

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
خميس مليانة-جامعة الجيلالي بونعامة
Université Djilali Bounaama - Khemis Miliana



Faculté des Sciences et Technologies
Département de la Technologie
Spécialité : Automatique et Informatique Industriel

Mémoire de fin d'études présenté pour l'obtention du diplôme de *Master 2*

Commande d'un Drone Quadcopter avec Backstepping et Mode Glissant

Présenté par :

- *Boukedroun Zineb*
- *Abbas Wafa*

Encadreur:

- *Hocine Abdelfettah*

Année universitaire 2019/2020

Remerciement

Tout d'abord on remercie dieu le tout puissant de nous avoir donné santé, courage et moyens pour pouvoir réaliser notre projet.

Nous tenons à remercier les personnes qui grâce à eux, nous ne pourrions jamais être là, nos Mamans et Papas. Ainsi que toute la famille.

Nous remercions notre encadreur Hocine Abdelfattah pour avoir accepté nous diriger notre travail.

Nous remercions spécialement Mr kerraci Abdelkader pour sa disponibilité, ses nombreuses réflexions toujours riches en enseignements, nous leur exprimons toutes nos reconnaissances et salue la qualité de leur encadrement.

Grand merci à Mr Chouya Ahmed qui a été là pour nous aider, nous leur exprimons tous nos remerciements.

Merci pour tous les enseignant qui grâce à eux nous avons ici ; les enseignants du Primaire, CEM, Lycée et de l'Université.

On adresse nos vifs remerciements aux membres des jurys pour avoir bien voulu examiner et juger.

Enfin, nous remercions tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.



Dédicaces

C'est avec profonde gratitude et sincères mots, que je dédie ce modeste travail
de fin d'étude

A mes très chers parents ; qui ont sacrifié leur vie pour notre réussite et
nous ont éclairé le chemin par leurs conseils judicieux

A mon cher Papa que j'ai perdu cette dure année

A ma plus belle Mami, mon Dieu protège-là

A Mes frères et sœurs et leurs époux

A Mon très cher Zouzoun

A ma petite nièce Baradiz que j'aime

A Mes grands-parents et ma proche famille

A mes copines

Ainsi qu'à tous ceux qui m'ont soutenue

A tous ceux que j'aime.

Zineb

Dédicaces

Ce modeste travail est dédié
À mes chers parents à qui je souhaite une longue vie que Dieu me les protège de
tout mal

Ma mère, qui m'a encouragé à aller de l'avant et qui m'a donné tout son amour
pour reprendre mes études

Mon très cher père est le plus beau diamant du monde pour leur patience, leur
amour, leur soutien et leurs encouragements

Mes frères Yassine et Abdelbaki Mes sœurs Afaf et Aya

Mes cousines Randa et Maya

Mes amies Chahinez, Imene, Souna, Amina et Amel

Mes collègues de classe mes ex trinômes Hamza et Chafik

Enfin à mon futur mari là tu es à travers le monde sache que ta femme aura son
diplôme aujourd'hui

A tous les gens qui me connaissent je souhaite à tous santé réussite bonheur et
une vie meilleure.

Wafa

Tables des matières

Table des Matières	I
Liste des Figures	IV
Liste des Tableaux	VII
Liste des Symboles et abréviations.....	VIII
Introduction générale	1

Chapitre I : Etat de l'art

I.1. Introduction	2
I.2. Les Drones	2
I.2.1. Définitions	2
I.2.2. Historique	3
I.2.3. Classification des Drones	5
I.2.3.1. Selon leur performances et tailles	5
I.2.3.2. Selon leur voilures	8
I.2.4. Domaine d'application des Drones	9
I.3. Les Quadrirotors	12
I.3.1. Définitions	12
I.3.2. Historique	13
I.3.3. Avantages et inconvénients	14
I.3.4. Domaine d'application des Quadrirotors	14
I.4. Les techniques de commande pour les Quadrirotors	15
I.4.1. Les techniques de commande linéaire	15
I.4.2. Les techniques de commande non linéaire	17
I.5. Conclusion	19

Chapitre II : Modélisation du Quadrirotor

II.1. Introduction	20
II.2. Principe de fonctionnement	20
II.2.1. Mouvement vertical	21
II.2.1. Mouvement Horizontal	23
II.2.2. Rotation de roulis	24
II.2.3. Rotation de tangage	24
II.2.4. Rotation de lacet	25
II.4. Mouvement dynamique du Quadrirotor	26

II 4.1. Angles d'Euler	27
II.4.2 Vitesses angulaire	27
II.4.3. Effets physiques agissants sur le Quadrirotor	28
II.4.3.1. Les forces	28
II.4.3.1.1. La gravité	28
II.4.3.1.2. Les forces de poussées	28
II.4.3.1.3. Les forces de trainée des hélices	28
II.4.3.1.4. La trainée selon les axes	29
II.4.3.2. Les moments	29
II.4.3.2.1. Moments dus aux forces de trainée	29
II.4.3.2.2. Moments dus aux forces de poussée	29
II.4.3. 3. L'effet gyroscopique	30
II.4.3.3.1. Moments gyroscopique du Quadrirotor	30
II.4.3.3.2. Moments gyroscopique des hélices	30
II.4.4. Modèle mathématique selon Newton-Euler	30
II.4.4.1. Equation de mouvement de translation.....	31
II.4.4.2. Equation de mouvement de rotation.....	32
II.4.5. Représentation d'état	32
II.4.6. Dynamique des moteurs.....	33
II.5. Conclusion	34

Chapitre III : Commande du Quadrirotor par Backstepping et Mode Glissant

III.1. Introduction	35
III.2. Technique de commande par Backstepping	35
III.2.1. Algorithme de base	35
III.2.2. Cas des systèmes d'ordre n	38
III.3. Commande par backstepping du Quadrirotor	39
III.4. Synthèse de commande par mode glissant	44
III.4.1. Application de la commande sur le Quadrirotor	47
III.5. Résultats de simulation de la commande Backstepping.....	50
III.5.1. Paramètres de modèle de simulation	50
III.5.2. Contrôle d'altitude	51
III.5.3. Contrôle de position	55
III.6. Conclusion	59

Conclusion générale	60
Bibliographie	
Annexe	

Liste des figures

Chapitre I

Figure I.1. L'insecte bumble-bee	2
Figure I.2. Maquette de vis aérienne de Léonard de Vinci du musée des sciences et des techniques Léonard de Vinci à Milan	3
Figure I.3. Exemples des drones MALE	5
Figure I.4. Exemples des drones HALE	6
Figure I.5. Le drone de combat Reaper de l'armée de l'air américaine	6
Figure I.6. Un drone tactique Patroller	7
Figure I.7. Exemple des mini drones	7
Figure I.8. Exemple des micros drone	8
La Figure I.9. Classification des drones selon la voilure	8
Figure I.10. Drone quadrirotor	13
Figure I.11. L'appareil no2 d'Oehmichen Brisset et tirée de Pascal Brisset et Antoine Drouin	13
Figure I.12. Le quadrirotor de Pascal Bothezat	13
Figure I.13. Principe de la commande par PID	16
Figure I.14. Zone idéale de placement des pôles de la boucle fermée	16
Figure I.15. Principe de la commande linéaire quadratique gaussienne	17

Chapitre II

Figure II.1. Structure générale d'un quadrotor	21
Figure II.2. Rotations Moteur pour un décollage	22
Figure II.3. Rotations moteurs pour un atterrissage	22
Figure II.4. Vol stationnaire	23
Figure II.5. Translations horizontale	24
Figure II.6. Roulis	24
Figure II.7. Tangage	25
Figure II.8. Lacet	25
Figure II.9. Repères fixe et mobile du quadrirotor	26

Chapitre III

Figure III.1. Structure de la commande en attitude	35
Figure III.2. Illustration de la structure de commande du quadrotor	44
Figure III.3. Convergence du système glissant	45
Figure III.4. Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement	47
Figure III.5. Schéma de contrôle d'altitude	51
Figure III.6. Vitesses et positions angulaires du contrôle d'altitude avec perturbation.....	52
Figure III.7. Vitesses et positions linéaire du contrôle d'altitude avec perturbation.....	52
Figure III.8. Vitesses et positions angulaires du contrôle d'altitude sans perturbation.....	53
Figure III.9. Vitesses et positions linéaire du contrôle d'altitude sans perturbation.....	53
Figure III.10. Signaux de commande d'altitude.....	54
Figure III.11. Schéma bloc de contrôle de position.....	55
Figure III.12. Vitesses et positions angulaires du contrôle de position avec perturbation.....	55
Figure III.13. Vitesses et positions linéaire du contrôle de position avec perturbation.....	56
Figure III.14. Contrôle de position avec perturbation en 3D.....	56
Figure III.15. Vitesses et positions angulaires du contrôle de position sans perturbation.....	57
Figure III.16. Vitesses et positions linéaire du contrôle de position sans perturbation.....	57
Figure III.17. Signaux de commande de position.....	58
Figure III.18. Contrôle de position sans perturbation en 3D.....	58

Liste des tableaux

Chapitre I

Tableau.I.1. Domaine d'application des Drones (Domaine civil).....	11
Tableau.I.2. Domaine d'application des Drones (Domaine militaire).....	12

Chapitre III

Tableau.III.1. Paramètres du quadrotor simulé	51
Tableau.III.2. Paramètres du simulateur Matlab/Simulink	51

Liste des Symboles et abréviations

Symboles

F	Force de poussé
Ω	Vitesse de rotation dans le repère fixe
V	Vitesse linéaire dans le repère fixe
R	Matrice de rotation
ζ	Vecteur de position
φ	Angle de roulis
θ	Angle de tangage
ψ	Angle de lacet
w	Vitesse de rotation de moteur
U	La commande
X	Variable d'état
x_d	Etat désiré
e	Erreur de poursuite
t	Variable de temps
V	Fonction de Lyapunov
J	Matrice d'inertie symétrique
Ω	La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe
v_i	La tension d'entrée du moteur
M	Le moment

Abréviations

UAV	Unmanned Aerial Vehicle
DDL	Degré de liberté
UCAV	Unmanned Combat Air Vehicles
TUAV	Tactical Unmanned Aerial Vehicle
MAV	Mini Air Vehicle
VTOL	Vertical take-off and landing

Résumé :

Un Quadcopter est un type de véhicules aériens sans pilote (UAV) avec quatre hélices à la capacité de décoller / atterrir dans un espace limité.

Au cours des dernières années, les Quadcoptères sont devenus une partie intégrante de la vie.

Dans ce mémoire nous avons présentés tout d'abord, le modèle mathématique du Quadcopter est créé et basé sur l'équation du mouvement et des forces du moment en utilisant la méthode Newton-Euler.

Deuxièmement, la synthèse de lois de commande robustes, la commande Backstepping et la commande par mode glissant du Quadrotor. La stratégie de commande non linéaire est basée sur le calcul d'une commande U_i qui stabilise l'attitude du Quadrotor par les deux méthodes en utilisons le théorème de Lyapunov.

Et en fin, des résultats de simulations illustrent les performances de cette stratégie de commande. L'approche de cette commande est validée en simulation à l'aide du modèle théorique.

Mots clés : UAV, Backstepping, Mode glissant, commande non linéaire, modèle mathématique, Quadcoptère, Lyapunov.

Abstract

A quadcopter is a type of unmanned aerial vehicle (UAV) with four propellers with the ability to take off / land in limited space.

In recent years, quadcopters have become an integral part of life.

In this memory we presented first, the mathematical model of the quadcopter is created and based on the equation of motion and momentum forces using the Newton-Euler method.

Second, the synthesis of robust control laws, the Backstepping control and the sliding mode control of the Quadrotor. The nonlinear control strategy is based on the computation of a control U_i which stabilizes the attitude of the Quadrotor by both methods using Lyapunov's theorem.

And finally, simulation results illustrate the performance of this control strategy. The approach of this command is validated in simulation using the theoretical model.

Keywords: UAV, Backstepping, Sliding mode, nonlinear control, mathematical model, Quadrotor, Lyapunov.

ملخص

الكوادكوبتر هو نوع من الطائرات بدون طيار (الطائرات بدون طيار) مع أربعة مراوح له القدرة على الإقلاع / الهبوط في مساحة محدودة.

في السنوات الأخيرة ، أصبحت الطائرات بدون طيار جزءا لا يتجزأ من الحياة. في هذه المذكرة لقد قدمنا أولا ، النموذج الرياضي للطائرة ويستند إلى معادلة قوى الحركة والزخم باستخدام طريقة نيوتن أولر.

ثانيا ، توليف قوانين التحكم القوية، من خلال التحكم بالرجوع المرحلي والتحكم بالوضع المنزلق لهذه الطائرة. تعتمد استراتيجية التحكم غير الخطية على حساب واجهة المستخدم للتحكم التي تعمل على استقرار موقف الطائرة بكلتا الطريقتين باستخدام نظرية لياونوف. وأخيرا ، نتائج المحاكاة و التي توضح أداء استراتيجية التحكم و تم التحقق من صحة نهج هذا الأمر في المحاكاة باستخدام النموذج النظري.

كلمات البحث: الكوادكوبتر، الطائرات بدون طيار، التحكم بالرجوع المرحلي، والتحكم في الوضع المنزلق، التحكم غير الخطي، النموذج الرياضي , لياونوف.

Introduction

Générale



Introduction générale

Un drone est un aéronef sans pilote humain à bord. Ils peuvent être “télépilotés” par un opérateur au sol. Si ce dernier voit le drone on dit qu’il pilote “en vue” mais si au contraire il ne le voit pas on parle de “hors vue” cependant le pilote reçoit tout de même les données du vol telles que les coordonnées GPS et les images qui peuvent être filmées par la caméra embarquée. Il existe aussi d’autres types de drones, ceux pilotés par des algorithmes enregistrés dans leur intelligence artificielle. En effet, les drones étaient, et demeurent aujourd’hui, la meilleure solution pour éviter la perte de pilotes lors de missions dangereuses. Cependant, compte tenu des complexités additionnelles inhérentes aux drones, le développement de ce domaine s’est effectué plus lentement que pour les systèmes avec pilote.

De nombreuses formes de drones existent. Elles peuvent être très différentes car leurs missions et leurs utilisations sont très diverses. N’ayant pas de pilote, leur aérodynamisme, leur propulsion et leurs caractéristiques sont différents car leurs fuselages ne correspondent pas à celui d’un avion.

Le quadrotor, dont le contrôle fait l’objet de ce mémoire, fait partie de la famille des hélicoptères, plus particulièrement de la famille des appareils multiroteurs. Comme son nom l’indique, il s’agit d’un appareil qui possède quatre moteurs construits en forme de croix.

Ce mémoire est divisé en 3 parties :

Le CHAPITRE I porte sur un état de l’art sur les drones et les quadrotors précisément. Le CHAPITRE II porte sur la modélisation de la dynamique du quadrotor. Celle-ci est effectuée en utilisant les lois de mouvement de Newton-Euler. On y présente aussi les principales forces et les principaux moments appliqués sur le quadrotor, finalement le modèle d’état de ce dernier.

Le CHAPITRE III porte sur la conception du contrôleur backstepping et la commande mode glissant. La preuve de la stabilité asymptotique du système est effectuée en se basant sur la théorie de Lyapunov. Et nous présentons en dernier les lois de commandes.

Et ensuite nous allons présenter les expérimentations du contrôleur. Dans un premier temps, nous présentons les résultats obtenus à l’aide du modèle de simulation sur Simulink Matlab

Nous finissons le mémoire avec une conclusion générale.

Chapter I
Etat de l'Art

*"It is better to fail in originality than to
succeed in imitation."*

Herman Melville



I.1 Introduction

"L'idée d'un véhicule qui pourrait se soulever verticalement à partir du sol et planer immobile dans l'air était probablement né en même temps que l'homme d'abord rêvé de voler"

Igor Ivanovitch Sikorsky

" Je crois que si ce dispositif de vis est bien fabriqué, c'est-à-dire, s'il est fait de toile de lin, dont les pores ont été fermé avec de l'amidon, et si l'appareil est rapidement inversé, la vis sera engager son engin quand il est en l'air et il va monter en haut

Leonardo Da Vinci

Un UAV (Unmanned Aerial Vehicle) ou « Drone » est un aéronef inhabité qui utilise les forces aérodynamiques pour produire un vol vertical. Il peut être piloté à distance, autonome ou semi autonome vertical [1].

Le premier chapitre consiste à donner un bref état de l'art sur les drones en général et les quad-copters en particulier, leur histoire, et leurs différentes classifications. Parmi ces classifications il existe les drones de type quadrirotor que nous avons aussi défini dans ce chapitre, et nous avons également cité leur avantage et domaines d'application, ainsi les techniques de commande linéaire et non linéaire.

I.2 Les drones

I.2.1 Définitions

Le nom « drone » vient de l'anglais. Il signifie « faux bourdon » et rappelle le bourdonnement (buzzing ou droning) caractéristique de l'insecte (bumble-bee), ou encore celui de la cornemuse (drone of bagpipes). De cette origine entomologique il découle que le « drone » désigne en principe des objets volants [2].



Figure I.1 : L'insecte bumble-bee.



Les drones sont des engins aériens télécommandés : ils ne sont pas exactement des robots, par définition autonomes dans l'exécution de leurs tâches. Pourtant, les technologies des drones relèvent directement des progrès de l'électronique, de la miniaturisation, et plus récemment encore, de l'automatisation. Certains drones militaires décollent et atterrissent déjà de manière automatisée. En d'autres termes, la crainte n'est pas celle du drone mais celle des « progrès » de l'électronique et des procédures de contrôle qui seront associées à leur utilisation [2].

I.2.2 Historique

En 1483, Leonardo Da Vinci a conçu un avion sophistiqué capable de planer. Certains experts ont identifié cet avion comme l'ancêtre de l'hélicoptère. L'avion appelé "vis aérienne" ou "gyroscope à air", et a probablement été utilisé par quatre hommes qui se sont tenus sur la plate-forme centrale et ont exercé une pression sur les barres à l'avant d'eux avec leurs mains, de manière à faire tourner l'arbre. L'idée principale était que si une force motrice adéquate était appliquée, la machine aurait pu filer dans les airs et se lever du sol [3].



Figure I.2 : Maquette de vis aérienne de Léonard de Vinci du musée des sciences et des techniques Léonard de Vinci à Milan.

Le recours à des aéronefs non pilotés à des fins militaires n'est pas une nouveauté historique. Depuis les cerfs-volants et les ballons chargés d'explosifs, en passant par les « bombes volantes », utilisés dans plusieurs conflits dans l'histoire pour l'observation ou le combat, jusqu'aux aéronefs automatisés, ce sont des siècles d'innovations et d'efforts technologiques qui se sont écoulés. En 1483, le père de l'hélicoptère Léonard de Vinci imagina le concept de



machine volante à aile tournante nommée vis aérienne (voir figure 1.1) fondée sur le principe de la vis d'Archimède. En 1754, le Russe Mikhail Lomonosov a développé un modèle complexe à deux rotors coaxiaux contrarotatifs entraînés par un mécanisme d'horlogerie, l'aéronef a volé librement et a atteint une bonne altitude, ce concept a contribué au développement de l'hélicoptère moderne. La première utilisation des drones pour le combat remonte à 1849 quand les Autrichiens ont utilisé des ballons chargés d'explosifs pour attaquer la ville italienne de Venise. Les premiers avions sans pilote, destinés à être utilisés comme des avions pour l'entraînement au combat, ont été conçus pendant et après la première guerre mondiale. En septembre 1916, l'avion-cible Hewitt-Sperry Automatic Airplane a réalisé son premier vol autonome. Le développement secret de nouveaux drones a continué pendant la deuxième guerre mondiale et la guerre froide. Pendant les années 1980, les drones ont été utilisés pour des missions de reconnaissance, de surveillance et d'attaque, principalement par les Israéliens et les Américains, et par les forces alliées lors des deux guerres du Golfe, en Irak et en Afghanistan. Dans la dernière décennie, beaucoup de configurations de drones de différentes tailles ont été développées notamment grâce à la miniaturisation des capteurs et unités de traitement d'un côté, et une demande croissante pour les applications militaires et civiles de l'autre côté.

Le développement de drones aériens s'accélère et suscite un intérêt croissant, ils ont été utilisés au début pour des missions militaires de renseignement, de surveillance, d'acquisition de cible et de reconnaissance, connues sous l'abréviation d'ISTAR (Intelligence, Surveillance, Target Acquisition and Reconnaissance). Les drones aériens possèdent aussi de nombreuses applications civiles comme la surveillance jour et nuit et l'observation de sites sensibles, la gestion des infrastructures (réseau routier, lignes électriques, pipe-lines...), les activités gouvernementales (police, douanes, environnement, ...) grâce aux capteurs infrarouges, la cartographie d'un terrain, expériences scientifiques et l'intervention dans des sites hostiles. Dans un premier temps, ces applications concerneront surtout les petits drones, mais elles devraient petit à petit évoluer vers de plus grandes plateformes. Toutefois, l'utilisation civile pose certaines contraintes, essentiellement à cause des réglementations restreignant ou interdisant leur utilisation au sein de l'espace aérien [4].



I.2.3 Classification des drones

La classification des systèmes aériens est difficile due au grand nombre de types des drones aériens existant partant du nano de quelques grammes jusqu'au drone lourd capable d'effectuer des missions de plus de 24 heures à plusieurs milliers de kilomètres de sa base. Cependant, les véhicules autonomes peuvent être classés en plusieurs catégories :

I.2.3.1 Selon leurs performances et tailles :

La classification des systèmes aériens est difficile, car il existe de nombreux types de drones aériens partant du nano drone de quelques grammes jusqu'au drone lourd capable d'effectuer. Parmi les performances on cite : le rayon d'action, endurance et altitude de croisière, ainsi pour la taille : envergure et longueur, ce qui ramène à la classification suivante [5] :

➤ Drones MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) :

Sont utilisé pour des vols de plus longue durée à une altitude opérationnelle de 10 à 15 Km. Avec une taille comparable aux avions traditionnels. Ils sont généralement voués à l'observation, mais certains peuvent embarquer des armes.



FigureI.3 : Exemples des drones MALE.

➤ Drones HALE (Haute Altitude Longue Endurance) :

Ils sont caractérisés par une envergure proche de celle d'un aéronef classique, ils peuvent voler à une altitude opérationnelle atteignant 20 000 mètre avec un rayon d'action de plusieurs milliers de kilomètres et une autonomie d'une trentaine d'heures.

Ces deux types de drones font partie de la classe de grande taille pouvant accomplir des missions atteignant 2 jours



Figure I.4 : Exemples des drones HALE.

➤ **Drones de combatUCAV (Unmanned Combat Air Vehicles) :**

Ils sont équipés de systèmes d'armes ou de recueils de renseignements. Ils sont destinés à accomplir des missions de reconnaissance, d'attaque, de tir, et d'occupation de l'espace aérien sur de très longues périodes, pouvant embarquer une charge utile létale.



Figure I.5 : Le drone de combat Reaper de l'armée de l'air américaine.

➤ **Drones tactiques TUAV (Tactical Unmanned Aerial Vehicle):**

Ils ont un rayon d'action jusqu'à plus de cent kilomètres, une autonomie d'une dizaine d'heures et peuvent voler à une altitude opérationnelle de 200 à 5 000 mètres.



Figure I.6 : un drone tactique Patroller.

➤ **Mini drones MAV (Mini Air Vehicle) :**

Ce sont des drones plutôt légers et de taille réduite (jusqu'à quelques kilogrammes et d'une envergure jusqu'à 1 à 2 mètres) facilitant la mise en œuvre et généralement utilisés pour l'observation des zones difficiles d'accès.

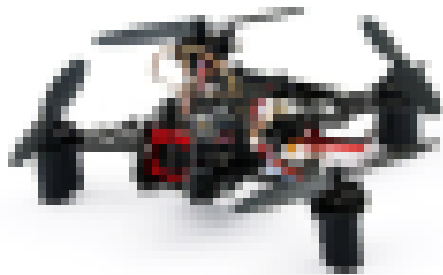


Figure I.7 : Exemple des mini drones.

➤ **Micros-UAV (Micro Air Véhicule ou MAV) :**

Pouvant être contenu dans une sphère de 30 cm. Ces micro-drones sont différenciés par la miniaturisation des cartes électroniques et le choix des matériaux, des capteurs et des systèmes embarqués.



Figure I.8 : Exemple des micros drone.

I.2.3.2 Selon leurs voilures :

Prenant en considération la nature de leurs voilures, on trouve la classification suivante :

➤ À voilure fixe :

Ce sont des drones qui produisent la portance nécessaire au vol par le vent relatif sur la voilure. Le contrôle du vol s'effectue par des gouvernes aérodynamiques. Ces drones assurent sa poussée et sa portance par son moteur et ses ailes.

➤ À voilure tournante :

Ce drone assure sa poussée et sa portance par ses moteurs, il a l'avantage de pouvoir voler à de faibles vitesses ou bien de rester immobile et capable de décoller et d'atterrir verticalement.

➤ À ailes battantes :

Pour ces drones, le pilotage et la sustentation sont assurées grâce à des ailes battantes.

Dotés d'une capacité de vol avec des trajectoires similaires à celles des insectes, et de vol stationnaire à basses vitesses ce qui est intéressant pour des missions dans des espaces réduits.



Figure I.9 : Classification des drones selon la voilure.



I.2.4 Domaine d'application des drones

Les drones représentent une solution intéressante pour les missions dans lesquelles la présence d'équipage à bord n'apporte pas de plus-value ou au cours desquelles le niveau de risque est très élevé. Par leurs particularités, permanence, endurance, rayon d'action, réactivité, discrétion et polyvalence d'emploi, les drones apportent de nouvelles possibilités qui renforcent les capacités des aéronefs modernes. Les perspectives technologiques conduiront à élargir le domaine d'utilisation des systèmes non pilotés dans les opérations aériennes, bien au-delà de leurs missions initiales de renseignement, afin d'être exploitable non seulement pour les militaires mais aussi pour les civiles [6].

Domaine civile :

Agriculture	<ul style="list-style-type: none">-Analyse des besoins en engrais- Détection des maladies- Détection des pieds manquants
Aménagement du territoire	<ul style="list-style-type: none">- Orthophoto- Implantation 3D- Gestion des espaces verts
Archéologie	<ul style="list-style-type: none">- Reconstruction- Cadastre- Vue globale des travaux
Artistique/Média	<ul style="list-style-type: none">- Mise en valeur immobilier / monuments- Télévision / Cinéma- Communication / marketing- Mise en valeur régions touristiques



Cartographie	<ul style="list-style-type: none">- Cadastre- Travaux Publics- Géo-référencement
Environnement	<ul style="list-style-type: none">- Catastrophes naturelles- Gestion de l'eau- Détection de flore- Comptage/détection de faune
INSPECTION	<ul style="list-style-type: none">- Ouvrages d'art- Réseaux de communication- Thermographie- Eoliennes / Panneaux photovoltaïques- Barrages / toitures
SANTÉ/URGENCE	<ul style="list-style-type: none">- Transports de matériels d'urgence- Transports de médicaments
Sécurité Incendie	<ul style="list-style-type: none">- Détection de feux de forêts- Diagnostic d'évolution des flammes- Cartographie



Sports et Loisirs	<ul style="list-style-type: none">- Suivi d'événements sportifs- Concerts / manifestations- Mise en place tactiques
Surveillance	<ul style="list-style-type: none">- Infrastructures- Entrepôts / Bâtiments- Inventaire des stocks- Trafic routier / frontières
Topographie	<ul style="list-style-type: none">- Mines et carrières- Contrôle des stocks- Terrassement- Orthophoto
Transports	<ul style="list-style-type: none">- Livraisons- Transports de personnes

Tableau I.1 : Domaine d'application des Drones (Domaine civil).

Domaine militaire

On peut en fait décomposer en trois grandes catégories, les missions militaires confiées aux drones :



Marine	<ul style="list-style-type: none">• Ombre des flottes ennemies.• Des missiles décoratifs par émission de signatures artificielles.• Placement et surveillance des bouées de sonar et éventuellement d'autres formes de guerre anti sous-marine.• Protection des ports contre les attaques en mer
Armé de terre	<ul style="list-style-type: none">• Surveillance de la contamination nucléaire, biologique ou chimique.• Surveillance de l'activité de l'ennemi.• Reconnaissance.• Localisation et destruction des mines terrestres.• Désignation et suivi des objectifs.
Aviation	<ul style="list-style-type: none">• Surveillance longue distance et haute altitude.• Elimination des bombes non explosées.• Brouillage et destruction du système radar.• Evaluation des dégâts d'aérodrome.• Sécurité de base d'aérodrome.

Tableau I.2: Domaine d'application des Drones (Domaine militaire).

I.3 Les Quadrirotors

I.3.1 Définitions

Un Quadrirotor est un drone de type VTOL (vertical take-off and landing), ce qui veut dire que l'appareil est capable de décoller et d'atterrir verticalement, (contrairement aux avions par exemple qui ont besoin de prendre de l'élan) [7].

Un quad-copter est un aéronef à voilure tournante comportant quatre rotors pour sa sustentation. Les rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix. Afin d'éviter à l'appareil de tourner sur lui-même sur son axe de lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens et les deux autres dans l'autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il



est nécessaire que chaque couple d'hélices tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix [8].

Un quadrirotor est un robot mobile motorisé aérien à quatre rotors défini dans l'espace par 6 DDL (trois rotations et trois translations). Le Quadrirotor est un système sous actionné (le nombre d'entrées de commande est inférieur au nombre de degrés de liberté), ce qui induit une grande difficulté dans la conception de la commande.



Figure I.10 : Drone Quadrirotor [11].

I.3.2 Historique

L'apparition des quadrirotors remonte à janvier 1921. Et suite à un contrat engagé par l'armée américaine, C'est l'américain d'origine russe George de Bothezat qui fut le premier à faire voler un appareil quadrirotor. Il réussit son premier vol en octobre 1922 et réalise un vol qui a duré une minute 42s à 1,8 m du sol le 18 décembre 1922. Le 19 janvier 1923, l'appareil emporte deux personnes à 1,2 m du sol. De nombreux vols furent effectués en 1923 mais l'appareil ne s'élèvera pas au-dessus de 5 mètres et l'armée mettra fin au contrat [9].

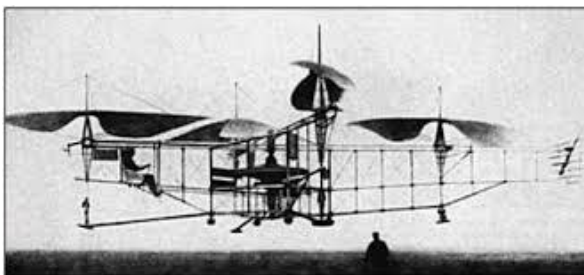


Figure I.11 : L'appareil no 2 d'Oehmichen, Brisset et tirée de Pascal Brisset et Antoine



Figure I.12 : Le quadrirotor de Pascal Bothezat. Drouin.



Plus tard en 1956, un quadrirotor appelé, en anglais, "Convertawings Model A" a été conçu à la fois pour l'usage militaire et civil. Le projet a pris fin en raison principalement de l'absence de la demande pour les avions.

De nos jours, il y a un projet appelé " Bell Boeing Quad Tilt rotor", développé par Bell et Boeing en tant que candidat au programme de l'armée américaine "Joint Heavy Lift programme", ayant quatre rotors il devrait être capable d'emporter 25 tonnes à 450 km/h sur une distance de 460 km, et atterrir verticalement comme un hélicoptère.

I.3.3 Avantages et Inconvénients

Le drone aérien nous permet d'accéder à des endroits inaccessibles ou dangereux pour l'Homme. Il est alors utilisé comme une avancée scientifique et militaire [10].

- Parmi les avantages du quadrirotor, on peut citer :

La rapidité de livraison en cas d'urgence, cette livraison extrême rapide serait un énorme avantage pour un client (que ce soit pour le travail, pour un loisir...)

De plus, le drone aérien est une machine aéronautique beaucoup moins complexe que les avions ou les hélicoptères. Pour faire avancer un avion, les ailes doivent être contrôlées par un pilote, et pour contrôler un hélicoptère il faut changer l'inclinaison des hélices ou la vitesse de ces dernières. Alors que les drones regroupent les meilleures parties des avions et des hélicoptères. En effet, il a plusieurs moteurs et d'hélices qui permettent au drone de se déplacer juste en changeant la vitesse de la rotation des moteurs. Le drone est aussi composé d'une partie mécanique simple qui fait de lui un objet avec une simplicité de construction.

Enfin, notons aussi l'avantage écologique. En effet, le drone distributeur utilise l'électricité pour avancer [11].

- Parmi les inconvénients du quadrirotor on peut citer :

L'autonomie du drone est très faible. En effet, le drone ne peut se déplacer que pendant 16 kilomètres avant qu'il n'est besoin d'être rechargé, aussi la saturation d'espace dans l'air. Imaginons que tous les compagnies utilisent ce concept, l'espace aérien serait donc saturé [9].

I.2.4 Domaine d'application des Quadrirotors

De nos jours, les drones quadrotor ont un large domaine d'application en passant par les livraisons de colis, le scan 3D des monuments, le lever topographique et jusqu'à l'épandage en agriculture, mais celles que l'on rencontre le plus souvent sont cités ci-dessous [12] :



➤ **Application media :**

D'une façon générale l'histoire du drone quadrotor dans le domaine civil a commencé par les prises de photos et de vidéo. En effet, la photographie aérienne est l'application la plus simple et évidente que l'on peut faire avec les drones, parce que les types de photos obtenu constitue un solide argument pour présenter une grande propriété, un chantier et parc sous les meilleurs angles. Dans cette application c'est surtout, les publicitaires et les professionnels du tourisme, les journalistes qui s'y intéressent de près ;

➤ **Surveillance et collecte d'information :**

Cette application intéresse en premier lieu les acteurs institutionnels de sécurité : police, gendarme, sécurité civile. Ici, le quadrotor est bien utiles grâce à sa capacité de faire des vols stationnaires pour rester un certain temps au-dessus de la zone à surveiller ;

➤ **Mission dangereuse :**

Là où l'homme ne peut se rendre sans mettre en péril sa santé, le quadrotor peut le remplacer. En effet, cet appareil piloter à distance peut réussir à accéder à des zones dangereuses pour analyser les dégâts causés par des catastrophes naturelles ou des incendies par exemples. Ce véhicule est de par sa configuration, idéal pour le déplacement dans les environnements hostiles ou à accès difficile.

I.4 Les techniques de commande pour les quadrotors

Les travaux de recherche effectués, par différents groupes de recherche et universités dans le monde, ont montré que la configuration du quadrotor est meilleure que celle de l'hélicoptère pour les applications UAV.

Un grand nombre de travaux de recherche ont été effectués sur le développement des techniques de commande sur les quadrotors. Nous présentons ici les techniques utilisées dans la littérature :

I.4.1 Les techniques de commande linéaire

➤ **La commande par PID (Proportionnel - Intégral - Dérivé).**

La technique de commande par PID (Proportionnel, intégral, dérivé) est certainement l'approche la plus connue et la plus simple à implémenter sur un système. Elle facilite la compréhension du rôle physique du chacun des termes de la commande, ce qui permet donc de régler les gains. Le principe de commande par PID pour certains cas des drones est constitué de plusieurs régulateurs mis en cascade. En fonction des références en position, un



premier PID génère les consignes en orientation permettant la stabilisation et les déplacements horizontaux. Ensuite, un second PID prend en charge le suivi de ces consignes en roulis, en tangage et en lacet. Enfin un troisième PID s'occupe de définir la poussée pour garantir les déplacements verticaux. Cette technique de commande a été testée avec succès sur plusieurs plateformes expérimentales comme les hélicoptères (Shim et al., 1998), les quadrotors (Tayebi et McGilvray, 2004) et les drones à rotors coaxiaux (Lipera et al., 2001). (Güçlü, 2012) a utilisé un régulateur linéaire quadratique (LQR) et un correcteur PID pour le contrôle d'attitude d'un quadrotor.

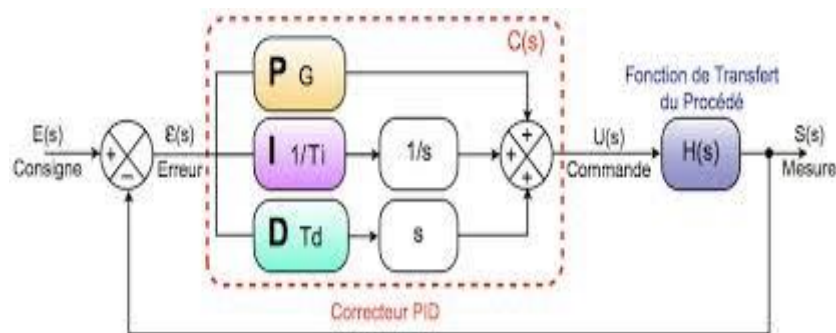


Figure I.13 : Principe de la commande par PID [11].

➤ La commande par placement de pôles.

La commande par placement de pôles est une méthode qui consiste à déterminer une matrice de gains qui place les valeurs propres du système en boucle fermée en des positions prédéfinies. Cette architecture de commande qui a été sélectionnée pour commander d'un hélicoptère, d'un quadrotor et d'un drone à voilure fixe, respectivement

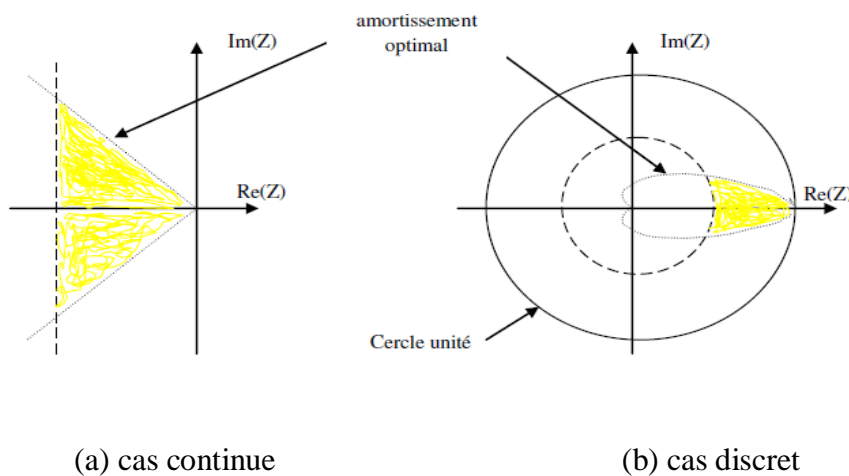


Figure I.14 : Zone idéale de placement des pôles de la boucle fermée [13].



➤ La commande linéaire quadratique / gaussienne (LQ/ LQG).

La commande linéaire quadratique (LQ) est une méthode de synthèse qui permet de déterminer la commande optimale d'un système qui minimise (ou maximise) un critère de performance.

La commande linéaire quadratique gaussienne(LQG) est similaire à la commande LQ à la différence près qu'elle intègre un observateur dans la boucle de commande. La commande LQG, optimale au sens de la norme H2, réunit un correcteur LQ et un estimateur de Kalman dans un souci particulier de réduire les bruits de mesure. Des procédures de conception et des résultats expérimentaux de la commande LQG/LTR (de l'anglais Loop Transfer Recovery, c'est la procédure de réglage pour restaurer les marges de stabilité de la commande LQ existente). L'avantage de cette commande est qu'elle possède intrinsèquement de très bonnes propriétés de robustesse [13].

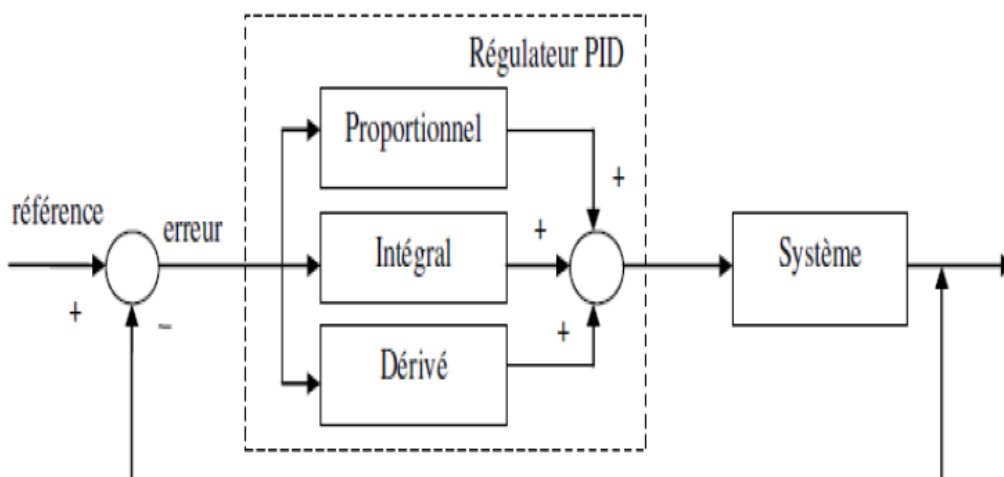


Figure I.15 : Principe de la commande linéaire quadratique gaussienne [13].

I.4.2 Les techniques de commande non linéaire

Les systèmes non linéaires sont analysés en vue d'établir des lois de commande [24][30]. On présente la stabilité au sens de Lyapunov, ainsi que des méthodes de commande linéarisation de la boucle fermée [29].

➤ La commande par linéarisation entrée – sortie.

La linéarisation entrée/état équivalente au moyen d'un changement de variables et d'un choix approprié d'entrées de commande. Est signifié donc la création d'une relation différentielle linéaire entre et sortie du système et sa nouvelle entrée.



➤ La commande par Backstepping.

La commande par Backstepping est une loi de commande pour les systèmes non linéaires basée sur le théorème de Lyapunov. Elle s'applique sur des systèmes de la forme cascade triangulaire. Chaque état du système commande l'état précédent et s'appelle « Commande Virtuelle », jusqu'au dernier état qui est commandé par la commande réelle. L'objectif de cette technique est de calculer en plusieurs étapes une loi de commande qui assure la stabilité globale du système [30].

➤ La commande par logique floue.

Les modèles flous peuvent être considérés comme des modèles logiques qui utilisent des règles du type « Si...Alors... » Pour établir des relations qualitatives entre les variables du modèle. Les systèmes flous peuvent être classés en trois groupes : les systèmes flous linguistiques ou systèmes de Mamdani, les systèmes flous relationnels et les systèmes à conséquence fonctionnelle ou encore connus sous le nom de systèmes flous de type Takagi-Sugeno-Kang.

➤ La commande adaptative.

Le contrôle adaptatif est une technique où les paramètres de contrôle en temps réel varient pour s'adapter aux changements dans la dynamique du système. Ces changements peuvent être dus à des erreurs de modélisation, à des incertitudes scientifiques ou à des perturbations externes [29].

➤ La commande par mode glissant.

La commande par modes glissants par application de l'algorithme du twisting afin d'assurer la convergence de la surface et sa dérivée vers l'origine dans un temps fini. La surface de glissement est définie comme un système linéaire autonome et stable, La synthèse de la commande par modes glissants se fait en trois étapes :

- choix de la surface de glissement.
- Etablir la condition de convergence
- déterminer la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y demeurer.

Les inconvénients de cette stratégie de commande Le problème de robustesse lors de la phase d'accrochage et le phénomène de vibrations.

D'autres techniques de commande en été implémenté pour la commande des quadrotor parmi lesquelles on peut citer : La commande hiérarchique, La commande par saturations imbriquées, La commande tolérante aux défauts, La commande par platitude, La commande



Hinf non linéaire, La commande prédictive non linéaire, réseau de neurones et La commande par asservissement visuel [13].

I.5 Conclusion

Ce chapitre a permis d'avoir une vision générale sur les drones, leur histoire et différents types. Nous avons également décrit les drones de type quadrotor, leur apparition et leurs avantages et applications.

Nous avons décomposé l'étude des techniques de commande en deux parties. Dans la première partie nous avons abordé les techniques de commande linéaires, ensuite les techniques de commande non linéaire ont été détaillées.

Dans le chapitre suivant nous allons essayer d'établir un modèle dynamique décrivant les mouvements de notre véhicule aérien.

Chapitre II:

Modélisation du Quadrirotor

*"I find that the harder I work;
the more luck I seem to have."*

-- Thomas Jefferson



II. Introduction

La modélisation consiste à utiliser des techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique d'un système, plus cette présentation est détaillée plus elle traduit le comportement réel de ce système.

Afin de concevoir une approche de commande stable et robuste, il est nécessaire d'abord de comprendre les mouvements du système, sa dynamique ainsi que ses équations de mouvements. Cette compréhension est indispensable non seulement pour la conception de la commande de vol, mais aussi pour s'assurer que le comportement du robot volant est plus proche possible que la réalité lorsque la commande est appliquée. Dans ce chapitre, nous allons présenter le principe de vol et les différents mouvements d'un quadrotor. Ensuite, nous allons nous intéresser au développement du modèle dynamique du quadrotor afin de nous faciliter par la suite la conception de notre contrôleur.

II.2 Principe de fonctionnement

Un quadrotor possède comme son nom l'indique 4 rotors placés aux extrémités d'une croix. Ce sont ces quatre rotors qui fournissent la force verticale (portance) qui permet à l'appareil de s'élever. En vol, le quadrotor possède plusieurs mouvements possibles et peut s'évoluer suivant ses axes de lacet, tangage, et roulis. Pour effectuer un mouvement vertical, il faut faire tourner deux moteurs dans le sens d'aiguille d'une montre et les deux autres dans le sens inverse et avec les mêmes vitesses de rotation pour chaque moteur. Mais cela ne suffit pas pour stabiliser l'appareil, il faut mettre au point un système qui pilote la puissance des moteurs individuellement pour contrer l'inclinaison sur les différents axes [26].

Le principe de mouvement d'un quadrotor est assez particulier. En faisant varier les vitesses de rotation de chaque moteur, il est possible de manipuler le quadrotor suivant ses différents axes, soit selon l'axe z pour monter/descendre, ou selon les axes x et y pour l'incliner à gauche/à droite ou en avant/arrière, ou selon l'axe de lacet pour le faire pivoter sur lui-même. Comme nous montre la Figure 2.1, les moteurs arrière et avant (M1, M3) tournent dans le même sens qu'une aiguille d'une montre lorsque les moteurs droits et gauches (M2, M4) tournent dans le sens inverse. Chaque actionneur produit une force F_i parallèle à son axe de rotation, et un couple résistant w_i opposé au sens de rotation. La force de poussée totale exercée sur l'hélicoptère est la somme des quatre forces générées par chaque moteur soit



$F_t = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$. La combinaison des forces F_i et des couples w_i donne origine aux mouvements angulaires autour des axes principaux du quadrirotor (lacet, tangage, et roulis) [14].

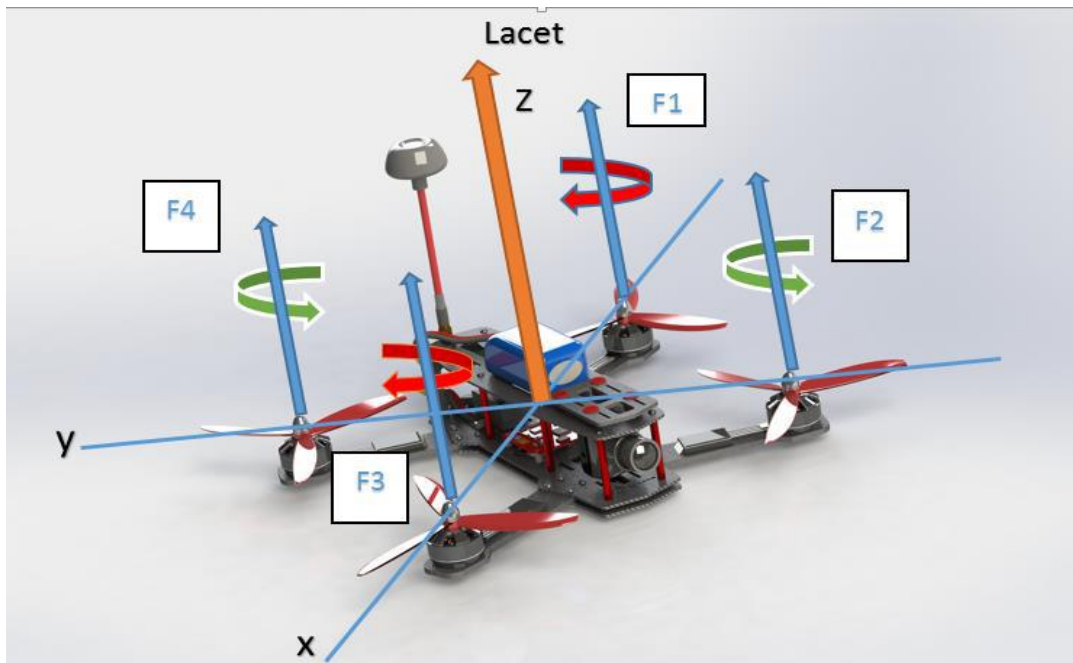


Figure II.1 : Structure générale d'un quadrirotor [15].

Ainsi le quadrirotor a les six mouvements suivants :

- Mouvement vertical
- Mouvement horizontal
- Rotation de roulis
- Rotation de tangage
- Rotation de lacet

II.2.1 Mouvement vertical

Le mouvement vertical Figure II.2 est un mouvement de translations sur l'axe Z qui représente l'action de décollage ou l'atterrissage. Ce mouvement est réalisé par la variation de la vitesse de rotation des quatre rotors en même temps et avec la même force de poussée.

1. Pour le décollage on applique une grande vitesse de rotation

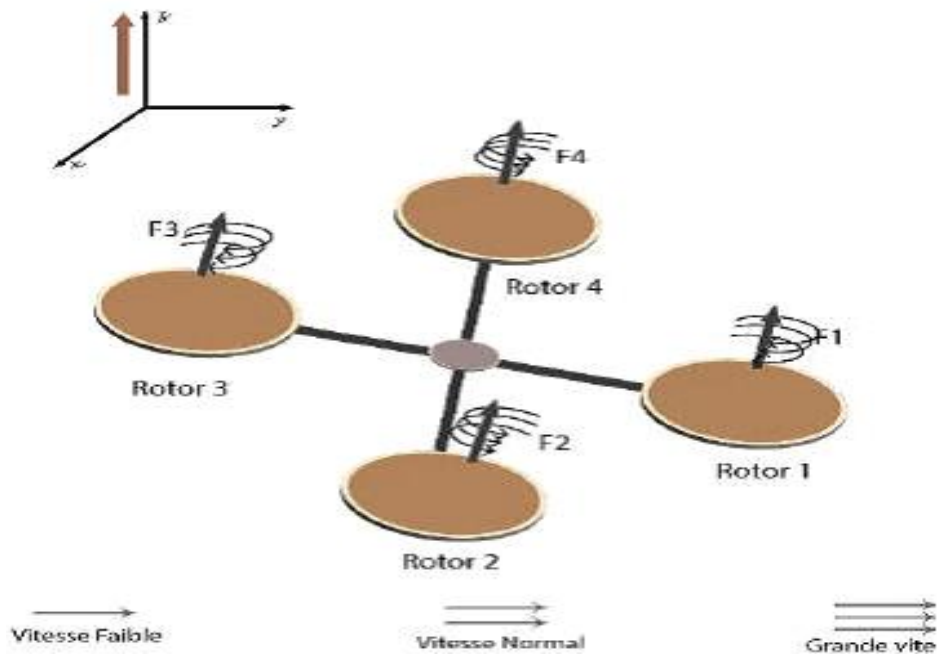


Figure II.2 : Rotations Moteur pour un décollage

2. Pour l'atterrissage Figure II.3 on applique une vitesse faible de rotation.

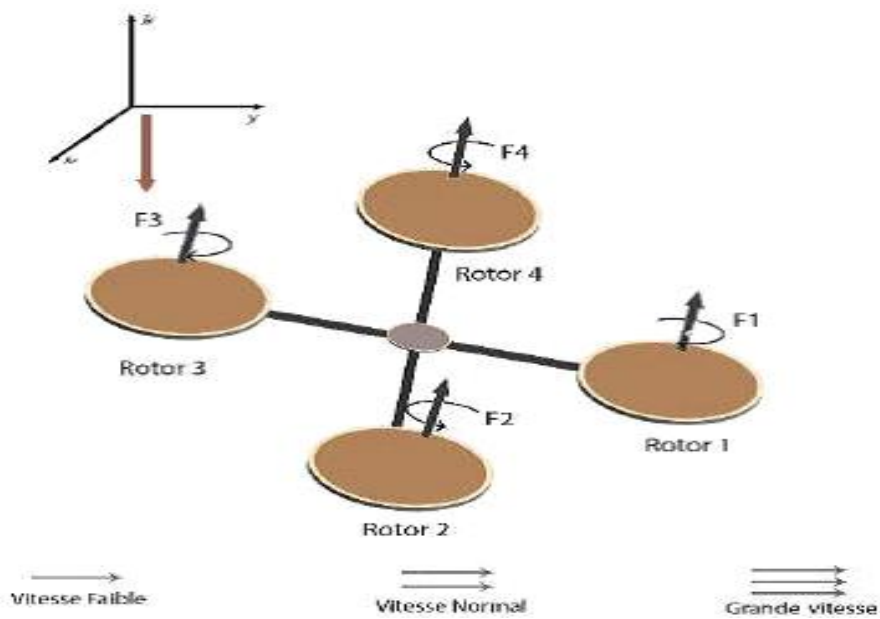


Figure II.3 : Rotations moteurs pour un atterrissage

3. Pour un vol stationnaire Figure II.4, on applique une vitesse moyenne de rotation.

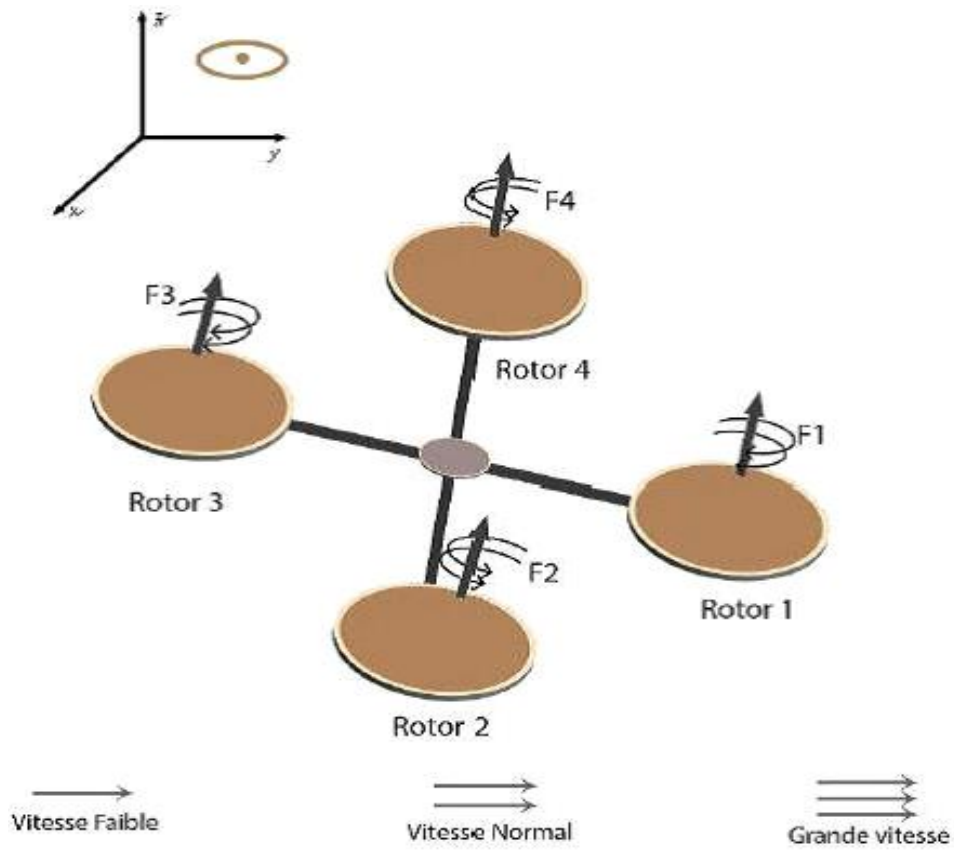
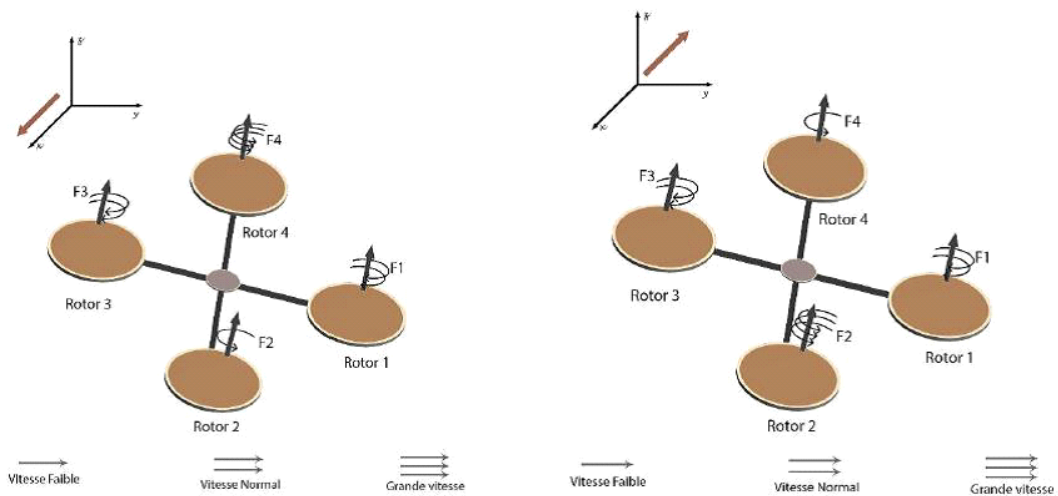


Figure II.4 : Vol stationnaire

II.2.2 Mouvement Horizontal

Le mouvement horizontal Figure II.5 est un mouvement de translations sur l'axe X et Y, cela est accomplie en variant la vitesse de deux rotors opposés (un plus rapide que l'autre) et en gardant une vitesse intermédiaire pour les deux autres rotors, virement sera dans la direction du rotor qui aura moins de vitesse.



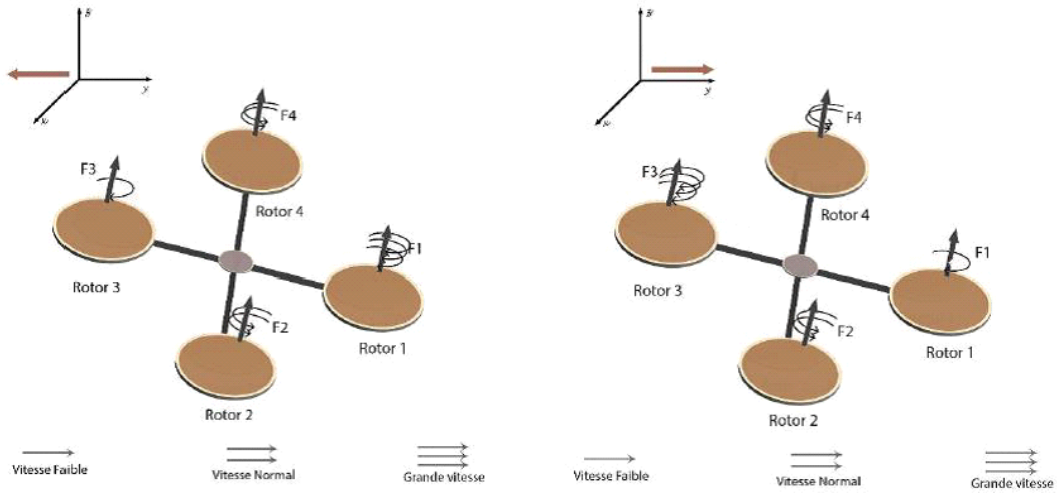


Figure II.5 : Translations horizontale

II.2.3 Mouvement de Roulis

Ce mouvement Figure II.6 est obtenu en couplant un mouvement de rotation et un mouvement de translations sur l'axe Y, la variation de vitesse entre les rotors 1 et 3 provoque une rotation autour de l'axe X

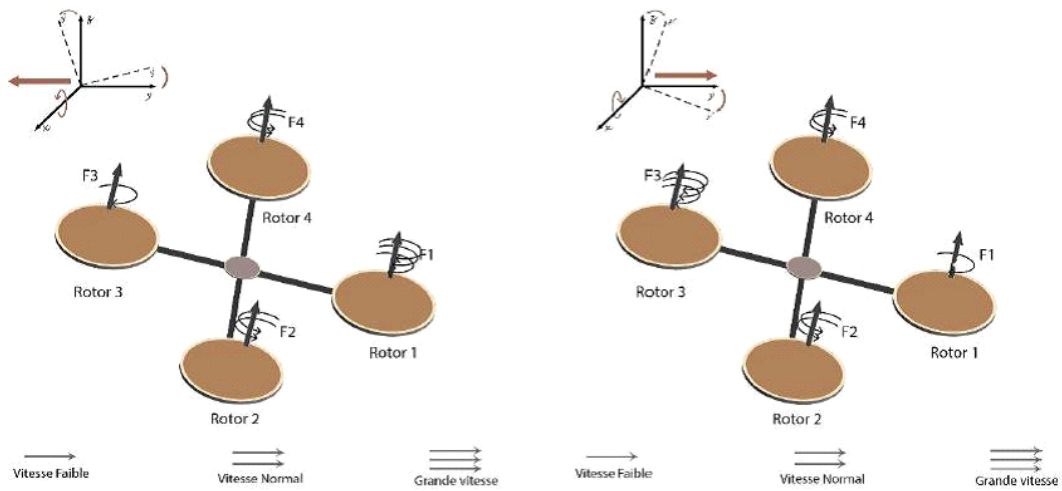


Figure II.6 : Roulis

II.2.4 Mouvement de Tangage

Ce mouvement Figure II.7 est obtenu en couplant un mouvement de rotation et un mouvement de translations sur l'axe X, la variation de vitesse entre les rotors 2 et 4 provoque une rotation autour de l'axe Y.

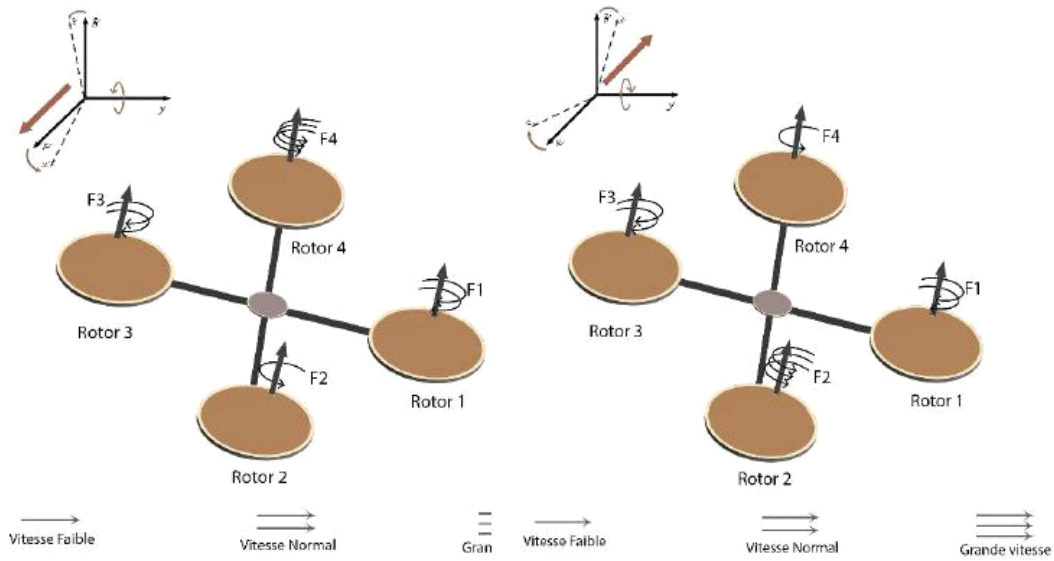


Figure II.7 : Tangage

II.2.5 Mouvement de Lacet

C'est un mouvement Figure II.8 qui consiste à faire pivoter le drone sur lui-même c.-à-d. autour de l'axe Z, pour ce faire il faudrait augmenter la vitesse de deux rotors opposés de façon égale et diminuer la vitesse des deux autres eux aussi égaux, l'accélération de deux rotors doit être équivalente à la décélération des deux autres de façon à obtenir une compensation dans la force poussée [15].

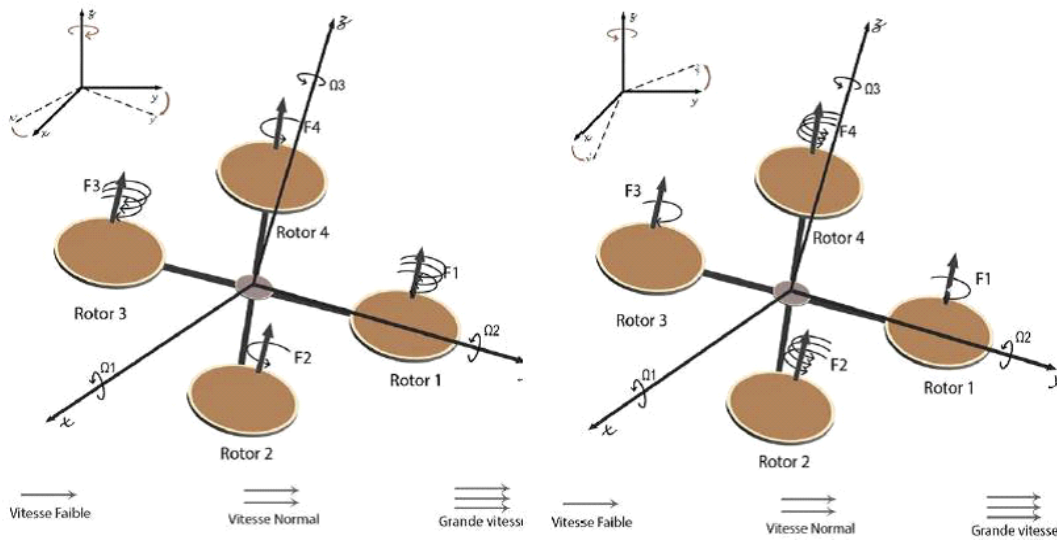


Figure II.8 : Lacet



Pour passer du repère fixe au repère mobile nous définissons une matrice de transformation T qui contient la position et l'orientation du repère mobile par rapport au repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \zeta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Avec R la matrice de rotation de l'objet mobile.

$\zeta = [xyz]^T$, le vecteur de position.

Pour déterminer les éléments de la matrice R nous allons utiliser les angles d'Euler

II.4.1 Angles d'Euler

Au début le repère mobile coïncide avec le repère fixe, puis celui-ci effectue trois mouvements de rotation, une rotation autour de l'axe X avec un angle de Roulis φ , une autre rotation autour de l'axe Y avec un angle de Tangage θ , et enfin une rotation autour de l'axe Z avec un angle de Lacet ψ .

Nous supposons que $(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2})$ et $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$ et $(-\pi < \psi < \pi)$.

Nous obtenons R comme suit :

$$R = \text{Rot}_z(\psi) \times \text{Rot}_y(\theta) \times \text{Rot}_x(\varphi) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 & \sin(\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} c(\psi).c(\theta) & s(\varphi).s(\theta).c(\psi) - s(\psi).c(\varphi) & c(\varphi).s(\theta).c(\psi) + s(\psi).s(\varphi) \\ s(\psi).c(\theta) & s(\varphi).s(\theta).s(\psi) + c(\psi).c(\theta) & c(\varphi).s(\theta).s(\psi) - s(\varphi).c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\varphi).c(\theta) & c(\varphi).c(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Avec : $c = \cos$ $s = \sin$

II.4.2 Vitesses angulaires

Nous posons les vitesses de rotations Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 dans le repère fixe, Ces vitesses sont exprimées en fonction des vitesses $\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$ dans le repère mobile. Au début les deux repères sont confondus et la rotation de Roulis a lieu, viens ensuite une rotation de Tangage le vecteur de vitesse doit être exprimé dans le repère fixe, on multiplie donc le vecteur $\dot{\theta}$ par $\text{Rot}_x(\varphi)^{-1}$, et enfin nous avons la rotation de Lacet et pour exprimer le vecteur de vitesse $\dot{\psi}$ dans le repère fixe on le multiplie par $[\text{Rot}_y(\theta). \text{Rot}_x(\varphi)]^{-1}$ [17].

Nous avons donc :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \text{Rot}_x(\varphi)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + [\text{Rot}_y(\theta). \text{Rot}_x(\varphi)]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$



Finalement nous obtenons :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \cos(\varphi) \\ -\theta \sin(\varphi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\psi \sin(\theta) \\ \psi \sin(\varphi) \cos(\theta) \\ \psi \cos(\varphi) \cos(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} - \psi \sin(\theta) \\ \theta \cos(\varphi) + \psi \sin(\varphi) \cos(\theta) \\ \cos(\varphi) \cos(\theta) - \theta \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Il est supposé que le quadrirotor fait de petites rotations de roulis et de tangage nous pouvons approximer comme suit : $\cos(\varphi)=\cos(\theta)=1$ et $\sin(\varphi)=\sin(\theta)=0$ la vitesse angulaire pourra donc s'écrire comme suit :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

II.4.3 Effets physiques agissants sur le quadri rotor

II.4.3.1 Les forces :

Les forces agissant sur le système sont :

II.4.3.1.1 La gravité

La gravité agit sur le quadri rotor proportionnellement à sa masse et est donnée par :

$$P = m * g \quad (\text{II.6})$$

Avec : m la masse du quadri rotor, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

II.4.3.1.2 Les forces de poussées

Les hélices entraînées par les moteurs provoquent une force de poussé perpendiculaire au plan des hélices, ces forces sont proportionnelles au carrée de la vitesse de rotation des moteurs :

$$F_i = b \omega_i^2 \quad (\text{II.7})$$

Avec $i = \{1, 2, 3, 4\}$

Et b le coefficient de portance des hélices, il dépend de leurs formes, du nombre de pales et de la densité de l'air.

II.4.3.1.3 La forces de trainée des hélices

La trainée est la force qui s'oppose au mouvement d'un corps dans un liquide ou un gaz, elle agit comme un frottement. Dans le cas des hélices cette force est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation de ces dernières et est donnée par la relation

$$T_i = d \omega_i^2 \quad (\text{II.8})$$

Avec d le coefficient de drag, il dépend de la fabrication de l'hélice.



Et $i = \{1,2,3,4\}$

II.4.3.1.4 La trainée selon les axes

Elle est due au mouvement du quadri rotor et est donnée comme suit:

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fty} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{bmatrix} \cdot V \quad (\text{II.9})$$

Avec $K_{ftx}, K_{fty}, K_{ftz}$ les coefficients de trainée de translation et V la vitesse linéaire.

II.4.3.2 Les moments

Plusieurs moments agissent sur le quadri rotor, ils sont dus aux différentes forces de poussées et de trainées et aux effets gyroscopiques.

II.4.3.2.1 Moments dus aux forces de trainée :

Les couples de trainée de chaque hélice induisent un couple réactif qui agit sur la rotation autour de l'axe z , ce moment est donné par :

$$M_z = d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (\text{II.10})$$

- Les frottements aérodynamiques induisent des moments :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \cdot \dot{\varphi}^2 \\ K_{fay} \cdot \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \cdot \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Avec $K_{fax}, K_{fay}, K_{faz}$ les coefficients de frottement aérodynamiques et $\dot{\varphi}, \dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$ les vitesses angulaires.

II.4.3.2.2 Moments dus aux forces de poussées

- Lorsqu'il y a une différence entre les forces de portances des rotors 2 et 4, cela implique une rotation autour de l'axe X . Ce moment est donné par :

$$M_x = l \cdot (F_4 - F_2) = l \cdot b (\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{II.12})$$

Avec l la longueur du bras où est fixé le quadri rotor.

- Lors d'une rotation autour de l'axe Y , qui est due à une différence entre les forces de portances des rotors 1 et 3, nous obtenons un moment :

$$M_y = l \cdot (F_3 - F_1) = l \cdot b (\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (\text{II.13})$$



II.4.3.3 L'effet gyroscopique

Lorsqu'un objet tourne il est sujet à l'effet gyroscopique, c'est-à-dire que l'objet oppose une résistance au changement d'orientation de son plan de rotation. Nous avons donc deux moments gyroscopiques :

II.4.3.3.1 Moment gyroscopique du quadri rotor :

Ce sont les moments dus aux rotations du quadrirotor sur lui-même, ils sont décrits par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \cdot \Omega \quad (\text{II.14})$$

Avec J la matrice d'inertie du système.

II.4.3.3.2 Moment gyroscopique des hélices :

Ce sont les Moments dus aux rotations des hélices sur leurs axes, ils sont définis comme suit [16] :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i] = \begin{bmatrix} Jr \dot{\theta} \bar{\Omega} \\ -Jr \dot{\phi} \bar{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Avec : J_r l'inertie des rotors et $\bar{\Omega} = \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4$

II.4.4 Modèle mathématique selon Newton-Euler

La méthode Newton-Euler est une des méthodes les plus utilisées dans la modélisation de robots, elle consiste en les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = M_{gm} + M_f + M_a + M_{gh} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Avec :

- ζ : le vecteur de position du quadrirotor.
- m : la masse totale du quadri rotor.
- Ω : le vecteur de vitesse angulaire exprimé dans le repère fixe
- R : la matrice de rotation
- J : la matrice d'inertie symétrique :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$



- $S(\Omega)$: la matrice antisymétrique associée au vecteur Ω , elle est donnée par

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

- F_f : la force de poussée totale générée par les quatre rotors :

$$F_f = R \times [0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i]^T \quad (\text{II.19})$$

- F_t : la force de trainée selon les axes (x.y.z) est donnée comme suit :

$$F_t = \begin{bmatrix} -Kftx \dot{x} \\ -Kfty \dot{y} \\ -Kftz \dot{z} \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

- F_g est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

- M_f : moment provoqué par les forces de poussée et de trainée.

$$M_f = \begin{bmatrix} Mx \\ My \\ Mz \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

II.4.4.1 Equation de mouvement de translation

D'après le modèle de Newton-Euler nous avons :

$$m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \quad (\text{II.23})$$

Nous réalisons les transformations nécessaires pour aboutir à :

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\varphi).s(\theta).c(\psi) + s(\psi).s(\varphi) \\ c(\varphi).s(\theta).s(\psi) - s(\varphi).c(\psi) \\ c(\varphi).c(\theta) \end{bmatrix} \cdot \sum_{i=1}^4 F_i + \begin{bmatrix} -Kftx \cdot \dot{x} \\ -Kfty \cdot \dot{y} \\ -Kftz \cdot \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

Nous obtenons donc les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation comme suit :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m} (c(\varphi).s(\theta).c(\psi) + s(\psi).s(\varphi)) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{Kftx}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m} (c(\varphi).s(\theta).s(\psi) - s(\varphi).c(\psi)) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{Kfty}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} &= \frac{1}{m} (c(\varphi).c(\theta)) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{Kftz}{m} \dot{z} - g \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$



II.4.4.2 Equations de rotation

L'équation de rotation est donnée par :

$$J\dot{\Omega} = M_{gm} + M_f + M_a + M_{gh} \quad (II.26)$$

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left[\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fax}\dot{\varphi}^2 \\ K_{fay}\dot{\theta}^2 \\ K_{faz}\dot{\psi}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Jr\dot{\theta}\bar{\Omega} \\ -Jr\dot{\varphi}\bar{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (II.27)$$

$$\begin{aligned} I_x \cdot \ddot{\varphi} &= -\theta\dot{\psi}(I_z - I_y) - J_r\Omega\dot{\theta} - K_{fax}\dot{\varphi}^2 + (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \cdot \ddot{\theta} &= \dot{\varphi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - J_r\Omega\dot{\varphi} - K_{fay}\dot{\theta}^2 + (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \cdot \ddot{\psi} &= -\theta\dot{\varphi}(I_y - I_x) - K_{faz}\dot{\psi}^2 + (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{aligned} \quad (II.28)$$

Nous pouvons maintenant poser un modèle complet régissant un quadrirotor [7] :

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \theta\dot{\psi} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \Omega\dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x} \dot{\varphi}^2 + \frac{U_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} &= \dot{\varphi}\dot{\psi} \frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{J_r}{I_y} \Omega\dot{\varphi} - \frac{K_{fay}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{U_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} &= \theta\dot{\varphi} \frac{(I_x - I_y)}{I_z} - \frac{K_{faz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{U_4}{I_z} \\ \ddot{x} &= \frac{(c(\varphi) \cdot s(\theta) \cdot c(\psi) + s(\psi) \cdot s(\varphi))}{m} U_1 - \frac{k_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} &= \frac{(c(\varphi) \cdot s(\theta) \cdot s(\psi) + c(\psi) \cdot s(\varphi))}{m} U_1 - \frac{k_{fty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} &= \frac{(c(\varphi) \cdot c(\theta))}{m} U_1 - \frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g \end{aligned} \quad (II.29)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{bmatrix} \quad (II.30)$$

II.4.5 Représentation d'état

Nous allons réécrire notre modèle mathématique sous forme de modèle d'état, pour cela nous posons :

$$\begin{aligned} X &= [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T \\ &= [x_1 x_2 x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 x_8 x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T \end{aligned} \quad (II.31)$$

Finalement nous obtenons la représentation d'état suivante



$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{c x_1 c x_5 s x_3 + s x_1 + s x_5}{m} U_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{c x_1 s x_3 s x_5 - s x_1 + s x_5}{m} U_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{c x_1 c x_3}{m} U_1 - g \end{array} \right. \quad (\text{II.32})$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{l y - l z}{l x}, \quad a_2 = -\frac{K f a x}{l x}, \quad a_3 = -\frac{J r}{l x}, \quad a_4 = \frac{l z - l x}{l y}, \quad a_5 = -\frac{K f a y}{l y}, \quad a_6 = \frac{J r}{l y}, \quad a_7 = \frac{l x - l y}{l z}, \quad a_8 = \\ &-\frac{K f a z}{l z}, \quad a_9 = -\frac{K f t x}{m}, \quad a_{10} = -\frac{K f t y}{m}, \quad a_{11} = -\frac{K f t z}{m}, \quad b_1 = \frac{l}{l x}, \quad b_2 = \frac{l}{l y}, \\ b_3 &= \frac{l}{l z}. \end{aligned}$$

II.4.6 Dynamique des moteurs

Avant de pouvoir commander les moteurs il faut trouver la vitesse désirée de chaque moteur, pour cela nous utiliserons la formule suivante [17] :

$$\omega_d = M^{-1} U \quad (\text{II.33})$$

Avec $\omega_d = (\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \omega_4^2)^T$ et $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)^T$ et M une matrice inversible obtenu à partir de (I.31) tel que :

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{II.34})$$

Les moteurs utilisés pour ce type d'appareil sont des moteurs à courant continu brushless, la dynamique est donc donnée comme suit :

$$V = R i + L \frac{di}{dt} + k_e \omega \quad (\text{II.35})$$

$$k_m i = J r + \frac{d\omega}{dt} + C_s + k_r \omega^2 \quad (\text{II.36})$$

Avec :

- V : la tension d'alimentation du moteur
- R : la résistance du moteur.



- L : l'inductance du moteur.
- K_e : la constante de couple mécanique.
- ω : la vitesse de rotation du moteur.
- K_m : la constante de couple électrique.
- i : le courant de l'induit.
- J_r : l'inertie du rotor
- C_s : frottement
- K_r : la constante de couple de charge

Comme les moteurs utilisés sont petits, ils ont donc une inductance faible. Par conséquent la dynamique des moteurs peut être approximé comme suit :

$$V = \frac{CsR}{Km} + K_e\omega + \frac{KrR}{Km}\omega^2 + \frac{Km}{JrR}\dot{\omega} \quad (\text{II.37})$$

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes proposés de réaliser une modélisation complète d'un quadrirotor. Nous avons commencé par la description du fonctionnement général d'un quadrirotor et les différents mouvements qu'il peut effectuer lors d'un vol, nous avons ensuite défini les effets physiques qui affectent le vol d'un quadrirotor, pour enfin poser un modèle mathématique décrivant la dynamique du quadrirotor selon le formalisme de Newton-Euler que nous avons représenté dans un modèle d'état.

A partir de la modélisation obtenue nous avons pu en conclure que le quadrirotor est un système non linéaire, sous actionné et a forte interaction entre les états. Dans le chapitre suivant, nous présenterons la conception de la commande backstepping et le mode glissant pour le contrôle du quadrirotor.

Chapitre III :

Commande du Quadrirotor par Backstepping et Mode Glissant

*"I never dreamed about success
, I worked for it."*

-- Estee Lauder



III.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est la synthèse de lois de commande robustes, la commande backstepping et la commande par mode glissant du Quadrotor. La difficulté de son contrôle est due principalement à sa dynamique complexe, non linéaire, multi variable et surtout de son sous actionnement.

Dans ce chapitre, nous allons appliquer, sur le modèle dynamique proposé, deux techniques de commande non linéaire le Backstepping et le mode glissant. La stratégie de commande non linéaire est basée sur le calcul d'une commande U_1 qui stabilise l'attitude du Quadrotor par les deux méthodes [25].

L'idée de l'application des commandes sur le Quadrotor en attitude est de fixer la première commande U_1 en une valeur constante et de calculer les autres commandes (U_2 , U_3 , U_4) selon la figure suivante :

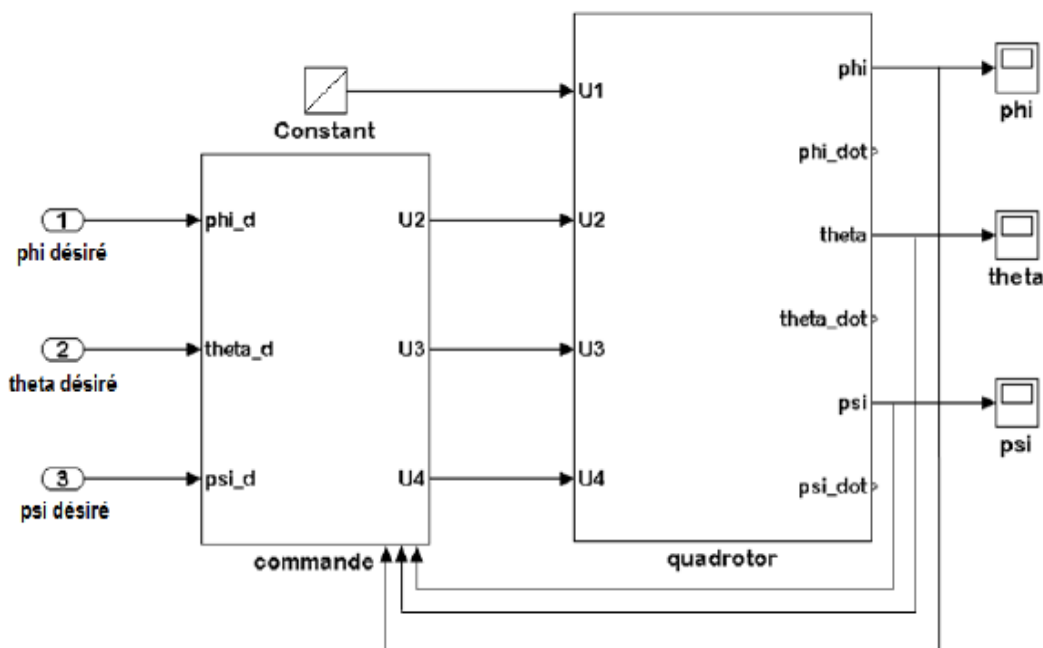


Figure III.1 structure de la commande en altitude

III.2 Technique de commande par Backstepping

III.2.1 Algorithme de base :

Afin d'illustrer le principe de la méthode backstepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme [18]:



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Ou, g_i, f_i ($i=1, 2,3$) sont des fonctions non linéaires connues tel que $f_i(0)=0$ et

$g_i(x) \neq 0, \forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$. On désire faire suivre à la sortie $y = x_1$ le signal de référence y_r ,

Ou, $y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r$ et $y^{(3)}$ sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

Etape 1 :

On considère d'abord le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (\text{III.2})$$

La variable d'état x_2 est traitée comme une commande et l'on définit la première valeur désirée

$$(x_1)_d = \alpha_0 = y_r \quad (\text{III.3})$$

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (\text{III.4})$$

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{III.5})$$

Pour un tel système, la fonction quadratique

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.6})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad (\text{III.7})$$

Un choix judicieux de x_2 rendre \dot{V}_1 négative et assure la stabilité de l'origine du sous-système décrit par (III.2), ce choix se donne comme suit:

$$(x_2)_d = \alpha_1 = \frac{1}{g_1} [-k_1 e_1 - f_1 + \dot{\alpha}_1] \quad (\text{III.8})$$

$K_1 > 0$ est un paramètre de design.

Par conséquent, l'équation (III.7) devienne :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{III.9})$$


Etape 2 :

On considère, dans ce cas, le deux premiers sous-systèmes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \end{cases} \quad (\text{III. 10})$$

Et on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (\text{III. 11})$$

La dynamique des erreurs (e_1, e_2) s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_1 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2x_3 - \dot{\alpha}_1 \end{cases} \quad (\text{III. 12})$$

Pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov :

$$V_2 = (e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{III. 13})$$

Cette fonction de Lyapunov a pour dérivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ &= e_1[f_1 + g_1(e_1 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0] + e_2[f_2 + g_2x_3 - \dot{\alpha}_1] \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2[f_2 + g_1e_1 + g_2x_3 - \dot{\alpha}_1] \end{aligned} \quad (\text{III. 14})$$

On prend x_3 comme une deuxième commande virtuelle, sa valeur est donné par :

$$(x_3)_d = \alpha_2 = \frac{1}{g_2} [\dot{\alpha}_1 - g_1e_1 - f_2 - k_2e_2] \quad (\text{III. 15})$$

Où $k_2 > 0$, avec $\dot{\alpha}_1$ calculée analytiquement

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \ddot{y}_r \quad (\text{III. 16})$$

Un tel choix permet de réduire la dérivée à :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{III. 17})$$

Etape 3 :

Le système (III.1) est maintenant considéré dans sa globalité. La nouvelle variable d'erreur est :

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (\text{III. 18})$$

Ce qui permet d'écrire la dynamique des erreurs (e_1, e_2, e_3) :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_1 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2(e_2 + \alpha_2) - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{e}_3 = f_3 + g_3u - \dot{\alpha}_2 \end{cases} \quad (\text{III. 19})$$

On prend comme fonction de Lyapunov



$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{III. 20})$$

Sa dérivée s'écrit sous la forme :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 [f_3 + g_2 e_2 + g_3 u - \dot{\alpha}_2] \quad (\text{III. 21})$$

Le choix approprié de la vraie commande u se donne par :

$$u = \frac{1}{g_3} [\dot{\alpha}_2 - g_2 e_2 - f_3 - k_3 e_3] \quad (\text{III. 22})$$

Où $k_3 > 0$, avec $\dot{\alpha}_2$ calculée analytiquement:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r \quad (\text{III. 23})$$

Avec ce choix, on trouve :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{III. 24})$$

D'où la stabilité en boucle fermée du système original (III.1), et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite $(y - y_r)$. Les deux principaux objectifs du design (la stabilité et la poursuite) sont alors atteints.

III.2.2 Cas des systèmes d'ordre n

L'extension de la procédure récursive de conception de la commande par backstepping à un système d'ordre n du type [18] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) + g_{n-1}(x_1, x_2, x_{n-1})x_n \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, x_{n-1}, x_n) + g_n(x_1, x_2, x_{n-1}, x_n)u \end{cases} \quad (\text{III. 25})$$

Donne :

$$\begin{cases} (x_1)_d = \alpha_0 = y_r \\ (x_{i+1})_d = \alpha_i = \frac{1}{g_i} [\varphi_i f_{-3} - g_{i-1} e_{i-1} - w_i - k_i e_i] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u = \frac{1}{g_i} [\varphi_{n-1} - g_{n-1} e_{n-1} - w_n - k_n e_n] \end{cases} \quad (\text{III. 26})$$

Où



$$\left\{ \begin{array}{l} e_i = x_i - \alpha_{i-1} \\ \varphi_i = \sum_{k=1}^i \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) - \omega_i \quad i = 1, \dots, n \\ \omega_i = f_i - \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k \end{array} \right. \quad (\text{III. 27})$$

Les différentes fonctions de Lyapunov sont données par [24][30]:

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i [x_j - \alpha_{j-1}]^2 \quad (\text{III. 28})$$

III.3 Commande par backstepping du Quadrotor

Pour établir les différentes lois de commande « backstepping », nous utilisons le Modèle d'état du quadrotor donné par les équations (II.26) et (II.27) et nous suivons les étapes récursives suivantes [19][25] :

D'abord, définissons les erreurs de poursuite comme suit

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ x_i - \dot{x}_{i-1d} - \alpha_{i-1} e_{i-1} & i \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \end{cases} \quad (\text{III. 29})$$

Avec $\alpha > 0 \forall i \in [1, 12]$

Les fonctions de Lyapunov prennent alors la forme suivante :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ \frac{1}{2} (V_{i-1} + e_i^2) & i \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \end{cases} \quad (\text{III. 30})$$

À partir de (II.27), on trouve :

$$\begin{cases} \varphi_d = \arcsin(U_x \sin(\psi_d) - U_y \cos(\psi_d)) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{U_x \cos(\psi_d) - U_y \sin(\psi_d)}{\cos(\psi_d)}\right) \end{cases} \quad (\text{III. 31})$$

Cas où $i = 11$:

$$\begin{cases} e_{11} = x_{11d} - x_{11} \\ V_{11} = \frac{1}{2} e_{11}^2 \end{cases} \quad (\text{III. 32})$$

$$\dot{V}_{11} = e_{11} \dot{e}_{11} = e_{11} (\dot{x}_{11d} - \dot{x}_{12}) \quad (\text{III. 33})$$

Par application du théorème de Lyapunov ($\dot{V}_{11} \leq 0$) la stabilisation de e_{11} peut être obtenue par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle x_{12} :

$$x_{12} = \dot{x}_{11d} + \alpha_{11} e_{11} \quad (\text{III. 34})$$

L'équation de \dot{V}_{11} devient alors :



$$\dot{V}_{11} = -\alpha_{11} e_{11}^2 < 0 \quad (\text{III. 35})$$

Avec $\alpha_{11} > 0$

Faisons le changement de variable suivant :

$$e_{12} = x_{12} - \alpha_{11} e_{11} - \dot{x}_{11d} \quad (\text{III. 36})$$

Pour $i = 12$:

$$\begin{cases} e_{12} = x_{12} - \dot{x}_{11d} - \alpha_{11} e_{11} \\ V_{12} = \frac{1}{4} e_{11}^2 + \frac{1}{2} e_{12}^2 \end{cases} \quad (\text{III. 37})$$

$$\dot{V}_{12} = \frac{1}{2} e_{11} \dot{e}_{11} + e_{12} \dot{e}_{12} \quad (\text{III. 38})$$

La dérivée de e_{12} est donnée par :

$$\dot{e}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{c x_1 c x_3}{m} u_1 - g - \ddot{x}_{11d} - \alpha_{11} \dot{e}_{11} \quad (\text{III. 39})$$

La loi de commande U_1 est alors déduite en satisfaisant $\dot{V}_{12} < 0$, nous obtenons :

$$U_1 = \frac{m}{c x_1 c x_3} \left\{ -a_{11} x_{12} + \ddot{Z}_d + g + \alpha_{11} (\dot{Z}_d - x_{12}) - \alpha_{12} e_{12} + e_{11} \right\} \quad (\text{III. 40})$$

Le terme $\alpha_{12} e_{12}$ est ajouté afin de stabiliser e_{11}

Cas où $i = 1$:

$$\begin{cases} e_1 = x_{1d} - x_1 \\ V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \end{cases} \quad (\text{III. 41})$$

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (\dot{x}_{1d} - \dot{x}_2) \quad (\text{III. 42})$$

Par application du théorème de Lyapunov ($\dot{V}_1 \leq 0$) la stabilisation de e_1 peut être obtenue par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle x_2 :

$$x_2 = \dot{x}_{1d} + \alpha_1 e_1 \quad (\text{III. 43})$$

L'équation de \dot{V}_1 devient alors :

$$\dot{V}_1 = -\alpha_1 e_1^2 < 0 \quad (\text{III. 44})$$

Avec $\alpha_1 > 0$

Faisons le changement de variable suivant :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 e_1 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{III. 45})$$

Pour $i = 2$:

$$\begin{cases} e_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 e_1 \\ V_2 = \frac{1}{4} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \end{cases} \quad (\text{III. 46})$$

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{2} e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \quad (\text{III. 47})$$

La dérivée de e_2 est donnée par :

$$\dot{e}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 u_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III. 48})$$



La loi de commande U_2 est alors déduite en satisfaisant $\dot{V}_2 < 0$, nous obtenons :

$$U_2 = \frac{1}{b_1} \{-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 + \ddot{\varphi}_d + \alpha_1 (\dot{\varphi} - x_2) - \alpha_2 e_2 + e_1\} \quad (\text{III. 49})$$

Le terme $\alpha_2 e_2$ est ajouté afin de stabiliser e_1

Cas où $i = 3$:

$$\begin{cases} e_3 = x_{3d} - x_3 \\ V_3 = \frac{1}{2} e_3^2 \end{cases} \quad (\text{III. 50})$$

$$\dot{V}_3 = e_3 \dot{e}_3 = e_3 (\dot{x}_{3d} - \dot{x}_3) \quad (\text{III. 51})$$

Par application du théorème de Lyapunov ($\dot{V}_3 \leq 0$) la stabilisation de e_3 peut être obtenue par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle x_4 :

$$x_4 = \dot{x}_{3d} + \alpha_3 e_3 \quad (\text{III. 52})$$

L'équation de \dot{V}_3 devient alors :

$$\dot{V}_3 = -\alpha_3 e_3^2 < 0 \quad (\text{III. 53})$$

Avec $\alpha_3 > 0$

Faisons le changement de variable suivant :

$$e_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 e_3 \quad (\text{III. 54})$$

Pour $i = 4$:

$$\begin{cases} e_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 e_3 \\ V_4 = \frac{1}{4} e_3^2 + \frac{1}{2} e_4^2 \end{cases} \quad (\text{III. 55})$$

$$\dot{V}_4 = \frac{1}{2} e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 \quad (\text{III. 56})$$

La dérivée de e_4 est donnée par :

$$\dot{e}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 u_3 - \ddot{x}_{3d} - \alpha_3 \dot{e}_3 \quad (\text{III. 57})$$

La loi de commande U_2 est alors déduite en satisfaisant $\dot{V}_2 < 0$, nous obtenons :

$$U_3 = \frac{1}{b_1} \{-a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega} x_2 + \ddot{\theta}_d + \alpha_3 (\dot{\theta}_d - x_4) - \alpha_4 e_4 + e_3\} \quad (\text{III. 58})$$

Le terme $\alpha_4 e_4$ est ajouté afin de stabiliser e_3

Cas où $i = 5$:

$$\begin{cases} e_5 = x_{5d} - x_5 \\ V_5 = \frac{1}{2} e_5^2 \end{cases} \quad (\text{III. 59})$$

$$\dot{V}_5 = e_5 \dot{e}_5 = e_5 (\dot{x}_{5d} - \dot{x}_5) \quad (\text{III. 60})$$

Par application du théorème de Lyapunov ($\dot{V}_5 \leq 0$) la stabilisation de e_5 peut être obtenue par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle x_6 :

$$x_6 = \dot{x}_{5d} + \alpha_5 e_5 \quad (\text{III. 61})$$



L'équation de \dot{V}_5 devient alors :

$$\dot{V}_5 = -\alpha_5 e_5^2 < 0 \quad (\text{III. 62})$$

Avec $\alpha_5 > 0$

Faisons le changement de variable suivant :

$$e_6 = x_6 - \alpha_5 e_5 - \dot{x}_{5d} \quad (\text{III. 63})$$

Pour $i = 6$:

$$\begin{cases} e_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5 e_5 \\ V_6 = \frac{1}{4} e_5^2 + \frac{1}{2} e_6^2 \end{cases} \quad (\text{III. 64})$$

$$\dot{V}_6 = \frac{1}{2} e_5 \dot{e}_5 + e_6 \dot{e}_6 \quad (\text{III. 65})$$

La dérivée de e_6 est donnée par :

$$\dot{e}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 - \ddot{x}_{5d} - \alpha_5 \dot{e}_5 \quad (\text{III. 66})$$

La loi de commande U_4 est alors déduite en satisfaisant $\dot{V}_6 < 0$, nous obtenons :

$$U_4 = \frac{1}{b_3} \{-a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \alpha_5 (\dot{\psi}_d - x_6) - \alpha_6 e_6 + e_5\} \quad (\text{III. 67})$$

Le terme $\alpha_6 e_6$ est ajouté afin de stabiliser e_5

Cas où $i = 7$:

$$\begin{cases} e_7 = x_{7d} - x_7 \\ V_7 = \frac{1}{2} e_7^2 \end{cases} \quad (\text{III. 68})$$

$$\dot{V}_7 = e_7 \dot{e}_7 = e_7 (\dot{x}_{7d} - x_8) \quad (\text{III. 69})$$

Par application du théorème de Lyapunov ($\dot{V}_7 \leq 0$) la stabilisation de e_7 peut être obtenue par

l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle x_8 :

$$x_8 = \dot{x}_{7d} + \alpha_7 e_7 \quad (\text{III. 70})$$

L'équation de \dot{V}_7 devient alors :

$$\dot{V}_7 = -\alpha_7 e_7^2 < 0 \quad (\text{III. 71})$$

Avec $\alpha_7 > 0$

Faisons le changement de variable suivant :

$$e_8 = x_8 - \alpha_7 e_7 - \dot{x}_{7d} \quad (\text{III. 72})$$

Pour $i = 8$:

$$\begin{cases} e_8 = x_8 - \dot{x}_{7d} - \alpha_7 e_7 \\ V_8 = \frac{1}{4} e_7^2 + \frac{1}{2} e_8^2 \end{cases} \quad (\text{III. 73})$$

$$\dot{V}_8 = \frac{1}{2} e_7 \dot{e}_7 + e_8 \dot{e}_8 \quad (\text{III. 74})$$

La dérivée de e_8 est donnée par :



$$\dot{e}_8 = a_9 x_8 + U_x \frac{U_1}{m} - \ddot{x}_{7d} - \alpha_7 \dot{e}_7 \quad (\text{III. 75})$$

La loi de commande U_x est alors déduite en satisfaisant $\dot{V}_8 < 0$, nous obtenons :

$$U_x = \frac{m}{U_1} \{-a_9 x_8 + \ddot{X}_d + \alpha_7 (\dot{X}_d - x_8) - \alpha_8 e_8 + e_7\} U_1 \neq 0 \quad (\text{III. 76})$$

Le terme $\alpha_8 e_8$ est ajouté afin de stabiliser e_7

Cas où $i = 9$:

$$\begin{cases} e_9 = x_{9d} - x_9 \\ V_9 = \frac{1}{2} e_9^2 \end{cases} \quad (\text{III. 77})$$

$$\dot{V}_9 = e_9 \dot{e}_9 = e_9 (\dot{x}_{9d} - \dot{x}_{10}) \quad (\text{III. 78})$$

Par application du théorème de Lyapunov ($\dot{V}_9 \leq 0$) la stabilisation de e_9 peut être obtenue par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle x_{10} :

$$x_{10} = \dot{x}_{9d} + \alpha_9 e_9 \quad (\text{III. 79})$$

L'équation de \dot{V}_9 devient alors :

$$\dot{V}_9 = -\alpha_9 e_9^2 < 0 \quad (\text{III. 80})$$

Avec $\alpha_9 > 0$

Faisons le changement de variable suivant :

$$e_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - \alpha_9 e_9 - \dot{x}_{9d} \quad (\text{III. 81})$$

Pour $i = 10$:

$$\begin{cases} e_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - \alpha_9 e_9 \\ V_{10} = \frac{1}{4} e_9^2 + \frac{1}{2} e_{10}^2 \end{cases} \quad (\text{III. 82})$$

$$\dot{V}_{10} = \frac{1}{2} e_9 \dot{e}_9 + e_{10} \dot{e}_{10} \quad (\text{III. 83})$$

La dérivée de e_{10} est donnée par :

$$\dot{e}_{10} = a_{10} x_{10} + U_y \frac{U_1}{m} - \ddot{x}_{9d} - \alpha_9 \dot{e}_9 \quad (\text{III. 84})$$

La loi de commande U_y est alors déduite en satisfaisant $\dot{V}_{12} < 0$, nous obtenons :

$$U_y = \frac{m}{U_1} \{-a_{10} x_{10} + \ddot{Y}_d + \alpha_9 (\dot{Y}_d - x_{10}) - \alpha_{10} e_{10} + e_9\} U_1 \neq 0 \quad (\text{III. 85})$$

Le terme $\alpha_{10} e_{10}$ est ajouté afin de stabiliser e_9

Les lois de commande complet de quadrotor sont :



$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = \frac{m}{cx_1cx_3} \{-a_{11}x_{12} + \ddot{z}_d + g + \alpha_{11}(\dot{z}_d - x_{12}) - \alpha_{12}e_{12} + e_{11}\} \\ U_2 = \frac{1}{b_1} \{-a_1x_4x_6 - a_2x_2^2 - a_3\bar{\Omega}x_4 + \ddot{\phi}_d + \alpha_1(\dot{\phi}_d - x_2) - \alpha_2e_2 + e_1\} \\ U_3 = \frac{1}{b_2} \{-a_4x_2x_6 - a_5x_4^2 - a_6\bar{\Omega}x_2 + \ddot{\theta}_d + \alpha_3(\dot{\theta}_d - x_4) - \alpha_4e_4 + e_3\} \\ U_4 = \frac{1}{b_3} \{-a_7x_2x_4 - a_8x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \alpha_5(\dot{\psi}_d - x_6) - \alpha_6e_6 + e_5\} \\ U_x = \frac{m}{u_1} \{-a_9x_8 + \ddot{X}_d + \alpha_7(\dot{X}_d - x_8) - \alpha_8e_8 + e_7\} \\ U_y = \frac{m}{u_1} \{-a_{10}x_{10} + \ddot{Y}_d + \alpha_9(\dot{Y}_d - x_{10}) - \alpha_{10}e_{10} + e_9\} \end{array} \right. \quad (\text{III. 86})$$

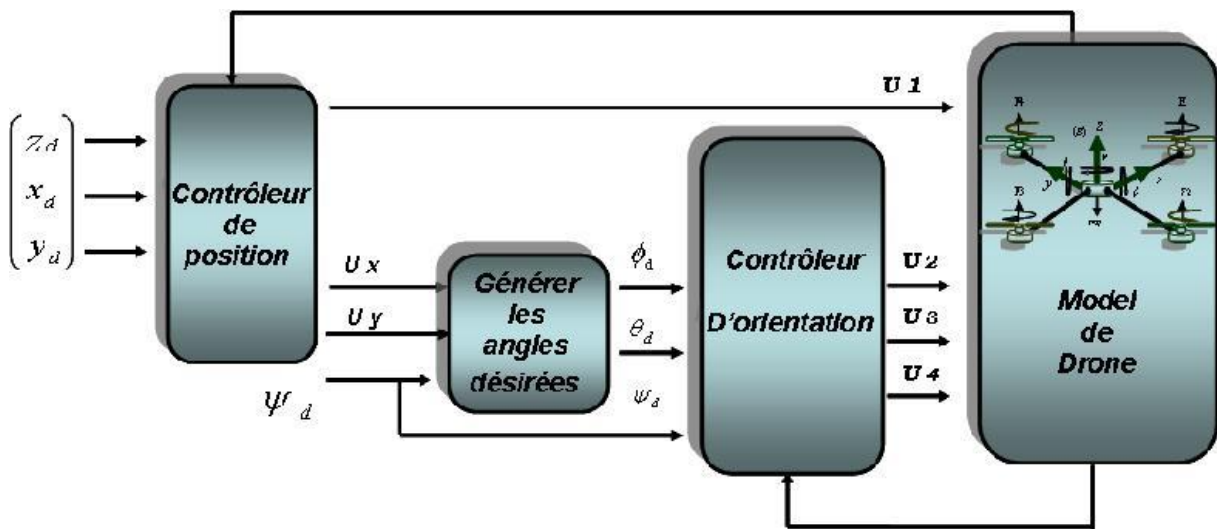


Figure III.2 : Illustration de la structure de commande du quadrirotor [20].

III.4 Synthèse de commande par mode glissant :

On considère le système non linéaire suivant [21] :

$$(S) \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{III. 87})$$

L'idée de base de la commande par mode glissant est premièrement d'attirer les états du système vers une surface de glissement convenablement choisie [27][29].

, puis de concevoir une loi de commande stabilisante qui pourra maintenir le système sur cette surface. En résumé, une commande par mode glissant est divisée en trois parties [22] :

- Choix des surfaces de glissement.
- Définition des conditions d'existence et de convergence du régime glissant.
- Détermination de la loi de commande.

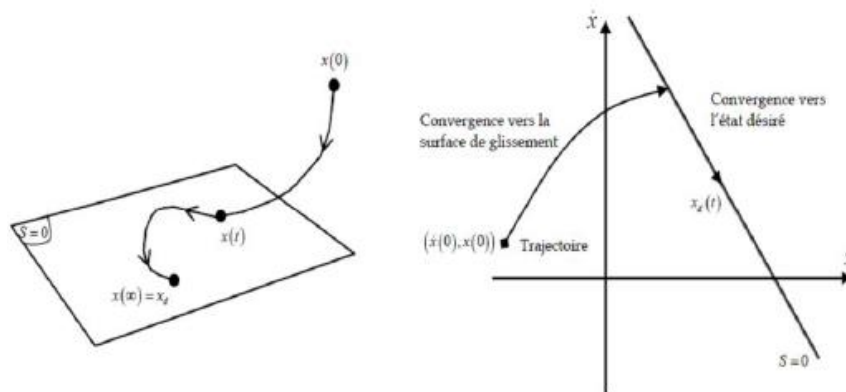


Figure III.4 : Convergence du système glissant.

➤ Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre nécessaire ainsi que la forme de ces dernières, ces deux facteurs sont en fonction de l'application et l'objectif visé. Un système d'ordre n avec m entrées peut avoir jusqu'à $(2^m - 1)$ surfaces. Pour le choix de la forme de la surface de glissement, Stolone a proposé une forme générale qui consiste à définir une fonction scalaire des surfaces de glissements dans le plan de phase, donnée par :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{III. 88})$$

X : Variable à commander,

$e(x)$: l'erreur de poursuite $e(x) = x - x_d$.

λ_x : Une constante positive qui interprétera la dynamique de la surface.

r : le degré relatif de système.

➤ Conditions d'existence du régime glissant

C'est la condition sous laquelle la trajectoire d'état va atteindre la surface de glissement, appelée aussi condition d'attractivité. Deux types de conditions d'accès à la surface de glissement sont présentés.

Approche directe

Cette approche est la plus ancienne, elle a été proposée par EMILYANOV et UTKIN.

Elle est globale mais ne garantit pas en revanche un temps d'accès fini.

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 \text{ lorsque } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 \text{ lorsque } S(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{III. 89})$$



Cette condition est toutefois difficile à utiliser, particulièrement dans le cas d'un système multi entrées.

Approche de LYAPUNOV

Il s'agit de formuler une fonction scalaire définie positive $V(x) > 0$ pour les variable d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction. Elle est utilisée pour garantir la stabilité des systèmes non linéaires [29][30].

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ avec } V(x) > 0 \quad (\text{III. 90})$$

En définissant la fonction de Lyapunov par :

$$V(x) = \frac{1}{2} S(x)^2 \quad (\text{III. 91})$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative.

Ceci est vérifié si :

$$S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (\text{III. 92})$$

➤ Loi de commande

Dans le but de forcer les trajectoires d'état du système à atteindre la surface de glissement et le contraindre à rester sur la surface de glissement malgré la présence d'incertitudes [27], La commande u contient deux termes : $u = u_{eq} + \Delta u$, Le premier appelé la commande équivalente qui est un moyen de déterminer le comportement du système lorsque un régime glissant idéal est établi, calculée donc à partir de la condition d'invariance de la surface :

$$\begin{cases} S(x, t) = 0 \\ \dot{S}(x, t) = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 93})$$

Ce que revient à l'expression :

$$u_{eq}(x, t) = - \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right]^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T f(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \right\} \quad (\text{III. 94})$$

Le deuxième est une fonction discontinue calculée en vérifiant la condition d'attractivité :

$$S(x)\dot{S}(x) < 0$$

Elle est généralement de la forme :

$$\Delta u = -k \text{ sign}(S) \quad (\text{III. 95})$$

➤ Le phénomène de Chattering (Le broutement)

La nature discontinue de la loi de commande des systèmes à structure variable provoque l'apparition d'un phénomène de réticence (chattering en anglais) caractérisé par de fortes



oscillations de hautes fréquences autour de la surface du glissement, on le voit sur la figure (III.5).

En conséquence, les performances et la robustesse du système sont dégradées et cela peut même conduire à l'instabilité [28]. Pour remédier à ce problème, certaines solutions ont été proposées tels que : le remplacement de la fonction discontinue par une fonction continue (par exemple : fonctions sat, smooth...) ou la fuzzification de cette dernière et la synthèse d'une commande à structure variable d'ordre supérieur.

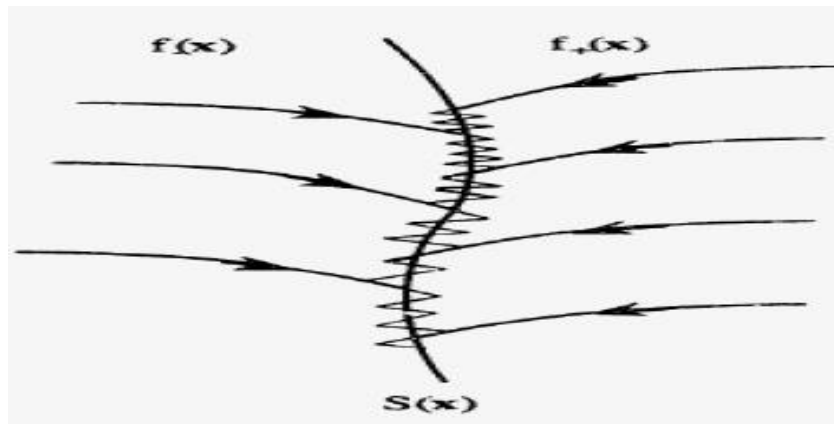


Figure III.5 : Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement

III.4.1 Application de la commande sur le QUADROTOR :

Les deux composantes de la commande sont :

$$U = U_{equivalente} + U_{attractive} \quad (III.96)$$

$U_{attractive}$: La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle en immersion linéaire ou non linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement S soit ($S = 0$).

$U_{equivalente}$: Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe "sign" de la surface de glissement, S multipliée par une constante K .

La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états du système.

On prend le modèle d'état en attitude définie

Soit les erreurs de poursuite suivantes :

$$\begin{cases} \dot{e}_{i+1} = \dot{e}_i \\ e_i = x_i - x_{id} \end{cases} \quad i \in [1,5] \quad (III.97)$$



On choisit les surfaces de glissement (S) en fonction des erreurs de poursuite, ce qui donne :

$$\begin{cases} S_\phi = e_2 + \lambda_1 e_1 \\ S_\theta = e_4 + \lambda_2 e_3 \\ S_\psi = e_6 + \lambda_3 e_3 \end{cases} \quad \text{Avec } \lambda_i > 0 \quad (\text{III. 98})$$

1. On prend la première surface et on montre les étapes de calcul de la commande pour la variable ϕ , la fonction de Lyapunov candidate est comme suit :

$$V(S_\phi) = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{III. 99})$$

$$S_\phi = x_2 - \dot{x}_{1d} + \lambda_1 e_1 \quad (\text{III. 100})$$

$$\dot{S}_\phi = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III. 101})$$

Pour garantir la stabilité au sens de Lyapunov, il faut avoir $\dot{V}(S_\phi) < 0$, ce qui mène à $S_\phi \dot{S}_\phi < 0$, qui est la condition nécessaire de glissement. On choisit :

$$\dot{S}_\phi = -k_1 \text{sign}(S_\phi) \quad (\text{III. 102})$$

$$\dot{S}_\phi = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III. 103})$$

Donc

$$\begin{aligned} \dot{S}_\phi &= -k_1 \text{sign}(S_\phi) = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 \\ &= a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 x_4 \bar{\Omega} + b_1 U_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 e_2 \end{aligned} \quad (\text{III. 104})$$

Il en résulte :

$$U_2 = \frac{1}{b_1} [-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 x_4 \bar{\Omega} + \ddot{x}_{1d} - \lambda_1 e_2 - k_1 \text{sign}(S_\phi)] \quad (\text{III. 105})$$

On sait que :

$$U_2 = U_{2equivalente} + U_{2attractive}$$

Donc :

$$\begin{cases} U_{2attractive} = \frac{k_1}{b_1} \text{sign}(S_\phi) \\ U_{2equivalente} = \frac{1}{b_1} [-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 x_4 \bar{\Omega} + \ddot{x}_{1d} - \lambda_1 e_2] \end{cases} \quad (\text{III. 106})$$

De même façon on calcule les autres commandes U_3 et U_4 donc :

2. On prend la première surface et on montre les étapes de calcul de la commande pour la variable θ , la fonction de Lyapunov candidate est comme suit :

$$V(S_\theta) = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{III. 107})$$

$$S_\theta = x_4 - \dot{x}_{4d} + \lambda_2 e_3 \quad (\text{III. 108})$$

$$\dot{S}_\theta = \dot{x}_4 - \ddot{x}_{4d} + \lambda_2 \dot{e}_3 \quad (\text{III. 109})$$



Pour garantir la stabilité au sens de Lyapunov, il faut avoir $\dot{V}(S_\theta) < 0$, ce qui mène à $S_\theta \dot{S}_\theta < 0$, qui est la condition nécessaire de glissement. On choisit :

$$\dot{S}_\theta = -k_2 \text{sign}(S_\theta) \quad (\text{III. 110})$$

$$\dot{S}_\theta = \dot{x}_4 - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \dot{e}_3 \quad (\text{III. 111})$$

Donc

$$\begin{aligned} \dot{S}_\theta = -k_2 \text{sign}(S_\theta) &= \dot{x}_4 - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \dot{e}_3 \\ &= a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 x_2 \bar{\Omega} + b_2 U_3 - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 e_4 \end{aligned} \quad (\text{III. 112})$$

Il en résulte :

$$U_3 = \frac{1}{b_2} [-a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 x_2 \bar{\Omega} + \ddot{x}_{3d} - \lambda_2 e_4 - k_2 \text{sign}(S_\theta)] \quad (\text{III. 113})$$

On sait que :

$$U_3 = U_{3\text{equivalente}} + U_{3\text{attractive}}$$

Donc :

$$\begin{cases} U_{3\text{attractive}} = \frac{k_2}{b_2} \text{sign}(S_\theta) \\ U_{3\text{equivalente}} = \frac{1}{b_2} [-a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 x_2 \bar{\Omega} + \ddot{x}_{3d} - \lambda_2 e_4] \end{cases} \quad (\text{III. 114})$$

3. On prend la première surface et on montre les étapes de calcul de la commande pour la variable ψ , la fonction de Lyapunov candidate est comme suit :

$$V(S_\psi) = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{III. 115})$$

$$S_\psi = x_6 - \dot{x}_{5d} + \lambda_3 e_5 \quad (\text{III. 116})$$

$$\dot{S}_\psi = \dot{x}_6 - \ddot{x}_{5d} + \lambda_3 \dot{e}_5 \quad (\text{III. 117})$$

Pour garantir la stabilité au sens de Lyapunov, il faut avoir $\dot{V}(S_\psi) < 0$, ce qui mène à $S_\psi \dot{S}_\psi < 0$, qui est la condition nécessaire de glissement. On choisit :

$$\dot{S}_\psi = -k_3 \text{sign}(S_\psi) \quad (\text{III. 118})$$

$$\dot{S}_\psi = \dot{x}_6 - \ddot{x}_{5d} + \lambda_3 \dot{e}_5 \quad (\text{III. 119})$$

Donc

$$\begin{aligned} \dot{S}_\psi = -k_3 \text{sign}(S_\psi) &= \dot{x}_6 - \ddot{x}_{5d} + \lambda_3 \dot{e}_5 \\ &= a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 - \ddot{x}_{5d} + \lambda_3 e_6 \end{aligned} \quad (\text{III. 120})$$

Il en résulte :

$$U_4 = \frac{1}{b_3} [-a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{x}_{5d} - \lambda_3 e_6 - k_3 \text{sign}(S_\psi)] \quad (\text{III. 121})$$

On sait que :



$$U_4 = U_{4equivalente} + U_{4attractive}$$

Donc :

$$\begin{cases} U_{4attractive} = \frac{k_3}{b_3} \text{sign}(S_\psi) \\ U_{4equivalente} = \frac{1}{b_3} [-a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{x}_{5d} - \lambda_3 e_6] \end{cases} \quad (\text{III.122})$$

III.5 Résultats et simulation de la commande Backstepping :

Le modèle de simulation du quadrotor a été implémenté sous Matlab/Simulink. La dynamique du quadrotor, est intégrée à Simulink à l'aide de Function-block tandis que le contrôleur, ainsi que le générateur de trajectoire.

Dans cette section, on va présenter les résultats de simulations issues de l'application de la technique de commande par backstepping. L'ensemble des paramètres du modèle du Quadrotor sont illustrés dans le tableau (III.1). On a également effectué deux différents essais de vol. Dans le premier essai, on a choisi une altitude $Z_d = \text{cte}$. Ce premier essai va nous permettre à tester les performances de notre approche de commande. Tandis que le deuxième essai consiste à commander notre Quadrotor en orientation (ϕ, θ, ψ) et en altitude.

III.5.1 Paramètres du modèle en simulation :

Le tableau (III.1) présente les paramètres utilisés dans le modèle dynamique du quadrotor.

Paramètre	Valeur	Désignation
M	1.4 kg	Masse du quadrotor
G	9.806 m.s ⁻²	Force de gravité
L	0.15 m	Longueur du bras
B	2,9842. 10 ⁻⁵ N.m/rad/s	Coefficient de portance
D	3,320. 10 ⁻⁷ N.m/rad/s	Coefficient de trainé
Jr	2.8385.10 ⁻⁵ N.m /rad / s ²	Inertie de rotor
Ix	0.0155 kg.m ²	Matrice diagonale d'inertie du
Iy	0.0155 kg.m ²	



Iz	0.0247 kg.m ²	quadrotor
Kfax	5,5670. 10 ⁻⁴ N/rad/s	Matrice diagonale Coefficient des frottements aérodynamique
Kfay	5,5670. 10 ⁻⁴ N/rad/s	
Kfaz	6,3540. 10 ⁻⁴ N/rad/s	
Kftx	5,5670. 10 ⁻⁴ N.m/s	Matrice diagonale Coefficient des forces de trainées selon (X,Y,Z)
Kfty	5,5670. 10 ⁻⁴ N.m/s	
Kftz	6,3540. 10 ⁻⁴ N.m/s	

Tableau III.1 : paramètres du quadrotor simulé [23]

Le tableau (III.2) présente les paramètres des simulations sous l’environnement MATLAB/SIMULINK.

Paramètres de simulation	Valeurs
Type de Solver	Ode3(Bogacki-shampine)
Fixed step size	1e-4

Tableau III.2 : Paramètres de simulateur Matlab/Simulink

III.5.2 Contrôle d’altitude :

Pour atteindre une altitude Z_d , on doit commander notre système par la commande U_1 , après simulation (avec perturbation et sans perturbation en Z) on obtient :

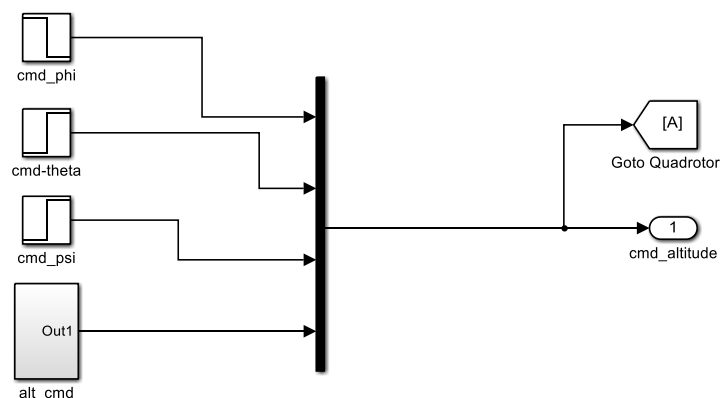


Figure III.6: Schéma de contrôle d’altitude

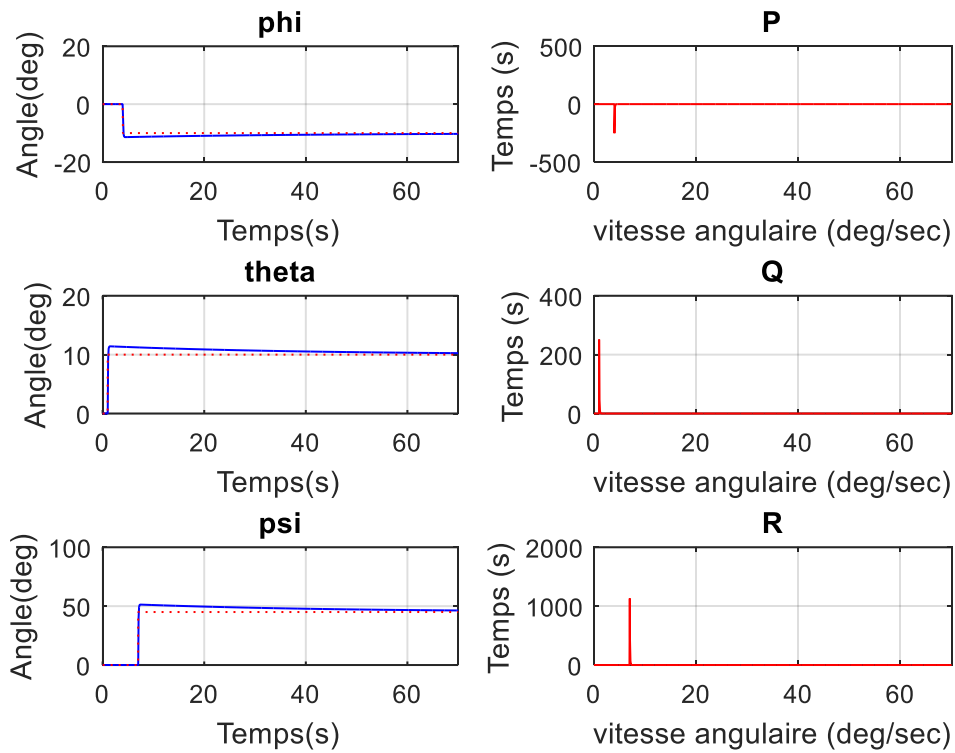


Figure III.7 : Vitesses et positions angulaires du contrôle d'Altitude avec perturbation

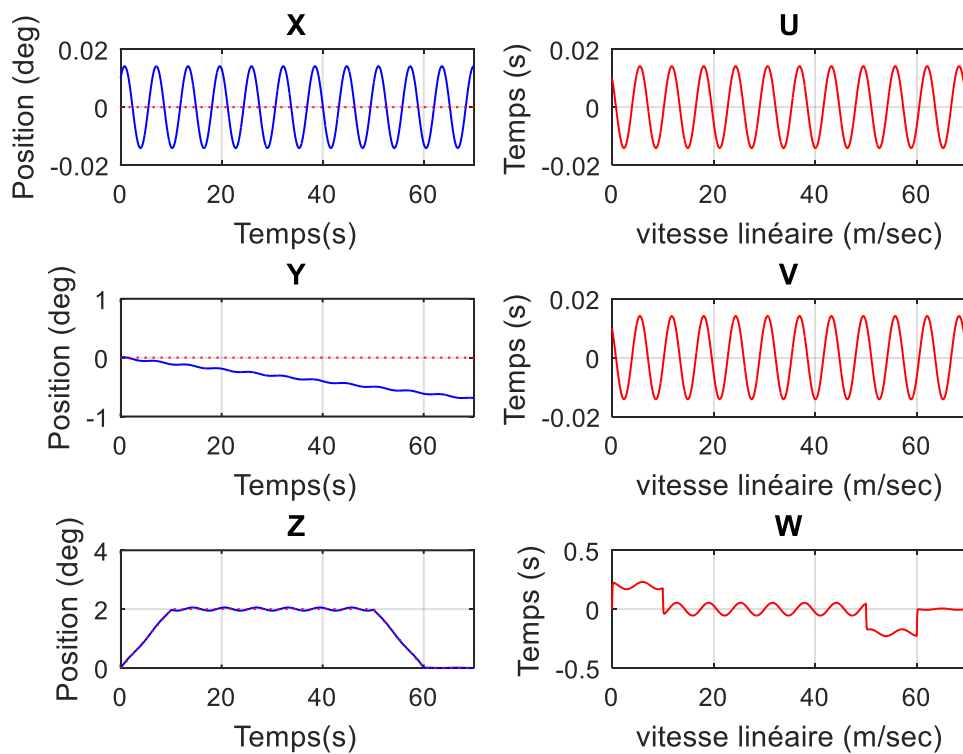




Figure III.8 : Vitesses et positions linéaires du contrôle d'Altitude avec perturbation

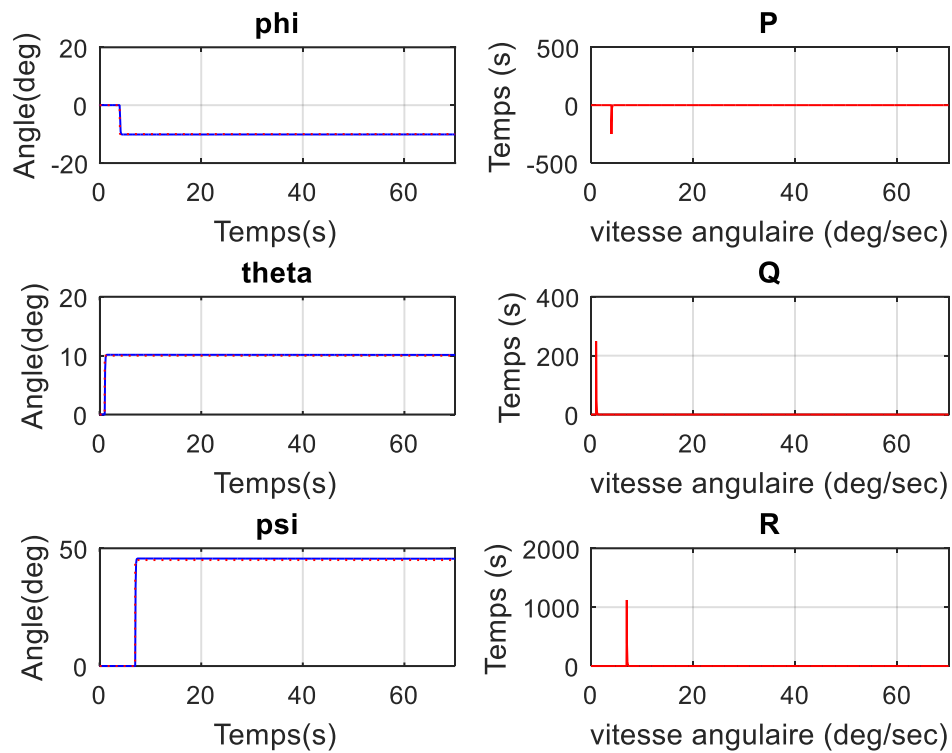


Figure III.9 : Vitesses et positions angulaires du contrôle d'Altitude sans perturbation

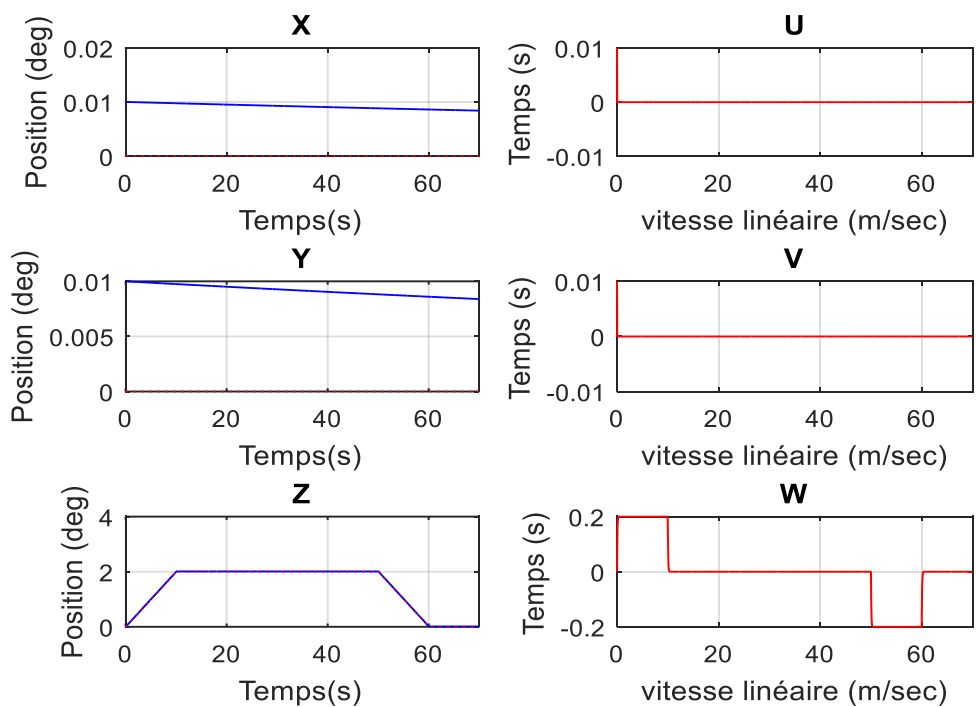




Figure III.10 : Vitesses et positions linéaires du contrôle d'Altitude sans perturbation

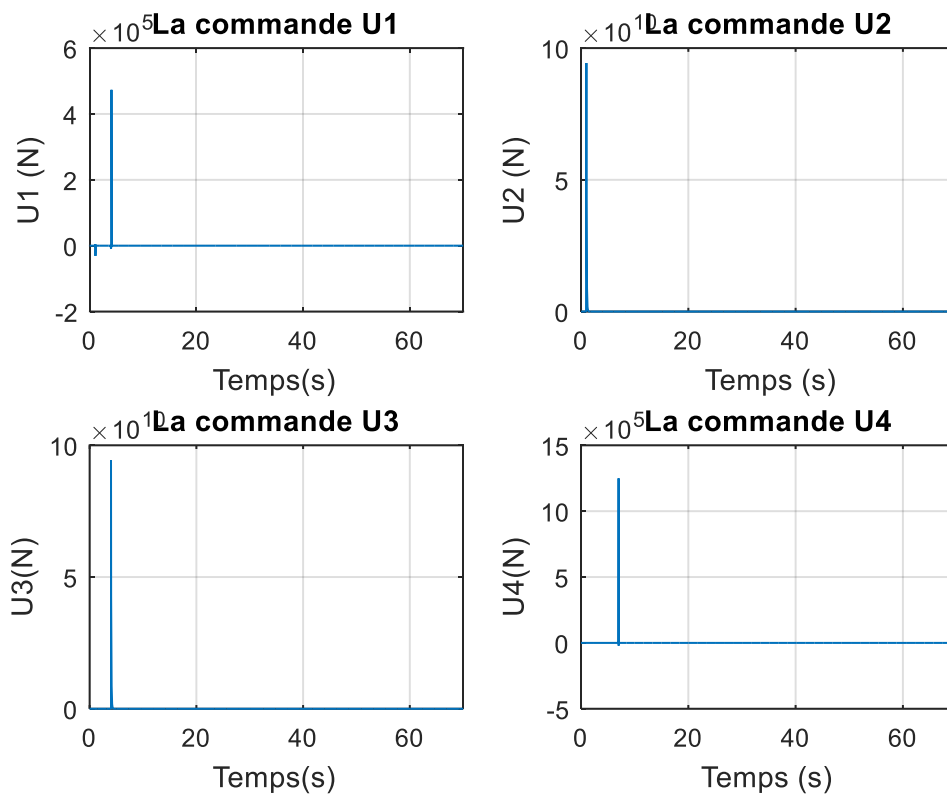


Figure III.11 : Signaux de Commande d'altitude

Les figures de III.7 jusqu'à III.11 représente les positions et les vitesses angulaires, et les résultats de simulation pour les angles du quadrirotor, soit le suivi des valeurs des angles désirées selon les axes x,y,z en appliquant la loi de commande par Backstepping.

On voit bien que l'altitude réelle suit bien la consigne envoyée en Z_d , la courbe se stabilise au bout de $t=0.0001$ s.

Dans le contrôle avec perturbation on a choisi les gains de commande Backstepping

$$(\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6 = 40; \alpha_8 = \alpha_{10} = \alpha_{12} = 0)$$

Et le contrôle sans perturbation ($\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6 = \alpha_8 = \alpha_{10} = \alpha_{12} = 400$)

Les gains de commande Backstepping permet de stabiliser l'erreur de poursuite, ainsi stabiliser la position et la vitesse du système.

II.5.3 Contrôle de position :

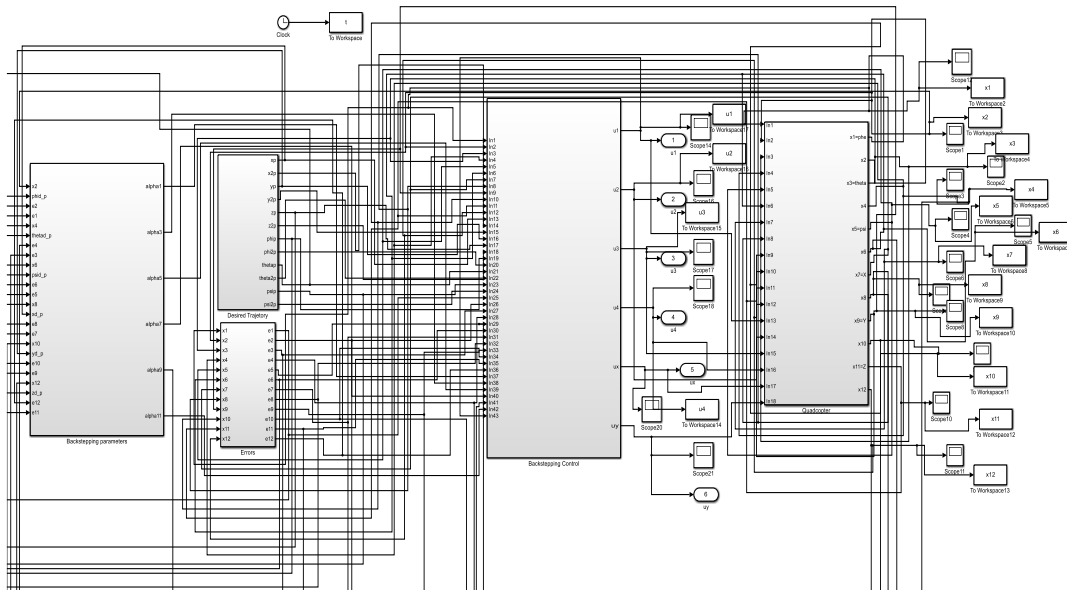


Figure III.12 : schéma bloc de contrôle de position

Ce contrôle de vol est effectué pour valider les performances de notre approche de commande à l'aide d'un autre type de trajectoire variée au cours du temps et de long des axes z, x et y. Le Quadrirotor doit voler dans la direction z (vol vertical) suivi par un mouvement suivant x ensuite par un mouvement suivant y et finalement par un atterrissage lisse.

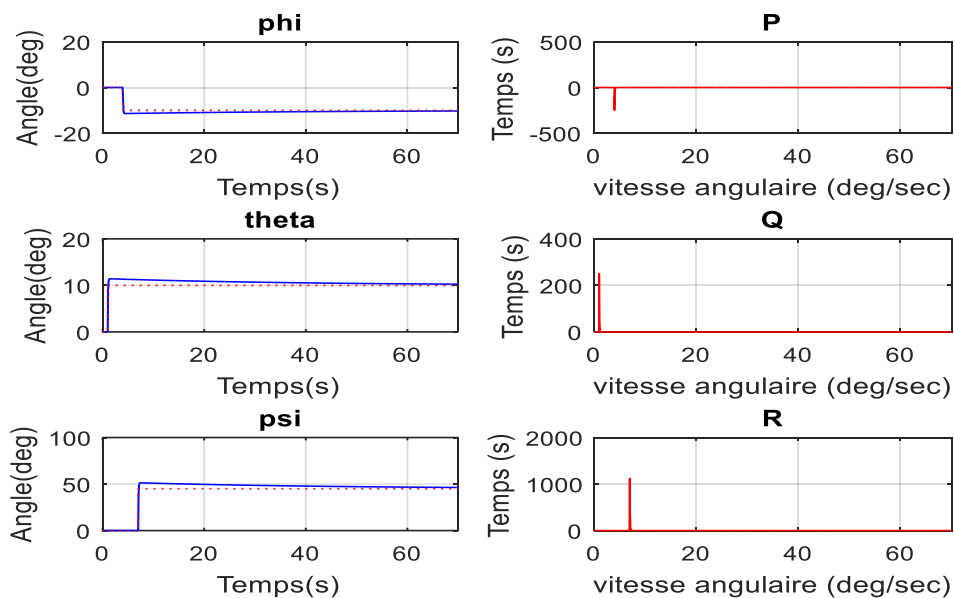


Figure III.13 : Vitesses et positions linéaires du contrôle de position avec perturbation

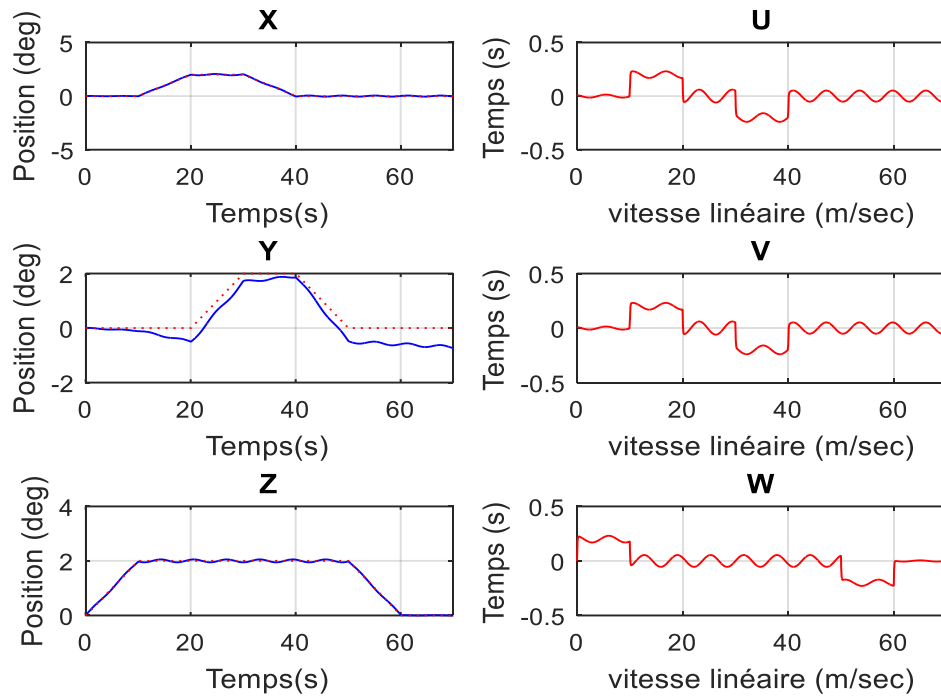


Figure III.14 : Vitesses et positions linéaires du contrôle de position avec perturbation

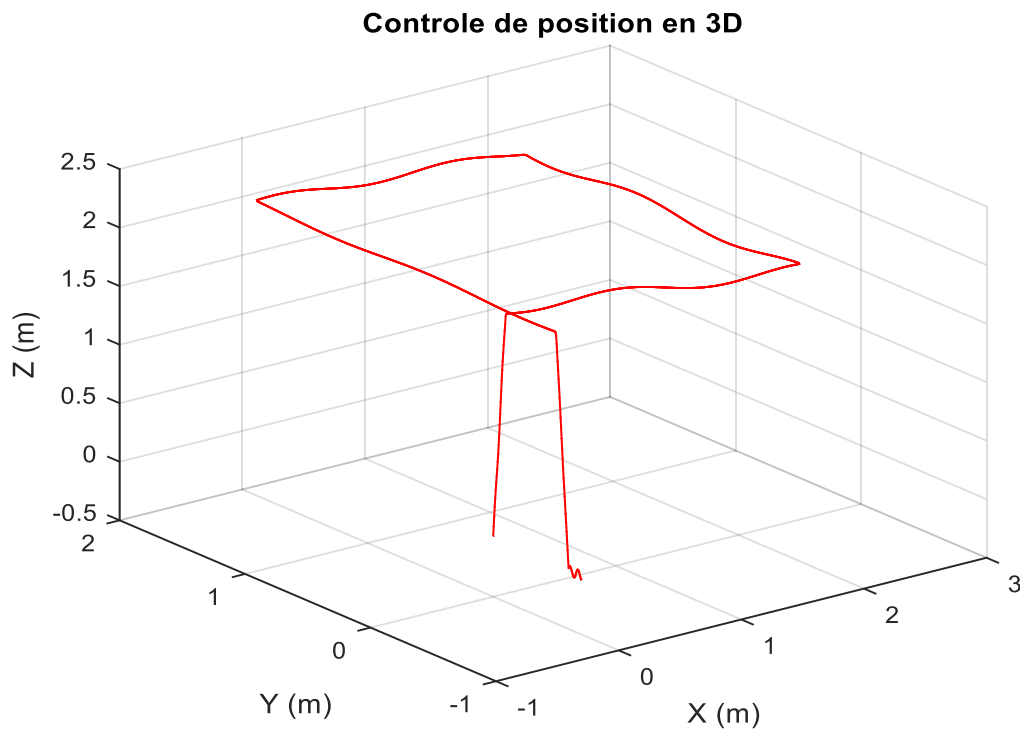


Figure III.15 : contrôle de position avec perturbation en 3D

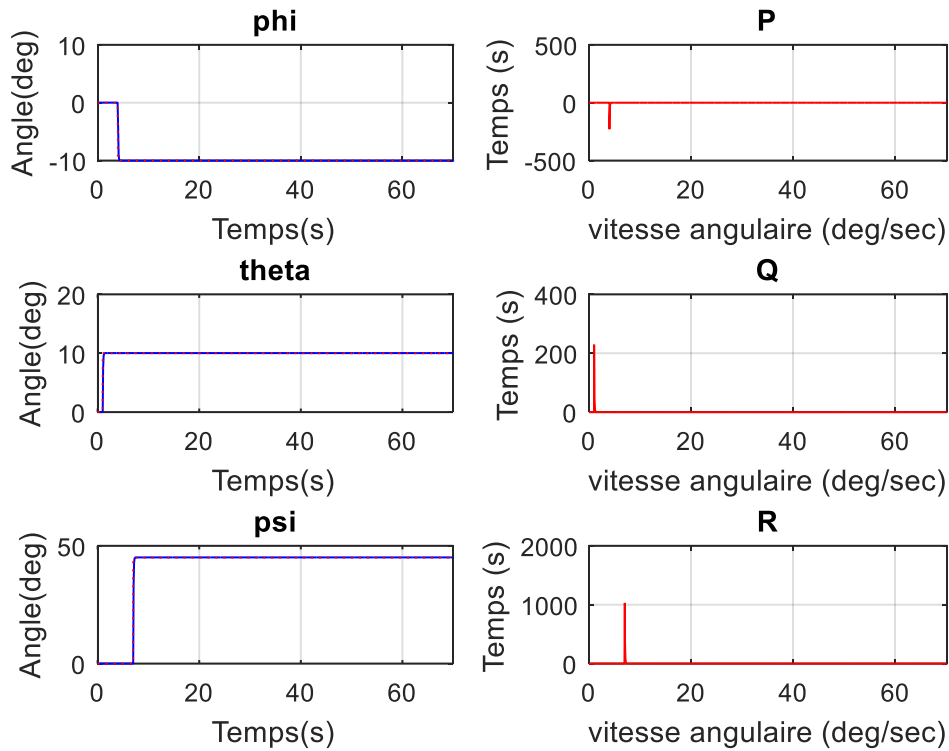


Figure III.16 : Vitesses et positions linéaires du contrôle de position sans perturbation

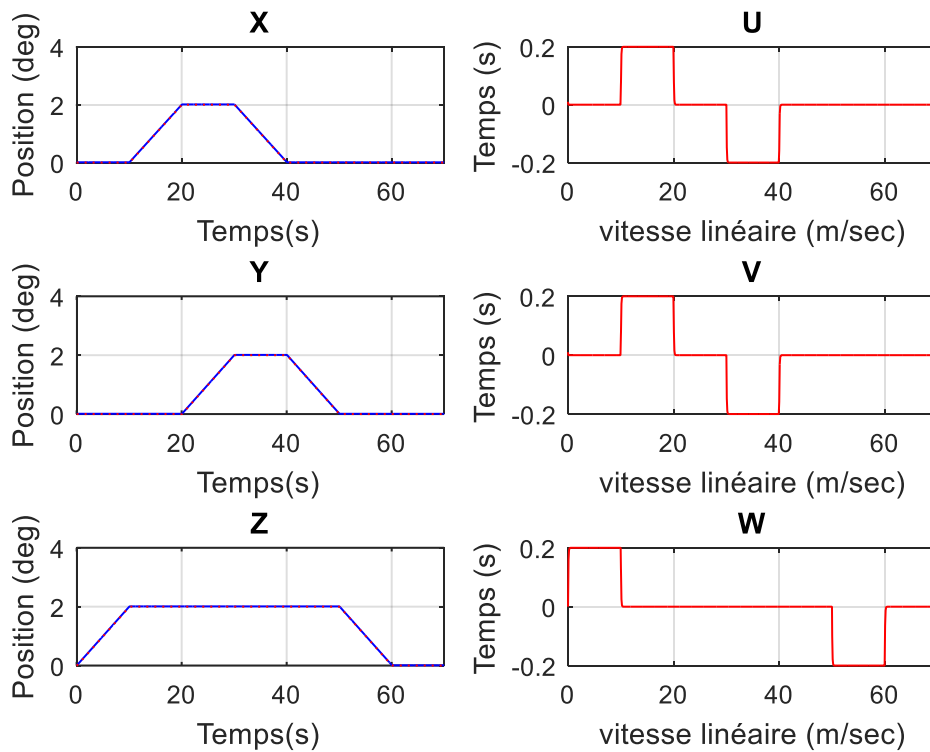


Figure III.17 : Vitesses et positions linéaires du contrôle de position avec perturbation

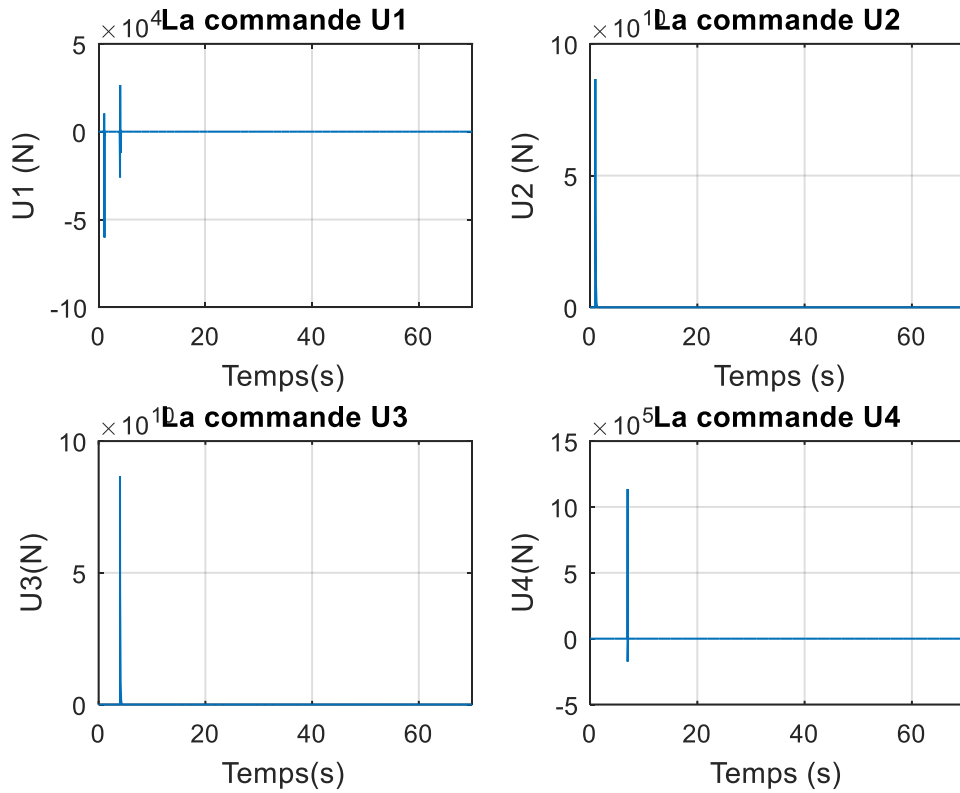


Figure III.18 : signaux de commande de position

Contrôle de position en 3D

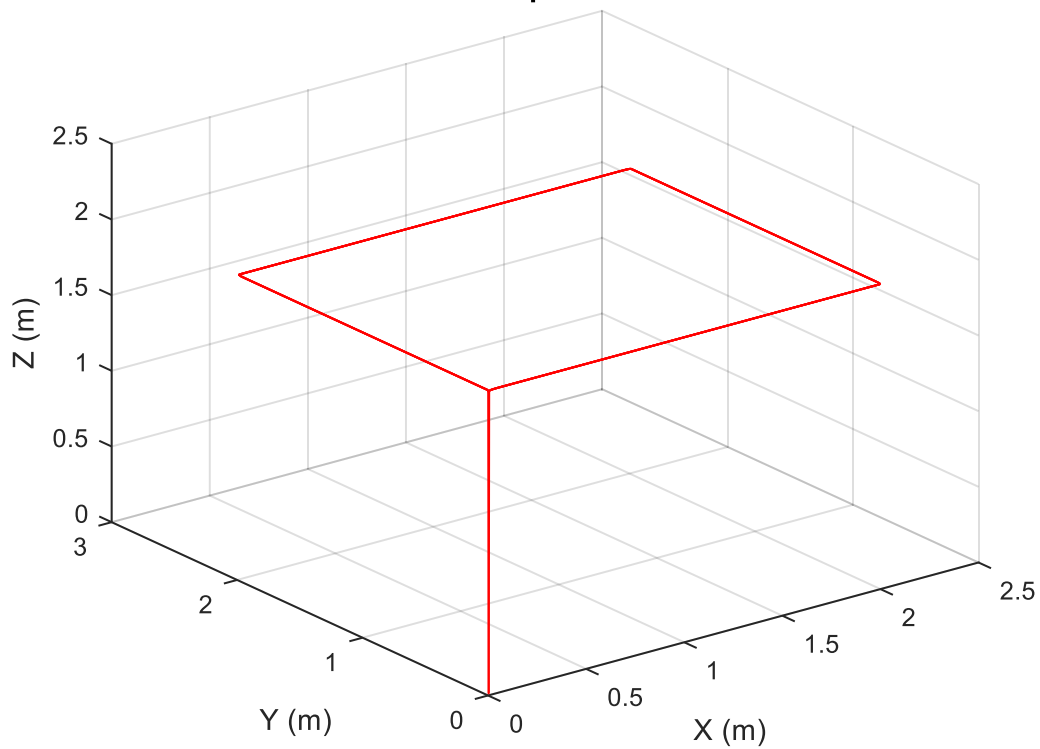


Figure III.19 : Contrôle de position sans perturbation en 3D



Les figures de III.13 jusqu'à III.19 montrent les performances de commande obtenues dans le cas de nos trajectoires. On obtient, une bonne précision de poursuite et nous remarquons que, dans ce cas, la poursuite s'effectue sans aucun dépassement. On constate que la commande Backstepping est robuste.

III.6 Conclusion :

Nous avons présenté dans ce chapitre la construction du contrôleur backstepping. Celle-ci a été effectuée en quatre étapes soit : le contrôle de la position linéaire, le contrôle de la vitesse linéaire, le contrôle de la position angulaire et le contrôle de la vitesse angulaire. À chaque étape, une fonction candidate de Lyapunov a été proposée.

L'apport de la loi de commande par Backstepping, à stabiliser notre système, et assurer la convergence de ses états vers la consigne désirée, et cela malgré la présence de perturbations non modélisée.

Conclusion

Général



Conclusion général

Comme détaillé dans les trois chapitres, notre tâche était de commander le vol d'un Quadcopter le long d'une trajectoire prédéfinie.

À travers ce mémoire nous avons pu acquérir les techniques de modélisation et de simulation d'un quadrotor sous l'environnement Matlab/Simulink. De ce fait nous avons décrit le quadrotor et ses possibilités de vol afin d'établir son modèle dynamique, puis nous avons simplifié le modèle afin de faciliter sa commande aussi la mise en œuvre de la stabilisation du quadrotor adopté en utilisant différentes stratégies de commandes non linéaires telles que ;

La commande par backstepping qui nous a assuré la convergence et la stabilité du système et qui nous a garanti une grande robustesse des performances de poursuite des trajectoires désirées, aussi la commande par mode glissant qui nous a garanti une bonne précision de poursuite des trajectoires de références choisies avec un temps de réponse important, néanmoins la présence de phénomènes de chattering, finalement la commande par mode glissant d'ordre supérieur (Super Twisting) et l'atténuation de phénomène de chattering présenté dans la commande par mode glissant d'ordre simple.

Dans la suite de ce travail et sous la pandémie du Coronavirus (Après la fermeture des établissements pédagogique ainsi la fermeture du centre de recherche Bousmail) on n'a pas pu terminer la partie pratique. Alors comme suite on a intégré les techniques de commandes citées ci-dessus dans le simulateur Matlab/Simulink afin d'obtenir des résultats de simulation valide. Ces résultats ont montré l'efficacité de la commande par backstepping en termes de poursuite et stabilité.

Nos perspectives sont de tester l'efficacité de ces stratégies pour le contrôle de la dynamique complète du système quadrirotor avant de passer aux premiers tests expérimentaux.

Bibliographie



Bibliographie

- [1]. BELLAHCENE zakaria, ‘‘Synthèse de lois de commande robuste pour un hélicoptère à quatre hélices’’, Université des Sciences et de la Technologie d’Oran Mohamed Boudiaf, 2013.
- [2]. Le livre : LA GUERRE DES DRONES : ASPECTS STRATÉGIQUES ET JURIDIQUES DE LA « ROBOTIQUE SÉCURITAIRE »
- [3]. National Museum of Science and Technology, Leonardo Da Vinci, valable au : <http://www.museoscienza.org>, Février 2018.
- [4]. T H È S E pour obtenir le titre de Docteur en Sciences Spécialité : Automatique Présentée et soutenue le 22 Octobre 2015 par Mokhtari Mohammed Rida
- [5]. RIDA, Mokhtari Mohammed, "observation et commande d’un drone miniature à birotor coaxial ». Thèse de doctorat 2012, Université Henri Poincaré-Nancy I.
- [6] <http://techni-drone.com/services/les-domaines-dapplications/>
- [7]. Azouz M., 2016. ‘‘Modélisation et commande d’un quadrirotor : Etude comparative de la commande floue et PID’’, mémoire de master 2 : Commande des systèmes. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 100.
- [8]. MOHAMEDI F & SACI N., 2016. ‘‘Simulation d’un drone sous MATLAB Cas d’étude : Quad-copter’’, mémoire de master 2 : Génie logiciel. Université Abderrahmane Mira de Béjaïa, 90.
- [9]. AMMARI S., 2017. ‘‘Simulation et commande d’un drone (Quadrirotor) En utilisant Simulink’’, mémoire de master 2 : Informatique Industrielle. Université Larbi Ben M’hidi D’oum EL Bouaghi, 58.
- [10]. <https://tpedrone.wordpress.com/category/presentation/>
- [11]. <https://tpedrone.wordpress.com/about-2/?blogsub=confirming#subscribe-blog>
- [12]. RAMASY Heritier A., 2017. ‘‘MODELISATION, CONCEPTION ET REALISATION D’UN VEHICULE AERIEN SANS PILOTE QUADROTOR’’. Mémoire de master 2 : Ingénierie Réseaux et Systèmes. ECOLE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE, 98.
- [13]. HERIZI B et MERRAH S., 2018. ‘‘Commande par backstepping d’un UAV type quadrirotor’’. Mémoire de master 2 : Automatique et systèmes. Université Mohamed Boudiaf - M’SILA, 76.
- [14]. Boudguiga O., 2016. ‘‘COMMANDE À SATURATION POUR LE CONTRÔLE DE LA POSITION D’UN ROBOT VOLANT DE TYPE QUADROTOR’’. Mémoire de master 2 : GÉNIE MÉCANIQUE. ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE UNIVERSITÉ DU QUÉBEC, 139.



- [15]. Belhani A., 2018. "Modélisation et commande d'un drone sur Simscape/Matlab". Mémoire de master 2 : Automatique et informatique industrielle. UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA, 71.
- [16]. Azouz M., 2016. "Modélisation et commande d'un quadrirotor : Etude comparative de la commande floue et PID". Mémoire de master 2 : Commande des systèmes. UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU, 100.
- [17]. Bouadi H, Bouchoucha M, Tadjine M., 2007. "Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor ", Engineering Letters, 15:2, EL_15_2_24.
- [18]. Deia Y, "Commande par mode glissant-floue pour la stabilisation d'attitude d'un UAV de type quadrotor", University M'hamed Bougara of Boumerdes, juin 2011.
- [19]. Benaskeur A "Aspects de l'application du Backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes nonlinéaires", Thèse Doctorat, Université du Laval, février 2000.
- [20]. <https://docplayer.fr/56865745-Synthese-de-lois-de-commande-robuste-pour-un-helicoptere-a-quatre-helices.html>
- [21]. Bouadi H, "Synthèse de lois de commande stabilisantes pour un UAV type Quadrotor étude et application", Thèse de Magister, Ecole Militaire Polytechnique, ALGERIE 2007.
- [22]. Derafa L, Madani T. and Benallegue A" Dynamic modelling and experimental identification of four rotor helicopter parameters" CIT Mumbai, India, 2006.
- [23]. Rahmoun A, Rais M, "Modélisation et commande d'un robot volant, Etude et realization", Mémoire de master2, Université de djilali Bounaama, 2019.
- [24] K. Ezal, Zigang Pan and P. V. Kokotovic, "Locally optimal and robust backstepping design," in IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 2, pp. 260-271, Feb. 2000
- [25] Nail Bachir, Bekhiti Belkacem , Hafaifa Ahmed, Abdellah Kouzou and nadji hadroug (2015). Feedback linearization and Backstepping controllers for Coupled Tanks. The Informatics Engineering, an International Journal (IEIJ)
- [26] Belkacem Bekhiti, Abdelhakim Dahimene, Kamel Hariche and Bachir Nail Intelligent block spectral factors relocation in a quadrotor unmanned aerial vehicle, International Journal of Systems, Control and Communications (IJSCC), Vol. 8, No. 4, 2017
- [27] Nail, Bachir & Abdellah, Kouzou & Hafaifa, Ahmed. (2018). Robust block roots assignment in linear discrete-time sliding mode control for a class of multivariable system: gas turbine power plant application. Transactions of the Institute of Measurement and Control. 41. 17.
- [28] Utkin, Vadim. (1993). Sliding mode control design principles and applications to electric drives. IEEE transactions on industrial electronics. 40. 23-36.



- [29] Slotine, J.-J.E. & Li, W.. (1991). Applied Nonlinear Control. Prentice Hall Englewood Cliffs. 41-190.
- [30] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.

Annexe



Code source

```
%%%...Dessin des figures...%%  
%%...Vitesses et position angulaires..%%  
figure  
subplot(3,2,1)  
plot(t,x1,'b-',t,phid,'r:')  
xlabel('Temps(s)')  
ylabel('Angle(deg)')  
xlim([min(t) max(t)])  
title('phi')  
grid on  
  
subplot(3,2,2)  
plot(t,x2,'r')  
xlabel('vitesse angulaire (deg/sec)')  
ylabel('Temps (s)')  
xlim([min(t) max(t)])  
title('P')  
grid on  
  
subplot(3,2,3)  
plot(t,x3,'b-',t,thetad,'r:')  
xlabel('Temps(s)')  
ylabel('Angle(deg)')  
xlim([min(t) max(t)])  
title('theta')  
grid on  
  
subplot(3,2,4)  
plot(t,x4,'r')  
xlabel('vitesse angulaire (deg/sec)')  
ylabel('Temps (s)')  
xlim([min(t) max(t)])
```



```
title('Q')
```

```
grid on
```

```
subplot(3,2,5)
```

```
plot(t,x5,'b-',t,psid,'r:')
```

```
xlabel("Temps(s)")
```

```
ylabel('Angle(deg)')
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('psi')
```

```
grid on
```

```
subplot(3,2,6)
```

```
plot(t,x6,'r')
```

```
xlabel('vitesse angulaire (deg/sec)')
```

```
ylabel("Temps (s)")
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('R')
```

```
grid on
```

```
%%..Vitesses et positions linéaires ..%%
```

```
figure
```

```
subplot(3,2,1)
```

```
plot(t,x7,'b-',t,xd,'r:')
```

```
xlabel("Temps(s)")
```

```
ylabel('Position (deg)')
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('X')
```

```
grid on
```

```
subplot(3,2,2)
```

```
plot(t,x8,'r')
```

```
xlabel('vitesse linéaire (m/sec)')
```

```
ylabel("Temps (s)")
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('U')
```



```
grid on
```

```
subplot(3,2,3)
plot(t,x9,'b-',t,yd,'r:')
xlabel('Temps(s)')
ylabel('Position (deg)')
xlim([min(t) max(t)])
title('Y')
```

```
grid on
```

```
subplot(3,2,4)
plot(t,x8,'r')
xlabel('vitesse linéaire (m/sec)')
ylabel('Temps (s)')
xlim([min(t) max(t)])
title('V')
```

```
grid on
```

```
subplot(3,2,5)
plot(t,x11,'b-',t,zd,'r:')
xlabel('Temps(s)')
ylabel('Position (deg)')
xlim([min(t) max(t)])
title('Z')
```

```
grid on
```

```
subplot(3,2,6)
plot(t,x12,'r')
xlabel('vitesse linéaire (m/sec)')
ylabel('Temps (s)')
xlim([min(t) max(t)])
title('W')
```

```
grid on
```



```
%%..Signaux de Commande d'altitude..%%
```

```
figure
```

```
subplot(2,2,1)
```

```
plot(t,u1)
```

```
xlabel('Temps(s)')
```

```
ylabel('U1 (N)')
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('La commande U1')
```

```
grid on
```

```
subplot(2,2,2)
```

```
plot(t,u2)
```

```
xlabel('Temps (s)')
```

```
ylabel('U2 (N)')
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('La commande U2')
```

```
grid on
```

```
subplot(2,2,3)
```

```
plot(t,u3)
```

```
xlabel('Temps(s)')
```

```
ylabel('U3(N)')
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('La commande U3')
```

```
grid on
```

```
subplot(2,2,4)
```

```
plot(t,u4)
```

```
xlabel('Temps (s)')
```

```
ylabel('U4(N)')
```

```
xlim([min(t) max(t)])
```

```
title('La commande U4')
```

```
grid on
```



```
%%..Contrôle de position en 3D..%%
```

```
plot3(x7,x9,x11,'r')
```

```
xlabel('X (m)')
```

```
ylabel('Y (m)')
```

```
zlabel('Z (m)')
```

```
title('Controle de position en 3D')
```

```
grid on
```