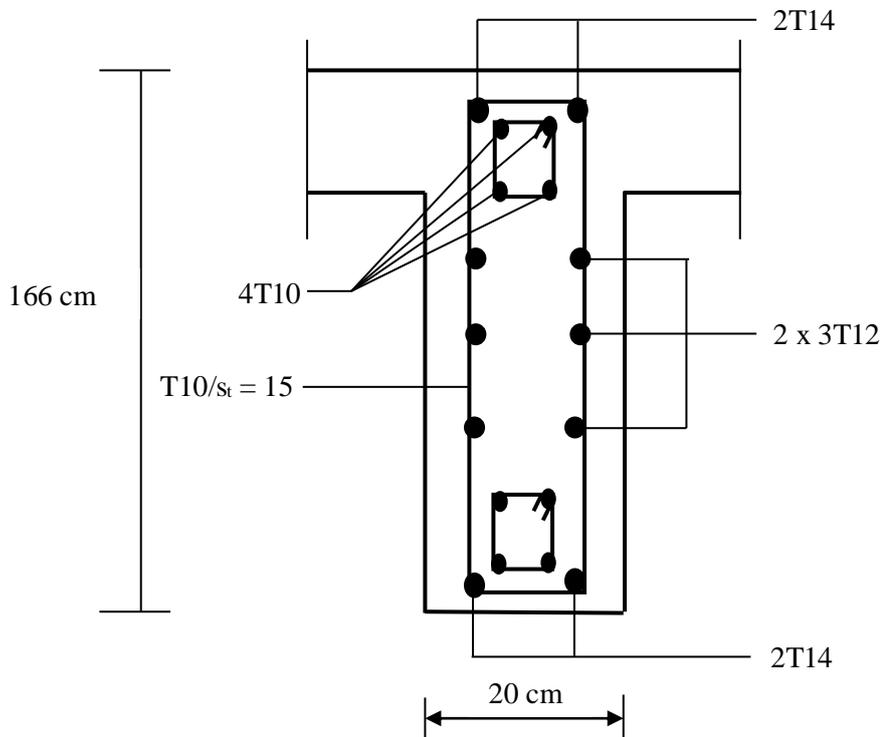


Figure 3.21. Schéma de ferrailage du linteau.

### 3.8. Ferrailage des trumeaux

Les trumeaux sont calculés en flexion composée avec effort tranchant. Moyennant la satisfaction des conditions de dimensionnement fixées en 3.3.1 et la disposition de contreventement en voiles dans deux directions orthogonales, le calcul des trumeaux se fera exclusivement dans la direction de leur plan moyen en appliquant les règles classiques de béton armé (DTR-B.C.2.41 "CBA 93").

Si la deuxième condition n'est pas respectée, il y a lieu de faire le calcul de vérification dans les deux directions; Le calcul dans la deuxième direction (direction orthogonale à la direction du plan moyen) doit alors se faire en suivant les règles du DTR-B.C. 2.42 "Règles de conception des parois et murs en béton". Le calcul se fera dans ce cas pour des bandes verticales de largeur  $d$  :

$$d \leq \min (h_e/2, 2 l/3) \quad (3.10)$$

Avec:

$l$ : longueur de la zone comprimée.

$h_e$  : hauteur entre nus de planchers du trumeau considéré.

On devra disposer les ferrailages suivants:

- des aciers verticaux
- des aciers horizontaux

### 3.8.1. Aciers verticaux

- Lorsqu'une partie du voile est tendue sous l'action des forces verticales et horizontales, l'effort de traction doit être pris en totalité par les armatures, le pourcentage minimum des armatures verticales sur toute la zone tendue est de 0.20%.
- Il est possible de concentrer des armatures de traction à l'extrémité du voile ou du trumeau, la section totale d'armatures verticales de la zone tendue devant rester au moins égale à 0.20% de la section horizontale du béton tendu.
- Les barres verticales des zones extrêmes devraient être ligaturées avec des cadres horizontaux dont l'espacement ne doit pas être supérieur à l'épaisseur du voile.
- Si les efforts importants de compressions agissent sur l'extrémité, les barres verticales doivent respecter les conditions imposées aux poteaux.
- Les barres verticales du dernier niveau doivent être munies de crochets (jonction par recouvrement).
- A chaque extrémité du voile (trumeau) l'espacement des barres doit être réduit de moitié sur  $\frac{l}{10}$  de la largeur du voile. Cet espacement d'extrémité doit être au plus égal à 15 cm.

La Figure 3.22 présente la disposition des armatures verticales dans les voiles.

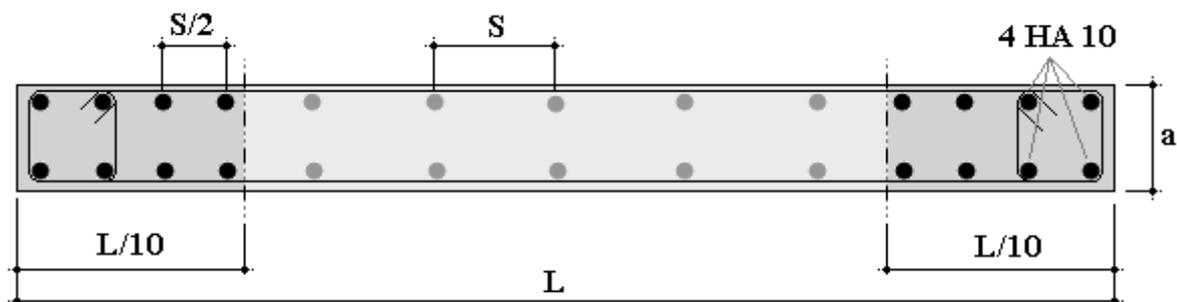


Figure 3.22. Disposition des armatures verticales dans les voiles.

### 3.8.2. Aciers horizontaux

Les barres horizontales doivent être munies de crochets à 135° ayant une longueur de  $10\phi$ . Dans le cas où il existerait des talons de rigidité, les barres horizontales devront être ancrées sans crochets si les dimensions des talons permettent la réalisation d'un ancrage droit.

### 3.8.3. Règles communes

- Le pourcentage minimum d'armatures verticales et horizontales des trumeaux, est donné comme suit :

\* globalement dans la section du voile 0.15 %

\* en zone courante 0.10%

- L'espacement des barres horizontales et verticales doit être inférieur à la plus petite des deux

valeurs suivantes :  $S \leq \begin{cases} 1.5a \\ 30cm \end{cases}$

- Les deux nappes d'armatures doivent être reliées avec au moins 4 épingle au mètre carré.

- Dans chaque nappe, les barres horizontales doivent être disposées vers l'extérieur.

- Le diamètre des barres verticales et horizontales des voiles (à l'exception des zones d'about) ne devrait pas dépasser 1/10 de l'épaisseur du voile.

- Les longueurs de recouvrement doivent être égales à :

\*  $40\phi$  pour les barres situées dans les zones où le renversement du signe des efforts est possible.

\*  $20\phi$  pour les barres situées dans les zones comprimées sous l'action de toutes les combinaisons possibles de charges.

- Le long des joints de reprise de coulage, l'effort tranchant doit être pris par les aciers de couture dont la section doit être calculée avec la formule :

$$A_{vj} = 1.1 \frac{\bar{V}}{f_e} \quad (3.11)$$

Cette quantité doit s'ajouter à la section d'aciers tendus nécessaires pour équilibrer les efforts de traction dus aux moments de renversement.

## Exercices

## Exercice 01

Soit le voile en béton armé représenté sur la Figure 3.23 avec les caractéristiques géométriques suivantes :

$$A = 1.80 \text{ m}^2$$

$$I = 9.0875 \text{ m}^4$$

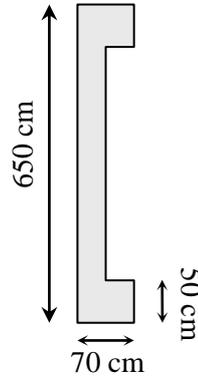
$$v = v' = 3.25 \text{ m}$$

$$L = 6.50 \text{ m}$$

$$b_p = 50 \text{ cm}$$

$$h_p = 70 \text{ cm}$$

$$a_{\text{voile}} = 20 \text{ cm}$$



**Figure 3.23.** Voile plein de forme rectangulaire avec deux poteaux.

Les efforts sous la combinaison  $0.8G \pm E$ , sont donnés par:

$$N_u = 3591.03 \text{ kN} \quad M_u = 20907.199 \text{ kN.m} \quad V_u = 977.67 \text{ kN}$$

La résistance à la compression du béton ( $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ ) et l'acier de nuance  $F_e E400$ .

On demande de calculer le ferrailage du voile par l'application de la méthode des contraintes (méthode de Navier) si la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

## Exercice 02

Soit le voile en béton armé représenté sur la Figure 3.24 avec les caractéristiques géométriques suivantes :

$$A = 1.15 \text{ m}^2$$

$$I = 2.4256 \text{ m}^4$$

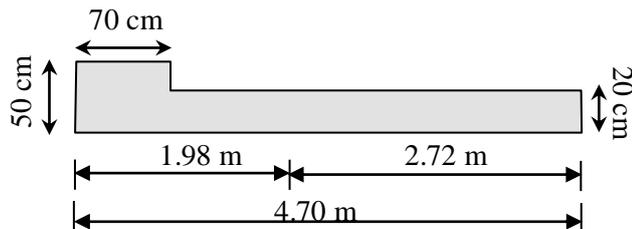
$$v = 1.98 \text{ m}, v' = 2.72 \text{ m}$$

$$L = 4.70 \text{ m}$$

$$b_p = 50 \text{ cm}$$

$$h_p = 70 \text{ cm}$$

$$a_{\text{voile}} = 20 \text{ cm}$$



**Figure 3.24.** Voile plein de forme rectangulaire avec poteau.

Les efforts sous la combinaison  $0.8G \pm E$ , sont donnés par:

$$N_u = 1645.06 \text{ kN} \quad M_u = 4298.227 \text{ kN.m} \quad V_u = 1403.34 \text{ kN}$$

La résistance à la compression du béton ( $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ ) et l'acier de nuance  $F_e E400$ .

On demande de calculer le ferrailage du voile par l'application de la méthode des contraintes (méthode de Navier) si la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

## Exercice 03

Soit le linteau de caractéristiques géométriques suivantes :

$$b_0 = 0.20 \text{ m} \quad h = 2.08 \text{ m} \quad l = 1.20 \text{ m}$$

Les sollicitations sont données par :  $M = 54.042 \text{ kN.m}$   $V = 190.19 \text{ kN}$

$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  et l'acier en F<sub>e</sub>E 400.

On demande de calculer le ferrailage du linteau.

***Chapitre 04***  
***Fondations profondes***

## Chapitre 04 : Fondations profondes

### 4.1. Introduction

La fondation a pour objet de transmettre au sol les efforts apportés par les éléments de la structure (charges permanentes, charges d'exploitation, actions climatiques) et reçoit les actions ascendantes du sol. Toutes ces actions constituées un système de force en équilibre.

La transmission des efforts peut être directe sur fondations superficielles (semelles isolées, continues ou radiers) ou être assurée par fondations profondes (pieu battu ou pieu foré).

La fondation profonde (Figures 4.1, 4.2 et 4.3) est conçue pour transmettre des efforts au sol environnant sur une profondeur importante en général 10 fois le diamètre ( $D/B > 10$ ). Il s'agit de fondations sur puits ou sur pieux. Ainsi, suivant la profondeur du bon sol  $D$ , ou la profondeur d'encastrement de la fondation dans le sol, et la largeur de fondation  $B$ , on procède à la mise en place des fondations suivante :

-  $\frac{D}{B} \leq 4$  à  $5$  : Fondations superficielles qui regroupent les semelles sous mur, les semelles isolées, les semelles continues (filantes) et les radiers simples et généraux.

-  $4 < \frac{D}{B} \leq 10$  : Fondations semi-profondes (sur puits).

-  $\frac{D}{B} > 10$  : Fondations profondes (sur pieux).

Nous intéressons dans ce chapitre au deuxième et troisième type de fondations.



Figure 4.1. Tête du pieu après le coulage du béton. Figure 4.2. Pieux de piles de pont.



**Figure 4.3. Fondation profonde.**

## **4.2. Facteurs de choix du type de fondation**

Le choix du type de fondation dépend de :

- *La nature de l'ouvrage à fonder* : pont, bâtiment d'habitation, bâtiment industriel, soutènement,.....
- *La nature du terrain* : connaissance du terrain par sondage et définition des caractéristiques.
- *Le site* : urbain, campagne, montagne, bord de mer,.....
- *La mise en œuvre des fondations* : terrain sec, présence d'eau,.....
- *Le type d'entreprise* : matériel disponible et compétences,.....
- *Le cout des fondations* : facteur important mais non décisif.

## **4.3. Conseils pour les fondations**

Avant de réaliser les fondations, les conseils suivants doivent être prendre en considération :

- Ne jamais oublier que le séisme arrive par le sol puisque la terre tremble,
- Toujours rechercher le bon sol pour l'assise des semelles,
- Les poteaux sont à liasonner par un réseau bidirectionnel de longrines,
- Eviter les sols lâches et les remblais qui amplifiant l'effort sismique,
- Eviter les terrains gorgés d'eau et les sols formés de grains fins et de même diamètre,

## **4.4. Types de fondations profondes**

### **4.4.1. Fondations sur puits**

Un puits de fondation est un gros pilier armé ou non, prenant appui sur le sol résistant à une profondeur supérieure à 2 m. Il reçoit de forte charge.

#### **4.4.1.1. Choix d'une fondation par puits**

La fondation semi-profonde ou sur puits est choisie si :

- La couche superficielle présente une résistance insuffisante pour équilibrer les charges.

- Les charges sont importantes et concentrées.
- Les puits sont moins coûteux que le radier et les semelles massives.
- Les conditions particulières du chantier s'y prêtent.
- La rapidité d'exécution est un facteur déterminant.

#### 4.4.1.2. Caractéristiques des puits

Les emplacements des puits sont ceux des éléments de construction les plus chargés :

- Angles extérieurs ou intérieurs ;
- Poteaux en béton armé ;
- Trumeau en béton armé.

Le nombre de puits résulte d'un compromis entre des exigences en conflit :

- Le terrassement et le remplissage en béton pour les puits ;
- La portée et la section des longrines dépendantes des puits.

Le choix de l'entreprise doit concilier à la fois l'aspect technique et l'aspect économique.

La base des puits :

- S'encastre de 20 à 50 cm dans le sol résistant,
- Augmente la surface portante par la disposition dite en « patte d'éléphant », à condition que la cohésion des terres soit satisfaisante.

La force portante dépend des charges et du terrain.

Les puits présentent des sections carrées, rectangulaires ou circulaires suivant le mode de forage (percussion ou rotation), le matériel utilisé et la nature du terrain.

Les dimensions des puits sont les suivantes :

- Les cotés varient de 1 m à 1.50 m ;
- Les diamètres également de 1 m à 1.50 m ;
- La profondeur ne dépasse pas 8 m ;
- La distance entre axe varie de 4 m à 8 m et dépend des efforts à supporter, de la section des puits et des sections des longrines qui filent sur la tête des puits.
- La base des puits s'encastre de 20 à 50 cm dans le sol résistant.

#### 4.4.2. Fondations sur pieux

Un pieu est une fondation élancée qui reporte les charges de la structure sur des couches de terrain de caractéristiques mécaniques suffisantes pour éviter la rupture du sol et limiter les déplacements à des valeurs très faibles. Les trois parties principales d'un pieu sont *la tête*, *la pointe* et *le fût* compris entre la tête et la pointe. La longueur d'ancrage est la longueur de pénétration du pieu dans les couches de terrain résistantes.

### 4.4.3. Différents types des pieux

On distingue deux grandes classes des pieux :

- Pieux préfabriqués en béton armé et en aciers
- Pieux moulés dans le sol (pieux forés et pieux à tube battu).

#### 4.4.3.1. Pieux préfabriqués

##### a)- Pieux en béton armé

Ils sont destinés à reporter à grande profondeur (20 m, 40 m et plus) les charges d'une construction. Ils sont regroupés par 2, 3, 4, 5 et plus et réunis en tête par une semelle très épaisse afin de répartir la charge sur chacun des pieux (Figure 4.4).

Ils doivent résister généralement à l'effet des charges verticales et des poussées horizontales ou obliques.

Les pieux en béton armé sont fabriqués sur des aires proches du chantier.

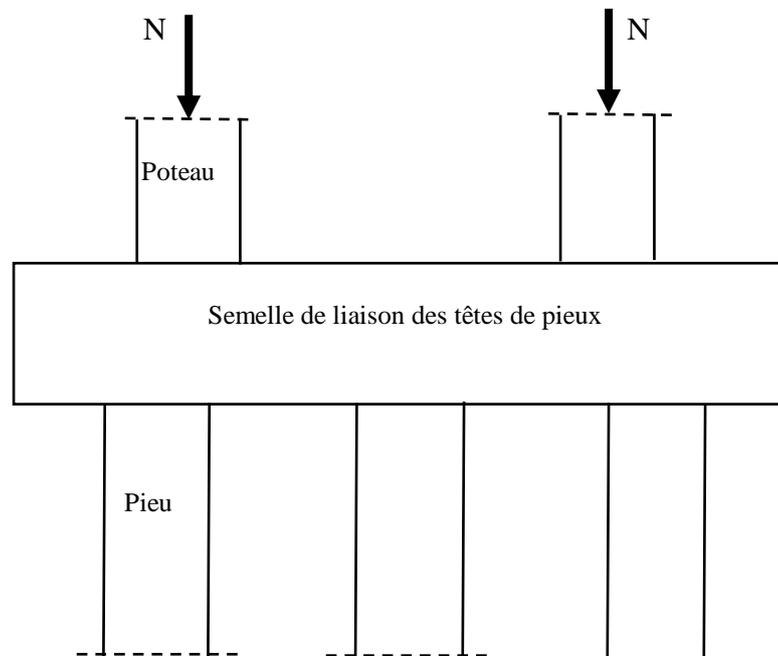


Figure 4.4. Pieux en béton armé.

##### b)- Pieux en aciers

Les pieux métalliques sont généralement sous forme de tube ou en forme H. les tubes peuvent être ouverts ou fermés à leur base.

#### 4.4.3.2. Pieux moulés dans le sol

##### a)- Pieux forés

Ce sont des pieux mis en place à l'intérieur d'un trou réalisé préalablement par technique de forage. Les machines utilisables sont multiples et varient suivant le terrain à perforer. Les plus

employés sont soit des tarières (destinées aux sols relativement tendres), soit des machines à roto percussion (destinées aux terrains rocheux).

#### *b)- Pieux à tube battu*

Il s'agit d'éléments préfabriqués en acier ou en béton, et qui sont enfoncés dans le sol au moyen d'un dispositif de battage (de principe identique au système vu pour le pénétromètre dynamique). Le battage est poursuivi jusqu'à obtention d'un couple de valeurs (enfoncement-énergie) correspondant à la résistance recherchée. Des variantes plus complexes existent, notamment pour ce qui est des pieux métalliques battus pour lesquels, le tube métallique est battu en place puis remplis de béton. Le tube métallique est parfois arraché au moment du coulage du béton et ne demeure dans le sol que l'outil de pointe. Les capacités portantes de ces pieux sont de l'ordre de 100 tonnes pour des diamètres de 500 à 800 mm.

### **4.5. Calcul des fondations sur pieux**

Le calcul des pieux se fait en tenant compte du frottement latéral qui est fonction de la nature des différents sols rencontrés et de la résistance de pointe qui dépend-elle, de la nature du sol dans lequel est encastré le pieu. Les pieux ne doivent pas être placés à un entraxe inférieur à trois fois leur diamètre. La méthode des bielles reste applicable pour le calcul de ferrailage des pieux.

#### **4.5.1. Semelle de fondation sur deux pieux**

La semelle de fondation se comporte comme une poutre reposant sur deux appuis (pieux). Chaque pieu supporte une charge verticale égale à la moitié de la charge totale.

Dans la semelle sur deux pieux, il y a deux bielles de transmission des charges dont l'axe part du collet en un point situé à  $b/4$  et aboutit à l'intersection de l'axe du pieu avec le plan des armatures (Figure 4.5).

Pour dimensionner une semelle sur deux pieux on utilise les formules suivantes :

$$b' \geq 1.57 \phi \quad (4.1)$$

$$L \geq b' + \phi + 30 \text{ cm} \quad (4.2)$$

$$b_s \geq \phi + 30 \text{ cm} \quad (4.3)$$

$$h \geq b' / 2 \quad (4.4)$$

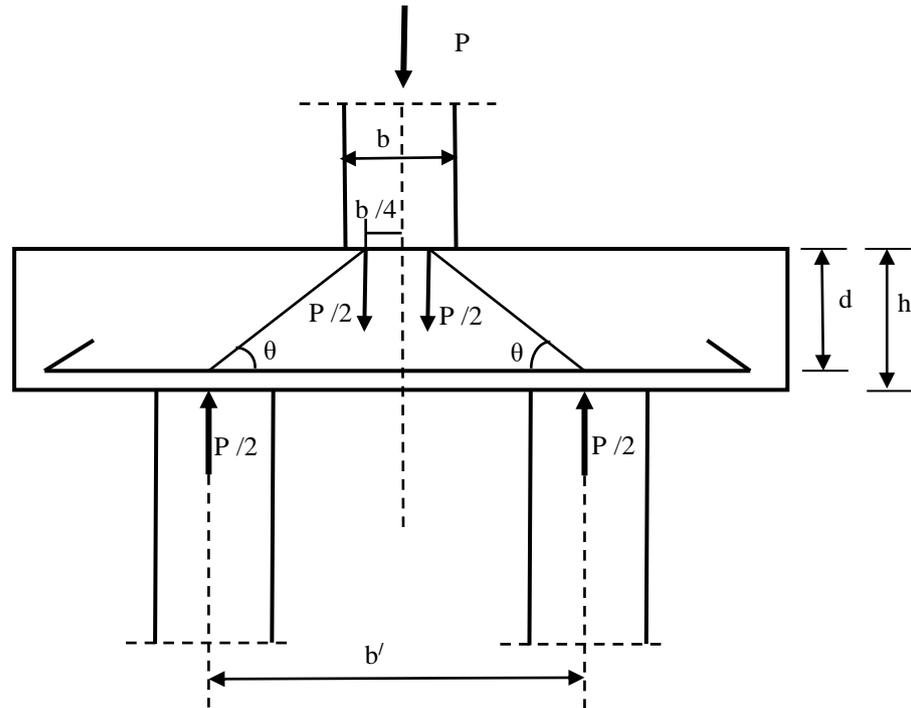


Figure 4.5. Semelle continue sur deux pieux.

L'inclinaison de l'axe des bielles à pour valeur :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d}{\frac{b'}{2} - \frac{b}{4}} = \frac{2d}{b' - \frac{b}{2}} \quad (4.5)$$

Pour un bon fonctionnement des bielles, l'angle  $\theta$  doit être vérifié la condition suivante :

$$45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ \quad (4.6)$$

$$\text{Donc : } 1 \leq \operatorname{tg}\theta \leq 1.4 \quad (4.7)$$

Cette condition permet de choisir la hauteur utile  $d$ , à partir de l'équation (4.5) comme suit :

$$0.5 \left( b' - \frac{b}{2} \right) \leq d \leq 0.7 \left( b' - \frac{b}{2} \right) \quad (4.8)$$

L'effort dans chaque pieu  $P/2$  se décompose en une force de compression  $P_c$  dans le béton et une force de traction  $P_t$  reprise par les armatures calculées conformément aux relations suivantes :

$$P_c = \frac{P}{2 \cdot \sin\theta} \quad (4.9)$$

$$P_t = \frac{P}{2 \cdot \operatorname{tg}\theta} \quad (4.10)$$

L'équilibre de l'effort  $P_t$  nécessite une section d'armatures inférieures ( $A_i$ ) de :

$$A_i = \frac{P_t}{\sigma_s} = \frac{P}{2\text{tg}\theta \cdot \sigma_s} \quad (4.11)$$

A partir de l'équation (4.1) :

$$2\text{tg}\theta = \frac{4d}{b' - \frac{b}{2}} \quad (4.12)$$

Toutefois, les essais effectués préconisent d'augmenter cette quantité d'acier de 10 %.

Finalement, on remplace (4.12) plus cette indication dans (4.11), on obtient la section d'armature inférieure finale :

$$A_i = \frac{1.10 P \left( b' - \frac{b}{2} \right)}{4. d. \sigma_s} \quad (4.13)$$

Les armatures supérieures sont placées à la partie supérieure de la semelle, de section égale à un dixième de la section des armatures inférieures, soit :

$$A_s = \frac{A_i}{10} \quad (4.14)$$

En plus de ces armatures, on ajoute des armatures horizontales et verticales sous forme des cadres et des épingles reliant les armatures des deux faces.

La section des armatures horizontales et verticales est fixée arbitrairement. Pratiquement le diamètre de ces armatures correspond à des barres égales à 10 ou 12 mm.

Ces armatures ont pour rôle de supporter les efforts de torsion.

Le nombre de ces barres est déduit à partir de leurs espacements, qu'ils sont liés aux conditions suivantes :

$$\text{- Si } b_s \leq \frac{h}{2} \Rightarrow S_v \leq \frac{A_v}{0.006h} \text{ et } S_h \leq \frac{A_h}{0.004h}$$

$$\text{- Si } b_s > \frac{h}{2} \Rightarrow S_v \leq \frac{A_v}{0.003h} \text{ et } S_h \leq \frac{A_h}{0.002h}$$

Avec :

$S_v$  : espacement vertical.

$S_h$  : espacement horizontal.

La Figure 4.6 présente un schéma de ferrailage d'une semelle de fondation sur deux pieux.

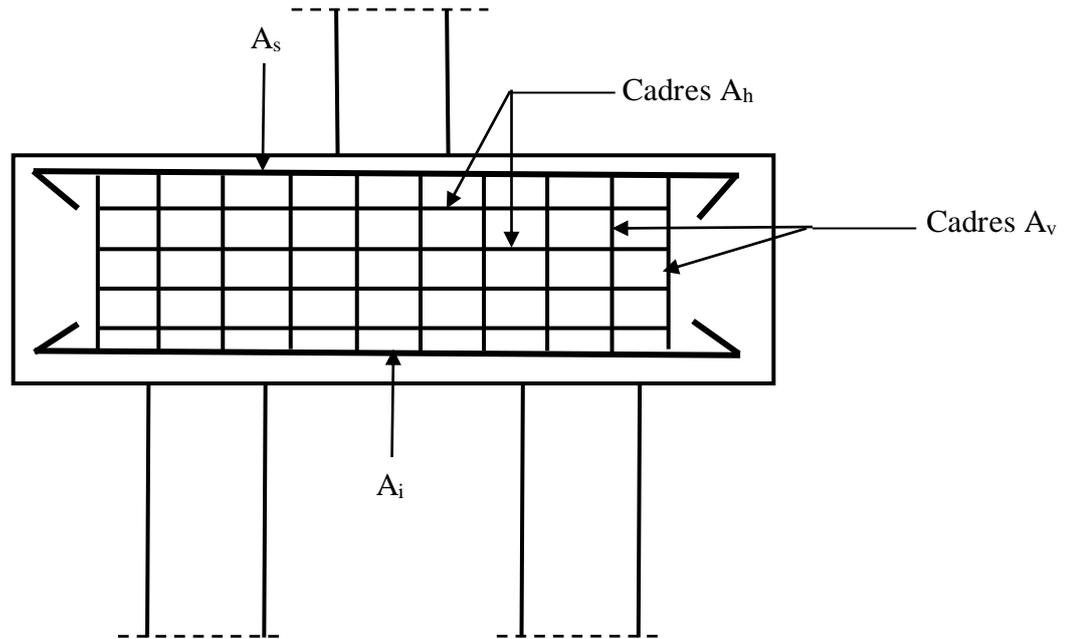


Figure 4.6. Ferrailage d'une semelle de fondation sur deux pieux.

La contrainte de compression dans la partie supérieure des bielles a pour valeur :

$$\sigma_b^s = \frac{P}{a \cdot b \cdot \sin^2 \theta} \quad (4.15)$$

La contrainte de compression dans la partie inférieure des bielles a pour valeur :

$$\sigma_b^i = \frac{P}{2 \cdot S_{\text{pieux}} \cdot \sin^2 \theta} \quad (4.16)$$

A l'état limite ultime, on admet qu'on doit vérifier :

$$\sigma_b^s \leq 0.9f_{c28} \quad (4.16) \quad \text{et} \quad \sigma_b^i \leq 0.9f_{c28} \quad (4.17)$$

On doit également vérifier la contrainte de cisaillement ( $\tau_u$ ) :

$$\tau_u = \frac{P}{2 \cdot b_s \cdot d} \leq 0.10f_{c28} \quad (4.18)$$

#### 4.5.2. Semelle de fondation sur trois pieux

Pour établir le calcul du ferrailage, on admettra que la charge est appliquée au centre de gravité de la semelle. La Figure 4.7 présente une vue en plan d'une semelle sur trois pieux.

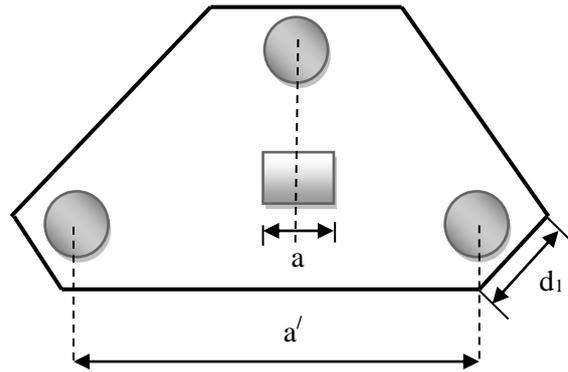


Figure 4.7. Semelle sur trois pieux.

En pratique, pour dimensionner une semelle sur trois pieux on utilise les règles empiriques suivantes :

$$a' \geq 3\phi \quad (4.19)$$

$$h \geq a' / 2 \quad (4.20)$$

$$d_1 \geq (\phi + 0.3) \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4.21)$$

Pour un bon fonctionnement des bielles, l'angle  $\theta$  doit être vérifié la relation (4.6) ci-dessus.

Dans le cas où les poteaux sont régulièrement disposés, l'inclinaison des bielles a pour valeur :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2b'\sqrt{3} - b\sqrt{2}}{6 \cdot d} \quad (4.22)$$

Le ferrailage radial est donné par :

$$A_d = \frac{P \cdot b' \cdot \sqrt{3}}{36 \cdot d \cdot \sigma_s} \left( 1 - \frac{b^2}{3 \cdot b'^2} \right) \quad (4.23)$$

Le ferrailage en cerces est déduit à partir du ferrailage radial selon l'expression suivante :

$$A_c = A \cdot \sqrt{3} \quad (4.24)$$

Vérification de la contrainte de compression dans les bielles :

- à la partie supérieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{a \cdot b \cdot \sin^2\theta} \leq 0.9f_{c28} \quad (4.25)$$

- à la partie inférieure des bielles :

$$\frac{P}{3 \cdot S_{\text{pieux}} \cdot \sin^2\theta} \leq 0.9f_{c28} \quad (4.26)$$

### 4.5.3. Semelle de fondation sur quatre pieux

Nous examinerons le cas le plus courant d'une semelle carrée sous poteau carré de côté  $a$ .

La méthode donnée ci après pourrait être généralisée au cas d'un poteau rectangulaire reposant sur une semelle rectangulaire.

On considère que les charges sont transmises aux pieux par des bielles du béton, dont la partie inférieure est constituée par une section d'un pieu ( $S_{\text{pieu}}$ ) et la partie supérieure par un carré de section égale au quart de la section du poteau ( $b^2/4$ ) (Figure 4.8).

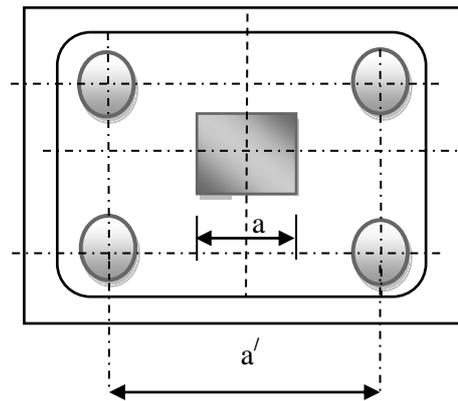


Figure 4.8. Semelle sur quatre pieux.

L'inclinaison des bielles est de :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d}{a' \frac{\sqrt{2}}{2} - a \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{d\sqrt{2}}{a' - \frac{a}{2}} \quad (4.27)$$

Comme  $45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$  et  $1 \leq \operatorname{tg}\theta \leq 1.4$ , alors la hauteur utile  $d$  est donnée par :

$$0.7 \left( a' - \frac{a}{2} \right) \leq d \leq a' - \frac{a}{2} \quad (4.28)$$

Chaque pieu supporte le quart de la charge  $\left(\frac{P}{4}\right)$ , ce qui donne une force de traction dirigée suivant la diagonale, d'intensité égale à :

$$P_t = \frac{P}{4 \cdot \operatorname{tg}\theta} \quad (4.29)$$

On remplace la formule de  $\operatorname{tg}\theta$  (4.27) dans (4.29), on trouve :

$$P_t = \frac{\sqrt{2} \cdot P \cdot \left( a' - \frac{a}{2} \right)}{8 \cdot d} \quad (4.30)$$

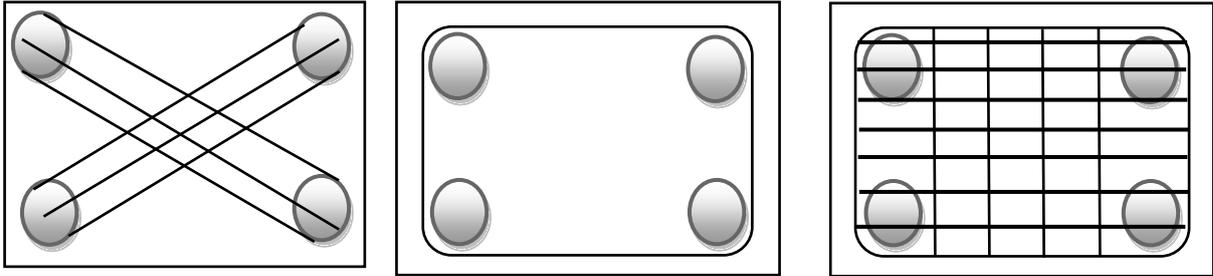
La force  $P_t$  peut être décomposée suivant les deux côtés du carré dans le plan horizontal.

$$P_{t1} = P_{t2} = \frac{P_t}{\sqrt{2}} = \frac{P \cdot \left( a' - \frac{a}{2} \right)}{8 \cdot d} \quad (4.31)$$

L'effort de traction dirigé suivant la diagonale sera équilibré par une section d'acier diagonale :

$$A_d = \frac{P_t}{\sigma_s} = \frac{\sqrt{2} \cdot P \cdot \left(a' - \frac{a}{2}\right)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s} \quad (4.32)$$

Le ferrailage de la semelle sur quatre pieux pourra être disposé selon l'une des trois configurations présentées sur la Figure 4.9.



(a) : Ferrailage en diagonale.

(b) : Ferrailage en cerce.

(c) : Ferrailage en quadrillage.

**Figure 4.9. Dispositions de ferrailage d'une semelle sur quatre pieux.**

Les trois configurations présentées sur la Figure 4.9, sont équivalentes d'un point de vue consommation en aciers et aussi d'un point de vue charge ultime.

Dans la Figure 4.9(c), on peut équilibrer environ 80% de l'effort par des cerces et 20% par le quadrillage central.

On peut également utiliser un ferrailage mixte (Figure 4.10), composé de cerces de section  $A_c$  équilibrant une proportion  $\alpha$  de l'effort et l'autre proportion soit  $(1 - \alpha)$  étant équilibrée par des barres diagonales de section  $A_d$ , disposées suivant la diagonale et convenablement ancrées à leurs extrémités, avec  $\alpha$  compris entre 40% et 60%.

Dans ce cas, on a :

$$A_c = \frac{\alpha \cdot P \cdot \left(a' - \frac{a}{2}\right)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s} \quad (4.33)$$

$$A_d = \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha}\right) \cdot \sqrt{2} \cdot A_c \quad (4.34)$$

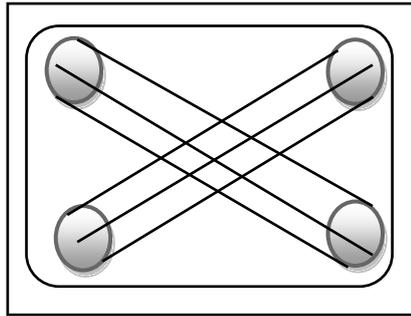


Figure 4.10. Ferrailage mixte d'une semelle sur quatre pieux.

Vérification de la contrainte de compression dans les bielles :

- à la partie supérieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{a^2 \cdot \sin^2 \theta} \leq 0.9 f_{c28} \quad (4.35)$$

- à la partie inférieure des bielles :

$$\frac{P}{4 \cdot S_{\text{pieux}} \cdot \sin^2 \theta} \leq 0.9 f_{c28} \quad (4.36)$$

#### 4.5.4. Série d'exercices

##### Exercice 01

Un poteau de section circulaire de diamètre  $d = 60\text{cm}$ , transmet une charge centrée  $P_u = 600\text{ t}$  à une fondation sur un puits circulaire de diamètre  $D$ . On demande de dimensionner le puits et de calculer le ferrailage de la semelle :  $f_{c28} = 30\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{\text{sol}} = 1.2\text{ MPa}$  Acier en  $F_e E 400$

$c = 5\text{ cm}$

##### Solution

##### *1- Calcul des dimensions de la semelle*

Le diamètre  $D$  du puits est conditionné par la résistance du gros béton (supposée égale à  $5\text{ MPa}$ ).

$$\sigma_{\text{semelle}} = \frac{P}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}} \leq \sigma_{\text{gros béton}}$$

$$D \geq \sqrt{\frac{4 \cdot P}{\pi \cdot \sigma_{\text{gros béton}}}} \Rightarrow D \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 600 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 5}}$$

$$\Rightarrow D \geq 123.6\text{ cm}$$

Soit  $D = 125\text{ cm}$

La hauteur  $h$  est déterminée par la condition de rigidité de la semelle :

$$h \geq \frac{D - d}{4} + c \Rightarrow h \geq \frac{125 - 60}{4} + 5$$

$$\Rightarrow h \geq 21.25 \text{ cm}$$

Soit  $h = 40 \text{ cm}$ .

### 2- Calcul des dimensions du fût du puits

Le diamètre du fût  $D_f$  est conditionné par le taux du travail du sol. En effet, la surface d'assise de la fondation doit être suffisante pour transmettre en toute sécurité l'effort extérieur.

$$\sigma_{\text{puits}} = \frac{P}{\pi \cdot \frac{D_f^2}{4}} \leq \sigma_{\text{sol}} \Rightarrow D_f \geq \sqrt{\frac{4 \cdot P}{\pi \cdot \sigma_{\text{sol}}}}$$

$$D_f \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 600 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 1,2}} \Rightarrow D_f \geq 252.4 \text{ cm}$$

Soit  $D_f = 260 \text{ cm}$

### 3- Ferrailage de la semelle

La semelle étant rigide, on peut donc appliquer la méthode des bielles. Dans le cas d'armatures en nappes orthogonales, cette méthode donne une section d'acier dans chaque sens de :

$$A = P \frac{D - d}{3 \cdot \pi \cdot d \cdot \sigma_s} = 600 \cdot 10^4 \frac{1250 - 600}{3 \cdot 3,14 \cdot 350 \cdot 348} = 33.99 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_x = A_y = 11\text{T}20 = 34.57 \text{ cm}^2$

Si on opte pour des armatures en cerces, il y a lieu de prévoir une section d'acier égale à :

$$A = P \frac{D - d}{6 \cdot \pi \cdot d \cdot \sigma_s} = 600 \cdot 10^4 \frac{1250 - 600}{6 \cdot 3,14 \cdot 350 \cdot 348} = 16.99 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_{\text{cerces}} = 3\text{T}32 = 24.12 \text{ cm}^2$

### 4- Schéma de ferrailage

Le schéma de ferrailage de la semelle est présenté sur la Figure 4.11.

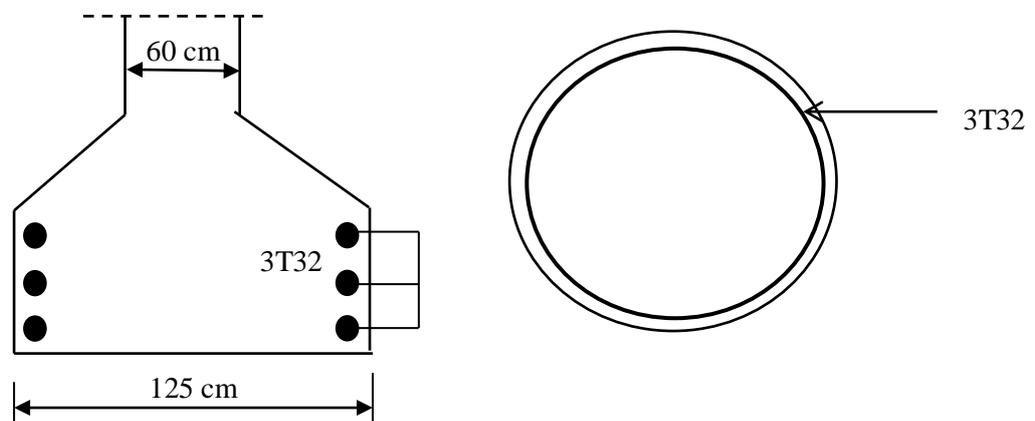


Figure 4.11. Schéma de ferrailage de la semelle de fondation sur un puits.

**Exercice 02**

Déterminer le ferrailage de la semelle sur deux (02) pieux suivante:

Charge :  $P_u = 1.83 \text{ MN}$ , poteau (50x50)  $\text{cm}^2$ , diamètre des pieux :  $\phi = 60 \text{ cm}$ , longueur de la semelle :  $L = 220 \text{ cm}$ , distance entre-axes des pieux :  $b' = 130 \text{ cm}$ , largeur de la semelle :  $b_s = 100 \text{ cm}$ , enrobage des aciers :  $c = 3 \text{ cm}$ , résistance du béton :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ , Acier en F<sub>c</sub>E 400.

**Solution***1-Dimensionnement de la semelle*

La hauteur utile de la semelle doit être vérifiée la relation suivante :

$$0.5 \left( b' - \frac{b}{2} \right) \leq d \leq 0.7 \left( b' - \frac{b}{2} \right) \Rightarrow 0.5 \left( 130 - \frac{50}{2} \right) \leq d \leq 0.7 \left( 130 - \frac{50}{2} \right)$$

$$52.5 \text{ cm} \leq d \leq 73.5 \text{ cm}$$

Soit  $d = 70 \text{ cm}$

La hauteur de la semelle :  $h = d + c = 70 + 3 = 73 \text{ cm}$

*2-Vérification des dimensions de la semelle*

- Longueur de la semelle :  $L \geq b' + \phi + 30 \text{ cm} \Rightarrow 220 \text{ cm} \geq 130 + 60 + 30 = 220 \text{ cm}$

(condition vérifié)

- Largeur de la semelle :  $b_s \geq \phi + 30 \text{ cm} \Rightarrow 100 \text{ cm} \geq 60 + 30 = 90 \text{ cm}$  (condition vérifiée).

- La hauteur de la semelle :  $h \geq \frac{b'}{2} \Rightarrow 73 \text{ cm} \geq 130 / 2 = 65 \text{ cm}$  (condition vérifiée).

- Entre axes des pieux :  $b' \geq 1.57 \phi \Rightarrow 130 \text{ cm} \geq 1.57 \times 60 = 94.2 \text{ cm}$  (condition vérifiée).

Toutes les conditions sont vérifiées, on peut donc adopter les dimensions proposées.

*3-Ferrailage de la semelle*

L'application de la méthode des bielles donne une section d'armatures inférieures de :

$$A_i = \frac{1.10P \left( b' - \frac{b}{2} \right)}{4. d. \sigma_s} = \frac{1,10.1,83. 10^6 \left( 1300 - \frac{500}{2} \right)}{4.700.348} = 2169 \text{ mm}^2 = 21.69 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_i = 7T20 = 22 \text{ cm}^2$

Pour les armatures supérieures on aura une section de :

$$A_s = \frac{A_i}{10} = \frac{22}{10} = 2.2 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_s = 7T8 = 3.52 \text{ cm}^2$

Ces armatures seront complétées par des cadres et des étriers verticaux de section  $A_v$  espacés de  $S_v$  et des cadres horizontaux de section  $A_h$  espacés de  $S_h$ .

En pratique, on se fixe les valeurs des sections et on détermine les espacements.

Dans le cas étudié, les cadres verticaux seront constitués par des barres de 10 mm.

$$\text{Soit } A_v = 4T10 = 3.14 \text{ cm}^2$$

Puisque  $b_s = 100 \text{ cm} > h/2 = 73/2 = 36.5 \text{ cm}$ , l'espacement des armatures verticales doit

$$\text{vérifier la condition : } S_v \leq \frac{A_v}{0.003h} = \frac{3.14}{0.003 \cdot 73} = 14 \text{ m. } 33 \text{ cm. Soit } S_v = 14 \text{ cm.}$$

Les armatures horizontales seront constituées par des barres de 12 mm.

Soit  $A_h = 2T12 = 2.26 \text{ cm}^2$ , leur espacement doit vérifier la condition :

$$S_h \leq \frac{A_h}{0.002h} = \frac{2.26}{0.002 \cdot 73} = 15.48 \text{ cm. Soit } S_h = 15 \text{ cm.}$$

#### 4- Vérification des contraintes

$$\text{- L'inclinaison des bielles : } \operatorname{tg}\theta = \frac{2d}{b/\frac{b}{2}} = \frac{2 \times 70}{130 - \frac{50}{2}} = 1.33 \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

$45^\circ \leq \theta = 53^\circ \leq 55^\circ$  (condition vérifiée).

- Contrainte de compression dans la partie supérieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{a \cdot b \cdot \sin^2\theta} = \frac{1.83 \times 10^6}{500 \times 500 \times 0.64} = 11.44 \text{ MPa} \leq 0.9f_{c28} = 22.5 \text{ MPa (condition vérifiée)}$$

- Contrainte de compression dans la partie inférieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{2 \cdot S_{\text{pieu}} \cdot \sin^2\theta} = \frac{1.83 \times 10^6}{2 \times \frac{3.14 \cdot 600^2}{4} \cdot 0.64} = 5.06 \text{ MPa} \leq 0.9f_{c28} = 22.5 \text{ MPa (condition vérifiée).}$$

- Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{P}{2 \cdot b_s \cdot d} = \frac{1.83 \times 10^6}{2 \cdot 1000 \cdot 700} = 1.31 \text{ MPa} \leq 0.10f_{c28} = 2.5 \text{ MPa (condition vérifiée)}$$

Toutes les conditions sont vérifiées, on peut donc adopter le ferrailage de la semelle.

#### 5- Schéma de ferrailage

Nombres des barres verticales :  $N = (L-2c) / S_v = (220 - (2 \times 3)) / 14 = 15$  barres de T10.

Le schéma de ferrailage de la semelle est présenté sur la Figure 4.12.

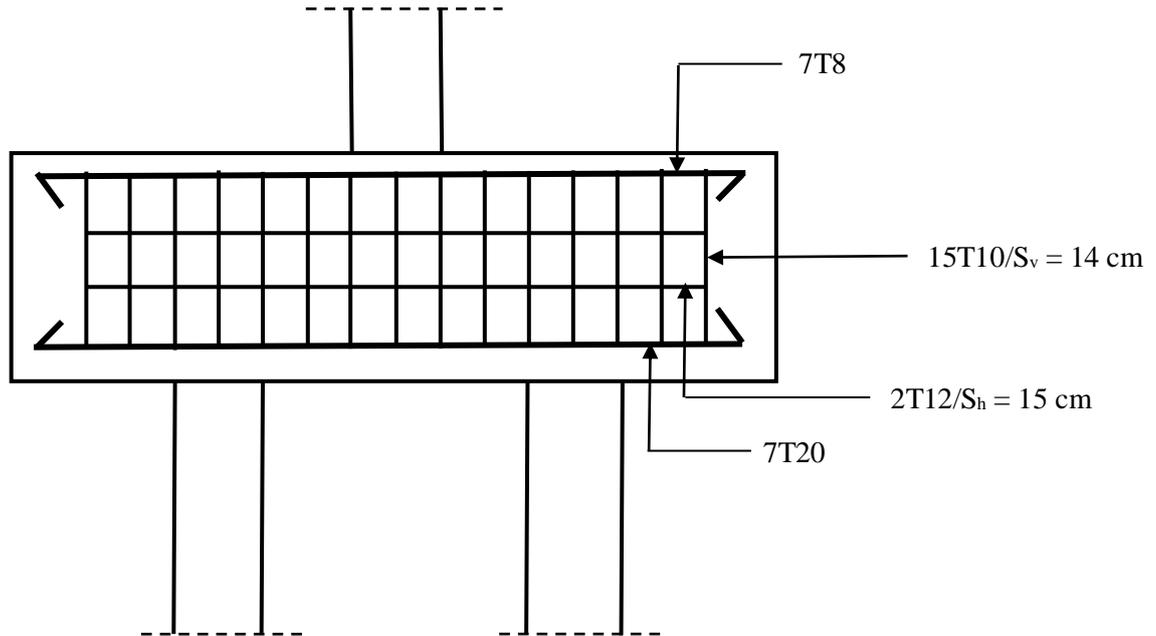


Figure 4.12. Schéma de ferrailage du massif de fondation sur deux pieux

### Exercice 03

Dimensionner et ferrailer une semelle reposant sur 03 pieux cylindriques de 80 cm de diamètre. On donne : charge permanente totale :  $G = 4400$  kN, surcharge d'exploitation  $Q = 1500$  kN, poteau (90x90) cm<sup>2</sup>, résistance du béton :  $f_{c28} = 25$  MPa, Acier en FeE 400.

$c = 5$  cm

### Solution

#### *1- Dimensionnement de la semelle*

$$b' \geq 3\phi \Rightarrow b' \geq 3 \times 80 = 240 \text{ cm} \text{ Soit } b' = 240 \text{ cm}$$

$$h \geq b'/2 \Rightarrow h \geq 240/2 = 120 \text{ cm} \text{ Soit } h = 120 \text{ cm}$$

$$d = h - c = 120 - 5 = 115 \text{ cm}$$

$$d_1 \geq (\phi + 0.3) \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow d_1 \geq (0.80 + 0.3) \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.63 \text{ m} \text{ Soit } d_1 = 65 \text{ cm.}$$

Pour le bon fonctionnement des bielles, l'angle  $\theta$  est déterminé par :

$$\text{tg } \theta = \frac{2b'\sqrt{3} - b\sqrt{2}}{6.d} = \frac{(2 \times 2.40 \times \sqrt{3}) - (0.90\sqrt{2})}{6 \times 1.15} = 1.02 \Rightarrow \theta = 45.6^\circ$$

$45^\circ \leq \theta = 45.6^\circ \leq 55^\circ$  (condition vérifiée).

#### *2-Ferrailage*

La charge à l'état limite ultime :

$$P_u = 1.35G + 1.5Q = 1.35 (4400) + 1.5 (1500) = 8190 \text{ kN.}$$

Le ferrailage radial est donné par :

$$A_d = \frac{P \cdot b' \cdot \sqrt{3}}{36 \cdot d \cdot \sigma_s} \left(1 - \frac{b^2}{3 \cdot b'^2}\right) = \frac{8190 \times 10^3 \times 2400 \times \sqrt{3}}{36 \times 1150 \times 348} \left(1 - \frac{900^2}{3 \times 2400^2}\right) = 2252 \text{ mm}^2 = 22.52 \text{ cm}^2$$

$$\text{Soit } A_d = 5T25 = 24.55 \text{ cm}^2$$

Le ferrailage en cerces est déduit à partir du ferrailage radial selon l'expression suivante :

$$A_{\text{cerce}} = A_d \sqrt{3} = 42.52 \text{ cm}^2 \quad \text{Soit } A_{\text{cerce}} = 9T25 = 44.20 \text{ cm}^2$$

### 3-Vérification de la contrainte de compression dans les bielles

- à la partie supérieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{a \cdot b \cdot \sin^2 \theta} = \frac{8190 \times 10^3}{900 \times 900 \times 0.71^2} = 20 \text{ MPa} \leq 0.9 f_{c28} = 22.5 \text{ MPa} \text{ (condition vérifiée).}$$

- à la partie inférieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{3 \cdot S_{\text{pieux}} \cdot \sin^2 \theta} = \frac{8190 \times 10^3}{3 \times 3.14 \times \frac{800^2}{4} \times 0.71^2} = 10.78 \text{ MPa} \leq 0.9 f_{c28} = 22.5 \text{ MPa} \text{ (condition vérifiée).}$$

### 4- Schéma de ferrailage

Le schéma de ferrailage de la semelle est présenté sur la Figure 4.13.

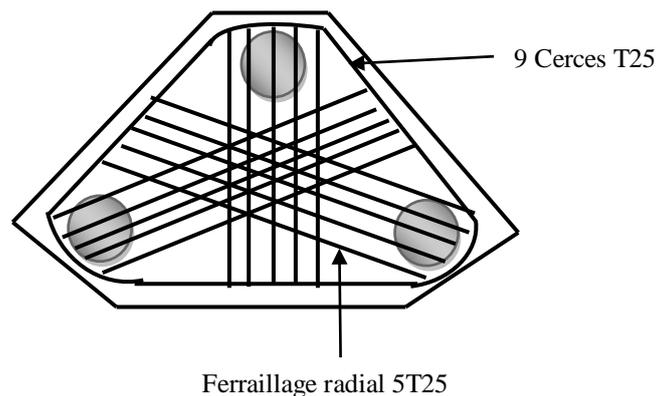


Figure 4.13. Schéma de ferrailage radial et en cerces d'une semelle sur trois pieux.

### Exercice 04

Un poteau carré (50x50) cm<sup>2</sup> transmet à une semelle reposant sur 04 pieux cylindriques de 50 cm de diamètre, une charge  $P_u = 250$  t. La distance entre-axes des pieux étant de 1.20 m. Dimensionner la semelle et calculer ses armatures si  $f_{c28} = 25$ MPa et les aciers en F<sub>e</sub>E 400.  $c = 5$  cm.

### Solution

#### 1-Dimensionnement de la semelle

La hauteur utile de la semelle est déterminée par la condition relative au bon fonctionnement des bielles :

$$0.7\left(a' - \frac{a}{2}\right) \leq d \leq a' - \frac{a}{2} \Rightarrow 0.7\left(120 - \frac{50}{2}\right) \leq d \leq 120 - \frac{50}{2}$$

$$\Rightarrow 66.5 \text{ cm} \leq d \leq 95 \text{ cm}$$

Soit  $d = 70 \text{ cm}$

La hauteur  $h$  de la semelle est donnée par :  $h = d + c = 70 + 5 = 75 \text{ cm}$

## 2- Ferrailage

- La section d'armatures en diagonale est calculée par :

$$A_d = \frac{\sqrt{2} \cdot P \cdot \left(a' - \frac{a}{2}\right)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2500000 \cdot \left(120 - \frac{50}{2}\right)}{8 \cdot 700 \cdot 348} = 1723 \text{ mm}^2 = 17.23 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_d = 6T20 = 18.86 \text{ cm}^2$

- Si on opte pour un ferrailage mixte avec  $\alpha = 0.50$ , on obtient les sections suivantes :

$$A_{\text{cerce}} = \frac{\alpha \cdot P \cdot \left(a' - \frac{a}{2}\right)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{0.5 \cdot 2500000 \cdot \left(120 - \frac{50}{2}\right)}{8 \cdot 700 \cdot 348} = 609 \text{ mm}^2 = 6.09 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_{\text{cerce}} = 4T14 = 6.16 \text{ cm}^2$

$$A_d = \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha}\right) \cdot \sqrt{2} \cdot A_c = \left(\frac{1 - 0.5}{0.5}\right) \cdot \sqrt{2} \cdot 6.16 = 8.71 \text{ cm}^2$$

Soit  $A_d = 6T14 = 9.24 \text{ cm}^2$

## 3-Vérification de la contrainte de compression dans les bielles

$$\text{tg}\theta = \frac{d\sqrt{2}}{a' - \frac{a}{2}} = \frac{70 \cdot \sqrt{2}}{120 - \frac{50}{2}} = 1.04 \Rightarrow \theta = 46.1^\circ \quad (45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ) \text{ (condition vérifiée).}$$

- à la partie supérieure des bielles :

$$\sigma_b = \frac{P}{a^2 \cdot \sin^2\theta} = \frac{2500000}{500^2 \cdot (\sin 46.1^\circ)^2} = 19.3 \text{ MPa} \leq 0.9f_{c28} = 22.5 \text{ MPa} \text{ (condition vérifiée).}$$

- à la partie inférieure des bielles :

$$\frac{P}{4 \cdot S_{\text{pieux}} \cdot \sin^2\theta} = \frac{2500000}{4 \cdot \frac{\pi \cdot 500^2}{4} \cdot (\sin 46.1^\circ)^2} = 6.13 \text{ MPa} \leq 0.9f_{c28} = 22.5 \text{ MPa (condition vérifiée).}$$

## 4- Schéma de ferrailage

Le schéma de ferrailage de la semelle est présenté sur la Figure 4.14.

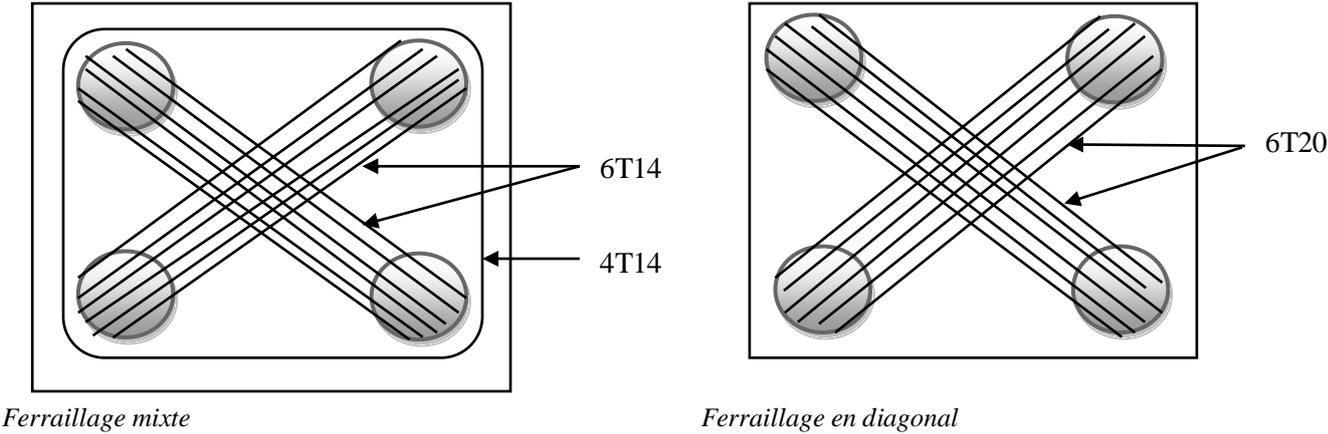


Figure 4.14. Schéma de ferrailage d'une semelle sur quatre pieux.

## Exercices

## Exercices 01

Déterminer le ferrailage de la semelle sur deux pieux suivante:

Charge :  $P_u = 275 \text{ t}$ , poteau de section  $(40 \times 40) \text{ cm}^2$ , diamètre des pieux :  $D = 50 \text{ cm}$ , longueur de la semelle :  $L = 210 \text{ cm}$ , distance entre-axes des pieux :  $b' = 110 \text{ cm}$ , largeur de la semelle :  $b_s = 120 \text{ cm}$ , hauteur de la semelle :  $h = 60 \text{ cm}$ , enrobage des aciers :  $c = 5 \text{ cm}$ ,  $f_{c28} = 35 \text{ MPa}$ , Acier en F<sub>e</sub>E 400.

## Exercices 02

Soit la semelle sur deux pieux représentée sur la Figure 4.15 ci-dessous.

1. Vérifier les dimensions de la semelle.
2. Ferrailer la semelle à l'ELU.
3. Vérifier la contrainte de compression dans les bielles et la contrainte de cisaillement.
4. Donner le schéma de ferrailage de la semelle.

Données :  $N_G = 90 \text{ t}$   $N_Q = 41 \text{ t}$  Acier : F<sub>e</sub>E400 Béton :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  Enrobage :  $5 \text{ cm}$   
 Diamètre du pieu :  $60 \text{ cm}$  Poteau de section  $(50 \times 50) \text{ cm}^2$

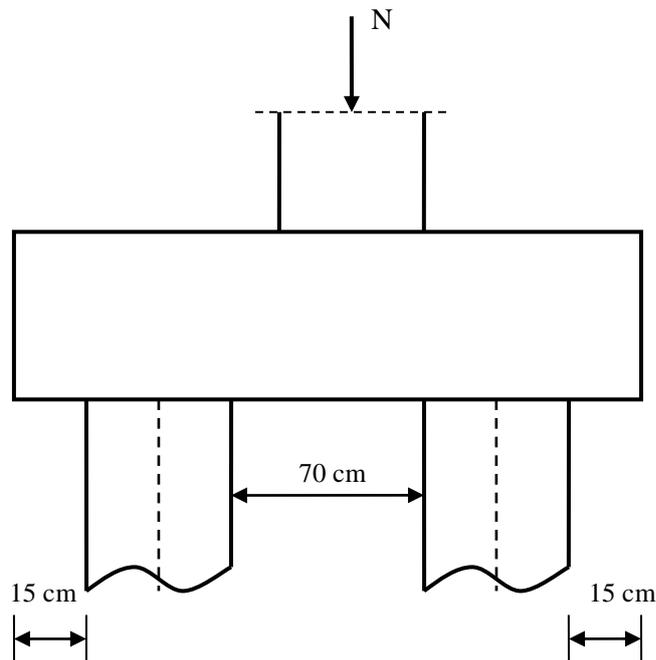


Figure 4.15. Massif de fondation sur deux pieux.

## Exercices 03

Soit une semelle reposant sur trois pieux cylindriques de 60 cm de diamètre.

1. Dimensionner la semelle et vérifier l'inclinaison des bielles.

2. Calculer le Ferrailage à l'ELU et vérifier la contrainte de compression dans les bielles.
3. Donner le schéma de ferrailage.

On donne :  $G = 1350 \text{ kN}$     $Q = 150 \text{ kN}$    Poteau de section  $(70 \times 70) \text{ cm}^2$

Enrobage :  $5 \text{ cm}$    Béton :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$    Acier en  $F_e E400$

#### Exercices 04

Soit une semelle sur quatre pieux soumise à un effort normal dû aux charges verticales transmises par un poteau carré de  $(70 \times 70) \text{ cm}^2$ .

1. Dimensionner la semelle et vérifier l'inclinaison des bielles.
2. Calculer le Ferrailage en diagonal à l'ELU.
3. Vérifier la contrainte de compression dans les bielles.
4. Donner le schéma de ferrailage.

$G = 1350 \text{ kN}$     $Q = 150 \text{ kN}$    diamètre des pieux =  $60 \text{ cm}$    entre axes des pieux =  $1.20 \text{ m}$

$c = 5 \text{ cm}$     $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$    Acier en  $F_e E400$

## *Références bibliographiques*

## Références bibliographiques

1. BAEL 91/modifiées 99 (1999). Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en Béton Armé suivant la méthode des Etats-Limites, éditions Eyrolles, France, 330 p.
2. Règles Parasismiques Algériennes RPA99/Version 2003.
3. Règles de Conception et de Calcul des Structures en Béton Armé. CBA93, Ministère de l'Habitat.
4. Charges Permanentes et Charges d'Exploitation, D.T.R. B.C 2.2, 2017.
5. H. Thnier. (2001). Conception et calcul des structures de bâtiment, Tome 2, 682 p.
6. O. Gagliardini. (2004). Cours de Béton Armé, IUP GCI3, Option OS.
7. A. Kassoul. (2015). Cours : Ossatures Bâtiment, Chapitre 03 : les contreventements, Master Génie Civil, Option : Structures Civiles et Industrielles, Université Hassiba Benbouali, Chlef, 1-14.
8. N. Ile. (2000). Contribution à la compréhension du fonctionnement des voiles en béton armé sous sollicitations sismique : Apport de l'expérimentation et de la modélisation à la conception, Thèse de Doctorat, L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France, 249p.
9. Y. Cherit. Calcul des ouvrages en béton armé, Règles CBA 93 et RPA 2003, 2<sup>ème</sup> Edition 2006, 310 p.
10. F. Cherifi. (2020). Calcul des semelles de fondations en béton armé, cours et applications, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, 81 p.