# République Algérienne Démocratique et Populaire وزارة التعليم العالي و البحث العلمي Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique جامعة الجيلالي بونعامة خميس مليانة Université Djilali Bounaâma de Khemis Miliana

Université Djilali Bounaâma de Khemis Miliana Faculté des Sciences et de la Technologie Département des Sciences de la Matière



# Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention d'un diplôme de **Master** en Physique **Spécialité**: Physique théorique

# Thème:

Sensibilité des paramètres acoustiques sur l'onde transmise par un milieu poreux Bicouche en basses fréquences.

# Devant le jury composé de :

- M. Yezli	Examinateur
- S. Kouider Akil	Examinatrice
- M. Sadouki	Encadreur

#### Présenté par :

Année universitaire : 2019 / 2020

# Dédicace

Je dédie ce travail à ma mère, qui a œuvré pour ma réussite.

A mon père, qui être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices.

A mes chers frères qui sont ma fierté

Toutes mes familles

Boudani

A mes amies avec qui j'ai vécu les plus belles expériences

De ma vie

A tous ceux qui ont toujours cru en moi et poussé à réussir, ce travail.

# Dédicace

Je dédie ce travail :

À mes chers grands-parents.

À mon cher père à mon grand honneur qui s'est toujours battu pour m'offrir le meilleur et m'a donné du courage pendant toutes ces longues années d'étude.

À ma chère mère, à ma meilleure amie, à ma fierté qui m'a toujours donné sans jamais rien demander qui n'ait reculé devant aucun sacrifice pour mon bonheur.

À mes chers frères Abdelatif, Mohamed, Yassine et Abdelghani.

A mon binôme kenza.

À tous mes collègues, amies et proches, en particulier Aicha, Khalida, Soraya et Sondos.

Nassiba

# Remerciements

Tout d'abord, nous remercions notre directeur de thèse: Mr. Mustapha Sadouki, Docteur à l'Université 'Djilali Bounaâma' à Khemis Miliana, pour le temps qu'il a consacré à nous fournir les outils méthodologiques indispensables à la conduite de cette recherche. C'est pour juger ce travail.

Nous remercions également tous les enseignants du Département des sciences de la matière, qui nous fournissent les outils nécessaires à la réussite de nos études universitaires.

Enfin, nous aimerions remercier nos parents et amies pour leur soutien moral et leurs encouragements.

# Notations utilisées

- L'indice " $\infty$ " désigne la limite haute fréquence d'une variable :  $\alpha_{\infty} = \lim_{\omega \to \infty} \alpha(\omega)$ .
- L'indice " 0 " désigne la limite haute fréquence d'une variable :  $\alpha_0 = \lim_{\omega \to 0} \alpha(\omega)$ .
- L'indice "f" désigne une constante à l'équilibre thermodynamique.
- Le symbole prime « ' » désigne les grandeurs liées aux effets thermiques par analogie à celles dues aux effets visqueux.

Symb.	Grandeur désignée	Unités SI
i,j	Nombre complexe	√-1
С	Célérité de son	$m.s^{-1}$
V	Vitesse acoustique	$m.s^{-1}$
Ka	Module d'incompressibilité isotherme de fluide	$pa^{-1}$
P	Pression acoustique	pa
Z	Impédance acoustique caractéristique	$kg.m^{-2}.S^{-1}$
ω	Pulsation	rad.s <sup>-1</sup>
k(ω)	Perméabilité dynamique	$m^2$
k'(ω)	Perméabilité thermique	$m^2$
$\alpha(\omega)$	Tortuosité dynamique	
$\beta(\omega)$	Compressibilité dynamique	
γ	Rapport des chaleurs spécifiques	
δ	Couche limite visqueuse	m
$\delta'$	Couche limite thermique	m
η	Viscosité dynamique	$kg.m^{-1}.S^{-1}$
ρ	Densité (masse volumique)	kg.m <sup>-3</sup>

Symb.	Grandeur désignée	Unités SI
ф	Porosité	
σ	Résistivité au passage de fluide	$kg.m^{-3}.S^{-1}$
k <sub>0</sub>	Perméabilité visqueuse statique	$m^2$
k' <sub>0</sub>	Perméabilité thermique statique	$m^2$
$\alpha_{\infty}$	Tortuosité haute fréquence	
$\alpha_0$	Tortuosité (basse fréquence) statique	
$\alpha_0'$	Tortuosité thermique	
Λ	Longueur caractéristique visqueuse	m
Λ'	Longueur caractéristique thermique	m

Tableau b – paramètres décrivant le milieu poreux

Symb.	Grandeur désignée	Valeur pour l'air	Unités SI
$ ho_{ m f}$	Masse volumique	1.20	kg. m <sup>-3</sup>
$C_P$	Chaleur spécifique à pression constante	1006	$m.K.kg^{-1}$
$C_V$	Chaleur spécifique à volume constante	718	$m.K.kg^{-1}$
γ	Rapport de chaleurs spécifiques $(C_p/C_V)$	1.40	
Ka	Module d'incompressibilité isotherme	1.4 10 <sup>5</sup>	pa <sup>-1</sup>

 $Tableaux\ c-propriétés\ du\ fluide\ saturant\ le\ milieu\ poreux\ (l'aire)$ 

# **Table des Figures**

Figure.1.1 - Schéma des différentes porosités
Figure.1.2 - variation de norme et de direction de la vitesse d'un fluide inclus dans un pore6
Figure.1.3 - Dispositif pour la mesure la résistivité au passage de l'air
Figure 1.4 - Schéma représentatif de $\Lambda$ et $\Lambda$ '.
Figure.2.1 - Géométrie du problème en incidence normale
Figure.2.2 - Géométrie du problème d'un milieu bicouche en incidence normale29
Figure.3.1 - Le signale transmis simulé d'un milieu poreux bicouche construit en fréquentiel via l'expression (3.8) et en temporel via l'équation (3.9)
Figure.3.2 - La sensibilité de la porosité de la première couche $\phi_1$ sur le signal transmis aux fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz
Figure.3.3 - La sensibilité de porosité $\phi_2$ de la deuxième couche sur le signal transmis à des fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz.
Figure.3.4 - La sensibilité de la résistivité au passage de l'air $\sigma_1$ de la première couche sur le signal transmis à des fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz38
Figure.3.5 - La sensibilité de la résistivité au passage de l'air $\sigma_2$ de la deuxième couche sur le signal transmis à des fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz

### ملخص

الكلمات المفتاحية: در اسة الحساسية ، مادة مسامية ثنائية الطبقة ، نظرية الموائع المكافئة ، تر دد منخفض جداً.

#### **Abstract**

The objective of this work is to present a sensitivity study of very low frequency parameters on waves transmitted through a bilayer medium made of two different layers of a porous medium saturated with air. The equivalent fluid theory is considered. Viscous-inertial and thermal effects are taken into account by the dynamic tortuosity and dynamic compressibility given by the Johnson-Champoux-Allard (JCA) model. At very low frequencies, the dynamic tortuosity and compressibility depend only on the porosity and air flow resistivity. An expression of the transmission coefficient of a bilayer medium has been established in the frequency regime. This expression depends on the porosity and resistivity of each layer. The influence of the  $\pm 20\%$  variation in these parameters on the transmitted signal was presented and discussed. The study was done in the frequency domain as well as in the time domain.

**Key words**: Sensitivity study, bilayer-porous material, equivalent fluid theory, very low frequency.

#### Résumé

L'objectif de ce travail est de présenter une étude de la sensibilité des paramètres très basse fréquence sur les ondes transmises à travers d'un milieu bicouche constitué de deux couches différentes d'un milieu poreux saturé d'air. La théorie de fluide équivalent est considérée. Les effets visqueux-inertiel et thermiques sont pris en compte par la tortuosité dynamique et la compressibilité dynamique donnés par le model de Johnson-Champoux-Allard (JCA). Aux très basses fréquences, la tortuosité et la compressibilité dynamiques ne dépendent que de la porosité et la résistivité au passage de l'air. Une expression du coefficient de transmission d'un milieu bicouche a été établie dans le régime fréquentiel. Cette expression dépend de la porosité et de la résistivité de chaque couche. L'influence de la variation de ±20% de ces paramètres sur le signale transmis a été présenté est discuté. L'étude a été faite dans le domaine fréquentiel ainsi que dans le domaine temporel.

**Mots clé**: Etude de sensibilité, matériau poreux, bicouche, théorie de fluide équivalent, très basse fréquence

# Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre1: Les milieux poreux	
1. Introduction	4
2. Paramètres décrivant le milieu poreux	4
2.1. Porosité φ	4
2.2. Tortuosité $\alpha_{\infty}$	6
2.3. Le facteur d'inertie $\alpha_0$	7
2.4. Tortuosités thermiques $\alpha'_0$	7
2.5. Résistivité au passage de l'air $\sigma$	8
2.6. Perméabilités visqueuses $k_0$	9
2.7. Perméabilités thermiques $k'_0$	9
2.8. Longueurs caractéristiques visqueuses Λ	10
2.9. Longueurs caractéristiques thermiques Λ'	10
3. Hypothèses sur le milieu poreux	11
3.1. Continuité des phases	11
3.2. Homogénéité	12
3.3. Grandes longueur d'onde	12
3.4. Isotropie	12
4. Modèles	12
4.1. Théorie de Biot	13
4.2. Théories des fluides équivalents	14
a)Susceptibilités dynamiques $\alpha(\omega)$ et thermique $\beta(\omega)$	16
b) Modélisation des effets inertiels et visqueux	18
<ul><li>Modèle de Johnson et al</li><li>Modèle de Pride et al</li></ul>	
c) Modélisation des phénomènes thermiques	20
Modèle de Champoux et Allard	20
Modèle de Lafarge	21

5. Problème direct	22
6. Problème inverse	22
Conclusion	23
Chapitre 2: Propagation acoustique dans un milieu poreux rig et bicouche	gide monocouche
1. Introduction	25
2. Monocouche en incidence normale	25
3. Bicouche en incidence normale	28
4. Régime basses et très basses fréquences (BF et TBF)	32
Conclusion	32
fréquence d'un matériau poreux bicouche sur les ondes t  1. Introduction	
2. Etude la sensibilité de la porosité et de la résistivité au passage de l'air milieu poreux sur les ondes transmises à la basse fréquence	de chaque couche du
2.1. L'effet de la porosité $\phi_1$ de la première couche sur le signal transmi	is36
2.2. L'effet de la porosité $\phi_2$ de la deuxième couche sur le signal transm	nis37
2.3. L'effet de la résistivité au passage de l'air $\sigma_1$ de la première couche transmis	•
2.4. L'effet de la résistivité au passage de l'air $\sigma_2$ de la deuxième couch transmis	•
Conclusion	41
Conclusion générale	42
Bibliographie	44

# Introduction générale

# Introduction générale:

Les médias poreux sont omniprésents dans notre environnement et jouent un rôle important dans de nombreux domaines. Les exemples les plus courants de matériaux poreux à l'état naturel sont les sols et les roches. Dans l'industrie, les matériaux poreux tels que la laine de verre, les matériaux fibreux et les mousses sont fréquemment utilisés dans les bâtiments, les appareils ménagers et donc dans les transports pour améliorer le confort. Dans le domaine de l'acoustique, les matériaux poreux saturés d'air sont utilisés pour l'isolation acoustique et pour réduire la pollution sonore. En médecine, la caractérisation par ultrasons des milieux poreux tels que l'os trabéculaire est utile pour diagnostiquer l'ostéoporose, une maladie du tissu osseux qui se manifeste par la détérioration de la microarchitecture de l'os. En géophysique, on s'intéresse à la propagation des ondes acoustiques dans les roches poreuses, pour obtenir des informations sur la composition des sols et leur contenu en fluides.

Un milieu poreux, dans sa définition générale, est un milieu biphasique constitué d'une partie solide (squelette) et d'une partie fluide. Lors de la propagation des ondes sonores dans un tel milieu, des interactions se produisent entre ces deux phases de nature différente, donnant des propriétés physiques diverses non habituelles au milieu poreux. Lorsque la structure du matériau poreux est rigide, la théorie des fluides équivalents [1-3] est appliquée, où les effets visqueux et thermiques constituent les principaux couplages entre le fluide et la structure solide [20]. Ces interactions sont prises en compte dans deux approches : le modèle de Johnson et al [17,18] pour décrire les effets visqueux-inertiels et le modèle de Champoux et Allard [1-3,11,12] pour décrire les effets thermiques

L'objectif de ce travail est l'étude de la sensibilité des paramètres très basse fréquence sur les ondes transmises à travers un milieu bicouche saturé en air.

Ce mémoire est organisé comme suit: Le chapitre 1 présente les différents paramètres acoustiques caractérisant le milieu poreux, les hypothèses et les deux modèles qui décrivent le comportement des ondes acoustiques dans un milieu poreux, qui sont la théorie des fluides équivalents et la théorie de Biot.

Dans le chapitre 2, nous présentons une approche théorique de la propagation acoustique dans les milieux poreux monocouches et bicouches dans le cadre de la théorie des fluides équivalents. Nous déterminons donc, en incidence normale, les expressions générales des coefficients de transmission et de réflexion d'un milieu poreux monocouche et bicouche.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude de la sensibilité des paramètres acoustiques aux très basses fréquences en montrant leurs influences sur les ondes transmises à travers le milieu bicouche, en régime fréquentiel aussi bien qu'en régime temporel.

# Chapitre 1

# Les milieux poreux

## 1. Introduction

Un matériau poreux a une structure complexe composée d'une partie solide (squelette) et d'une partie fluide (gaz ou liquide). Lorsqu'une onde acoustique se propage dans un milieu poreux, des interactions se produisent entre ces deux phases différente[1-3,13,17-20], donnant diverses propriétés physiques [6,7,10,17,21,22,24-32,34] qui ne sont pas habituelles dans le milieu poreux. Le but de ce chapitre est de présenter les différents modèles utilisés pour décrire ces phénomènes. Nous définissons dans la première partie les différents paramètres acoustiques caractéristiques du milieu poreux. Nous présentons ensuite quelques modèles décrivant le milieu poreux censé vérifier un certain nombre d'hypothèses. Parmi ces fameux modèles, nous citons la théorie de Biot [8,9]. Cette théorie traite le cas de la structure flexible en tenant compte des mouvements du fluide et du solide. La théorie des fluides équivalents [1-3], présentée dans la section suivante, traite du cas de la structure rigide; seul le déplacement de la partie fluide du milieu poreux est alors considéré. A la fin de ce chapitre, nous définissons le problème direct qui consiste à construire le signal théorique à partir de la convolution du signal incident avec l'opérateur de réflexion et / ou de transmission.

## 2. Paramètres décrivant le milieu poreux :

Afin de mesurer l'effet de la géométrie de milieux poreux sur le comportement des ondes acoustiques. Un certain nombre de paramètres pertinents est défini.

### 2.1. Porosité $\phi$ :

La porosité est définie comme le rapport entre le volume de fluide saturant le milieu poreux et le volume total de l'échantillon.

$$\phi = \frac{V_f}{V_t}.\tag{1.1}$$

Le volume de phase solide est donné par :  $V_s = V_t - V_f$ .

Ainsi, Il suffit de mesurer deux de ces trois paramètres  $(V_t, V_s, V_f)$  pour calculer la porosité.

Quand les pores sont connectés entre eux et avec l'extérieur, la porosité est dite ouverte. Quand le volume de fluide est clos par le squelette, on parle de porosité occluse. Il y a aussi la porosité piégée qui mesure les espaces semi-fermés ou un fluide mouillant ne peut pas pénétrer aisément [1]. Dans la plupart des milieux poreux étudiés, nous négligeons toutes les parties fluides enfermées dans le solide qui contribuent donc aux caractéristiques de la structure. La valeur de la porosité varie entre 0 (solide plein) et 1 (fluide libre). Les matériaux poreux utilisés pour l'absorption acoustique ont généralement une porosité comprise entre 0,85 et 0,99. Les céramiques ou les roches peuvent prendre des valeurs très inférieures. Il existe trois types de porosité comme l'illustre la figure ci-dessous :

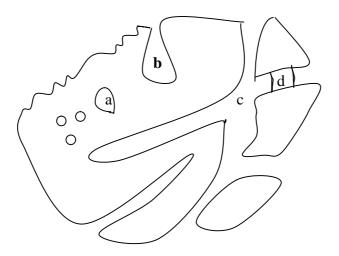


Figure.1.1 - Schéma des différentes porosités

- Porosité occluse :
  - Dans une bulle fermée (a)
  - Dans un pore obture (d)
- Porosité piégés(b)
- Porosité connectée(c)

Il existe dans la littérature plusieurs méthodes et techniques pour mesurer la porosité [4,5, 14,16,23,33].

# 2.2. Tortuosité $\alpha_{\infty}$ :

La tortuosité est un paramètre qui renseigne sur la géométrie des pores des matériaux poreux [1,11]. Les pores peuvent rarement être des cylindres droits. Dans la plupart des cas, ils ont des sections inclinées et variables, ce qui oblige le fluide à suivre un chemin sinueux. La tortuosité décrit l'effet inertiel qui se produit entre les parties fluide et solide d'un matériau poreux. Ainsi, la vitesse microscopique moyenne du fluide aura une valeur et une direction différentes de la vitesse macroscopique (figure 1.2).

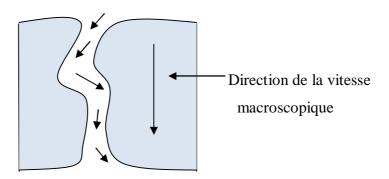


Figure.1.2 - variation de norme de direction de la vitesse d'un fluide inclus dans un pore

Lorsque le milieu poreux est constitué de pores cylindriques parallèles, la tortuosité correspond au facteur de forme Ks introduit par Zwikker et Kosten [34]. Pour les pores de toute forme, Johnson et al [1,18-20] donnent la tortuosité définie par:

$$\alpha_{\infty} = \frac{\frac{1}{V_f} \int_{V_f} v_m^2 dV}{\left(\frac{1}{V_f} \int_{V_f} v_m dV\right)^2}.$$
 (1.2)

- $v_m$  représente le champ des vitesses microscopiques d'écoulement dans les pores pour un fluide sans viscosité.
- $(\frac{1}{V_f}\int_{V_f} v_m^2 dV)$  représente la vitesse macroscopique.

Pour les très hautes fréquences Allard et al [1-3] propose cette expression :

$$\alpha_{\infty} = \sqrt{\frac{c_f}{c_{\infty}}}, \quad \text{Avec} \quad C_f = \sqrt{K_a/\rho_f},$$
 (1.3)

où  $C_f$  représente la vitesse de l'onde dans le fluide,  $\rho_f$  la densité de fluide,  $K_a$  le module d'incompressibilité adiabatique de fluide et  $C_\infty$  la vitesse à l'infini dans le matériau.

La tortuosité rend compte de la plus ou moins grande de sinuosité des pores et donne une indication sur la taille des pores par rapport à la taille de l'échantillon, ainsi que sur les changements de section des pores [1]. Ce paramètre est toujours supérieur ou égal à 1, l'égalité étant dans le cas de matériaux poreux ayant des pores droits. Pour les mousses plastiques et les matériaux fibreux, la tortuosité est comprise entre 1 et 2 [1]. La tortuosité  $\alpha_{\infty}$  est un paramètre géométrique connecté au comportement haute fréquence de l'écoulement fluide dans le matériau. Il existe plusieurs méthodes pour estimer la tortuosité [16,17,28].

# 2.3. Le facteur d'inertie $\alpha_0$ :

Le facteur d'inertie  $\alpha_0$  correspond à l'approximation basse fréquence de la tortuosité dynamique introduite par Norris [24].

$$\alpha_0 = \frac{\langle v(r)^2 \rangle}{\langle v(r) \rangle^2}, \tag{1.4}$$

où  $\langle v(r) \rangle$  est la vitesse moyenne du fluide visqueuse pour un flux de courant continu dans un élément de volume petit par rapport à la longueur d'onde pertinente, mais grande par rapport au grain / pores individuels du solide.

Ce paramètre a une définition similaire à la tortuosité haute fréquence  $\alpha_{\infty}$ . La différence est que, pour  $\alpha_{\infty}$ , v(r) correspond celle de la vitesse du fluide parfait et incompressible. On peut évaluer  $\alpha_0$  à partir de mesures acoustiques [31].

# 2.4. Tortuosités thermiques $\alpha'_0$ :

La tortuosité thermique  $\alpha'_0$  est la contrepartie de la tortuosité pour les effets visqueux  $\alpha_0$  elle est donnée par Lafarage [19,20].

$$\alpha'_0 = \frac{\langle \theta_0^2 \rangle}{\langle \theta_0 \rangle^{2'}} \tag{1.5}$$

où  $\theta_0$  est le champ de réponse à l'excès de température dans la gamme des basses fréquences. Ce paramètre était mesuré à partir des données expérimentales d'ondes transmises par un matériau poreux en basse fréquence.

# 2.5. Résistivité au passage de l'air $\sigma$ :

La résistivité  $\sigma$  quantifie la résistance du milieu poreux au passage du fluide. Lorsqu'un écoulement continu de fluide traverse un échantillon de matériau poreux, une différence de pression apparait entre ses deux extrémités, Il existe une relation de proportionnalité entre  $\Delta p$  et débit Q donnée par la loi de Darcy [1,7,19,20]:

$$\Delta P = R \cdot Q \tag{1.6}$$

où R représente la résistance au passage du fluide.

On introduit pour un matériau homogène d'épaisseur d et sections s, la résistivité de l'aire  $\sigma$  par la relation suivante :

$$\sigma = R \frac{s}{d}.\tag{1.7}$$

La résistivité des matériaux fibreux et des mousses plastiques varie généralement entre 5000 et 150000 N $m^{-4}$ S [1]. La résistivité est un paramètre important pour décrire le comportement d'un matériau poreux à basse fréquence [19].

Un schéma d'un dispositif pour la mesure de ce paramètre est donné à la figure (1.3).

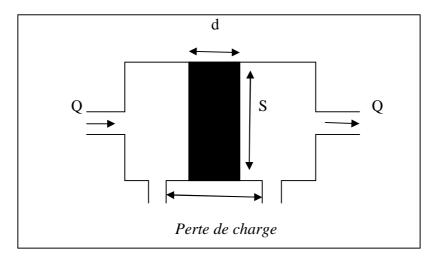


Figure.1.3 - Dispositif pour la mesure la résistivité au passage de l'aire.

Ce paramètre a été évalué par plusieurs méthodes acoustiques directes et indirectes [15-34].

# 2.6. Perméabilités visqueuses $k_0$ :

Pour un fluide se déplaçant dans une direction x. La loi de Darcy s'écrit [1,19,20] :

$$v_e = -\frac{k_0}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x}.$$
 (1.8)

où  $v_e$  est la vitesse d'écoulement à l'extérieur du matériau ou débit par unité de surface,  $k_0$  la perméabilité visqueuse du matériau ou perméabilité de Darcy,  $\eta$  est la viscosité dynamique du fluide.  $\partial P/\partial x$  est le gradient de pression dans la direction de l'écoulement.

La perméabilité visqueuse est liée à la résistivité par la relation :

$$k_0 = \frac{\eta}{\sigma}.\tag{1.9}$$

La perméabilité visqueuse est un paramètre géométrique, homogène à une surface (elle s'exprime en  $m^2$ ). Elle est indépendante de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie interne de matériaux poreux. Elle représente une section effective des pores pour l'écoulement du fluide. Elle est connectée au comportement des basses fréquences des pertes visqueuses dans le matériau [13]. Ce paramètre a été évalué par plusieurs méthodes acoustiques indirectes [27,28].

# 2.7. Perméabilités thermiques $k'_0$ :

Les effets thermiques sont similaires aux effets de viscosité. Lafarge [19,20] introduit pour la température (effets thermiques) une loi équivalente à celle de Darcy pour le champ de vitesses (effets de viscosité). Autrement dit, il a créé un nouveau paramètre  $k'_0$ . Cette loi est donnée par :

$$T = \frac{k'_0}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial t}.$$
 (1.10)

On peut comparer entre effet thermique et visqueux,  $\chi$  est le coefficient de conduction thermique, il est comparable à la viscosité dynamique. Le terme  $\frac{\partial P}{\partial t}$ 

représente la source, comme le terme  $\nabla p$ , la température T se comporte comme la vitesse v.

Ainsi, la perméabilité thermique est égale à l'inverse de la constante de piégeage  $\Gamma$ :

$$k'_0 = \frac{1}{\Gamma}.$$
 (1.11)

Comme la perméabilité visqueuse  $k_0$ , la perméabilité thermique  $k'_0$  est homogène à une surface et correspond à une section efficace pour les échanges thermiques entre structure solide et fluide [1,20,26]. Elle est connectée au comportement basse fréquence des pertes thermique.

# 2.8. Longueurs caractéristiques visqueuses $\Lambda$ :

La longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$  introduite par Johnson et al [18,19] :

$$\frac{2}{\Lambda} = \frac{\int s_i \, v_m^2 ds_i}{\int V_f v_m^2 dV}.\tag{1.12}$$

où  $v_m$  est la vitesse microscopique d'un fluide incompressible. V représente le volume d'homogénéisation,  $s_i$  correspond à l'aire de la surface de contact fluide solide dans ce volume.

A L'intérieur des pores le fluide est considéré comme parfait sauf prés des parois. La vitesse microscopique diminue pour s'annuler au niveau des parois de la structure. C'est un paramètre haute fréquence, indicateur des pores de petite taille lieu préféré d'échange de chaleur préféré, alors les effets visqueux apparaissent à l'intérieur d'une certaine épaisseur qui est la longueur caractéristique  $\Lambda$ . On peut mesurer ce paramètre à partir des méthodes ultrasonores [10,16,29].

# **2.9.** Longueurs caractéristiques thermiques $\Lambda'$ :

Champoux et Allard [11] ont introduit par analogie avec Johnson et al [17,18] un paramètre géométrique appelé la longueur caractéristique thermique donnée par :

$$\frac{2}{\Lambda'} = \frac{\int s_i ds_i}{\int V_f dV'} \tag{1.13}$$

où  $S_i$  est la surface de l'interface fluide solide et  $V_f$  représente le domaine fluide. Dans le cas d'un matériau présentant des pores,  $\Lambda'$  correspond à un rayon moyen des pores. C'est un paramètre associé aux échanges de chaleur entre fluide et structure en haute fréquence. Ainsi,  $\Lambda'$  est indicateur de la taille des grands pores, lieu privilégie des échanges thermiques. Il existe différentes méthodes pour mesurer ce paramètre [16,28].

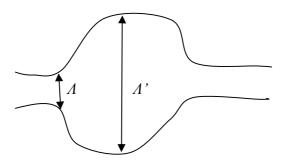


Figure. 1.4 - Schéma représentatif de  $\Lambda$  et  $\Lambda$ '

# 3. Hypothèses sur le milieu poreux :

Au niveau microscopique, le milieu poreux est un milieu désordonné et hétérogène qui rend difficile toute approche microscopique, mais au niveau macroscopique le milieu poreux est statiquement homogène et isotrope. À cause de ce la le comportement d'un matériau poreux est étudié de manière macroscopique sur les valeurs moyennes des grandeurs microscopiques. On considère que les déplacements des phases solides et fluides sont petits. Pour les phénomènes acoustiques, cette condition est toujours vérifiée. Les hypothèses de travail qu'on adopte seront explicitées dans ce qui suit :

## 3.1. Continuité des phases :

Une particule fluide contient un nombre considérable (de l'ordre 10<sup>7</sup>) de molécules. Le libre parcours moyen d'une molécule est très faible devant la distance moyenne caractéristique de la variation d'état de la particule fluide. De même, le temps moyen entre deux collisions de molécules est faible par rapport au temps

caractéristique d'une telle variation d'état. Par conséquent, nous considérons que les phases solide et fluide de matériau poreux sont continues. Ainsi, les pores du milieu poreux sont supposés connecter entre eux et avec l'extérieur. Dans ce cas, la porosité occluse n'est pas prise en compte.

# 3.2. Homogénéité:

Comme le milieu poreux est un milieu hétérogène à l'échelle microscopique, on définit les paramètres géométriques, telles que la porosité, la perméabilité, la tortuosité ... en moyennant sur un volume macroscopique le plus petit volume dans lequel la valeur moyenne sur un des paramètres définis dans la section précédente reste stationnaire est désigné par volume d'homogénéisation pour ce dernier. Donc ce volume n'est pas identique pour tous les paramètres. Le volume minimum d'homogénéisation du milieu poreux sera le plus grand de ces volumes.

## 3.3. Grande longueur d'onde :

Lorsqu'une onde acoustique se propage dans un milieu poreux, on travaille à des fréquences telles que la longueur d'onde est grande devant les dimensions du volume d'homogénéisation. Alors, grande devant la dimension caractéristique des pores (rayon moyen des pores). Cela afin de négliger les effets de la diffusion au matériau. Aussi, les expériences acoustiques n'auront de sens macroscopique que si l'échantillon est grand devant ce même volume.

# 3.4. Isotropies:

Afin de simplifier considérablement les développements analytiques, les milieux poreux sont supposés isotropes. L'anisotropie peut être prise en compte ultérieurement.

#### 4. Modèles:

Plusieurs modèles ont été développés pour expliquer les résultats expérimentaux concernant la propagation des ondes acoustiques dans les milieux poreux. Lorsque le milieu poreux est saturé d'un fluide léger, l'impédance caractéristique de la phase solide est beaucoup plus élevée que celle de la phase fluide. Nous utilisons la théorie

de Boit si le squelette n'est plus rigide de sorte que les parties solides et fluides sont mises en mouvement par le passage de l'onde sonore. Si le squelette est rigide, nous utilisons la théorie du fluide équivalent et donc le solide reste immobile par le passage d'une onde sonore. Ce modèle décrit les échanges visco-thermiques qui se produisent dans les parties solides et fluides du matériau poreux. La théorie des fluides équivalente est un cas particulier de la théorie de Biot.

### 4.1. Théorie de Biot :

La théorie de Biot est un modèle qui fournit une description générale de la propagation dans des milieux poreux [8,9,28-30]. Dans cette théorie, les hypothèses rappelées dans la partie précédente sont valables. Ainsi le milieu poreux composé de deux phases : une phase solide et une phase fluide. Ces deux phases sont libres de se déplacer sous l'action d'une force extérieure. On peut définir les déplacements de la phase solide  $\vec{u}$  et de la phase fluide  $\vec{U}$  séparément. Ces déplacements obéissent aux équations suivantes :

$$\rho_{11} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} = P \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + Q \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) - N \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{u}), \tag{1.14}$$

$$\rho_{22} \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = R \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) + Q \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}). \tag{1.15}$$

Ces équations montrent que toute force agissant sur le solide met en mouvement le fluide et le solide. De manière similaire, toute force agissant sur le fluide met en mouvement aussi le solide.

Les termes  $\rho_{ij}$  ont la dimension d'une densité. Ils sont liés à la densité du fluide  $\rho_f$  et à la densité du solide  $\rho_s$  par les relations suivantes :

$$\rho_{11} = (1 - \phi)\rho_s - \rho_{12}, \tag{1.16}$$

$$\rho_{12} = -\rho_f(\alpha(\omega) - 1), \tag{1.17}$$

$$\rho_{22} = \phi \rho_f - \rho_{12}, \tag{1.18}$$

Le terme  $\rho_{12}$  traduit le couplage inertiel entre le fluide et le structure. Il apparait comme une contribution aux densités du fluide et du solide dû aux interactions entre fluide et structure. P, Q, R sont les coefficients d'élasticité de Biot.

Lorsqu'un matériau est le siège d'une perturbation mécanique, il répond aux contraintes qu'il subit en se déformant. Les composantes du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}^s$  de la phase solide et  $\sigma_{ij}^f$  de la phase fluide s'écrivent :

$$\sigma_{ij}^{s} = \left( (P - 2N) \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + Q \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \right) \delta_{ij} + N \left( u_{ij} + u_{ji} \right)$$
(1.19)

$$\sigma_{ij}^f = (R\vec{\nabla}.\vec{U} + Q\vec{\nabla}.\vec{u})\delta_{ij} \tag{1.20}$$

Le paramètre Q traduit le couplage élastique entre solide et fluide. N est le module de cisaillement de la structure solide. Les coefficients d'élasticité P, Q et R sont fonction des modules d'incompressibilité des phases fluide et solide, et de la porosité ф du milieu poreux :

$$P = \frac{(1-\phi)\left(1-\phi-\frac{K_b}{K_s}\right)K_s + \phi\frac{K_s}{K_f}K_b}{\left(1-\frac{K_b}{K_s}\right) - \phi\left(1-\frac{K_s}{K_f}\right)}$$
(1.21)

$$Q = \frac{\left(1 - \phi - \frac{K_b}{K_S}\right) \phi K_S}{\left(1 - \frac{K_b}{K_S}\right) - \phi\left(1 - \frac{K_S}{K_f}\right)}$$
(1.22)

$$R = \frac{\phi^2 K_S}{\left(1 - \frac{K_B}{K_S}\right) - \phi\left(1 - \frac{K_S}{K_f}\right)} \tag{1.23}$$

 $K_f$ ,  $K_s$  et  $K_b$  sont respectivement les modules d'incompressibilité de la phase fluide dans le matériau poreux, de la phase solide et de la structure dans le vide. Ils dépendent des paramètres mécaniques classiques : les modules d'Young et les coefficients de Poisson du solide  $E_s$ ,  $v_s$  et du squelette  $E_b$ ,  $v_b$  sont donnés par :

$$K_S = \frac{E_S}{3(1-2v_S)}, \quad K_b = \frac{E_b}{3(1-2v_b)} \text{ et } N = \frac{E_b}{2(1+2v_b)}.$$
 (1.24)

# 4.2. Théories des fluides équivalents :

Dans un fluide libre et afin de décrire la propagation des ondes acoustiques, il suffit de définir la densité ambiante  $\rho_0$  et le module d'incompressibilité adiabatique  $K_a$  du fluide. Aussi, on peut négliger les phénomènes de pertes d'énergie.

La constante de propagation k et l'impédance caractéristique  $Z_c$  sont réelles et sont données par [1]:

$$k = \omega \sqrt{\rho_0 / K_a} \tag{1.25}$$

$$Z_c = \sqrt{\rho_0 K_a} \,. \tag{1.26}$$

où ω est la pulsation du mouvement.

Le mouvement de fluide est déterminé par les deux équations linéaires suivantes[1,20]:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p. \tag{1.27}$$

$$\frac{1}{K_a} \frac{\partial p}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \,. \tag{1.28}$$

où  $\overrightarrow{v}$  est la vitesse acoustique du fluide en un point donné, p la pression acoustique. À partir de ces deux équations, on obtient l'équation de propagation suivant :

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \tag{1.29}$$

où  $c_0$  est célérité de l'onde, qui est définie par la relation :

$$c_0 = \sqrt{K_a/\rho_0} \tag{1.30}$$

Dans un fluide limité par une structure solide (rigide), les pertes sont plus négligeables et dépendent de la fréquence.

Au niveau des surfaces de contact entre fluide et solide dans le matériau poreux, la vitesse acoustique et la température acoustique s'annulent. Il se crée alors dans le fluide, d'importants rationnels de vitesse et gradients de température qui génèrent une dissipation visqueuse et thermique. À cause de l'existence de phénomènes irréversibles de pertes, la constante de propagation et l'impédance caractéristique deviennent des fonctions complexes de la Pulsation  $\omega$ ,  $k(\omega)$  et  $Z_c(\omega)$ . Ces fonctions décrivent un comportement effectif du fluide au niveau macroscopique, étant entendu que la longueur d'onde de la perturbation reste grande devant les dimensions microscopiques du réseau poreux. Les relations (1.25) et (1.26) peuvent être maintenues en introduisant les densités et incompressibilité effectives  $\rho(\omega)$ ,  $K(\omega)$ , du fluide, fonctions complexes de la pulsation  $\omega$  [1,20]:

$$k(\omega) = \omega \sqrt{\rho(\omega)/K(\omega)}$$
 (1.31)

$$Z_c(\omega) = \sqrt{\rho(\omega)K(\omega)}.$$
 (1.32)

Les deux fonctions  $\rho(\omega)$  et  $K(\omega)$  généralisent, pour le fluide limité, les constantes physiques  $\rho_0$  et  $K_a$  du fluide libre. Nous les écrirons sous la forme :

$$\rho(\omega) = \rho_0 \alpha(\omega). \qquad K^{-1}(\omega) = K_{\alpha}^{-1} \beta(\omega), \qquad (1.33)$$

où  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$  sont deux fonctions adimensionnelles appelées respectivement tortuosité dynamique [17,18] et compressibilité dynamique [1,19,20]. Dans le fluide limité, la réponse linéaire sera définie par les équations :

$$\rho(\omega) \frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{v} \rangle = -\vec{\nabla} \langle p \rangle \,, \tag{1.34}$$

$$\frac{1}{K(\omega)} \frac{\partial}{\partial t} \langle p \rangle = -\vec{\nabla} \cdot \langle \vec{v} \rangle, \tag{1.35}$$

où  $\langle \vec{v} \rangle$  et  $\langle p \rangle$  sont les moyennes macroscopiques qui intègrent les variations locales des vitesses microscopiques acoustiques et des pressions acoustiques. Une description du comportement des ondes acoustiques dans les matériaux poreux à structure rigide requiert la détermination des fonctions  $\rho(\omega)$  et  $K^{-1}(\omega)$  qui dépendent de  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$ . Tortuosité dynamique et compressibilité dynamique décrit par les paramètres géométriques de milieu poreux et caractéristiques physiques du fluide. Donc, pour caractériser le milieu poreux il faut évaluer ces différentes grandeurs.

# a) Susceptibilités dynamiques $\alpha(\omega)$ et thermique $\beta(\omega)$ .

Les fonctions  $\alpha$  ( $\omega$ ) et  $\beta$  ( $\omega$ ) décrivent les échanges visco-thermiques entre le fluide et la structure rigide. Sous l'action d'une onde acoustique, le mouvement acoustique est transféré du fluide externe au fluide saturant le milieu poreux. Du fait de la viscosité du fluide, sa vitesse s'annule au niveau des parois. De grands gradients de vitesse se créent, les particules de fluide se frottent les unes contre les autres et l'énergie acoustique est dissipée par frottement visqueux. La dissipation visqueuse dépend de la fréquence du mouvement. Pour spécifier le régime asymptotique hautes et basses fréquences, nous comparons, à une fréquence donnée  $f = \omega / 2\pi$ , la dimension caractéristique des pores "a" avec l'épaisseur de la couche limite visqueuse définie par:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho_f \omega}} \tag{1.36}$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique.

Dans le cas des hautes fréquences, l'épaisseur de couche limite visqueuse est petite devant la dimension "a" des pores : c'est à dire si  $(\delta/a \ll 1)$ . Les effets visqueux n'ont lieu que dans une faible épaisseur de fluide, au niveau des parois. Dans le reste du volume fluide, le fluide se comporte comme un fluide parfait.

Dans le cas des basses fréquences,  $\delta$  est grande ou de l'ordre de grandeur du rayon des pores, les effets visqueux ont lieu dans tout l'espace fluide. Donc, le fluide se déplace en bloc avec la structure. Comme pour les effets visqueux, lorsqu'une onde acoustique se propage dans un milieu fluide la dissipation thermique dépende de la fréquence de mouvement, le gaz compris dans les pores subits des cycles de compression et de détente, ceci a pour conséquence de faire varier sa température contrairement à la structure solide qui, de par sa forte capacité thermique, garde une température constante durant ce même cycle, on peut définir une épaisseur de couche limite thermique[1]:

$$\delta' = \sqrt{\frac{2\chi}{\rho_0 C_p \omega}} = \frac{\delta}{\sqrt{P_r}}.$$
 (1.37)

 $\chi$  le coefficient de conduction thermique,  $C_p$  la chaleur spécifique à pression constante,  $\rho_0$  la densité du fluide,  $\delta$  est l'épaisseur de couche limite visqueuse et  $P_r$  le nombre de Prandtl.

Aux basses fréquences, si  $\delta'$  est grand devant le rayon "a" des pores, les mouvements sont lents et les échanges thermiques entre solide et fluide peuvent se réaliser. La température du fluide reste constante, la structure jouant le rôle d'un régulateur de température donnant de la chaleur au fluide quand il est en phase de dilatation, et le refroidissant quand il est comprimé. Le mouvement peut alors être considéré comme isotherme.

Aux très hautes fréquences, l'épaisseur de couche limite thermique diminue, et les effets thermiques ont lieu dans une faible épaisseur de fluide au niveau des parois. Le cycle de compression détente du fluide est beaucoup plus rapide qu'à basse fréquence. Alors les échanges thermiques n'ont plus le temps de se réaliser et le mouvement du fluide est adiabatique.

Lorsque le milieu poreux est constitué de pores cylindriques à section circulaire, Zwikker et Kosten [34] ont montré qu'en première approximation, les effets thermiques et visqueux étaient séparés. En utilisant les techniques de l'homogénéisation, qui consistent à considérer que la longueur d'onde de l'excitation est grande par rapport aux dimensions des pores, on peut montrer qu'il est de même pour les matériaux poreux quelconques. Ainsi les effets inertiels et visqueux n'interviennent que dans la tortuosité dynamique  $\alpha(\omega)$ alors que les effets thermiques sont pris en compte dans la compressibilité dynamique $\beta(\omega)$ .

## b) Modélisation des effets inertiels et visqueux.

#### • Modèle de Johnson et al.

Johnson et al [17,18] ont proposé un modèle simple décrivant la fonction de tortuosité dynamique  $\alpha$  ( $\omega$ ). Ce modèle se généralise pour tout milieu poreux, et peut être appliqué au cas de structures poreuses saturées par un fluide visqueux sur une large gamme de fréquences. Deux paramètres du modèle, la tortuosité et la longueur caractéristique visqueuse interviennent dans une limite haute fréquence :

$$\lim_{\omega \to \infty} \alpha(\omega) = \alpha_{\infty} \left( 1 + \frac{2}{\Lambda} \left( \frac{\eta}{j\omega \rho_f} \right)^{1/2} \right), \tag{1.38}$$

où j est l'imaginaire pur  $j^2$  = -1,  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide,  $\omega$  la pulsation et  $\rho_0$  la densité du fluide.

Aux les limites basses fréquences, un troisième paramètre intervient : la perméabilité visqueuse  $k_0 = \frac{\eta}{\sigma}$  où  $\sigma$  la résistance spécifique au passage fluide. Dans ce domaine de fréquences l'expression de la tortuosité dynamique est donnée par la loi de Darcy [1] :

$$\lim_{\omega \to \infty} \alpha(\omega) = \alpha_{\infty} \left( \frac{\eta \Phi}{\rho_f k_0 j \omega} \right), \tag{1.39}$$

Johnson et al suppose que les quantités  $\alpha_{\infty}$ ,  $\Lambda$ ,  $k_0$  fournissent une information suffisante sur la micro géométrie.

L'expression générale proposée pour  $\alpha(\omega)$  qui vérifie ces deux limites est donnée analytiquement par :

$$\alpha(\omega) = \alpha_{\infty} \left( 1 + \frac{1}{jx} \sqrt{1 + \frac{M}{2} jx} \right). \tag{1.40}$$

où x est la fréquence adimensionnelle égale à  $\frac{\omega\alpha_{\infty}\rho_{0}}{\sigma\phi}$ .

Le facteur de forme des pores M est un paramètre lui aussi adimensionnel :

$$M = \frac{8k_0\alpha_{\infty}}{\phi\Lambda^2}.$$
 (1.41)

### • Modèle de Pride et al.

L'expression Johnson et al en haute fréquence pour la tortuosité dynamique s'arrête au terme  $\frac{1}{\sqrt{j\omega}}$ , Pride et al [25] propose une correction à l'expression asymptotique haute fréquence en ajoutant un terme supplémentaire en  $\frac{1}{j\omega}$ :

$$\lim_{\omega \to \infty} \alpha(\omega) \approx \alpha_{\infty} \left( 1 + \frac{2}{\Lambda} \sqrt{\frac{\eta}{j\omega \rho_f}} + \frac{\sigma \phi (1-p)}{j\omega \rho_f \alpha_{\infty}} \right). \tag{1.42}$$

Cette équation introduit un nouveau paramètre géométrique sans dimension "p" relié à la grandeur notée  $\alpha_0$  qui apporte une correction du type inertiel aux basses fréquences :

$$p = \frac{M}{4\left(\frac{\alpha_0}{\alpha_n} - 1\right)}. (1.43)$$

La relation qui définit  $\alpha_0$  est :

$$\alpha_0 = \frac{\langle v_m^2 \rangle}{\langle v_m \rangle^2}.$$
 (1.44)

tel que le champ des vitesses microscopique  $v_m$  correspond à celui d'un fluide visqueux en régime permanent [20],  $\alpha_0$  étant toujours supérieur à la tortuosité  $\alpha_{\infty}$ . Dans ce cas l'inertie du fluide est accentuée par les effets visqueux.

La limite basse fréquence de la tortuosité dynamique est donnée par la relation :

$$\alpha(\omega) \approx \alpha_0 + \frac{\eta \phi}{\rho_f k_0 j \omega}.$$
 (1.45)

L'expression analytique valable à toutes les fréquences est :

$$\alpha(\omega) = \alpha_{\infty} \left( 1 + \frac{1}{jx} \left( 1 - p + p \sqrt{1 + \frac{M}{2p^2} jx} \right) \right). \tag{1.46}$$

En prenant, p = 1 dans l'expression de Pride, on retrouve l'expression de Johnson.

## b) Modélisation des phénomènes thermiques.

## Modèle de Champoux et Allard.

Comme les modèles précédents décrivent la tortuosité dynamique  $\alpha$  ( $\omega$ ) pour les effets visqueux, ce modèle décrit la compressibilité dynamique  $\beta$  ( $\omega$ ) pour les effets thermiques. Il a été établi pour la dépendance en fréquence des échanges thermiques entre le fluide et la structure et dans le cas où la capacité thermique de la partie solide est importante.

Aux très basses fréquences, le mouvement du fluide dans le matériau poreux est considéré comme isotherme. Le module d'incompressibilité  $K^*(\omega)$  est exprimé en fonction de la compressibilité  $\beta(\omega)$  [12]:

$$K^*(\omega) = \frac{K_f}{\beta(\omega)},\tag{1.47}$$

Aux basses fréquences, le développement de la compressibilité dynamique est donné par Lafarge [20,21], en introduisant la perméabilité thermique k'<sub>0</sub> qui joue le rôle de la perméabilité visqueuse k<sub>0</sub> pour les effets visqueux :

$$\lim_{\omega \to \infty} \beta(\omega) \approx \gamma - \frac{(\gamma - 1)\rho_f k_0^{'} P_r}{\eta \Phi j \omega}, \tag{1.48}$$

Aux très hautes fréquences, le cycle de compressions-dilatations est trop rapide pour que les échanges thermiques n'aient plus le temps de se produire. Le mouvement de fluide est donc adiabatique :

$$\lim_{\omega \to \infty} K^* \approx K_f \tag{1.49}$$

Ainsi, dans ce cas les échanges thermiques ont lieu dans l'épaisseur de la couche limite thermique  $\delta'$ . En introduisant le paramètre  $\Lambda'$  qui joue le même rôle de  $\Lambda$  et  $k_0$  pour les effets visqueux, Allard et Champoux [2,11] montrent le comportement suivant de  $\beta(\omega)$ :

$$\lim_{\omega \to \infty} \beta(\omega) \approx 1 + \frac{2(\gamma - 1)}{\Lambda} \left(\frac{\eta}{P_{P_{P_{p_{j}}}}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{j\omega}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{1.50}$$

Pour relier les basses et hautes fréquences Allard et Champoux ont fourni une expression générale de compressibilité qui est corrigée par Lafarge [19,20] :

$$\beta(\omega) = \gamma - \frac{\gamma - 1}{1 + \frac{1}{jx'} \sqrt{1 + \frac{M'}{2} jx'}}.$$
 (1.51)

où x' est une fréquence adimensionnelle égale à  $\frac{\omega}{\omega_0}$ 

$$\omega_0' = \frac{\eta \Phi}{k_0' P_r \rho_f}$$
 et M'est un facteur de forme sans dimension donné par  $M' = \frac{8k_0'}{\Phi \Lambda'^2}$ 

# • Modèle de Lafarge.

Comme Pride pour les effets visqueux, Lafarge propose une correction au modèle de Champoux et Allard, en ajoutant un nouveau paramètre p'; donc en haute fréquence, la nouvelle expression est donnée par[19,20]:

$$\lim_{\omega \to \infty} \beta(\omega) \approx 1 + (\gamma - 1) \left[ \frac{2}{\Lambda'} \sqrt{\frac{\eta}{P_r \rho_f}} \sqrt{\frac{1}{j\omega}} + \left( \frac{\eta}{P_r \rho_f j\omega} \right) \left( \frac{(1 - p')\phi}{k'_0} \right) \right], \tag{1.52}$$

où P' est un paramètre géométrique sans dimension relié à  $\alpha_0'$ , équivalent thermique du paramètre inertiel visqueux  $\alpha_0$ :

$$p' = \frac{M'}{4(\alpha_0' - 1)}. (1.53)$$

L'expression générale de la compressibilité dynamique est :

$$\beta(\omega) = \gamma - \frac{\gamma - 1}{1 + \frac{1}{jx'} \left(1 - p' + p' \sqrt{1 + \frac{M'}{2p'^2} jx'}\right)}.$$
 (1.54)

En prenant p' = 1, on retrouve l'expression de la compressibilité dynamique donnée par Champoux et Allard.

### 5. Problème direct :

En connaissant le signal incident dans le milieu, nous pouvons construire les signaux théoriques réfléchis et / ou transmis, ce qui nous permet de comparer le signal de sortie théorique simulé  $S_{th}(t)$  avec le signal de sortie expérimental  $S_{exp}$ . Le signal de sortie théorique est donné par:

$$S_{th}(t) = h(t) * e(t)$$
 (1.55)

avec e(t) le signal incident expérimental, h(t) la fonction de transfert du milieu qui dépend des paramètres qu'on veut trouver.

Cette méthode de simulation permet de vérifier la validité des paramètres en comparant directement les résultats théoriques et les données expérimentales.

#### 6. Problème inverse :

En connaissant le signal incident et le signal transmis ou réfléchi (sortie), il est possible de déduire les valeurs approximatives des paramètres définissant le milieu poreux. Pour résoudre le problème inverse, il est nécessaire d'avoir préalablement résolu le problème direct pour connaître le signal incident et le signal transmis ou réfléchi (ou les deux en même temps). Pour déterminer les paramètres, une méthode simple et relativement efficace est utilisée qui consiste à minimiser l'erreur entre les signaux  $S_{\rm exp}$  et  $S_{\rm th}$  de sorte qu'on effectue une minimisation au sens des moindres carrés sur les signaux théoriques de sortie. Dans ce cas et pour chaque combinaison de paramètres, on définit une fonction de minimisation U comme suit :

$$U = \sum_{t_i} \left( S_{th}(t_i) - S_{exp}(t_i) \right)^2$$
 (1.56)

Pour une bonne approche, il faut bien jouer avec les paramètres. L'étude de la minimisation se fait sous Matlab. On peut procéder par une méthode numérique, qui

nous permet d'estimer plusieurs paramètres au sens des moindres carrés. Pour chaque combinaison des paramètres, on calcule la fonction de minimisation U.

## **Conclusion**

Le milieu poreux se caractérise par différents paramètres acoustiques et mécaniques, comme la porosité, la perméabilité thermique, la perméabilité visqueuse, la tortuosité ... Certains sont importants en régime basse fréquence (visqueux) et d'autres en haute fréquence. Ainsi, il existe plusieurs modèles décrivant la propagation des ondes acoustiques dans les matériaux poreux qui dépendent de ces paramètres. La connaissance des caractéristiques élastiques du fluide et du solide est nécessaire pour décrire la propagation des ondes acoustiques dans les milieux poreux. Les paramètres du milieu poreux sont indépendants des caractéristiques dynamiques de la structure et ne dépendent que de la géométrie du milieu. Pour les déterminer, nous nous intéressons aux informations fournies par les ondes réfléchies et transmises sur et à travers un milieu poreux.

# Chapitre 2

Propagation acoustique dans un milieu poreux rigide monocouche et bicouche

### 1. Introduction

Lorsqu'une onde acoustique se propage dans un matériau poreux saturé d'air, la structure reste immobile et indéformable par rapport à l'excitation acoustique, cela est dû à la lourdeur et à la rigidité du squelette de la structure par rapport à l'air. On parle alors d'un matériau poreux à structure rigide. Dans ce cas, on utilise le modèle de fluide équivalent où les effets visco-thermiques sont décrits par deux susceptibilités dynamiques; tortuosité dynamique  $\alpha(\omega)$  et compressibilité dynamique  $\beta(\omega)$ . Les effets inertiels et visqueux sont décrits par la tortuosité dynamique. Les effets thermiques sont représentés par la compressibilité dynamique. Les deux susceptibilités dynamiques dépendent des caractéristiques physiques du fluide ainsi que de la géométrie du domaine fluide. Dans le cas de la propagation du son, la fréquence des mouvements joue un rôle important. Aux deux extrémités basses fréquences et hautes fréquences, les équations qui régissent le comportement acoustique du fluide sont simplifiées et les paramètres impliqués sont différents. [1.20,28].

L'objectif de ce chapitre est de résoudre le problème direct de la propagation des ondes acoustiques dans les matériaux poreux. Dans la première partie, les coefficients de réflexion et de transmission sont calculés pour un milieu monocouche d'épaisseur finie excité par une impulsion à incidence normale. Cette étude est généralisée dans le cas d'un milieu bicouche. Le coefficient de réflexion et / ou de transmission obtenu est exprimé en fonction de deux susceptibilités dynamiques  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$ . Le signal transmis et / ou réfléchi est obtenu, dans le domaine fréquentiel, par le produit du coefficient de réflexion et / ou de transmission avec le signal incident. Dans le domaine temporel, les signaux transitoires sont obtenus en prenant la transformée de Fourier inverse du spectre de signal correspondant.

# 2. Monocouche en incidence normale [28]:

On considère une monocouche de matériau poreux fini d'épaisseur L, isotrope, homogène et de structure rigide, le monocouche représente le milieu (II). Une onde sonore arrive en x=0 sous incidence normale sur le matériau à l'instant t=0, appelée « onde incidente ». Elle donne naissance à deux ondes : une onde transmise allant vers les x croissant dans le milieu (III) et une onde réfléchie allant vers les x décroissantes dans le milieu (I). (Fig.2.1),

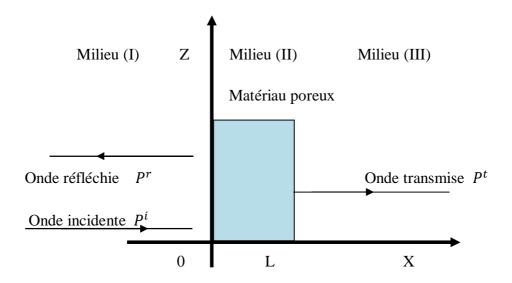


Figure 2.1- Géométrie du problème en incidence normale

L'expression de la pression d'une onde plane incidente d'amplitude unité arrivant sous incidence normale sur le matériau poreux est donnée par :

$$P^{i}(x,\omega) = e^{-j(kx-\omega t)}, \tag{2.1}$$

Afin de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission théorique, on écrit les expressions de pression et de vitesse dans chaque milieu séparément, puis les conditions de continuité aux interfaces du milieu poreux avec les milieux (I) et (III).

### . Dans le milieu (I) (x < 0):

L'expression de pression  $p^{(l)}$  est la superposition des ondes incidente et réfléchie, elle est définie par :

$$P^{(1)}(x,\omega) = e^{-j(kx-\omega t)} + Re^{-j(-kx-\omega t)}$$
 (2.2)

où R est le coefficient de réflexion de matériau poreux, k le nombre d'onde donné par :

$$k = \frac{\omega}{c_f} = \omega \sqrt{\frac{\rho_f}{\kappa_a}},\tag{2.3}$$

 $c_f$  est la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le fluide libre (milieu (I) et (III)).  $\rho_f$  et  $K_a$  sont respectivement la masse volumique et le module d'incompressibilité adiabatique du fluide.

À partir des équations d'Euler (Eq. (1.27), (1.28)), l'expression du champ de vitesse  $v^{(1)}$  s'écrit :

$$v^{(1)}(x,\omega) = \frac{1}{Z_f} \left( e^{-j(kx - \omega t)} - Re^{-j(-kx - \omega t)} \right), \tag{2.4}$$

où  $Z_f$  l'impédance caractéristique avec  $Z_f = \sqrt{\rho_f K_a}$ 

### . Dans le milieu (II) : (0 < x < L)

Correspondant au milieu poreux, les expressions de la pression  $p^{(2)}$  et de la vitesse  $v^{(2)}$  sont :

$$p^{(2)}(x,\omega) = Ae^{-j(k_m x - \omega t)} + Be^{-j(-k_m x - \omega t)},$$
 (2.5)

$$v^{(2)}(x,\omega) = \frac{1}{Z_m} \left( A e^{-j(k_m x - \omega t)} - B e^{-j(-k_m x - \omega t)} \right)$$
 (2.6)

où A et B sont deux constantes.  $Z_m$  et  $k_m$  sont respectivement l'impédance caractéristique et le nombre d'onde de l'onde acoustique dans le milieu poreux. Ce sont deux quantités complexes:

$$k_m = \omega \sqrt{\frac{\rho_f \alpha(\omega)\beta(\omega)}{K_a}}, \qquad Z_m = \sqrt{\frac{\rho_f K_a \alpha(\omega)}{\beta(\omega)}}, \qquad (2.7)$$

où  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$  sont respectivement la tortuosité dynamique et la compressibilité dynamique du matériau poreux.

### . Dans le milieu (III) : (x > 0)

Les expressions des champs de pression  $p^{(3)}$  et de vitesse  $v^{(3)}$  de l'onde transmise à travers le matériau poreux sont :

$$p^{(3)}(x,\omega) = Te^{-j(k(x-L)-\omega t)},$$
 (2.8)

$$v^{(3)}(x,\omega) = \frac{1}{Z_f} T e^{-j(k(x-L)-\omega t)}, \qquad (2.9)$$

où T est le coefficient de transmission.

Par la suite, En x = 0 et en x = L on a la continuité des pressions :

$$P^{(1)}(0^{-}) = P^{(2)}(0^{+}), (2.10)$$

$$P^{(2)}(L^{-}) = P^{(3)}(L^{+}) (2.11)$$

et conservation des débits :

$$V^{(1)}(0^{-}) = \phi V^{(2)}(0^{+}), \tag{2.12}$$

$$\phi V^{(2)}(L^{-}) = V^{(3)}(L^{+}), \tag{2.13}$$

En remplaçant les expressions des champs de vitesses et de pressions des différents milieux dans les relations (2.10) - (2.13), on obtient un système de quatre équations à quatre inconnues : A, B, R et T.

$$\begin{cases}
1 + R = A + B \\
T = Ae^{-jk_{m}L} + Be^{jk_{m}L} \\
1 - R = \phi \frac{Z_f}{Z_m} (A - B) \\
T = \phi \frac{Z_f}{Z_m} (Ae^{-jk_{m}L} - Be^{jk_{m}L})
\end{cases} (2.14)$$

La résolution de ce système permet de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission ainsi que les coefficients A et B :

$$A = \frac{(1+D)\exp(j\omega f L)}{2D\cosh(j\omega f L) + (1+D^2)\sinh(j\omega f L)}.$$
 (2.15)

$$B = \frac{(D-1)\exp(-j\omega fL)}{2D\cosh(j\omega fL) + (1+D^2)\sinh(j\omega fL)}.$$
 (2.16)

$$T = \frac{2D}{2D\cosh(j\omega f L) + (1 + D^2)\sinh(j\omega f L)}.$$
 (2.17)

$$R = \frac{(1-D^2)\sinh(j\omega f L)}{2D\cosh(fj\omega L) + (1+D^2)\sinh(j\omega f L)}.$$
 (2.18)

avec:

$$D = \phi \frac{Z_f}{Z_m} = \phi \sqrt{\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)}}, \qquad f = \sqrt{\frac{\rho_f}{K_a} \alpha(\omega)\beta(\omega)}, \qquad (2.19)$$

### 3. Bicouche en incidence normale [28]:

On considère une bicouche de matériau poreux homogène, isotrope et de structure rigide constituée de tranche de matériaux poreux homogènes; le matériau B1 d'épaisseur L1 et le matériau B2 d'épaisseur L2 (fig.2.2).

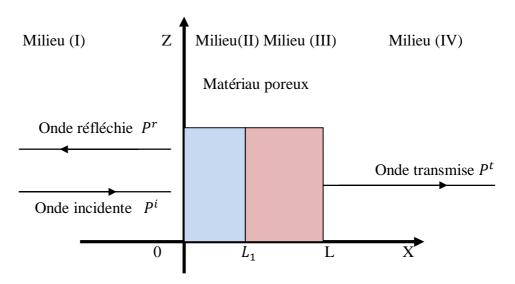


Fig.2.2 - Géométrie du problème d'un milieu bicouche en incidence normale.

Comme dans la partie précédente, pour déterminer les coefficients de transmission et de réflexions, on écrit les expressions de pressions et de vitesses dans chaque milieu séparément, puis les conditions de continuité aux interfaces, c'est-à-dire la conservation des débits et la continuité des pressions.

### . Dans le milieu (I) (x < 0):

L'expression de pression  $p^{(1)}$  et de vitesse  $v^{(1)}$ , sont définie par :

$$P^{(1)}(x,\omega) = e^{-jk_f x} + Re^{jk_f x}, \qquad (2.20)$$

$$v^{(2)}(x,\omega) = \frac{1}{Z_f} \left( e^{-jk_f x} - Re^{jk_f x} \right), \tag{2.21}$$

où R est le coefficient de réflexion,  $k_f$  est le nombre d'onde de l'onde acoustique et  $Z_f$  l'impédance caractéristique de l'air.

### . Dans les milieux (II) $0 < x < L_1$ et (III) $L_1 < x < L$ :

Correspondants aux milieux poreux (1) et (2), les expressions des pressions et vitesses sont :

$$P^{(i+1)}(x,\omega) = A_i e^{-jk_i x} + B_i e^{jk_i x}$$
 (2.22)

$$v^{(i+1)}(x,\omega) = \frac{1}{Z_i} (A_i e^{-jk_i x} - B_i e^{jk_i x}), \qquad (2.23)$$

Dans ces expressions  $A_i$  et  $B_i$  sont deux constantes,  $Z_i$  et  $k_i$  sont respectivement l'impédance caractéristique et le nombre d'onde de l'onde acoustique dans le milieu poreux i (i=1,2). Ce sont deux quantités complexes :

$$k_i = \omega \sqrt{\frac{\rho_f \alpha_i(\omega)\beta_i(\omega)}{K_a}}, \qquad Z_i = \sqrt{\frac{\rho_f K_a \alpha_i(\omega)}{\beta_i(\omega)}}, \qquad (2.24)$$

### . Dans le milieu (IV) x > L:

Les expressions des champs de pression  $p^{(4)}$  et de vitesse  $v^{(4)}$  de l'onde transmise à travers le matériau poreux sont :

$$P^{(4)}(x,\omega) = Te^{-jk_f(x-L)}, (2.25)$$

$$v^{(4)}(x,\omega) = \frac{1}{Z_f} T e^{-jk_f(x-L)}, \qquad (2.26)$$

T est le coefficient de transmission du matériau poreux .

Par la suite, en (x=0), en (x=L1) et en (x=L) on a continuité des pressions :

$$P^{(1)}(0^{-}) = P^{(2)}(0^{+}), (2.27)$$

$$P^{(2)}(L1^{-}) = P^{(3)}(L1^{+}), (2.28)$$

$$P^{(3)}(L^{-}) = P^{(4)}(L^{+}), (2.29)$$

et conservation des débits :

$$v^{(1)}(0^{-}) = \phi_1 v^{(2)}(0^{+}), \qquad (2.30)$$

$$\phi_1 v^{(2)}(L1^-) = \phi_2 v^{(3)}(L1^+), \tag{2.31}$$

$$\phi_2 v^{(3)}(L^-) = v^{(4)}(L^+), \tag{2.32}$$

En remplaçant les expressions des champs de vitesses et de pressions des différents milieux dans les relations (2.27) - (2.32), on obtient un système de six équations à six inconnues:  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ , R et T.

$$\begin{cases}
1 + R = A_1 + B_1 \\
A_1 e^{-jk_1 L_1} + B_1 e^{jk_1 L_1} = A_2 e^{-jk_2 L_2} + B_2 e^{jk_2 L_2} \\
T = A_2 e^{-jk_2 L_2} + B_2 e^{jk_2 L_2}
\end{cases}$$

$$1 - R = \phi_1 \frac{Z_f}{Z_1} (A_1 - B_1)$$

$$\phi_1 \frac{1}{Z_1} (A_1 e^{-jk_1 L_1} - B_1 e^{jk_1 L_1}) = \phi_2 \frac{1}{Z_2} (A_2 e^{-jk_2 L_2} - B_2 e^{jk_2 L_2})$$

$$T = \phi_2 \frac{Z_f}{Z_2} (A_2 e^{-jk_2 L_2} - B_2 e^{jk_2 L_2})$$
(2.33)

La résolution de ce système permet, dans le domaine fréquentiel, de déterminer les expressions des coefficients de transmission et de réflexion [28] :

$$T = \frac{8}{\Delta_1 + \Delta_2}, \qquad R = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2}, \qquad (2.34)$$

avec:

$$\Delta_{1} = 2\left(\frac{1}{D_{2}} + \frac{1}{D_{1}}\right) \left[ (1 + D_{1}D_{2}) \sinh(j\omega(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2})) + (D_{1} + D_{2}) \cosh(j\omega(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2})) \right], \tag{2.35}$$

$$\Delta_2 = 2\left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right) \left[ (1 - D_1 D_2) \sinh(j\omega(f_1 L_1 - f_2 L_2)) + (D_1 - D_2) \cosh(j\omega(f_1 L_1 - f_2 L_2)) \right], \tag{2.36}$$

$$\delta_{1} = 2\left(\frac{1}{D_{2}} + \frac{1}{D_{1}}\right) \left[ (1 - D_{1}D_{2}) \sinh(j\omega(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2})) - (D_{1} - D_{2}) \cosh(j\omega(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2})) \right],$$
(2.37)

$$\delta_{2} = 2\left(\frac{1}{D_{1}} - \frac{1}{D_{2}}\right) \left[ (1 + D_{1}D_{2}) \sinh(j\omega(f_{1}L_{1} - f_{2}L_{2})) - (D_{1} + D_{2}) \cosh(j\omega(f_{1}L_{1} - f_{2}L_{2})) \right],$$
(2.38)

$$D_{i} = \phi_{i} \frac{Z_{f}}{Z_{i}} = \phi_{i} \sqrt{\frac{\beta_{i}(\omega)}{\alpha_{i}(\omega)}}, \quad f_{i} = \sqrt{\frac{\rho_{f}}{K_{a}}} \alpha_{i}(\omega) \beta_{i}(\omega), \quad i = 1,2 \quad (2.39)$$

Lorsqu'on pose, dans les expressions ((2.34)-(2.39)),  $L_1=L_2$  et  $k_1=k_2$ , on trouve :

$$T = \frac{2D}{2Dcosh(sfL) + (1 + D^2)\sinh(sfL)}, \qquad R = \frac{(1 - D^2)\sinh(sfL)}{2Dcosh(sfL) + (1 + D^2)\sinh(sfL)}.$$

Qui sont les coefficients de réflexion et de transmission, en incidence normale, d'un matériau poreux monocouche d'épaisseur  $L=L_1+L_2$ .

### 4. Régime basses et très basses fréquences (BF et TBF) :

La tortuosité dynamique  $\alpha(\omega)$  et la compressibilité dynamique  $\beta(\omega)$ , dans le régime basses fréquences, sont données par Pride et Lafarge [20], par les relations (Eq.1.45) et (Eq.1.48) respectivement telles que :

$$\alpha(\omega) \approx \alpha_0 \left( 1 + \frac{\eta \phi}{\alpha_0 k_0 \rho_f} \frac{1}{j\omega} \right), \quad \beta(\omega) \approx \gamma - \frac{(\gamma - 1) \rho_f k_0^{'} P_r}{\eta \phi} j\omega,$$
 (2.40)

Aux très basses fréquences, ces deux expressions se simplifient comme suit :

$$\alpha(\omega) \approx \frac{\eta \phi}{k_0 \rho_f} \frac{1}{j\omega}, \qquad \beta(\omega) \approx \gamma, \qquad (2.41)$$

À partir de ces expressions, nous concluons qu'aux très basses fréquences, les coefficients de réflexion et de transmission ne dépendent que de la porosité  $\phi$  et de la résistivité  $\sigma=^{\eta}/k_0$  de matériau poreux.

### **Conclusion**

Les expressions des coefficients de réflexion et de transmission retrouvées dans ce chapitre permettent d'étudier l'influence des paramètres physiques intervenant dans ces coefficients sur le comportement des ondes acoustiques qui se propagent dans un matériau poreux. A basse fréquence, les deux susceptibilités dynamiques  $\alpha$  ( $\omega$ ) et  $\beta$  ( $\omega$ ) dépendent des quatre paramètres; la porosité  $\phi$  et la perméabilité visqueuse  $k_0$  pour les effets visqueux, le paramètre  $\alpha_0$  pour les effets inertiels et le paramètre  $k_0'$  pour les effets thermiques. En très basse fréquence, les deux susceptibilités dynamiques ne dépendent que de la perméabilité visqueuse  $k_0$  et de la porosité  $\phi$ .

### Chapitre 3

Etude d'analyse de la sensibilité des paramètres physiques basse fréquence d'un matériau poreux bicouche sur les ondes transmises.

### 1. Introduction

Le milieu poreux est caractérisé par plusieurs paramètres physiques. Ces paramètres ont une grande influence sur l'amplitude des ondes réfléchies et transmises à travers ces milieux. Les paramètres physiques décrivant le milieu poreux se répartissent en deux catégories: les paramètres haute-fréquence et les paramètres basse-fréquence. En basse fréquence, la modélisation acoustique des milieux poreux s'appuie sur des paramètres physiques différents de ceux donnés en haute fréquence, en plus de la porosité  $\phi$  et de la perméabilité visqueuse  $k_0$ , le milieu est aussi caractérisé par son facteur d'inertie  $\alpha_0$  et sa perméabilité et tortuosité thermiques  $k'_0$  et  $\alpha'_0$ . Dans les très basses fréquences ( $\omega \to 0$ ) la tortuosité dynamique  $\alpha(\omega)$  ne dépend que de la porosité  $\phi$  et de la résistivité au passage de l'air  $\sigma$  alors que la compressibilité dynamique  $\beta(\omega)$  est constante ( $\beta(\omega) = \gamma$ ).

L'objectif de cette partie est l'étude de la sensibilité des paramètres très basse fréquence sur les ondes transmises à travers un milieu bicouche constitué de deux couches différentes d'un milieu poreux saturé d'air, montrant ainsi l'influence de la variation de la résistivité au passage de l'air et de la porosité de chaque couche sur les ondes transmises à travers le milieu bicouche en régime très basse fréquence. L'étude de la sensibilité de ces paramètres sur les ondes transmises est présentée aussi bien en régime fréquentiel qu'en régime temporel.

# 2. Etude la sensibilité de la porosité et de la résistivité au passage de l'air de chaque couche du milieu poreux sur les ondes transmises à la basse fréquence :

Aux basses fréquences, la tortuosité dynamique  $\alpha(\omega)$  et la compressibilité dynamique  $\beta(\omega)$  sont données par les deux expressions [1,20,28] :

$$\alpha(\omega) \approx \frac{\sigma\phi}{\rho_f} \frac{1}{s}, \qquad \beta(\omega) \approx \gamma,$$
 (3.1)

En substituant ces deux expressions de  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$  dans la relation de coefficient de transmission (Eq.(2.34)) d'un milieu bicouche établie au chapitre 2 ,on obtient l'expression simplifiée en très basse fréquence du coefficient de transmission donnée par [28]:

$$T^{TBF} = \frac{8}{\Delta_1 + \Delta_2},\tag{3.2}$$

avec:

$$\Delta_{1} = 2\left(\frac{1}{D_{2}} + \frac{1}{D_{1}}\right)\left[\left(1 + D_{1}D_{2}\right)\sinh\left(s\left(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2}\right)\right) + \left(D_{1} + D_{2}\right)\cosh\left(s\left(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2}\right)\right)\right]$$

$$(3.3)$$

$$\Delta_{2} = 2\left(\frac{1}{D_{1}} - \frac{1}{D_{2}}\right)\left[\left(1 - D_{1}D_{2}\right)\sinh\left(s\left(f_{1}L_{1} - f_{2}L_{2}\right)\right) + \left(D_{1} - D_{2}\right)\cosh\left(s\left(f_{1}L_{1} - f_{2}L_{2}\right)\right)\right]$$

$$(3.4)$$

$$\delta_{1} = 2\left(\frac{1}{D_{2}} + \frac{1}{D_{1}}\right)\left[\left(1 - D_{1}D_{2}\right)\sinh\left(s\left(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2}\right)\right) - \left(D_{1} - D_{2}\right)\cosh\left(s\left(f_{1}L_{1} + f_{2}L_{2}\right)\right)\right]$$

$$(3.5)$$

$$\delta_{2} = 2\left(\frac{1}{D_{1}} - \frac{1}{D_{2}}\right)\left[\left(1 + D_{1}D_{2}\right)\sinh\left(s\left(f_{1}L_{1} - f_{2}L_{2}\right)\right) - \left(D_{1} + D_{2}\right)\cosh\left(s\left(f_{1}L_{1} - f_{2}L_{2}\right)\right)\right]$$

$$(3.6)$$

$$s = j\omega, \qquad D_{i} = \sqrt{\gamma\rho_{f}\frac{\phi_{i}}{\sigma_{i}}\sqrt{s}} = , \qquad f_{i} = \sqrt{\frac{\gamma\rho_{f}}{\rho_{f}K_{a}}\sigma_{i}\phi_{i}}\frac{1}{\sqrt{s}}, \quad i = 1, 2 \quad (3.7)$$

 $\phi_i$ et $\sigma_i$  (i = 1,2) représentent la porosité et la résistivité au passage de l'air des deux couches.

On constate que l'expression du coefficient de transmission  $T^{TBF}$  d'un milieu poreuxbicouche d'épaisseur L = L1 + L2 dépend, en plus de la fréquence, de deux paramètres : la porosité  $\phi$ , et la résistivité au passage de l'air  $\sigma$  de chaque couche. Le spectre du signal transmis  $P^t(x,\omega)$  simulé est obtenu par le produit du coefficient de transmission et le spectre du signal incident  $P^i(x,\omega)$ :

$$P^{t}(x,\omega) = T^{TBF}P^{i}(x,\omega) \tag{3.8}$$

Dans le domaine temporel, le signal transmis  $\mathcal{P}^t(x,t)$  est obtenu en prenant la transformée de Fourier inverse  $\mathcal{F}^{-1}$  de  $P^t(x,\omega)$ :

$$P^{t}(x,t) = \mathcal{F}^{-1}\left(T^{TBF}P^{i}(x,\omega)\right) \tag{3.9}$$

La figure (3.1) montre le signal transmis simulé d'un milieu poreux bicouche construit en fréquentiel via l'expression (3.8) et en temporel via l'équation (3.9) dont les caractéristiques sont:

 $L_1 = 2.0$  cm,  $L_2 = 3.0$  cm,  $\varphi_1 = 0.94$ ,  $\varphi_2 = 0.96$ ,  $\sigma_1 = 12 \text{kNm}^4 \text{s}^{-1} \text{et} \sigma_2 = 8 \text{kNm}^4 \text{s}^{-1}$ . Ces signaux sont construits à des fréquences centrales dont les pics sont: 100Hz, 500Hz et 1000Hz.

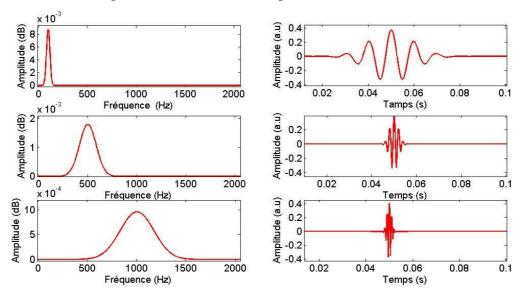


Figure 3.1 - Le signale transmis simulé d'un milieu poreux bicouche construit en fréquentiel via l'expression (3.8) et en temporel via l'équation (3.9).

Pour étudier l'influence de la porosité et de la résistivité au passage de l'air de chaque couche sur les ondes transmises, on observe l'effet de la variation d'un paramètre, l'autre étant fixé, sur le signal transmis donné par l'expression (3.8) pour le signal fréquentiel et l'expression (3.9) pour le signal temporel.

### 2.1 L'effet de la porosité $\phi_1$ de la première couche sur le signal transmis :

La figure (3.2) montre l'effet de variation de la porosité  $\phi_1$  de la première tranche sur l'amplitude du signale transmis, les autres paramètres étant maintenus fixe, à savoir :  $\phi_2 = 0.96$ ,  $\sigma_1 = 12 k N m^{-4} s^{-1}$  et  $\sigma_2 = 8 k N m^{-4} s^{-1}$ . La porosité  $\phi_1$  varie de +20 % à -20 % de sa valeur initiale ( $\phi_1 = 0.94$ ).

Selon le tableau (3.1), pour une fréquence de 100 Hz, on observe une très faible influence de la porosité sur le signal transmis ; lorsque la porosité augmente de +20%, le module du signal transmis augmente de 0,08% et pour une variation de -20% l'amplitude du signal transmis diminue de 0,07%. D'autre part, et selon le tableau (3.1), on peut voir que la sensibilité de la porosité φ1 augmente avec la fréquence.

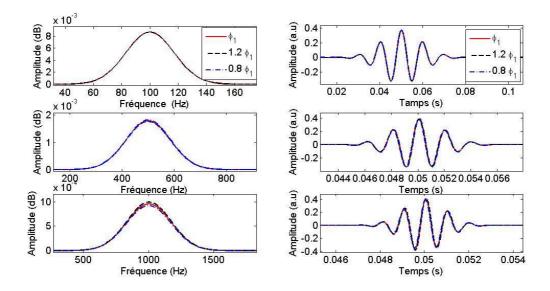


Figure 3.2 - La sensibilité de la porosité de la première couche  $\phi_1$  sur le signal transmis aux fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz.

### 2.2 L'effet de la porosité φ<sub>2</sub> de la deuxième couche sur le signal transmis :

La sensibilité de la porosité  $\phi 2$  de la deuxième couche sur le signal transmis est présentée sur la figure (3.3). Pour une fréquence d'excitation de 100 Hz et pour une variation de + 20% de la valeur initiale de  $\phi 2$ , l'amplitude du signal transmis décroit de 0,02% et pour une variation de -20% de  $\phi 2$ , l'amplitude du signal transmis augmente de 0,01%. On peut confirmer que l'influence de la porosité de  $\phi 2$  est également très faible sur le signal transmis et que cette influence augmente légèrement avec la fréquence.

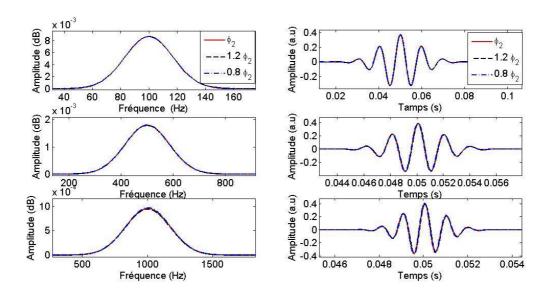


Figure 3.3 - La sensibilité de porosité  $\phi_2$  de la deuxième couche sur le signal transmis à des fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz.

## 3.2.3 L'effet de la résistivité au passage de l'air $\sigma_1$ de la première couche sur le signal transmis :

La résistivité statique au passage d'air, terme communément réduit à résistivité, est l'un des deux paramètres les plus connus, avec la porosité ouverte, utilisés pour décrire le comportement acoustique des matériaux poreux. Elle est généralement identifiée par le symbole  $\sigma$  et sa dimension dans le système international d'unités est N.s.m-4. Ce paramètre joue un rôle important dans la description des milieux poreux à basse fréquence. La figure (3.4) montre l'effet de la variation de la résistivité au passage de l'air  $\sigma$ 1 de la première couche du milieu bicouche sur le signal transmis à basse fréquence. Pour une fréquence d'excitation de 100 Hz, une variation de +20% et -20% de  $\sigma$ 1 entraîne respectivement une augmentation de 5,95% et une atténuation de -6,37% de l'amplitude du signal transmis (Tab. (3.1)). En revanche, cette sensibilité diminue avec la fréquence. Nous concluons que la résistivité  $\sigma$ 1 de la première couche du milieu bicouche a une influence appréciable à très basse fréquence sur le signal transmis.

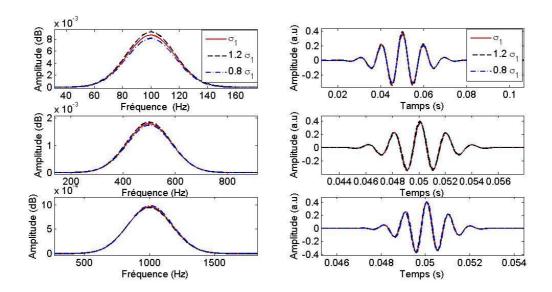


Figure 3.4 - La sensibilité de la résistivité au passage de l'air  $\sigma_1$  de la première couche sur le signal transmis à des fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz.

## 3.2.4 L'effet de la résistivité au passage de l'air $\sigma_2$ de la deuxième couche sur le signal transmis :

La sensibilité de la résistivité au passage de l'air  $\sigma 2$  de la deuxième couche du milieu bicouche sur le signal transmis en régime basse fréquence est présentée dans la figure (3.5). Selon cette figure, pour une variation de + 20% de  $\sigma 2$  l'amplitude du signal transmis accroît de 6,03% et pour une baisse de -20% de  $\sigma 2$  l'amplitude du signal transmis régresse de -6,49%.Onnote également que cette influence diminue avec la fréquence. Nous concluons que la résistivité au passage de l'air  $\sigma 2$  de la deuxième couche est le paramètre qui a la plus grande influence sur le signal transmis parmi les autres paramètres. Le tableau (3.2) montre la classification de la sensibilité de chaque paramètre des deux couches sur le signal transmis selon l'ordre d'influence décroissante.

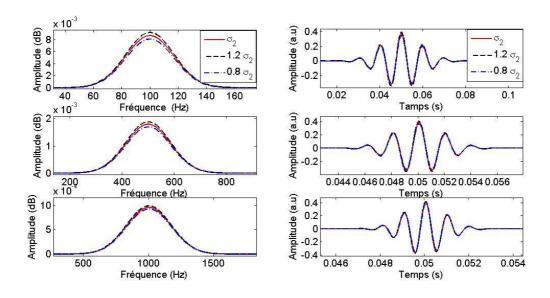


Figure 3.5 - La sensibilité de la résistivité au passage de l'air  $\sigma_2$  de la deuxième couche sur le signal transmis à des fréquences 100Hz, 500 Hz et 1000Hz.

	Paramètres	variation	$\frac{\Delta T^{TBF}}{T^{TBF}}\%$		
Couche			100 Hz	500 Hz	1000 Hz
1 <sup>er</sup>		+20%	0.08	2.63	3.68
Couche	$\phi_1$	-20%	- 0.07	-1.53	-3.75
		+20%	5.95	3.27	-1.18
	$\sigma_1$	-20%	-6.37	-2.95	2.36
2 <sup>eme</sup>		+20%	-0.02	-0.48	-1.63
Couche	$\phi_2$	-20%	0.01	0.33	1.34
		+20%	6.03	5.03	3.35
	$\sigma_2$	-20%	-6.49	-5.38	-3.57

Table 3.1 - Variation relative du coefficient de transmission  $\frac{\Delta T^{TBF}}{T^{TBF}}$ % correspondant à une variation de  $\pm$  20% de la porosité et de la résistivité de chaque couche du milieu poreux bicouche.

Paramètres	$\sigma_2$	$\sigma_1$	$\phi_1$	Ф2
Influence	++	+	~	~ ~

+ : Considérable

~: Faible

Table 3.2 - Classification de la sensibilité de chaque paramètre des deux couches sur le signal transmis selon l'ordre d'influence décroissante.

### **Conclusion**

Une étude de sensibilité des paramètres physiques décrivant le milieu poreux bicouche aux basses fréquences a été présentée. Elle montre par conséquence l'influence d'une variation de  $\pm$  20% de ces paramètres, à savoir ; les résistivités  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et les porosités  $\varphi_1$ , et  $\varphi_2$  de la première et la deuxième couche respectivement sur l'amplitude du signal transmis. L'étude de sensibilité a été présentée dans le domaine fréquentiel ainsi que dans le domaine temporel. Selon cette étude, il a été constaté que la résistivité au passage de l'air des deux couches a une grande influence sur le signal transmis, tandis que la sensibilité de la porosité des deux couches est très faible et négligeable sur le signal transmis. Cette étude de sensibilité facilite énormément le processus d'inversion pour déterminer ces paramètres, en ne considérant que la résistivité au passage de l'air des deux couches et en négligeant le rôle de la porosité dans la gamme des très basses fréquences.

## Conclusion générale

### Conclusion générale :

Dans ce travail, nous avons exposé la propagation des ondes acoustiques dans un matériau bicouche poreux à structure rigide saturé d'air en régime de très basses fréquences. L'objectif principal de notre thèse est l'étude de la sensibilité des paramètres acoustiques sur les ondes transmises dans le régime fréquentiel considéré.

Le problème direct de la propagation des ondes acoustiques dans une bicouche de matériau poreux a été résolu. Des calculs analytiques sont effectués pour établir les coefficients de réflexion et de transmission dans le domaine fréquentiel et ce, dans le cadre de la théorie des fluides équivalents. Les expressions obtenues des coefficients de réflexion et de transmission dans le régime des très basses fréquences dépendent de la porosité et de la résistivité au passage de l'air. Le spectre du signal transmis est obtenu par le produit du coefficient de transmission avec le signal incident, ce qui permet d'étudier l'influence de ces paramètres physiques sur le comportement des ondes acoustiques transmises par le matériau poreux. Selon cette étude, la résistivité au passage de l'air des deux couches a une grande influence sur le signal transmis, tandis que l'influence des porosités des deux couches est très faible et négligeable sur le signal transmis.

L'étude de sensibilité proposée dans ce travail fournit une perspective importante sur l'effet de la porosité et de la résistivité au passage de l'air sur le signal transmis à travers un milieu bicouche dans le régime des très basses fréquences et facilitera l'estimation de ces paramètres dans le cas de l'étude du problème inverse.

Notre perspectif dans les travaux futurs est d'étudier le problème inverse pour estimer ces paramètres physiques :  $\sigma 1$  et  $\sigma 2$ , d'un milieu bicouche en minimisant l'écart entre les signaux transmis simulés et expérimentaux.

## Bibliographie

### Bibliographie

- [1] Allard J. F. " *Propagation of sound in porous media*." Elsevier Applied Science publishers LTD, (1993).
- [2] Allard J. F. and Champoux Y. "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials", J. Acoust. Soc. Am. 91 : 3346, (1992).
- [3] Allard J. F., Castagnede B., Henry M., Lauriks W., "Dynamic compressibility of air in porous structures at audibles frequencies." J. Acoust. Soc. Am, 102(4): 1995, (1997).
- [4] Attenborough K. "Mercury porosimetry: State of the art". Powder Technology, 29:1, (1981).
- [5] Beranek L. L. "Acoustic impedance of porous materials." J. Acoust. Soc. Am, 13: 248, (1942).
- [6] Berbiche A. Sadouki M., and Fellah Z.E.A., Fellah M., Mitri F.G., Ogam E., Depollier C., Experimental determination of the viscous flow permeability of porous materials by measuring reflected low frequency acoustic waves, J. Appl. Phys. 119, 014906 (2016).
- [7] Bies D. A and Hansen C. H. . "Flow resistance information for acoustical design". Applied Acoustics, 13: 357, (1980).
- [8] Biot M. A. "The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. higher frequency range." J. Acoust. Soc. Am, 28: 179, (1956).
- [9] Biot M. A. "The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, low frequency range." J. Acoust. Soc. Am, 28: 168, (1956).
- [10] Brown R., Melon M., Montembault V., Castagnéde., Lauriks W., and Leclaire P.

  "Evaluation of the viscous characteristic length of air-saturated porous materials from the ultrasonic dispersion curve". C. R. Acad. Sci. Paris, 322 Série II: 122, (1996).

- [11] Champoux Y. and Allard J. F. "Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media." J. Appl. Phys. 70: 1975, (1991).
- [12] Champoux Y., Stinson M.R., and Daigle G. A. "Air-based system for the measurement of porosity." J. Acoust. Soc. Am, 89: 910, (1990).
- [13] Delanay M. E. and Bazley E. N. "Acoustical properties of porous materials", Applied Acoustics, 3: 105, (1970).
- [14] Fellah ZEA, Berger S., Lauriks W., Depollier C., Aristégui C., Chapelon J.Y. "Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence." J. Acoust. Soc. Am. 113(5): 2424, (2003).
- [15] Fellah ZEA, Fellah M., Sebaa N., Lauriks W., Depollier C. "Measuring flow resistivity of porous materials at low frequencies range via acoustic transmitted waves (L)" J. Acoust. Soc. Am. 119(4): 1926, (2006)
- [16] Fellah ZEA, **Sadouki M**, Fellah M, Mitri F. G, Ogam E, Depollier C." *Simultaneous determination of porosity, tortuosity, viscous and thermal characteristic lengths of rigid porous materials*" J. Appl. Phys, 114, 204902 (2013);
- [17] Johnson D.L., Plona T.J., Scala C., Pasierb F., and Kojima H. "*Tortuosity and acoustic slow waves*". Phys. Rev. Lett., 49: 1840, (1982).
- [18] Johnson D.L., Koplik D. and Daschen R. "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-satured porous media." J. Fluid. Mech. 176: 379, (1987).
- [19] Lafarge D., Lemarinier P., Allard J.F., and Tarnow V. "Dynamic compressibility of air in porous structures at audibles frequencies." J. Acoust. Soc. Am, 102(4): 1995, (1997).
- [20] Lafarge. D. "Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique." Thèse Doctorat, Université du Maine, (1993).

- [21] Leclaire P., Kelders L., Lauriks W., Melon M., Brown N., and Castagnéde B. "Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air". J. Appl. Phys., 80: 2009, (1996).
- [22] Leclaire P., Kelders L., Lauriks W., Glorieux C., and Thoen J. "Determination of the viscous characteristic lengths in air-fielded porous materials by ultrasonic attenuation measurements." J. Acoust. Soc. Am. 99: 1944, (1996).
- [23] Leonard R.W. "Simplified porosity measurements". J.Acoust.Soc.Am, 20(1): 39, (1948).
- [24] Norris A. N., "On the viscodynamic operator in Biot's equations of poroelasticity," J. Wave Mat. Interact. 1:365, (1986).
- [25] Pride S.R., Morgan F.D., and Gangi A.F. "Drag forces of porous media acoustics." J. Acoust. Soc. Am, 47: 4964, (1993).
- [26] Sadouki M, Fellah M, Fellah ZEA,Ogam E, Sebaa N, Mitri F. G, Depollier C, "Measuring static thermal permeability and inertial factor of rigid porous materials," J. Acoust. Soc. Am. 130 (5): 2627, (2011).
- [27] Sadouki M., Fellah Z.E.A, Berbiche Aand Fellah M, Mitri F.G., Ogam E., Depollier C.,'

  Measuring static viscous permeability of porous absorbing materials ', J. Acoust. Soc.

  Am. 135, 3163, (2014).
- [28] Sadouki M,'Modélisation théorique de la propagation acoustique dans un milieu poreux inhomogéne' thése de Doctorat, Faculté de Physique-USTHB (2014)
- [29] Sadouki M., Fellah M., Fellah Z.E.A., and Ogam E., Depollier C., *Ultrasonic propagation of reflected waves in cancellous bone: Application of Biot theory* ', ESUCB 2015, 6th European Symposium on Ultrasonic Characterization of Bone, 1. (2015).
- [30] Sadouki M., 'Experimental characterization of human cancellous bone via the first ultrasonic reflected wave Application of Biot's theory ', J.Ap.Acoust, 107237, 163, (2020).

- [31] Sadouki M., 'Experimental measurement of the porosity and the viscous tortuosity of rigid porous material in low frequency 'Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control, 37(2), 385, (2018).
- [32] Sadouki M,' Experimental characterization of rigid porous material via the first ultrasonic reflected waves at oblique incidence ',J.Ap.Acoust, 133, 64, (2018).
- [33] Van Brakel J., Modry S., and Svata M. "Mercury porosimetry: State of the art". Powder Technology, 29: 1, (1981).
- [34] Zwikker C and Kosten CW. "Sound absorbing materials". Elsevier New-york, (1949).