

République Algérien Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de DJILALI BOUNAAMA KHEMIS MILIANA



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Science de la Matière

Mémoire du projet de fin d'Etude
Pour l'obtention du diplôme de

Master

En

PHYSIQUE

Spécialité : **Physique Théorique**

Sujet :

*Etude Théorique de la Diffusion
Noyau-Noyau*

Réalisé par :

- **TAHI Faiza**
- **KOUIDRI BZARA Saida**

Encadrée par :

- **ZAOUI Sanaa**

Année universitaire 2019/2020.

Résumé

Résumé :

Il existe plusieurs théories pour étudier la collision des noyaux à hautes énergies. Parmi elles, on distingue la théorie de diffusion diffractive des hadrons par un noyau cette théorie s'appelle la diffusion multiple de Glauber étendue au cas de la collision noyau-noyau, cette théorie de la diffusion consiste à étudier la collision entre deux ou plusieurs particules. Le model de Glauber décrit l'amplitude de diffusion de deux systèmes composites (atome, noyau). De la forme eikonale de l'amplitude de diffusion introduite originalement par Molière. Aux énergies élevées l'hypothèse essentielle émise par Glauber pour décrire la diffusion par un système composite, réside dans l'expression du déphasage total. Dans l'approximation d'une série de chocs subis par le projectile pour lesquels la quantité de mouvement transférée est faible, le déphasage total est la somme des déphasages élémentaires après diffusion. Le model de Glauber basées sur l'analyse détaillée des excitations virtuelles des noyaux.

Dans ce travail, nous avons utilisé une densité nucléaire une densité de Fermi pour le calcul des sections efficaces totales et différentielles pour une variété de noyaux à différentes énergies. Une comparaison de nos résultats entre eux, avec les données expérimentales et avec les résultats théoriques exacts d'autres auteurs, a montré l'importance du choix de la densité nucléaire et du rôle joué par la contribution des excitations virtuelles dans l'amélioration des résultats.

ملخص:

هناك عدة نظريات لدراسة تصادم نوى عالية الطاقة. من بينها ، نميز نظرية الانعراج عن الهادرونات بواسطة نواة ، وتسمى هذه النظرية بالانتشار المتعدد لـ Glauber الممتد إلى حالة نواة التصادم ، تتكون نظرية الانتشار هذه في دراسة التصادم بين جسيمين أو أكثر . يصف نموذج جلوبير سعة الانتشار لنظامين مركبين (ذرة ، نواة). من الشكل eikonal لسعة الانتشار التي قدمها موليير في الأصل. في الطاقات العالية ، تكمن الفرضية الأساسية التي طرحها جلوبير لوصف الانتشار بواسطة نظام مركب ، في التعبير عن التحول الكلي للطور. عند تقريب سلسلة من الصدمات التي تعرضت لها المقذوف الذي كان الزخم المنقول من أجله صغيرًا ، يكون إجمالي إزاحة الطور هو مجموع تحولات المرحلة الأولية بعد الانتشار. يعتمد نموذج جلوبير على التحليل التفصيلي للإثارة الافتراضية للنواة. في هذا العمل ، استخدمنا الكثافة النووية وكثافة فيرمي لحساب المقاطع العرضية الكلية والتفاضلية لمجموعة متنوعة من النوى عند طاقات مختلفة. أظهرت مقارنة نتائجنا مع بعضها البعض ، مع البيانات التجريبية والنتائج النظرية الدقيقة للمؤلفين الآخرين ، أهمية اختيار الكثافة النووية والدور الذي تلعبه مساهمة الإثارة الافتراضية في تحسين النتائج.

Résumé

Abstract:

There are several theories for studying the collision of high-energy nuclei. Among them, we distinguish the diffractive diffusion theory of the hadrons by a nucleus this theory is called the multiple diffusion of extended Glauber in the case of the nucleus-nucleus, this theory of diffusion consists in studying the collision between two or more particles. The Glauber model describes the diffusion amplitude of two composite systems (atom, nucleus). From the eikonal form of the amplitude of diffusion originally introduced by Molière. At high energies the essential hypothesis emitted by Glauber to describe diffusion by a composite system, lies in the expression of total dephasing. In the approximation of a series of shocks suffered by the projectile for which the amount of motion transferred is small, the total phase shift is the sum of the elementary phase shifts after diffusion. The Glauber model based on detailed analysis of virtual excitations of nuclei.

In this work we used a nuclear density a Fermi density for the calculation of total and differential effective sections for a variety of nuclei with different energies. A comparison of our results with each other, with experimental data and with the exact theoretical results of other authors, showed the importance of choosing nuclear density and the role played by the contribution of virtual excitations in improving results.

Remerciement

Nous remercions Dieu tout puissant qui nous a donné la force et la santé, le courage et la volonté pour accomplir ce travail.

Mes vifs remerciements vont :

A mon promotrice S. ZAOUI d'avoir accepté d'orienter et aidé a bien mener notre travail, de nous avoir encouragé, d'être toujours présente, nous avons particulièrement apprécié le soutien moral, les précieux conseils au cours de la préparation de notre projet de fin d'étude.

A monsieur, le président et les membres de jury qui ont accepté de lire et de juger notre travail.

Nous adressons nos sincères remerciements à tous les enseignants de la faculté des Sciences et de la technologie de l'Université de Djillali Bounaama -Khemis milliana.

Dédicaces

A mes parents

*A mon époux **Mohamed MERSELLEM***

*A mes enfants **Mohammed Abderrahim et Bahaeddine.***

A mes sœurs et frères.

A Toute ma grande famille.

Tahi Faiza

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail,

A mes parents et mes grands parents, pour leurs amour, leur confiance et pour les valeurs qu'ils m'ont transmises.

A mes sœurs et frères.

A Toute ma grande famille.

A Tous mes amis et mes collègues.

KOUIDRI BZARA Saïda

Sommaire

Résumé	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Introduction générale	01
Chapitre I : La théorie de Diffusion à haute énergie	
I.1 Introduction	03
I.2 la diffusion d'une particule par un potentiel	03
I.2.1 séparation de mouvement de centre de masse	03
I.3 La fonction d'onde stationnaire	04
I.4 Description du phénomène de collision	06
I.5 Notion de section efficace	07
I.5.1 Définition de la section efficace	08
I.5.2 La section efficace différentielle ($d\sigma/d\Omega$)	09
I.6 Théorie générale de diffusion	09
I.6.1 Fonction d'onde en régime asymptotique	10
I.6.2 L'amplitude de diffusion	11
I.7 Équation intégrale de la diffusion	12
I.7.1 Équation de Schrödinger comme intégrale de la diffusion	12
I.7.2 la fonction de Green	13
I.7.3 Intégrale de l'amplitude de diffusion	14
Chapitre II : Approximation de Glauber à haute énergie	
II.1 Introduction	15
II.2 Les fondements théoriques de modèle de Glauber	15
II.2.1 Une brève historique du modèle Glauber	15
II.2.2 Le modèle de Glauber	16
II.3 Notion de l'approximation de Glauber	16
II.3.1 Approximation de Glauber à hautes énergies à une dimension	17
II.3.2 Approximation de Glauber à hautes énergies à trois dimensions	20
Chapitre III : Généralisation de la Théorie de Collision Diffractionnelle Multiple	
III.1 Introduction	25
III.2 La diffusion hadron-noyau à haute énergie en cadre de model de Glauber	25
III.2.1 l'importance de La diffusion hadron-noyau	25
III.2.2 Les principes de la théorie de Glauber	26
III.2.3 La diffusion élastique hadron-noyau à haute énergie	26

Sommaire

III.3 Généralisation du modèle de Glauber aux collisions noyau-noyau	31
III.4 Excitations virtuelles dans les collisions	35
III.4.1 La diffusion hadron-noyau	36
III.4.2. La diffusion noyau -noyau	39

Chapitre IV Les méthodes approximatives de simplification de l'amplitude de diffusion

IV.1 Introduction.....	46
IV.2 Les méthodes approximatives de simplification de l'amplitude de diffusion.....	46
IV.2.1 La limite optique de Czyz-Maximon	47
IV.2.2 Le développement de la phase de diffusion	49
IV.2.3 Les approximations liées aux excitations virtuelles non simultanées...	50
IV.2.4 Considération des excitations virtuelles simultanées	54

Chapitre V : Résultats numériques et discussion

V.1 Introduction	56
V.2 Densité de Fermi	56
V.3 Choix des unités physiques	58
V.4 Sections efficaces différentielles	58
V.5 Résultats et discussion	60
Conclusion générale.....	64
Références Bibliographiques	

Liste des figures

Figure	Titre	Page
I.1	représentation géométrique d'un processus de collision	6
I.2	Schéma d'une expérience de diffusion	7
I.3	Schéma de la section efficace de diffusion	7
I.4	Schéma de la section efficace totale de diffusion	8
I.5	Schéma de section efficace différentielle	9
I.6	Schéma de diffusion d'une onde	11
II.1	décomposition du vecteur de position	23
III.1	La diffusion hadron noyau	28
III.2	La diffusion noyau-noyau	32
III.3	Diffusion de deux systèmes composites en fonction de l'amplitude élémentaire f_{ij}	32
III.4	La conservation des propriétés des centres de masse durant la diffusion.	34
III.5	La collision de trois nucléons du noyau cible avec trois nucléons du noyau incident	40
III.6	La collision de trois nucléons du noyau cible avec deux nucléons du noyau incident	41
III.7	La collision de trois nucléons du noyau cible avec un nucléon du noyau incident	42
III.8	La collision de deux nucléons du noyau cible avec trois nucléons du noyau incident	43
III.9	La collision d'un nucléon du noyau cible avec trois nucléons du noyau incident	44
III.10	La collision de deux nucléons du noyau cible avec deux nucléons du noyau incident	45
V.1	Sections efficaces différentielles de la diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à l'énergie $E=2.1$ (GeV/n), densités Gauss-Fermi	62
V.2	Sections efficaces différentielles de la diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à l'énergie $E=0.87$ (GeV/n), densités Gauss-Fermi	63

Liste des tableaux

Tableau	Titre	Page
V.1	Les valeurs des rayons "c", de l'épaisseur de peau "t" et du paramètre "a" de la densité de Fermi pour différents noyaux.	56
V.2	Les valeurs des trois paramètres ($NN \sigma, \alpha, \varepsilon$) pour différentes énergies	57

Introduction générale

Introduction générale

Introduction générale :

La diffusion est une technique expérimentale très puissante dans une gamme de domaines de la physique, Ernest Rutherford est le premier qui a utilisé cette technique pour étudier un système microscopique. D'autre part l'étude des collisions est très importante, car tout d'abord, historiquement, la découverte du monde quantique et des particules s'est faite en étudiant des processus de collision. Il y'a Beaucoup d'expériences de physique sont des expériences de collisions, ou plus précisément de diffusion, En 2012 les physiciens des particules ont annoncé la découverte tant attendu du Boson de Higgs.

L'importance des expériences de diffusion de particules pour l'étude de la matière est universellement connue : c'est en faisant interagir une pluie de particules (faisceau incident) sur une cible et en analysant les caractéristiques du faisceau diffusé que l'on peut espérer obtenir des informations sur les interactions fondamentales, sur la dynamique interne de la cible, sur sa structure [1], En effet si à basses énergies, l'étude des diffusions noyau-noyau permet d'obtenir des informations sur les propriétés de l'interaction nucléaire et sur la structure interne du noyau, à hautes énergies et du fait que la longueur d'onde de la particule incidente est très petite devant les dimensions de la cible, le pouvoir de pénétration de la particule incidente dans la particule cible augmente. Ceci rend les informations obtenues beaucoup plus détaillées et plus précises [2].

Il existe plusieurs théories pour l'étude de la collision du les noyaux a hautes énergies. Parmi elles, on distingue la théorie de diffusion diffractive des hadrons par un noyau sa théorie appelle la diffusion multiple de Glauber étendue au cas de la collision noyau-noyau.

Cette approche de Glauber ou théorie multiple diffractive [3], empruntée à l'optique par Molière [4] et développée considérablement par Akhiezer [5], a été conçue pour la diffusion hadron-noyau et généralisée par la suite au cas de la diffusion noyau-noyau [6].

Néanmoins l'application concrète de cette théorie pour le calcul de l'amplitude de diffusion noyau-noyau fait apparaître des difficultés de calcul parfois insurmontables, ce qui a nécessité l'élaboration de méthodes approximatives qui permettent la simplification des calculs. A cet effet, nous nous sommes principalement intéressés aux méthodes approximatives liées aux excitations virtuelles. Ces méthodes, déduites du modèle de Glauber, reposent principalement sur l'analyse et la contribution des excitations virtuelles qui apparaissent dans les deux noyaux lors de leur collision à savoir :

- L'approximation des deux noyaux "durs" dans laquelle la contribution des excitations virtuelles des deux noyaux n'est pas prise en compte.
- L'approximation du noyau incident "dur" dans laquelle la contribution des excitations virtuelles du noyau incident n'est pas prise en compte.
- L'approximation du noyau cible "dur" où se sont les excitations virtuelles du noyau cible qui sont négligées [7].

Introduction générale

Dans le premier chapitre on fait un rappel sur le formalisme de diffusion, on commence par le problème de l'interaction de deux particules par un potentiel dépendant de leurs coordonnées relative, la fonction d'onde stationnaire, la section efficace, l'amplitude de diffusion, la fonction de Green, et on terminera par l'équation intégrale de la diffusion.

Dans le deuxième chapitre nous simplifions l'approximation de Glauber à haute énergie, nous considérons le problème de diffusion à une dimension et par la suite généraliser à des problèmes de diffusion à trois dimensions.

Dans le troisième chapitre nous étudions un cas simple de diffusion d'une particule par un potentiel dans le cadre de la théorie de Glauber. Nous allons poursuivre nos rappels en considérant le cas de la diffusion hadron-noyau et ensuite nous présenterons la généralisation au cas de la diffusion noyau-noyau, Un aperçu sur les excitations virtuelles qui peuvent apparaître dans les deux noyaux en collision est aussi présenté toujours dans le cadre du modèle de Glauber.

Dans le quatrième chapitre on fait un rappel des différentes approximations du noyau "dur" déduites du modèle de Glauber et basées sur la contribution des excitations virtuelles.

Dans le dernier chapitre nous comparons et discuterons nos résultats des calculs numériques des sections efficaces totales et des sections efficaces différentielles.

Chapitre I:
La Théorie de Diffusion
à haute énergie

L'étude théorique de la diffusion noyau-noyau permet d'avoir des informations sur les propriétés de l'interaction nucléaire et sur la structure interne des noyaux, si l'énergie du noyau incident devient de plus en plus grande, alors ces informations sont de plus en plus de taillées.

L'analogie qui existe entre la diffusion de particule à haute énergie et la diffraction de la lumière a donnée naissance à la théorie diffractiionnelle [8], cette théorie de la diffusion consiste à étudier la collision entre deux ou plusieurs particules, L'analyse d'une collision se fait premièrement en d'écrivant le problème en termes des coordonnées relatives et du centre de masse. La dynamique du centre de masse est triviale, et on se concentre sur le mouvement relatif, qui est d'écrit par un hamiltonien d'une particule de la masse réduite, en interaction avec un potentiel ancré à l'origine [9].

I.2 la diffusion d'une particule par un potentiel :

Commençons tout d'abord par formuler l'étude d'un cas simple de collision, la diffusion élastique non relativiste de deux particules interagissant avec un potentiel $V(\vec{r})$ ne dépendant que de leur coordonnée relative.

I.2.1 : séparation de mouvement de centre de masse :

Soit un système non relativiste de deux particules A et B de masses m_A et m_B de coordonnée \vec{r}_A et \vec{r}_B et l'impulsion \vec{p}_A et \vec{p}_B on suppose que ces particule interagissent avec un potentiel réel $V(\vec{r}_A - \vec{r}_B)$.

L'hamiltonien classique du système est donnée par :

$$H = \frac{p_A^2}{2m_A} + \frac{p_B^2}{2m_B} + V(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \quad (1.1)$$

Nous avons donc decoupler le problème a deux corps en deux problèmes a un corps introduisant pour cela :

La masse totale M et la masse réduite m des deux particules A et B :

$$M = m_A + m_B \quad , \quad m = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \quad (1.2)$$

La coordonnée relative \vec{r} et la coordonnée relative de centre de masse \vec{R} sont définies :

$$\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B \quad , \quad \vec{R} = \frac{m_A \vec{r}_A + m_B \vec{r}_B}{m_A + m_B} \quad (1.3)$$

Impulsion totale et opérateurs impulsion du centre de masse sont :

$$\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B \quad , \quad \vec{P} = \frac{m_B \vec{p}_A - m_A \vec{p}_B}{m_A + m_B} \quad (1.4)$$

On peut alors récrire l'hamiltonien en fonction de la masse réduite m et la masse totale M :

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2M} + \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r}) \quad (1.5)$$

Avec :

$$H_{c.m} = \frac{\vec{P}^2}{2M} \quad , \quad H_{rel} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r}) \quad (1.6)$$

On constate que :

$H_{c.m}$: L'hamiltonien décrivant le mouvement libre du centre de masse du système.

H_{rel} : L'hamiltonien de mouvement relatif qui décrit quant à lui une particule de masse m dans un potentiel $V(\vec{r})$.

I.3 La fonction d'onde stationnaire :

La fonction d'onde est un des concepts fondamentaux de la mécanique quantique. Elle correspond à la représentation de l'état quantique d'un système dans une base de dimension infinie.

Si le système est dans un état stationnaire, cette densité de probabilité de présence ne dépend pas du temps et il est possible d'utiliser la fonction d'onde stationnaire, La fonction d'onde stationnaire est calculée à l'aide de l'équation de Schrödinger .

L'équation de Schrödinger indépendante du temps de à deux corps s'écrit :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_A}\nabla_{\vec{r}_A}^2 - \frac{\hbar^2}{2m_B}\nabla_{\vec{r}_B}^2 + V(\vec{r}_A - \vec{r}_B)\right]\psi(\vec{r}_A, \vec{r}_B) = E_{tot}\psi(\vec{r}_A, \vec{r}_B) \quad (1.7)$$

Avec le changement de variable des coordonnées (\vec{r}_A, \vec{r}_B) aux nouvelles coordonnées (\vec{r}, \vec{R}) L'équation de Schrödinger indépendante du temps s'écrit :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_{\vec{R}}^2 - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla_{\vec{r}}^2 + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{R}, \vec{r}) = E_{tot}\psi(\vec{R}, \vec{r}) \quad (1.8)$$

On remarque que le potentiel ne dépend que de \vec{r} il est possible de décrire la fonction d'onde comme le produit de deux fonction :

$$\psi(\vec{R}, \vec{r}) = \Phi(\vec{R})\Psi(\vec{r}) \quad (1.9)$$

Ou la fonction $\Phi(\vec{R})$ et $\Psi(\vec{r})$ satisfont les équations :

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_{\vec{R}}^2 \Phi(\vec{R}) = E_{c.m}\Phi(\vec{R}) \quad (1.10)$$

Et:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_{\vec{r}}^2 + V(\vec{r})\right]\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}) \quad (1.11)$$

L'énergie totale c'est :

$$E_{tot} = E_{c.m} + E \quad (1.12)$$

- L'équation (1-10) est une équation de Schrödinger indépendante du temps décrivant le centre de masse comme une particule libre de masse M et l'énergie $E_{c.m}$.
- l'équation (1-11) correspond au mouvement relatif d'une particule de masse m dans un potentiel $v(\vec{r})$.

1.4 Description du phénomène de collision :

Autour du centre de masse du système projectile +cible on localise le potentiel $V(\vec{r})$. On dispose loin de cette région d'un détecteur D dans la direction repérée par les angles (θ, φ) et vu sous un angle solide $d\Omega$, lorsque le paquet d'ondes incident passe par la région où règne le potentiel $V(\vec{r})$ sa structure est modifiée et son évolution est compliquée.

Loin de cette région il est scindé en un paquet d'ondes transmis et un autre diffusé, où il présente à nouveau une forme simple. L'onde globale sortante de la collision s'écrit donc comme une superposition de l'onde plane incidente et l'onde diffusée. Cette dernière, et d'après l'optique ondulatoire, dépend du potentiel diffuseur anisotrope et par conséquent de la direction (θ, φ) (d'émission ou de détection).

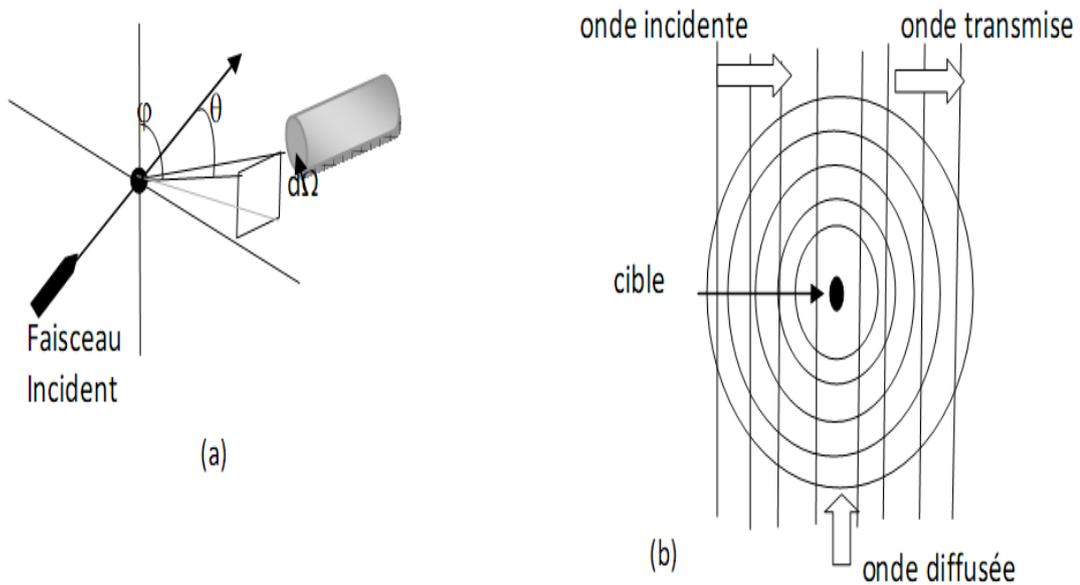


Figure I.1 : (a) : représentation géométrique d'un processus de collision.

(b) : différentes ondes participant dans la diffusion.

I.5 Notion de section efficace :

Pour explorer les propriétés du noyau on fait généralement des expériences de diffusion (collision) de particules d'un faisceau qu'on envoie sur une cible et on observe la diffusion derrière la cible. Ce qui intéresse en général le physicien c'est la probabilité qu'une réaction se produise [10].

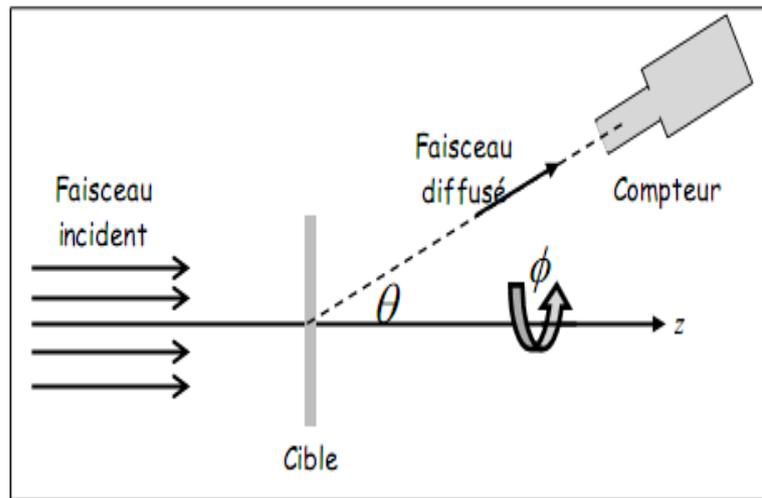


Figure I.2 : Schéma d'une expérience de diffusion

L'effet mesuré de diffusion est la conséquence de l'interaction entre un grand nombre de particules incidentes et un grand nombre de noyaux cibles et de mesurer les particules diffusées par un détecteur, chaque événement ou collision ayant lieu grâce à un potentiel d'interaction entre la particule incidente et la cible. Généralement, la mesure du taux de particules qui ont subi une diffusion déterminée dans l'espace sur le nombre de particules incidentes est définie comme la section efficace.

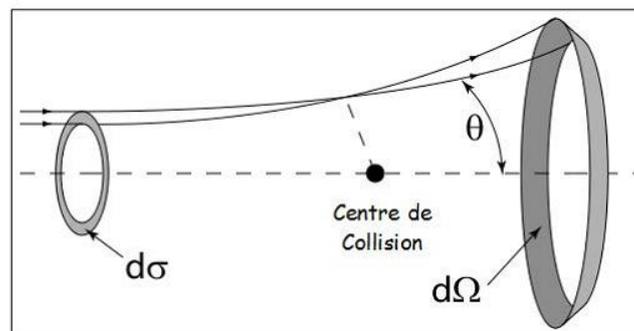


Figure I.3 : Schéma de la section efficace de diffusion

I.5.1 Définition de la section efficace :

En physique nucléaire ou en physique des particules, la section efficace est une grandeur physique reliée à la probabilité d'interaction d'une particule pour une réaction donnée .

La section efficace d'un certain type d'évènement dans une collision donnée par le nombre de particules dn diffusées dans une petite région angulaire $d\Omega$ en direction (θ, φ) dans un intervalle de temps dt est proportionnel à $d\Omega$, dt , et au courant de particules incidentes qui donnée par :

$$dn = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot j_{inc} \cdot dt \cdot d\Omega \tag{1.13}$$

On définit La section efficace totale de diffusion notée σ comme l'intégrale sur tout l'angle solide de la section efficace différentielle par :

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} \tag{1.14}$$

L'unité de la section efficace est une *unité de surface*, le *barn* $=10^{-28}m^2$. Le rayon typique R des noyaux est de l'ordre de $10^{-14}m$. On peut donc s'attendre à des sections efficaces pour des réactions nucléaires de l'ordre de πR^2 , soit environ $10^{-28}m^2$, ce qui explique l'emploi du barn.

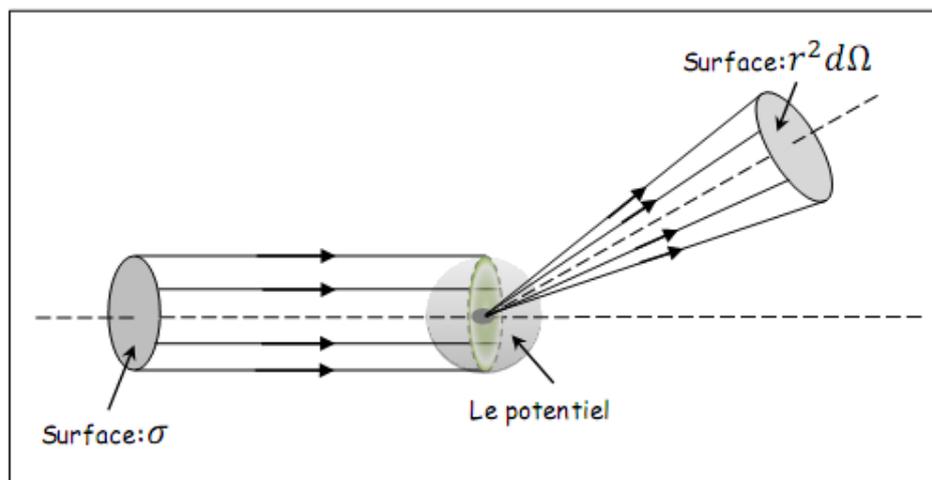


Figure I.4 : Schéma de la section efficace totale de diffusion

I.5.2 La section efficace différentielle ($d\sigma/d\Omega$) :

La section efficace différentielle de diffusion est définie comme le courant de particules $d\sigma$ diffusé par angle solide , En d'autres termes c'est le nombre de particules diffusées à travers l'angle solide $d\Omega$ par unité de temps par rapport au nombre de particules incidentes par unité de surface et unité de temps.

L'expression de la section efficace différentielle de diffusion en fonction de l'amplitude de est donnée par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2 \quad (1.15)$$

La section efficace différentielle donne plus d'informations que celle qui est totale parce qu'elle est dépendante de l'énergie des particules et /ou de la direction dans laquelle ces particules sont éjectées et /ou diffusées.

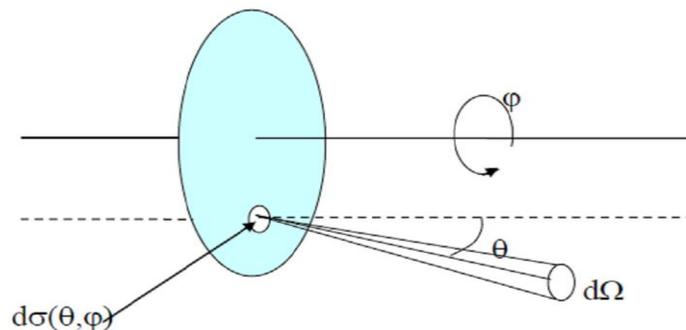


Figure I.5 : Schéma de section efficace différentielle

I.6 Théorie générale de diffusion :

Le but de l'étude théorique de la collision est de modéliser d'une façon aussi précise que possible la dynamique du système dans la région de l'interaction permettant de bien aboutir aux observations expérimentales [11].

Le but principal de tout ceci est d'établir une relation entre les états initial et final du système.

I.6.1 Fonction d'onde en régime asymptotique :

L'étude de la diffusion d'une particule de masse m_A sur une masse m_B se réduit, dans le cas d'un potentiel qui ne dépend que de la distance entre les deux particules, à la diffusion dans le centre de masse d'une particule de masse réduite m par un potentiel $V(\vec{r})$ [12].

Le mouvement relatif est cette fois décrites à l'aide de l'équation de Schrödinger dépendant du temps est donnée par :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = H\Psi(\vec{r}, t) \quad (1.16)$$

Où :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\vec{r}}^2 + V(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) \quad (1.17)$$

L'équation de Schrödinger décrivant l'évolution de la particule admet des solutions d'énergie E bien définie des états stationnaires :

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi(\vec{r}) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad (1.18)$$

La fonction d'onde $\Psi(\vec{r})$ est une solution de l'équation de Schrödinger indépendant du temps (1.11) où l'énergie E de la particule pour la valeur :

$$E = p^2/2m = \hbar^2 K^2/2m = m v^2/2 \quad (1.19)$$

p , k et v sont les modules de l'impulsion initiale \vec{p}_i , du vecteur d'onde initiale \vec{k}_i et de la vitesse initiale \vec{v}_i respectivement.

Ces vecteur sont relie par :

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} = m \vec{v} \quad (1.20)$$

En instruisant le potentiel réduit :

$$U(\vec{r}) = (2m / \hbar^2) V(\vec{r}) \quad (1.21)$$

L'équation (1.11) devient :

$$[\nabla_{\vec{r}}^2 + K^2 - U(\vec{r})] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (1.22)$$

Cette équation admet une infinité de solutions pour K on va donc imposer certaines conditions pour limiter la gamme de solutions possibles.

Nous nous déterminer une solution particulière de l'équation (1.11) que l'ont appelé la forme asymptotique c'est à dire pour r grand $r \rightarrow \infty$ devant la limite de portée du potentiel la solution de l'équation de Schrödinger s'écrit comme une combinaison d'une onde plane transmise et d'une onde sphérique diffusée dans une direction (θ, φ) .

$$\Psi^{(+)}(\vec{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) + \frac{\exp(ikr)}{r} f(\theta, \varphi) \tag{1.23}$$

Avec :

Le signe (+) indique que le comportement asymptotique est celui d'une onde sortante.

\vec{k} : étant le vecteur d'onde de la particule incidente.

$\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$: Une onde plane incidente interagit avec un centre localisé à l'origine.

$\frac{\exp(ikr)}{r}$: Représente une grande distance loin du potentiel diffuseur.

$f(\theta, \varphi)$: Appelée amplitude de diffusion, dépend de la direction de la particule diffusée dans l'angle solide $d\Omega$ et du potentiel $V(\vec{r})$.

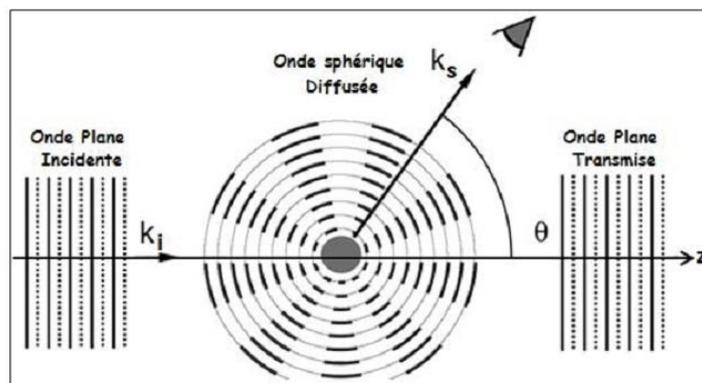


Figure I.6 : Schéma de diffusion d'une onde

I.6.2 L'amplitude de diffusion :

En mécanique quantique, l'amplitude de diffusion est l'amplitude de probabilité qui intervient lorsqu'une onde sphérique sortante est éclairée par une onde plane entrante, dans le cas d'un processus de diffusion à l'état stationnaire [13], il dépend de la direction de la particule diffusée dans l'angle solide $d\Omega$ et du potentiel $V(\vec{r})$. Toute l'information concernant la cible est contenue dans l'amplitude de diffusion $f(\theta, \varphi)$. Pour Exploiter les résultats expérimentaux nous devons trouver un mode de calcul qui nous permette de

Relier l'amplitude de diffusion mesurée, aux propriétés microscopiques des particules [14], pour cela on peut établir une relation entre la section efficace différentielle et l'amplitude de diffusion cette relation est donnée par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2 \quad (1.24)$$

I.7 Équation intégrale de la diffusion :

En défini l'équation de Schrödinger (1.11) comme un solution l'équation intégrale de diffusion équivalente qui contient les condition aux limite cette équation est aussi appelée équation de lippmann-schwinger .

I.7.1 Équation de Schrödinger comme intégrale de la diffusion :

Réécrivons l'équation de Schrödinger :

$$[\nabla_{\vec{r}}^2 + K^2]\Psi(\vec{r}) = U(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) \quad (1.25)$$

C'est une équation différentielle de second ordre dont la solution générale s'écrit :

$$\Psi(\vec{r}) = \Phi(\vec{r}) + \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') U(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (1.26)$$

$\Phi(\vec{r})$: Est la solution de l'équation homogène :

$$[\nabla_{\vec{r}}^2 + K^2]\Psi(\vec{r}') = 0 \quad (1.27)$$

Et $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$ est la fonction de Green correspondant à l'opérateur $\nabla_{\vec{r}}^2$ et où nombre K :

$$[\nabla_{\vec{r}}^2 + K^2]G_0(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.28)$$

Dans le problème de diffusion la fonction $\Phi(\vec{r})$ est une onde plane incident $\exp(i\vec{k}\vec{r})$ on notera cette fonction $\Phi_k(\vec{r})$ et on normalisera de telle façon que

$$\Phi_k(\vec{r}) = \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r}) \quad (1.29)$$

On utilise la notation Bra et ket de Dirac.

$$\Phi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \vec{k} \rangle = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1.30)$$

Et :

$$\Phi_{\vec{k}'}(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle = \exp(i\vec{k}' \cdot \vec{r}) \quad (1.31)$$

La notation d'orthogonalité est :

$$\langle \Phi_{\vec{k}'} | \Phi_{\vec{k}} \rangle = \langle \vec{k}' | \vec{k} \rangle = \delta(\vec{k} - \vec{k}') \quad (1.32)$$

Et la relation de fermeture s'écrit :

$$\int d\vec{k} |\vec{k}\rangle \langle \vec{k}| = 1 \quad (1.33)$$

Avec l'expression (1.29) de $\Phi_{\vec{k}}(\vec{r})$ et l'équation (1.26) peut écrire :

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) + \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') U(\vec{r}') \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (1.34)$$

I.7.2 la fonction de Green :

Il s'agit maintenant de déterminer la fonction de Green $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$.

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = (2\pi)^{-3} \int \exp(i\vec{k}' \cdot (\vec{r} - \vec{r}')) d\vec{k}' \quad (1.35)$$

par définition la fonction Green $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$ égale :

$$G_0(\vec{r}, \vec{r}') = -(2\pi)^{-3} \int g_0(\vec{k}', \vec{r}') \exp(i\vec{k}' \cdot \vec{r}) d\vec{k}' \quad (1.36)$$

On trouve après substitution dans l'équation (1.28) :

$$g_0(\vec{k}', \vec{r}') = \frac{\exp(-i\vec{k}' \cdot \vec{r}')}{k^2 - k'^2}. \quad (1.37)$$

Par conséquent :

$$G_0(\vec{r}, \vec{r}') = -(2\pi)^{-3} \int \frac{\exp i\vec{k}'(\vec{r} - \vec{r}')}{k'^2 - k^2} d\vec{k}' \quad (1.38)$$

Donc la fonction de Green s'écrit comme suite :

$$G_0^{(+)}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (1.39)$$

Et nous obtenons l'équation intégrale de la diffusion:

$$\Psi_k^{(+)}(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) + \int G_0^{(+)}(\vec{r} - \vec{r}') U(\vec{r}') \Psi_k^{(+)}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (1.40)$$

Ceci est l'équation intégrale de diffusion par un potentiel, elle remplace l'équation de Schrödinger (1.25) à la condition aux limites (1.23) qui inclue à travers la fonction de Green $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$.

I.7.3 Intégrale de l'amplitude de diffusion :

Reprenons l'équation lippmann-schwinger (1.40) et vérifiant qu'elle le comportement asymptotique correct que $r' \rightarrow \infty$. l'intégrale sur $d\vec{r}'$ n'a de contribution signification que là où $|r'| \ll |r|$ pour se cas on peut écrire :

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \sim r - \mathbf{u}' \cdot \mathbf{r}'.$$

De sorte que :

$$\frac{e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}'}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r} e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}}. \quad (1.41)$$

Reportons (1.41) dans l'équation (1.40) on obtient :

$$\begin{aligned} \Psi_k^{(+)}(\vec{r}) &= e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} - \frac{1}{4\pi} \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{r} \int d\vec{r}' e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}') \Psi_k^{(+)}(\vec{r}') \\ &= \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) + \frac{\exp(ikr)}{r} f(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (1.42)$$

Où :

$$f(\theta, \varphi) = -\frac{2}{4\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} V(\vec{r}') \Psi_k^{(+)}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (1.43)$$

Chapitre II:
Approximation de Glauber
à haute énergie

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons Les fondements théoriques de modèle de Glauber, ensuite nous étudions l'approximation de Glauber à hautes énergies à une dimension puis nous généralisons l'approximation de Glauber à hautes énergies à trois dimensions.

II.2 Les fondements théoriques de modèle de Glauber :

II.2.1 Une brève historique du modèle Glauber :

Le modèle de Glauber a été développé pour résoudre le problème de la diffusion à haute énergie avec des particules composites.

Cette idée était un grand intérêt dans le domaine de la physique nucléaire et des physiques particules. En 1958, Glauber a présenté sa première collection de divers papiers et travaux inédits des années 1950. Le travail de Glauber a mis la théorie quantique de collisions d'objets composites sur une base ferme et a fourni une description cohérente des données expérimentales pour les protons entrant en collision avec des deutons et des noyaux plus gros. Magnitude a été prédite par la théorie de Glauber, par Czyz et LesniakinLe en 1967 [15].

Dans les années 1970, les faisceaux de haute énergie des hadrons et des noyaux ont été systématiquement éparpillés sur des cibles nucléaires le travail de Glauber a été trouvés utilité pour décrire les sections efficaces totales.

En 1969, Czyz et Maximon ont appliqué la théorie dans sa forme la plus complète $P + A$ et $A + B$, se concentrant principalement sur les collisions élastiques.

Enfin, Bialas et al appliqué l'application de Glauber aux collisions nucléaires élastiques après ils avaient déjà appliqué leur modèle de nucléon blessé aux collisions hadrons noyau, Ce si essentiellement le cadre nu du modèle traditionnel de Glauber, avec toute la mécanique quantique réduite à sa forme la plus simple [16].

En 2005, Roy Glauber est reçu le prix Nobel pour ces travaux qui l'on considère comme le père de l'optique quantique moderne.

II.2.2 Le modèle de Glauber :

Le modèle de Glauber est né dans le contexte des collisions nucléaires [17]. Cette modèle est basée sur une simple image géométrique d'une collision noyau-noyau. Les nucléons sont supposés voyager sur des trajectoires rectilignes, indépendamment du fait entre en collision avec d'autres nucléons ou non [18].

Il décrit l'amplitude de diffusion de deux systèmes composites (atome, noyau). De la forme eikonale de l'amplitude de diffusion introduite originalement par Molière. Aux énergies élevées, la longueur d'onde associée au projectile est du même ordre de grandeur que la distance moyenne entre les composants de la cible. La diffusion du projectile peut alors s'interpréter par une succession de chocs individuels avec les nucléons de la cible. L'hypothèse essentielle émise par Glauber pour décrire la diffusion par un système composite, réside dans l'expression du déphasage total. Dans l'approximation d'une série de chocs subis par le projectile pour lesquels la quantité de mouvement transférée est faible, le déphasage total est la somme des déphasages élémentaires après diffusion [19].

II.3 Notion de l'approximation de Glauber :

L'approximation de Glauber est l'une des formulations de l'approximation eikonale qui permet d'introduire les effets du potentiel d'interaction dans la fonction d'onde décrivant l'état final du système sachant que l'approximation eikonale est une approximation où le projectile est supposé se déplacer en ligne droite et le transfert d'impulsion de la cible est supposée être perpendiculaire à la trajectoire du projectile, cette nouvelle formulation eikonale (approximation de Glauber) modifie ou déforme l'onde plane représentant le projectile. Ainsi elle prend en compte l'influence du potentiel d'interaction sur la fonction d'onde de diffusion quand le projectile s'approche ou s'éloigne de la cible. En effet les fonctions d'onde incidente et de diffusion ne sont plus des ondes planes [20].

II.3.1 Approximation de Glauber à hautes énergies à une dimension :

Au lieu de calculer de façon exacte les ondes distordues, on peut essayer de leur donner dans le cas de la diffusion à haute énergie, une forme approchés lorsque les deux conditions suivantes sont remplies :

$$\frac{V}{E} \ll 1, \quad ka \gg 1 \quad (2.1)$$

Où k sont l'impulsion, E l'énergie incidente et V le potentiel d'interaction de portée a .

Ces deux conditions impliquent donc que l'énergie des particules incidentes soit élevée (cas de la diffusion à haute énergie) et que la longueur d'onde associés à la particule incidente soit petite devant la portée de l'interaction.

Soit l'équation de Schrödinger à une dimension :

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right) \Psi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} V(x) \Psi(x) \quad (2.2)$$

Puisque le potentiel varie lentement sur l'étude de la longueur d'onde incident il est naturel de factoriser l'onde incidente au l'expression de $\Psi(x)$ et écrire :

$$\Psi(x) = e^{ikx} \varphi(x) \quad (2.3)$$

Avec :

$\varphi(x)$: Variant lentement par rapport à e^{ikx} . Cette condition est réalisée lorsque la variation de reste lente dans un domaine d'extension supérieure à $\lambda = \frac{1}{k}$.

Si on remplace l'équation (2. 3) dans (2.2) en obtient :

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right) e^{ikx} \varphi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} V(x) e^{ikx} \varphi(x) \quad (2.5)$$

Où :

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(e^{ikx} \varphi(x) \right) + k^2 e^{ikx} \varphi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} V(x) e^{ikx} \varphi(x) \quad (2.6)$$

Après les calculs on obtient :

$$(2ik \frac{d}{dx} + \frac{d^2}{dx^2})\varphi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} V(x)\varphi(x) \quad (2.7)$$

L'approximation consiste à négliger $\frac{d^2}{dx^2}$, L'équation (2.5) devient :

$$2ik \frac{d}{dx} \varphi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} V(x)\varphi(x) \quad (2.8)$$

Avec :

$$\frac{m}{\hbar^2 k} = \frac{1}{\hbar v} \quad (2.9)$$

On a :

$$\frac{d}{dx} \varphi(x) = -\frac{i}{\hbar v} V(x)\varphi(x) \quad (2.10)$$

Comme on néglige la diffusion en arrière, l'équation (2.2) se réduit à $x = -\infty$ à l'onde

Plane c'est à dire:

$$\text{À } x = -\infty, \quad \Psi(x) = e^{ikx}$$

Où : $\varphi(-\infty) = 1 \rightarrow$ condition aux limites.

En tenant compte de cette condition aux limites et d'équation (2.9) on a :

$$\varphi(x) = e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^x V(x') dx'} \quad (2.11)$$

Et donne :

$$\Psi(x) = e^{ikx - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^x V(x') dx'} \quad (2.12)$$

La condition nécessaire pour pouvoir développer $\varphi(x)$ en série de puissance est que le développement $\frac{Va}{\hbar v}$ tend vers zéro ou soit petit que :

$$\frac{Va}{\hbar v} \ll 1 \quad (2.13)$$

On considère tout d'abord l'équation intégrale de diffusion de Lippmann- Schwinger à une dimension [6] :

$$\Psi(\vec{r}) = e^{ikx} + \int G(x-x') U(x) \Psi(x') dx' \quad (2.13)$$

Avec :

$$G(x-x') = -\frac{i}{\hbar v} e^{ik|x-x'|} \quad (2.14)$$

Equation intégrale pour $\varphi(x)$:

La méthode asymptotique montre qu'une succession d'intégrations par partie permet de négliger certains termes de l'intégration. Les termes dominants sont :

$$\varphi(x) = 1 - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik|x-x'| - ik|x-x'|} V(x') \varphi(x') dx' \quad (2.15)$$

Où :

$$\varphi(x) = 1 - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^x V(x') \varphi(x') dx' - \frac{i}{\hbar v} \int_x^{+\infty} e^{2ik(x-x')} V(x') \varphi(x') dx' \quad (2.16)$$

La partie de l'intégrale contenant le terme $e^{2ik(x-x')}$ est négligeable, si l'on suppose, que la quantité $\varphi(x)v(x')$ varie appréciablement sur une distance $d \gg \frac{1}{K}$.

L'approximation maintenant consiste à négliger le second intégral, l'équation (2.16) devient :

$$\varphi(x) = 1 - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^x V(x') \varphi(x') dx' \quad (2.17)$$

La résolution de l'équation est donnée par :

$$\varphi(x) = e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^x V(x') dx'} \quad (2.18)$$

On remplace l'équation (2.18) dans (2.2) en trouve :

$$\Psi(x) = e^{ikx - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^x V(x') dx'} \quad (2.19)$$

II.3.2 Approximation de Glauber à hautes énergies à trois dimensions :

En partant la solution de l'équation de Schrödinger sans sa forma intégral :

$$\Psi_k^{(+)}(x) = e^{i\vec{k}\vec{r}} - \frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int \frac{e^{i\vec{k}|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(\vec{r}') \Psi_k(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (2.20)$$

On recherche une solution de la forme :

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \varphi(\vec{r}) \quad (2.21)$$

Avec :

$\varphi(\vec{r})$ Variant lentement par rapport à $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, cette condition étant réalisée lorsque la variation de reste lente dans un domaine d'extension supérieure à $\lambda = \frac{1}{K}$.

En substituant (2.21) dans (2.20) on obtient :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 - \frac{2\pi}{4\pi\hbar^2} \int \frac{e^{i\vec{k}|\vec{r}-\vec{r}'|} - i\vec{k}|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(\vec{r}') \varphi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (2.22)$$

On de finit une nouvelle variable de position \vec{r}'' , comme :

$$\vec{r}'' = \vec{r} - \vec{r}' \quad , \quad \vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}'' \quad (2.23)$$

Tel que l'équation (2.2) devient :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 - \frac{2\pi}{4\pi\hbar^2} \int \frac{e^{i(kr - \vec{k}\vec{r}'')} }{r''} V(\vec{r} - \vec{r}'') \varphi(\vec{r} - \vec{r}'') d\vec{r}'' \quad (2.24)$$

Nous supposons que le produit φV varie lentement sur une longueur d'onde de la particule $\frac{1}{K}$, de cette façon nous pourrons là aussi négliger les contributions à cette intégrale provenant des régions où l'exponentielle oscille rapidement.

Si nous considérons aussi les points \vec{r}'' se trouvant dans le volume occupé par le potentiel, les plus grandes contributions à l'intégrale proviendront des valeurs de μ dont la direction est proche de celle de \vec{k} , puisque l'exponentielle est dans ce cas pratiquement stationnaire.

Élément différentiel $d\vec{r}''$ peut-être s'écrit comme :

$$d\vec{r}'' = r''^2 dr'' d\mu d\Phi \quad (2.25)$$

Où :

$$\mu = \cos(\vec{k}, \vec{r}'') \quad (2.26)$$

Et Φ l'angle azimutath.

Supposons maintenant que le produit φV varier façons appréciable seulement pour une distance d pour le moment, considérons que cette distance est beaucoup plus grande de que $\lambda = \frac{1}{K}$.

L'équation (2.24) peut être sous la forme suivante :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 - \frac{2\pi}{4\pi h^2} \int_{-1}^1 F(\mu) e^{ikr''(1-\mu)} d\mu \quad (2.27)$$

Avec :

$$F(\mu) = \int r'' V(r - r'') \varphi(r - r'') dr d\Phi \quad (2.28)$$

En effectuant une intégration par une partie de (2.27) on a :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 + \frac{2\pi}{4\pi h^2} \left\{ \left[F(\mu) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}''(1-\mu)}}{i\vec{k}\vec{r}''} \right]_{\mu=-1}^{\mu=+1} + \int_{(-1)}^1 F'(\mu) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}''(1-\mu)}}{i\vec{k}\vec{r}''} d\mu \right\} \quad (2.29)$$

Si on néglige le terme $\int_{(-1)}^1 F'(\mu) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}''(1-\mu)}}{i\vec{k}\vec{r}''} d\mu$ on obtient :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 + \frac{2\pi}{4\pi h^2} \int \vec{r}'' d\vec{r}'' d\Phi \left[\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}''(1-\mu)}}{i\vec{k}\vec{r}''} V(\vec{r} - \vec{r}'') \varphi(\vec{r} - \vec{r}'') \right]_{\mu=-1}^{\mu=+1} + \theta \left(\frac{1}{kd} \right) \quad (2.30)$$

Une valeur approchée de cette expression peut être obtenue car le produit $\varphi(\vec{r}) V(\vec{r})$ varie lentement dans le domaine $d > \lambda$.

On peut montrer que cette expression se réduit à :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 - \frac{i}{\hbar v} \int_0^{+\infty} V(\vec{r} - \vec{r}'') \varphi(\vec{r} - \vec{r}'') d\vec{r}'' \quad (2.31)$$

En effet [21] :

Dans le domaine de $\varphi(\vec{r}) V(\vec{r})$ varie lentement, la dérivée $[\varphi(\vec{r}) V(\vec{r})]'$ est nulle au second ordre près : la contribution de r'' telle que $0 < r'' < d$ est alors négligeable.

Pour $\mu = -1$, $e^{ikr''}$ oscille un très grand nombre de fois dans le domaine où $V\varphi$ reste constant, l'intégrale sur r'' est donc négligeable.

En posant $z - r'' = z'$, l'intégrale s'écrit :

$$\int_0^{+\infty} V(\vec{r} - \vec{r}'') \varphi(\vec{r} - \vec{r}'') d\vec{r}'' = \int_{-\infty}^z -V(x, y, z') \varphi(x, y, z') dz' \quad (2.32)$$

À partir de cette équation, on peut tirer :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z'} = - \frac{i}{\hbar v} V(x, y, z') \varphi(x, y, z') \quad (2.33)$$

Où :

$$\varphi(x, y, z) = e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'} \quad (2.34)$$

Ce qui permet d'écrire les fonctions d'ondes $\Psi(\vec{r})$ sous la forme :

$$\Psi(x, y, z) = e^{ikz - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'} \quad (2.35)$$

Où :

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(\vec{b} + \vec{k}_{z'}) dz'} \quad (2.36)$$

Car le vecteur \vec{r} peut-être décomposé, dans le plan qu'il définit avec l'axe z, vecteur unitaire sur l'axe z en un Vecteur $\vec{k}_{z'}$, (\vec{K} étant le vecteur unitaire sur l'axe z) et un vecteur \vec{b} .

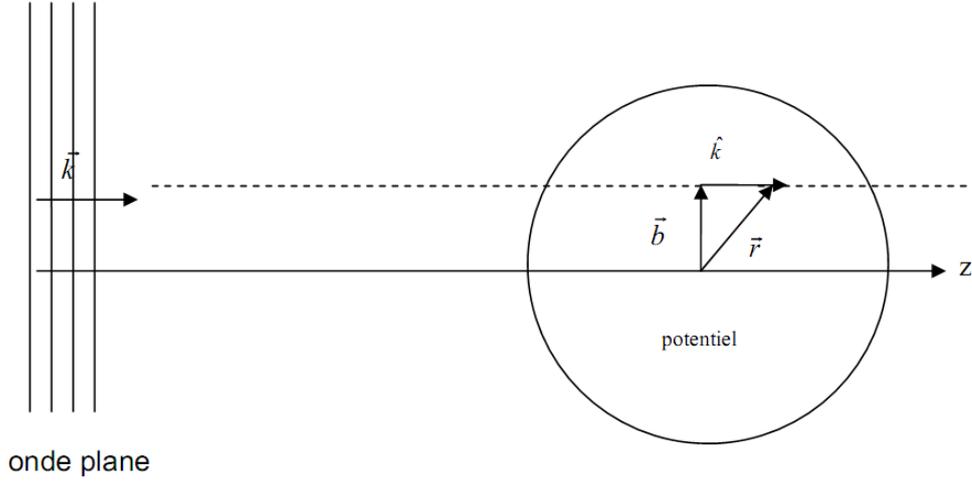


Figure II.1 : décomposition du vecteur de position

L'amplitude de diffusion donnée par :

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}} V(\vec{r}) e^{i\vec{K}\cdot\vec{r} - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(\vec{b} + \vec{k}_{z'}) dz'} dz d\vec{b} \quad (2.37)$$

Où :

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{i(\vec{K} - \vec{k}')\cdot(\vec{b} + k_{z'})} V(\vec{b} + k_{z'}) \varphi(\vec{b} + k_{z'}) dz d\vec{b} \quad (2.38)$$

La conservation de l'énergie nécessite que $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$, ce qui implique qu'aux petits angles, le vecteur $\vec{K} - \vec{k}'$ soit presque perpendiculaire à $\vec{\chi}$.

L'intégration par rapport à z conduit alors à :

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{m}{2\pi i} \int e^{i(\vec{k} - \vec{k}')\cdot\vec{b}} (e^{i\chi(\vec{b})} - 1) d\vec{b} \quad (2.39)$$

Avec :

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{i}{\hbar v} \int V(\vec{b} + \vec{k}_z) dz' \quad (2.40)$$

$\chi(\vec{b})$: étant la fonction de déphasages.

En introduisant la fonction de profil :

$$\Gamma(\vec{b}) = 1 - e^{i\chi(\vec{b})} \quad (2.41)$$

L'amplitude de diffusion devient :

$$f(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \Gamma(\vec{b}) d^2 b \quad (2.42)$$

Où :

$\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$ Représente le transfert d'impulsion.

La méthode qui nous a permis d'établir cette formule sur la base d'un calcul semi classique est connue sous le nom d'approximation de Glauber.

Chapitre III:
Généralisation de la Théorie
de Collision Diffractionnelle
Multiple

III.1 Introduction :

Il existe plusieurs théories pour l'étude de la collision du les noyaux a hautes énergies. Parmi elles, on distingue la théorie diffusion diffractive des hadrons par un noyau, cette théorie appelle la diffusion multiple de Glauber étendue au cas de la collision noyau-noyau [22].

Dans la théorie de la diffusion multiple de Glauber " la structure "microscopique" du noyau joue le rôle principal [23], et l'amplitude de la diffusion de l'hadron par le noyau est explicitement l'amplitude de chacune des collisions "élémentaires" nucléon- nucléon.

Les travaux de Glauber, basés sur une analogie avec l'optique classique (approximation eikonale), ont permis d'exprimer d'une façon particulièrement simple l'amplitude de diffusion hadron-noyau. Cette méthode valable à haute énergie et à petit angle a été principalement employée avec succès par Glauber.

III.2 La diffusion hadron-noyau à haute énergie en cadre de model de Glauber:

III.2 .1 l'importance de La diffusion hadron-noyau:

Les expériences de diffusion hadron-noyau à haute énergie sont une voie possible pour étudier les caractéristiques de l'interaction hadron nucléon. Il peut être plus intéressant de faire cette étude sur un noyau car celui-ci rassemblant un certain nombre d'hadrons sous un faible volume doit permettre d'étudier le développement à la fois spatial et temporel de l'interaction forte (diffusion multiple, création d'états intermédiaires ..). Cette approche apporte ainsi Des informations impossibles à extraire directement de l'expérience sur l'hadron libre [24], l'interaction hadron-noyau fait aussi intervenir des caractéristiques propres au noyau (introduites au moyen de la fonction d'onde nucléaire) qui ne sont pas encore suffisamment connues, surtout pour les noyaux lourds, pour être traitées très précisément.

La diffusion hadron-noyau aux énergies intermédiaire offre un double intérêt : le point de vue de la physique des particules et celui de la physique nucléaire. L'utilisation de cibles de structure connue peut être une source d'informations sur l'interaction hadron-nucléon et, réciproquement, la connaissance de cette interaction peut apporter une meilleure détermination de la structure nucléaire [25].

III.2.2 Les principes de la théorie de Glauber :

La théorie de Glauber est basée sur l'analogie entre la diffusion nucléaire à haute énergie et l'optique géométrique. Ses principes de base sont [26] :

- Une particule traverse un noyau dans une trajectoire la plus rectiligne, donc un changement de paramètre d'impact b au cours de son mouvement peut être négligé.
- Le longitudinal (le long de la direction du mouvement des particules) composante de la quantité de mouvement le transfert q_z est négligeable.
- Pendant le moment de la diffusion des nucléons du noyau ne changent pas de position (les nucléons sont congelés).
- Le déphasage total acquis par une particule se déplaçant à travers le noyau est la somme de déphasages acquis par elle lors de collisions avec des nucléons individuels.

III.2.3 La diffusion élastique hadron-noyau à haute énergie :

Le problème est compliqué par le fait que la portée de l'interaction entre la particule incidente et un des nucléons du noyau peut être plus grande que la distance entre les nucléons. Dans ce cas, la particule incidente peut interagir fortement avec plusieurs nucléons à la fois. L'extension de la méthode de Glauber à ce problème permet de grandes simplifications [27].

Considérons un groupe de A nucléons de coordonnées $\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A$ (leurs positions par rapport à l'axe du faisceau Incident étant définies par $\vec{s}_1 \dots \vec{s}_A$).

La collision d'une particule incidente de haute énergie avec le noyau a lieu si rapidement que les nucléons ne bougent pas.

Notons que, dans le cas où l'on admet que le potentiel d'interaction n-Noyau peut s'écrire comme une somme des potentiels d'interactions élémentaires tel que :

$$V(\vec{r}) = \sum_j V_j(\vec{r} - \vec{r}_j) \quad (3.1)$$

A haute énergie, on peut considérer que la particule incidente traverse le noyau en un temps si court que la position des nucléons est fixe et mesurée par les vecteurs transverse \vec{s}_j .

Le fondement de la théorie de Glauber est d'affirmer que la fonction de déphasage du noyau est la somme des fonctions de déphasage des diffusions sur les divers nucléons.

Dans le système du centre de masse la fonction de déphasage de Glauber est donnée par :

$$\chi(\vec{b}, \vec{s}_1 \dots \vec{s}_A) = \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j) \quad (3.2)$$

Avec :

$\vec{s}_1 \dots \vec{s}_A$: représentant les projections des coordonnées de chaque nucléon dans le plan perpendiculaire au faisceau incident.

A : est le nombre total des nucléons du noyau cible.

$\chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j)$: la fonction de déphasage due au $j^{\text{ème}}$ nucléon (l'indice j provenant du fait que les interactions ne sont pas forcément identiques).

La variation de l'amplitude de l'onde est alors :

$$X_j e^{i\chi(\vec{b}, \vec{s}_j \dots \vec{s}_A)} = e^{i\{\chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j) + \dots + \chi_A(\vec{b} - \vec{s}_A)\}} \quad (3.3)$$

La fonction de profil donnée par :

$$\Gamma_{\text{tot}}(\vec{b}, \vec{s}_j \dots \vec{s}_A) = 1 - e^{i\chi(\vec{b}, \vec{s}_j \dots \vec{s}_A)} \quad (3.4)$$

Où :

$$\Gamma_{\text{tot}}(\vec{b}, \vec{s}_j \dots \vec{s}_A) = 1 - \prod_{j=1}^A \{1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)\} \quad (3.5)$$

Où :

Γ_j : est la fonction de profil pour le $j^{\text{ème}}$ nucléon.

L'amplitude de diffusion pour une collision dans laquelle le noyau passe de l'état initial $|i\rangle$ à l'état final $|F\rangle$ est alors donnée à l'aide de l'élément de matrice de la fonction profil Γ par :

$$\hat{F}_{Fi}(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\vec{b}} \langle F | \Gamma_{\text{tot}}(\vec{b}, \vec{s}_j \dots \vec{s}_A) | i \rangle d^2b \quad (3.6)$$

Où :

\mathbf{k} : est le moment incident dans le système du centre de masse nucléon-noyau.

Par définition le vecteur paramètre d'impact \vec{b}_j du $j^{\text{ème}}$ nucléon donné par la relation suivante :

$$\vec{b}_j = \vec{b} - \vec{s}_j \quad (3.7)$$

$$\vec{s}_j = \vec{r}_j - \vec{z}_j \quad (3.8)$$

Qui est la composante transversale, dans le plan d'impact, de vecteur position \vec{r}_j du $j^{\text{ème}}$ nucléon et \vec{z}_j la composante longitudinale, dans la direction de \vec{k} du vecteur \vec{r}_j .

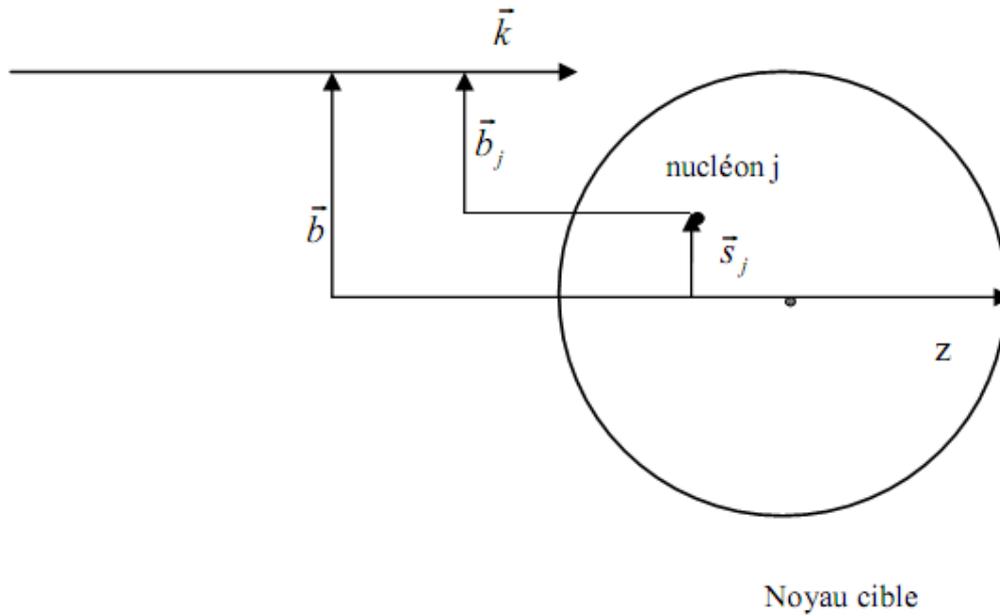


Figure III.1 : La diffusion hadron noyau

Si on remplace le vecteur paramètre d'impact \vec{b}_j du $j^{\text{ème}}$ nucléon dans la fonction de profil totale on trouve :

$$\Gamma_{\text{tot}}(\vec{b}, \vec{s}_1 \dots \vec{s}_A) = 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma(\vec{b}_j)] \quad (3.9)$$

L'amplitude de diffusion hadron-noyau se déduit de la généralisation de l'amplitude diffractive (2.42) :

$$F_{Fi}(\vec{q}) = \langle \Psi_F(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1}) | \hat{F}(\vec{q}) | \Psi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1}) \rangle \quad (3.10)$$

Avec :

$\Psi_F(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1})$ et $\Psi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1})$ exprimées dans le système du centre de masse, représentent les fonctions d'ondes des états initial et final du noyau.

$\hat{F}(\vec{q})$: est l'opérateur amplitude de diffusion hadron-noyau.

Si on remplace (3.6) et (3.9), l'amplitude $\hat{F}(\vec{q})$ de l'équation (3.10).

$$F_{Fi}(\vec{q}) := \frac{ik}{2\pi} \int d^2\vec{b} e^{i\vec{q}\vec{b}} \langle \Psi_F(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1}) \left| 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma(\vec{b}_j)] \right| \Psi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1}) \rangle \quad (3.11)$$

Notons que les fonctions d'ondes $\Psi_F(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1})$ et $\Psi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1})$ dépendent de $A - 1$ variables alors que l'opérateur Γ_{tot} dépend de A variable.

Nous considérons des fonctions d'ondes $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$ dépendants de A variables qui se factorisent en un produit d'une fonction $R(\vec{r})$ qui représentant le mouvement du centre de masse et de la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1})$ dépendant de $A - 1$ variables :

$$\Phi_{i,F}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = R(\vec{r}) \Psi_{i,F}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A-1}) \quad (3.12)$$

L'amplitude de diffusion donnée en fonction de mouvement du centre de masse par la relation suivante :

$$F(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \theta(q^2) \int d^2\vec{b} e^{i\vec{q}\vec{b}} \mathfrak{S}(\vec{b}) \quad (3.13)$$

Où :

$\theta(q^2)$: La contribution du centre de masse est donnée par [28]:

$$\theta(q^2) = \frac{1}{\langle R(\vec{r}) | \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{r}) | R(\vec{r}) \rangle} \quad (3.14)$$

Et la fonction de profil est donnée par:

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \delta_{Fi} - \langle \Phi_F(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) | \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_A)) | \Phi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) \rangle \quad (3.15)$$

L'expression de la fonction de profil Pour le cas de la diffusion élastique, devient :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \langle \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) | \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)) | \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) \rangle \quad (3.16)$$

Notons que le calcul de l'élément de matrice (3.16) présente des difficultés du fait de la présence d'intégrales multiples. De nombreux calculs faits pour différents types de noyaux, de l'hélium jusqu'à l'uranium montrent qu'en négligeant le principe de Pauli c'est-à-dire en utilisant l'approximation de la densité factorisable.

Dans le cas de la diffusion élastique nous posons :

$$|\Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)|^2 = \prod_{j=1}^A |\varphi_0(\vec{r}_j)|^2 = \prod_{j=1}^A \rho(\vec{r}_j) \quad (3.17)$$

Avec la densité moyenne s'exprimant par :

$$\rho(\vec{r}) = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^A \rho_j(\vec{r}) \quad (3.18)$$

La condition de normalisation s'écrit :

$$\int \prod_j \rho(r_j) d^3 r_j = 1 \quad (3.19)$$

D'autre part, si on admet que tous les Γ_j sont identiques donc Le produit :

$$\prod_j \int \{1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s})\} \rho(r_j) d^3 r_j \quad (3.20)$$

On peut écrire sous la forme suivante :

$$\left[\int \{1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s})\} \rho(r_j) d^3 r_j \right]^A \quad (3.21)$$

Cette approximation supplémentaire facilite considérablement les calculs des sections efficaces car elle nous permet de réduire le nombre d'intégrales apparaissant dans la fonction de profil (3.16). En effet en reportant (3.21) dans (3.16) on obtient :

$$\mathfrak{S} = 1 \left[\int \{1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s})\} \rho(r_j) d^3 r_j \right]^A \quad (3.22)$$

III.3 Généralisation du modèle de Glauber aux collisions noyau-noyau :

La collision de deux noyaux à haute énergie (1 GeV et plus) continue à éveiller beaucoup d'intérêt scientifique, Le cas le plus simple de la collision de deux noyaux qui donne par la relation suivante :

$$\chi(\vec{b}) = \sum_{k=1}^{A_1} \sum_{j=1}^{A_2} \chi(\vec{b} + \vec{s}'_k - \vec{s}_j) \quad (3.23)$$

Avec :

Ici et dans ce qui suit l'indice $\mathbf{k} = \mathbf{1}$ se rapportera au noyau incident et l'indice $\mathbf{j} = \mathbf{2}$ au noyau cible.

\mathbf{A}_1 : Le nombre de nucléons du noyau incident.

\mathbf{A}_2 : Le nombre de nucléons du noyau cible.

\vec{s}_j : Qui représente la projection du rayon vecteur \vec{r}_j du $j^{\text{ème}}$ nucléon du noyau cible

\vec{s}'_k : La projection du rayon vecteur \vec{r}_k du $j^{\text{ème}}$ nucléon du noyau incident.

On remplace $\chi(\vec{b} + \vec{s}'_k - \vec{s}_j)$ par le vecteur paramètre d'impact de la diffusion \vec{b}_{kj} du nucléon k du noyau incident par le nucléon j du noyau cible.

$$\vec{b}_{kj} = \chi(\vec{b} + \vec{s}'_k - \vec{s}_j) \quad (3.24)$$

En obtient :

$$\chi(\vec{b}) = \sum_{k=1}^{A_1} \sum_{j=1}^{A_2} \chi_{kj}(\vec{b}_{kj}) \quad (3.25)$$

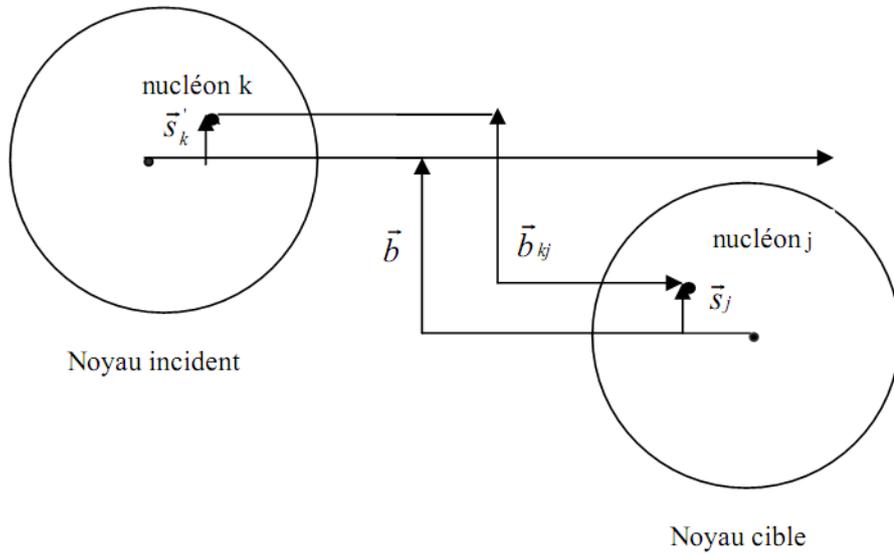


Figure III.2 : La diffusion noyau-noyau

La fonction de déphasage complexe décrit la dynamique du processus de diffusion. Elle est la fonction des interactions entre constituants élémentaires, Elle dépend donc aussi de la structure interne des deux systèmes. L'approximation dynamique fondamentale du modèle suppose que la fonction de déphasage totale est égale à la somme des déphasages élémentaires.

Pour cela l'expression de la fonction de profil élémentaire nucléon-nucléon est donnée par:

$$\Gamma(\vec{b}_{kj}) = 1 - \exp[i\chi_{kj}(\vec{b}_{kj})] \quad (3.26)$$

Et la fonction de profil totale donnée par :

$$\Gamma_{\text{tot}} = 1 - \exp[i\chi_{\text{tot}}(\vec{b}_{kj})] \quad (3.27)$$

Où :

$$\Gamma_{\text{tot}}(\vec{b}) = 1 - \exp \left[\sum_{k=1}^{A_1} \sum_{j=1}^{A_2} \chi_{kj}(\vec{b}_j) \right] \quad (3.28)$$

Ou bien

$$\Gamma_{\text{tot}} = 1 - \prod_{k=1}^{A_1} \prod_{j=1}^{A_2} (1 - \Gamma(\vec{b}_{kj})) \quad (3.29)$$

Dans les collisions nucléaires, la description du noyau en termes de nucléons considère la diffusion de deux noyaux comme une combinaison des interactions élémentaires nucléon-nucléon.

Dans cette représentation (**Figure III.3**) de la diffusion chaque système composite est décrit par un ensemble de coordonnées des constituants élémentaires du noyau. La distribution des constituants dans le noyau est représentée par les fonctions d'onde $\Psi_0^1(\vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \dots, \vec{r}'_{A_1-1})$ et $\Psi_0^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{A_2-1})$ et les fonctions $\phi^{(1)}$ et $\phi^{(2)}$ dépendent de A_1 et A_2 respectivement rayon vecteur.

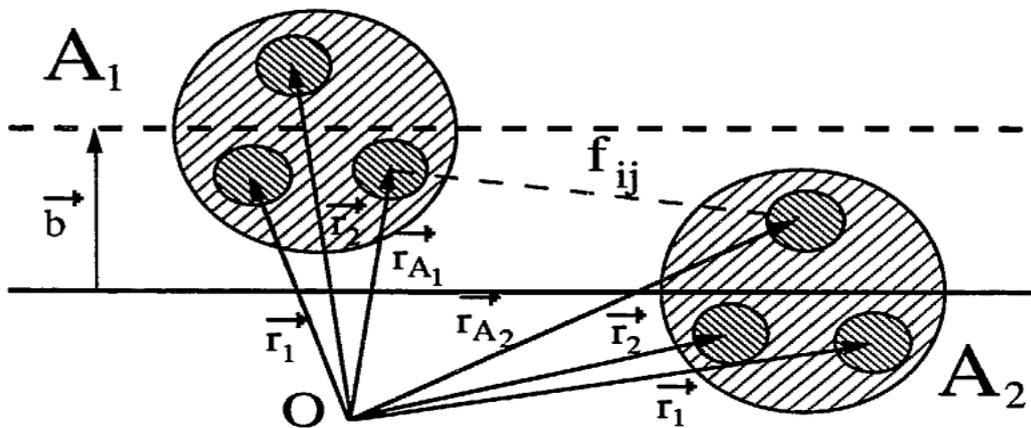


Figure III.3 : Diffusion de deux systèmes composites en fonction de l'amplitude élémentaire

f_{ij}

Dans lesquelles les mouvements du centre des masses des deux noyaux sont factorisés :

$$\phi_0^1(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1}) = R(\vec{r}') \Psi_0^1(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1-1}) \quad (3.30)$$

$$\phi_0^2(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A_2-1}) = R(\vec{r}) \Psi_0^2(\vec{r}_1, \dots) \quad (3.31)$$

Les fonctions d'onde $R(\vec{r})$ et $R(\vec{r}')$ représentent, là aussi, le mouvement du centre de masse du noyau.

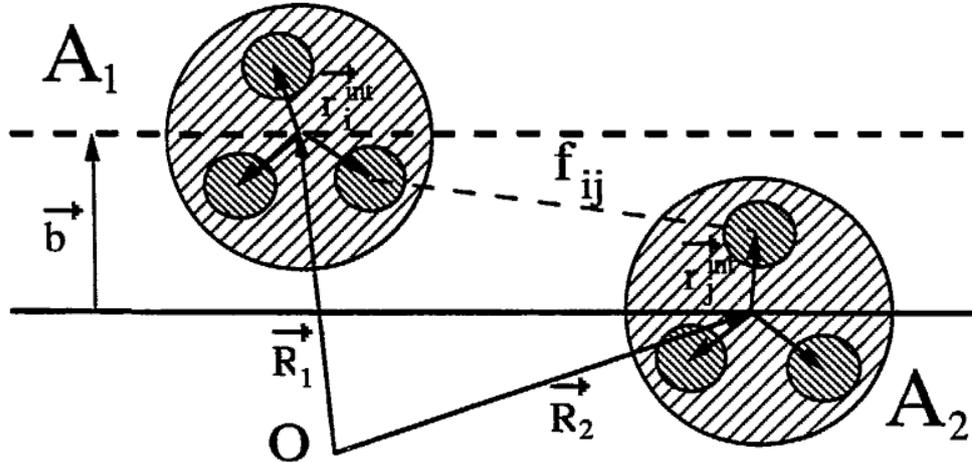


Figure III.4 : La conservation des propriétés des centres de masse durant la diffusion.

L'hypothèse d'additivité des fonctions de déphasages élémentaires permet d'écrire l'amplitude de diffusion sous la forme :

$$F_{el}(\vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int_0^{+\infty} d^2 b e^{i\vec{q}\vec{b}} \langle \Psi_{A_1} \Psi_{A_2} | 1 - \prod_{K=1}^{A_1 A_2} [1 - \Gamma_{kj}(\vec{b} + \vec{s}'_k - \vec{s}_j) | \Psi_{A_1} \Psi_{A_2}] \rangle \quad (3.32)$$

Donc la fonction de profil de l'amplitude de diffusion élastique noyau-noyau prend alors la forme suivante :

$$\mathfrak{S}(b) = 1 - \langle \Psi_0^1(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1-1}) \Psi_0^2(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A_2-1}) | \prod_{k=1}^{A_1 A_2} (1 - \Gamma_{kj}(\vec{b} + \vec{s}'_k - \vec{s}_j)) | \Psi_0^2(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A_2-1}) \Psi_0^1(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1-1}) \rangle \quad (3.33)$$

Ceci nous permet de simplifier l'amplitude de diffusion élastique noyau-noyau et de la présenter sous la forme suivante :

$$F(\vec{q}) = \langle \Psi_0^1 \Psi_0^2 | \hat{F} | \Psi_0^1 \Psi_0^2 \rangle = \theta(q^2) \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \hat{F} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \quad (3.34)$$

Ou encore :

$$F(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \theta(q^2) \int d^2 b \exp(i\vec{q} \cdot \vec{b}) \mathfrak{S}(\vec{b}) \quad (3.35)$$

Avec la fonction de profil $\mathfrak{S}(\vec{b})$ qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}(\vec{b}) = & 1 - \langle \phi_0^1(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1}) \phi_0^2(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A_2}) \mid \prod_{k=1}^{A_1 A_2} (1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_j \\ & + \vec{s}'_k)) \mid \phi_0^2(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A_2}) \phi_0^1(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1}) \rangle \end{aligned} \quad (3.36)$$

Toujours, pour des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique, la fonction $\theta(q^2)$ s'écrit :

$$\theta(q^2) = \exp \left[\frac{q^2}{4} \left(\frac{R_1^2}{A_1} + \frac{R_2^2}{A_2} \right) \right] \quad (3.37)$$

Où R_1 et R_2 sont les paramètres oscillatoires des noyaux en collision.

La densité nucléaire pour le noyau incident donnée par :

$$|\phi^{(1)}(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_{A_1})|^2 = \prod_{k=1}^{A_1} |\varphi^{(1)}(\vec{r}'_k)|^2 = \prod_{k=1}^{A_1} \rho^{(1)}(\vec{r}'_k) \quad (3.38)$$

Pour le noyau cible :

$$|\phi^{(2)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A_2})|^2 = \prod_{j=1}^{A_2} |\varphi^{(2)}(\vec{r}_j)|^2 = \prod_{j=1}^{A_2} \rho^{(2)}(\vec{r}_j) \quad (3.39)$$

Et en reportant (3.38) et (3.39) dans (3.36) on obtient :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \left\langle \prod_{k=1}^{A_1} \varphi^{(1)}(\vec{r}'_k) \mid \left(\int \rho^{(2)} \prod_{k=1}^{A_1} (1 - \Gamma(\vec{b} + \vec{s}'_k - \vec{s})) d^3 r \right)^{A_2} \mid \prod_{k=1}^{A_1} \varphi^{(1)}(\vec{r}'_k) \right\rangle \quad (3.40)$$

On voit bien ici la nature des difficultés qui surgissent en généralisant le modèle de Glauber au cas de la diffusion noyau-noyau. L'élément de matrice (3.40) exige des simplifications supplémentaires pour que son calcul soit réalisable.

III.4 Excitations virtuelles dans les collisions :

La notion d'excitations virtuelles que l'on notera **EV** apparaissant lors des collisions. Pour une meilleure compréhension de ces excitations virtuelles, nous commençons par le cas de la diffusion hadron-noyau que nous élargissons, par la suite, au cas de la diffusion noyau-noyau.

III.4.1 La diffusion hadron-noyau :

Considérons l'expression (3.16) de la fonction de profil hadron-noyau :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \langle \Phi_0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A-1}) | \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_j)) | \Phi_0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A-1}) \rangle \quad (3.41)$$

Ou $\Phi_0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{A-1})$ représente la fonction d'onde normalisée de l'état fondamental du noyau.

Dont le développement en série donne :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}(\vec{b}) = & \langle \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2 \dots, \vec{r}_A) | \sum_{j=1}^A \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_j) - \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq A} \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) + \\ & + \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A} \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) - \dots \dots \dots + \\ & (-1)^{A-1} \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_A \leq A} \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \dots \dots \dots \Gamma(\vec{b} - \\ & \vec{s}_{j_A}) | \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2 \dots, \vec{r}_A) \rangle \end{aligned} \quad (3.42)$$

Avec :

Le terme :

$$\sum_{j=1}^A \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_j) \quad (3.43)$$

C'est la contribution des collisions de la particule incidente avec chacun des nucléons du noyau pris à part, c'est la diffusion simple (multiplicité d'ordre 1). L'approximation des impulsions se limite uniquement à ce terme.

Le terme :

$$\sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq A} \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \quad (3.44)$$

C'est la contribution des collisions de la particule incidente avec deux nucléons du noyau cible, c'est la diffusion double (multiplicité d'ordre 2) etc... L'ordre de multiplicité maximum est égal à A, reflétant le fait que la diffusion s'effectue sans répétition sur chacun des nucléons du noyau.

Le terme :

$$\langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_0 \rangle \quad (3.45)$$

C'est le terme de Le processus de collision décrit par ce terme s'effectue de la manière suivante :

La particule incidente entre en collision avec le nucléon $\mathbf{A} = \mathbf{3}$, le noyau passant de son état fondamental à un état intermédiaire, puis lors du choc de la particule incidente avec le nucléon $\mathbf{A} = \mathbf{3}$, il passe à son second état intermédiaire. Enfin le noyau se désexcite en revenant à son état fondamental après la collision de la particule incidente avec le nucléon $\mathbf{A} = \mathbf{1}$. Autrement dit, on peut récrire (3.45) sous la forme :

$$\begin{aligned} & \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_0 \rangle \\ &= \sum_m m' \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_m \rangle \langle \Phi_m | \Phi_0 \rangle \end{aligned} \quad (3.46)$$

L'Excitations du noyau est appelée des Excitations Virtuelles.

Dans le cas de la diffusion hadron-noyau les excitations virtuelles du noyau cible sont définies par la transition du noyau vers des états intermédiaires lors de l'interaction du hadron incident avec un nucléon du noyau et sa désexcitation ultérieure lors de la collision du hadron incident avec un autre nucléon du noyau. Afin d'illustrer cette définition, considérons à titre d'exemple la contribution des collisions trois fois multiples dans la fonction de profil de l'amplitude de diffusion élastique hadron-noyau **(3.42)** :

$$\gamma^{(3)}(\vec{b}) = \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A} \langle \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2 \dots \dots, \vec{r}_A) | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) \times \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2 \dots \dots, \vec{r}_A) \rangle \quad (3.47)$$

En introduisant entre les opérateurs Γ un système complet de fonctions d'onde du noyau :

$$\sum_m | \Phi_m \rangle \langle \Phi_m | = 1 \quad (3.48)$$

Nous obtenons :

$$\gamma^{(3)}(\vec{b}) = \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A} \sum_{m, m'} \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) | \Phi_m \rangle \langle \Phi_m | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) | \Phi_{m'} \rangle \langle \Phi_{m'} | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_0 \rangle \quad (3.49)$$

Et l'expression **(3.47)** devient :

$$\gamma^{(3)}(\vec{b}) = \gamma_0^{(3)}(\vec{b}) + \gamma_{e.v}^{(3)}(\vec{b}) \quad (3.50)$$

Avec :

$$\gamma_0^{(3)}(\vec{b}) = \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A} \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_0 \rangle \quad (3.51)$$

Et :

$$\gamma_{e.v}^{(3)}(\vec{b}) = \sum_{\substack{m \neq 0 \\ m' \neq 0}} \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A} \langle \Phi_0 | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_1}) | \Phi_m \rangle \langle \Phi_m | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_2}) | \Phi_{m'} \rangle \langle \Phi_{m'} | \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_{j_3}) | \Phi_0 \rangle \quad (3.52)$$

Explicitons ce dernier terme (3.52) qui représente la contribution des excitations virtuelles :

Le noyau passe de son état fondamental à un état intermédiaire $|\phi_m\rangle$ lors de la collision d'hadron incident sur le nucléon (j_1) du noyau, puis de cet état $|\phi_m\rangle$ le noyau transite vers l'état $|\phi_{m'}\rangle$ lors de la diffusion d'hadron incident sur le nucléon (j_2) du noyau et enfin le noyau revient à son état fondamental lors de la diffusion d'hadron incident avec un troisième nucléon (j_3) du noyau. Ces excitations virtuelles que subit le noyau, sont appelées des excitations virtuelles de collision non répétées (EVCNR) [29].

Comme nous venons de le voir dans cet exemple, les (EVCNR) du noyau ont pour origine les collisions successives de trois des nucléons du noyau avec l'hadron incident. Ces (EVCNR) sont donc directement liées aux corrélations des nucléons du noyau.

III.4.2. La diffusion noyau -noyau :

Intéressons-nous maintenant à la diffusion élastique noyau-noyau. Ce dernier cas présente des processus de diffusions multiples plus riches que ceux de la diffusion hadron-noyau vu précédemment. Pour mettre en évidence ces différents types de processus et procéder à une classification des EV, considérons la fonction de profil $\mathfrak{S}(\vec{b})$ définie précédemment par l'équation (3.36) dans le cas de la diffusion élastique :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \prod_{k=1}^{A_1} \prod_{j=1}^{A_2} (1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_j + \vec{s}'_k) | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \quad (3.53)$$

Cette fonction peut aussi se mettre sous la forme suivante [30] :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \sum_{n=1}^{A_1 A_2} (-1)^{n+1} \mathfrak{S}^{(n)} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \quad (3.54)$$

Où :

$$\mathfrak{S}^{(n)} = \sum_{(k_1, j_1) < (k_2, j_2) < \dots < (k_n, j_n)} \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \dots \Gamma_{k_n, j_n} \quad (3.55)$$

Avec :

$$(k_1, j_1) < (k_2, j_2) \Rightarrow \begin{cases} k_1 < k_2 \\ \text{ou} \\ k_1 = k_2 \text{ et } j_1 < j_2 \end{cases} \quad (3.56)$$

Considérons, par exemple, la contribution $\mathfrak{F}^{(3)}$ des collisions trois fois multiples, résultant de la fonction de profil (3.53) :

$$\mathfrak{F}^{(3)}(\vec{b}) = \sum_{(k_1, j_1) < (k_2, j_2) < (k_3, j_3)} \langle \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} \rangle \quad (3.57)$$

Décomposons l'expression de $\mathfrak{F}^{(3)}(\vec{b})$:

$$\mathfrak{F}^{(3)}(\vec{b}) = \mathfrak{F}_{33}^{(3)}(\vec{b}) + \mathfrak{F}_{23}^{(3)}(\vec{b}) + \mathfrak{F}_{13}^{(3)}(\vec{b}) + \mathfrak{F}_{32}^{(3)}(\vec{b}) + \mathfrak{F}_{31}^{(3)}(\vec{b}) + \mathfrak{F}_{22}^{(3)}(\vec{b}) \quad (3.58)$$

Le premier Le terme $\mathfrak{F}_{33}^{(3)}(\vec{b})$:

$$\mathfrak{F}_{33}^{(3)} = \sum_{\substack{1 \leq k_1 < k_2 < k_3 \leq A_1 \\ 1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A_2}} \langle \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} \rangle \quad (3.59)$$

Qui représente la contribution des collisions trois fois multiples par la diffusion de trois nucléons. Du noyau incident (A_1) sur trois nucléons du noyau cibles (A_2) chaque nucléon ne subissant qu'une seule diffusion, ce processus peut-être schématisé de la (Figure III.5) :

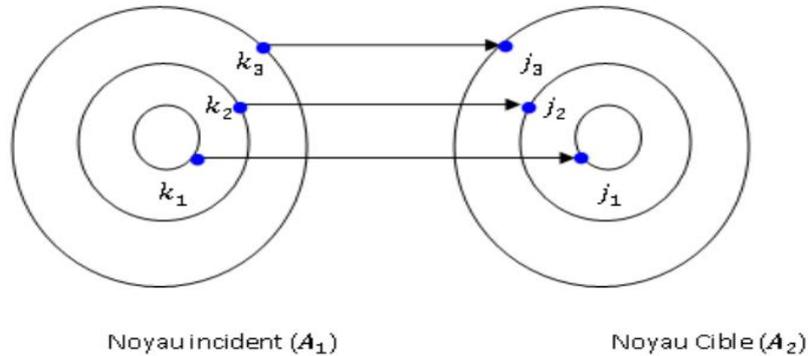
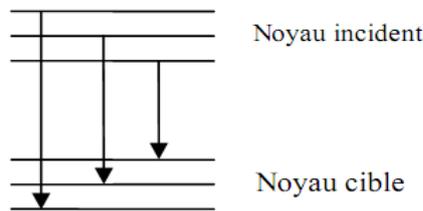


Figure III.5 : La collision de trois nucléons du noyau cible avec trois nucléons du noyau incident

Dans le processus décrit par $\mathfrak{F}_{33}^{(3)}$ (**Figure III.5**), le noyau cible passe de son état fondamental à un premier état intermédiaire lors de la diffusion d'un nucléon (\mathbf{k}_1) du noyau incident sur un nucléon (\mathbf{j}_1) du noyau cible. Ce noyau cible passe vers un deuxième état intermédiaire lors de la collision d'un deuxième nucléon (\mathbf{k}_2) du noyau incident sur un deuxième nucléon (\mathbf{j}_2) du noyau cible et enfin le noyau cible revient à son état fondamental lors de la diffusion d'un troisième nucléon (\mathbf{k}_3) du noyau incident sur un troisième nucléon (\mathbf{j}_3) du noyau cible. On notera que ces excitations virtuelles du noyau sont conditionnées par la mise en jeu de trois de ses nucléons (où chacun d'eux ne subit qu'une seule interaction).

Dans ce sens, ces excitations virtuelles ne diffèrent pas des (EVCNR) définies dans la diffusion hadron-noyau. Est schématisé comme :



Le terme $\mathfrak{F}_{23}^{(3)}$:

$$\mathfrak{F}_{23}^{(3)} = \sum_{\substack{1 \leq k_1 = k_2 < k_3 \leq A_1 \\ 1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A_2}} \langle \phi_0^{(1)} \phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \phi_0^{(1)} \phi_0^{(2)} \rangle \quad (3.60)$$

Qui représente la contribution de la collision trois fois multiples conditionnées par la diffusion de deux nucléons du noyau incident (dont un subissant deux collision) sur trois nucléons du noyau cible, est schématisé dans la figure (**Figure III.6**) :

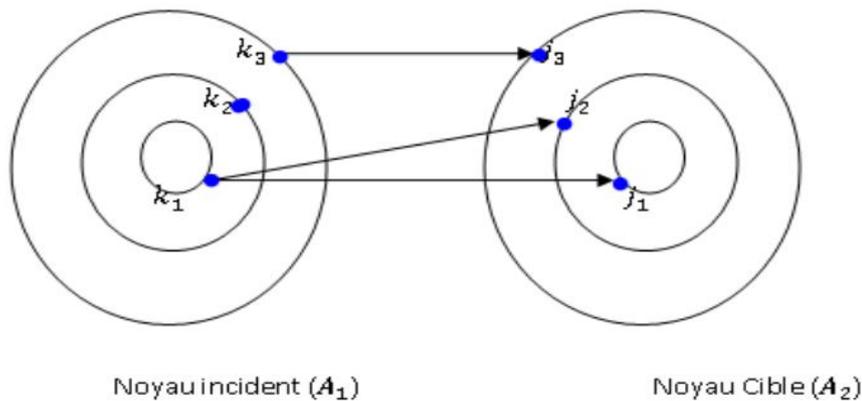
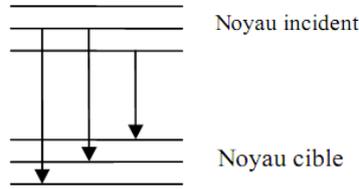


Figure III.6 : La collision de trois nucléons du noyau cible avec deux nucléons du noyau incident

Ce terme, où deux nucléons du noyau incident sont diffusés par trois nucléons du noyau cible, on remarque que dans le noyau cible les excitations virtuelles qui apparaissent sont des (EVCNR). sera schématisé par :



Le terme $\mathfrak{F}_{13}^{(3)}$:

$$\mathfrak{F}_{13}^{(3)} = \sum_{\substack{1 \leq k_1 = k_2 = k_3 \leq A_1 \\ 1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq A_2}} \langle \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} \rangle \quad (3.61)$$

Cette terme est le résultat de la collision trois fois multiples générée par la diffusion d'un même nucléon du noyau incident sur trois différents nucléon du noyau cible est schématisé comme :

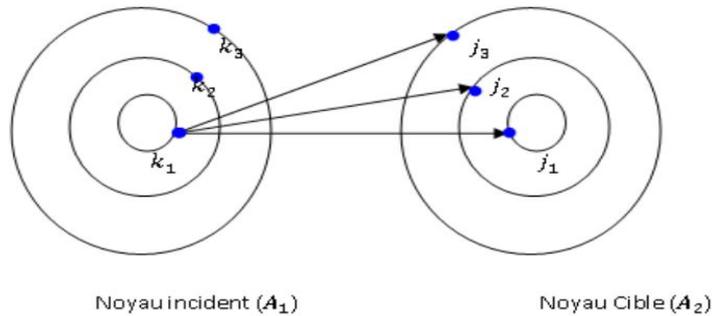
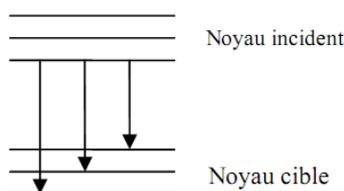


Figure III.7 : La collision de trois nucléons du noyau cible avec un nucléon du noyau incident

Le schéma suivant représente les excitations virtuelles qui ont lieu dans le processus décrit par le terme $\mathfrak{F}_{13}^{(3)}$ où un nucléon du noyau incident est diffusé par trois nucléons du noyau cible.

On remarque que dans le noyau cible les excitations virtuelles qui apparaissent sont des (EVCNR).



Le terme $\mathfrak{S}_{32}^{(3)}$:

$$\mathfrak{S}_{32}^{(3)} = \sum_{\substack{1 \leq k_1 < k_2 < k_3 \leq A_1 \\ 1 \leq j_1 = j_2 < j_3 \leq A_2}} \langle \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} \rangle \quad (3.62)$$

Qui représente la contribution à la fonction de profil des collisions où trois nucléons du noyau incident sont diffusés par deux nucléons du noyau cible (l'un de ces derniers subissant deux collisions), est schématisé comme :

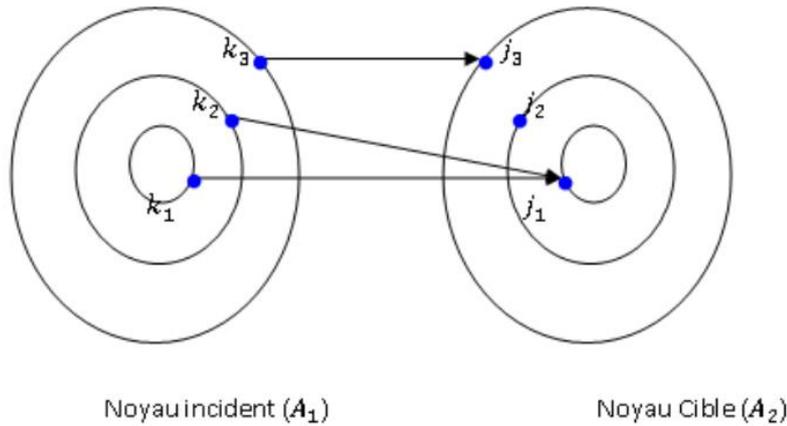


Figure III.8 : La collision de deux nucléons du noyau cible avec trois nucléons du noyau incident

Le terme $\mathfrak{S}_{31}^{(3)}$

$$\mathfrak{S}_{31}^{(3)} = \sum_{\substack{1 \leq k_1 < k_2 < k_3 \leq A_1 \\ 1 \leq j_1 = j_2 = j_3 \leq A_2}} \langle \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \Phi_0^{(1)} \Phi_0^{(2)} \rangle \quad (3.63)$$

Qui représente la contribution des collisions trois fois multiples lorsqu'un seul nucléon du noyau cible subit trois collisions avec trois nucléons différents du noyau incident est schématisées comme :

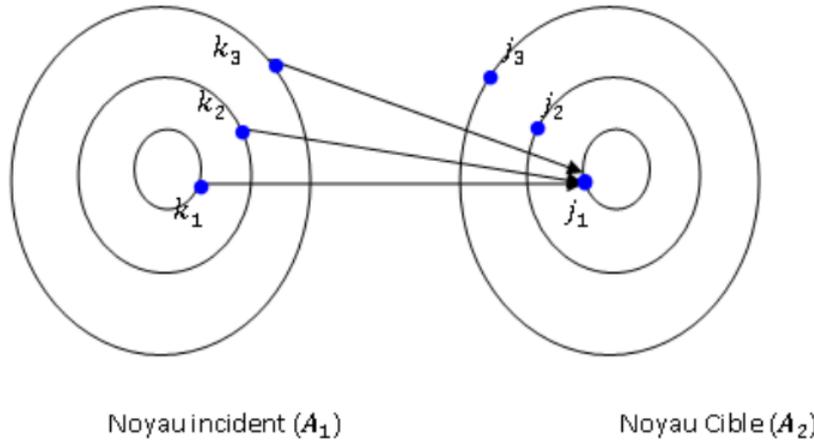
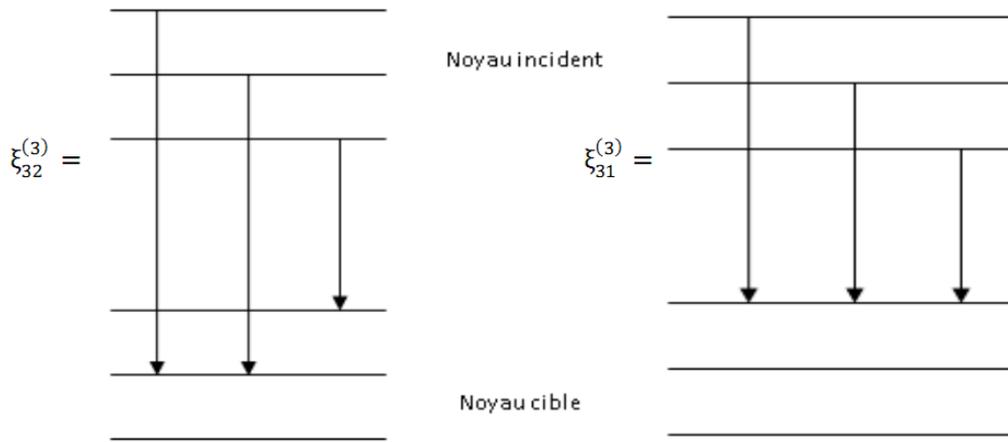


Figure III.9 : La collision d'un nucléon du noyau cible avec trois nucléons du noyau incident



Nous remarquons que dans le processus décrit par $\mathfrak{Z}_{32}^{(3)}$ un des nucléons du noyau cible subit deux collisions et dans celui décrit par $\mathfrak{Z}_{31}^{(3)}$ un nucléon du noyau cible subit trois collisions. Les excitations virtuelles du noyau cible, lors de processus de ce type, seront appelées plutôt des Excitations Virtuelles de Collisions Répétées (EVCR),

Le terme $\mathfrak{Z}_{22}^{(3)}$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_{22}^{(3)} = & \sum_{\substack{k_1 \neq k_2 \neq k_3 \\ j_1 \neq j_2 = j_3}} \langle \phi_0^{(1)} \phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \phi_0^{(1)} \phi_0^{(2)} \rangle \\ & + \sum_{\substack{k_1 \neq k_2 = k_3 \\ j_1 = j_2 \neq j_3}} \langle \phi_0^{(1)} \phi_0^{(2)} | \Gamma_{k_1, j_1} \Gamma_{k_2, j_2} \Gamma_{k_3, j_3} | \phi_0^{(1)} \phi_0^{(2)} \rangle \end{aligned} \quad (3.64)$$

Qui représente la contribution des collisions trois fois multiples conditionnées par la mise en jeu de deux nucléons de chaque noyau, ou un des deux nucléons de chaque noyau subit une diffusion double, est schématisé comme :

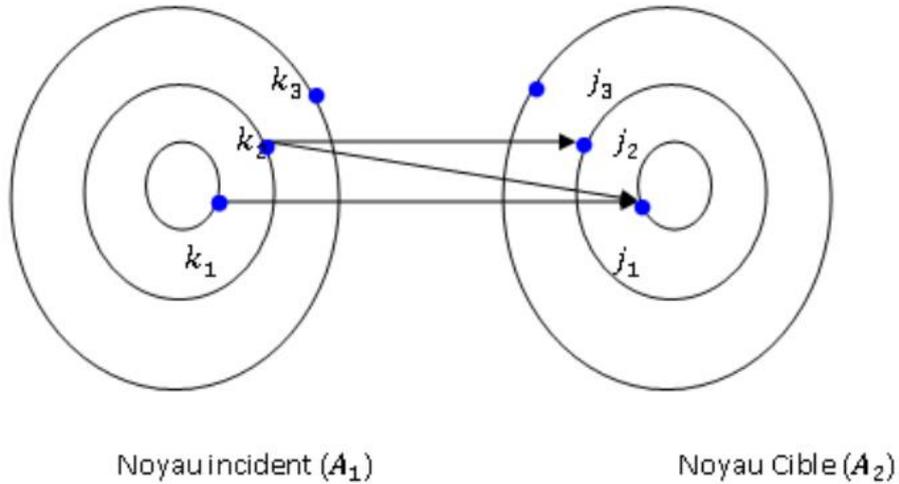
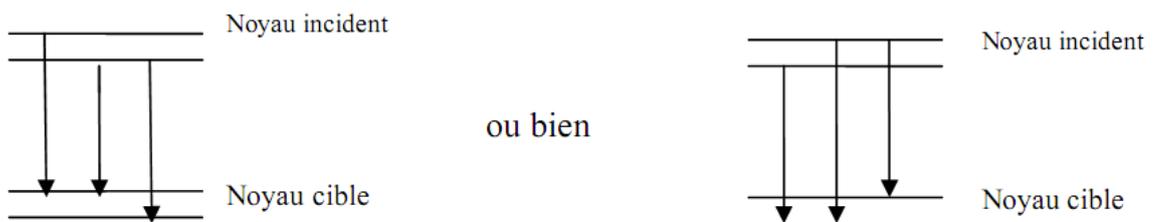


Figure III.10 : La collision de deux nucléons du noyau cible avec deux nucléons du noyau incident

Le schéma suivant représente les excitations virtuelles de collision répétées (EVCR) apparaissant simultanément dans les deux noyaux.



Chapitre IV:
Les méthodes approximatives de
simplification de l'amplitude
de diffusion

IV.1 Introduction :

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que la généralisation de la théorie diffractio-nnelle de la diffusion multiple au cas de collision de deux noyaux a permis de mettre en évidence de nouveaux types de diffusions multiples des nucléons qui n'apparaissaient pas dans la diffusion hadron-noyau. Ces nouveaux types de collisions rendent la simplification de l'amplitude de diffusion beaucoup plus complexe que dans le cas de la diffusion hadron-noyau. Ceci est essentiellement dû à l'apparition des excitations virtuelles dans les collisions répétées. Afin de simplifier l'amplitude de diffusion, des approximations supplémentaires s'avèrent nécessaires pour l'élaboration d'une méthode pratiquement utilisable pour les calculs des différents mécanismes qui peuvent avoir lieu durant les collisions noyau-noyau. A cet effet, nous présentons dans cette partie les différentes approches que nous avons utilisées pour simplifier encore plus cette amplitude de diffusion noyau-noyau.

IV.2 Les méthodes approximatives de simplification de l'amplitude de diffusion :

1- "La limite optique" de Czyz-Maximon, qui est basée sur l'analyse des différents termes du double produit contenu dans (3.53).

2- Le développement en série de la phase de diffusion en puissance de la fonction de profil élémentaire de la collision nucléon-nucléon [31].

3- Les approximations liées aux excitations virtuelles non simultanées :

3.1- L'approximation du noyau incident "dur" dans laquelle la contribution des excitations virtuelles du noyau incident n'est pas prise en compte.

3.2- L'approximation du noyau cible "dur", où se sont les excitations virtuelles du noyau cible qui sont négligées.

3.3- L'approximation symétrique en amplitude dans laquelle l'amplitude de diffusion noyau-noyau est construite à partir de l'analyse détaillée des contributions des différents types d'excitations virtuelles de collisions répétées apparaissant dans les deux noyaux [32].

4- L'approximation liée aux excitations virtuelles simultanées: appelée approximation symétrique en phase [33] et basée sur l'étude de la fonction phase dans les collisions noyau-

noyau. Cette méthode conduit à la symétrisation de la phase de l'amplitude de diffusion dans l'approximation du noyau "dur".

L'approximation ainsi obtenue tient compte partiellement des excitations virtuelles simultanées des deux noyaux en collision.

IV.2.1 La limite optique de Czyz-Maximon :

Afin de rendre la fonction de profil plus simple et par analogie avec la diffusion hadron-noyau, Czyz et Maximon ont proposé ce qu'on appelle "la limite optique". Considérons cette approximation dans l'opérateur) figurant dans la fonction de profil (3.53) :

$$\hat{E}(\vec{b}) = \prod_{k=1}^{A_1} \prod_{j=1}^{A_2} (1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_j + \vec{s}'_k)) \quad (4.1)$$

En développant le double produit dans cette expression nous obtenons une somme de m fonctions de profil Γ , avec $0 \leq m \leq A_1 \cdot A_2$. Cette somme contient des termes dans lesquels les variables \vec{s}_j et \vec{s}'_k apparaissent plus d'une fois, tel que :

$$\Gamma(\vec{b} - \vec{s}_2 + \vec{s}'_2) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_2 + \vec{s}'_3) \quad (4.2)$$

Et des termes dans lesquels \vec{s}_j et \vec{s}'_k ne se répètent pas, comme par exemple :

$$\Gamma(\vec{b} - \vec{s}_2 + \vec{s}'_2) \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_3 + \vec{s}'_3) \quad (4.3)$$

Soit T_m le nombre de tous les termes dans $\hat{E}(\vec{b})$ pour une multiplicité " m " donnée :

$$T_m = \binom{A_1 A_2}{m} = \frac{(A_1 A_2)!}{m! (A_1 A_2 - m)!} \quad (4.4)$$

et T_m^0 le nombre des termes dans lesquels les variables \vec{s}_j et \vec{s}'_k ne se répètent pas :

$$T_m^{(0)} \begin{cases} \binom{N_1}{m} \binom{N_2}{m} m! & \text{Si } m \leq \min(N_1, N_2) \\ 0 & \text{Si non} \end{cases} \quad (4.5)$$

Nous pouvons alors écrire :

$$R_m = T_m - T_m^{(0)} \quad (4.6)$$

Où R_m est le nombre de termes avec répétition des coordonnées des nucléons des noyaux en collision.

À partir de (4.4) et (4.6) on peut écrire :

$$\frac{R_m}{T_m} = \frac{m(m-1)}{2} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \quad (4.7)$$

Donc pour un " m " fixé et si A_1 tend vers l'infini et A_2 tend vers l'infini nous avons :

$$\frac{R_m}{T_m} \rightarrow \quad (4.8)$$

Pour simplifier la fonction de profil on applique les contributions à la fonction de profil des termes sans et avec répétition des indices respectivement tel que :

$$\gamma^{(2)}(\vec{b}) = 1 - T_1^{(0)}\varphi + T_2^{(0)}\varphi^2 - \dots \quad (4.9)$$

$$\gamma^{(1)}(\vec{b}) = R_2G_2 - R_3G_3 + \dots \quad (4.10)$$

Où :

Compte tenu des relations (4.9) et (4.10), la fonction de profil (3.53) devient :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \left\{ 1 - T_1 \left(\varphi - \frac{R_1}{T_1} \varphi \right) + T_2 \left(\varphi^2 + \frac{R_2}{T_2} (G_2 - \varphi^2) \right) - T_3 \left(\varphi^3 + \frac{R_3}{T_3} (G_3 - \varphi^3) \right) + \dots \right\} \quad (4.11)$$

Lorsqu'on $A_1, A_2 \gg 1$ on a :

$$\frac{R_1}{T_1} \varphi + \frac{R_2}{T_2} (G_2 - \varphi^2) + \frac{R_3}{T_3} (G_3 - \varphi^3) + \dots = 0 \quad (4.12)$$

Alors la fonction de profil devient :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - (1 - T_1\varphi + T_2\varphi^2 - \dots) = 1 - (1 - \varphi)^{A_1 A_2} \quad (4.13)$$

Ensuite, puisque $A_1, A_2 \gg 1$, on fait le passage du polynôme à l'exponentielle :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - e^{-i\chi_{\text{opt}}} \quad (4.14)$$

L'expression (4.14) est la limite optique de Czyz-Maximon. Cette limite optique possède un inconvénient, les sections efficaces de diffusion divergente dans le domaine des grandes

impulsions de transfert lorsqu'on tient compte du mouvement des centres de masse des noyaux. Cet inconvénient est dû à l'hypothèse de départ de cette approximation qui consistait à négliger les excitations virtuelles de collisions répétées.

IV.2.2 Le développement de la phase de diffusion :

Franco et Varma [34.35.36] ont proposé une méthode approximative basée sur le développement de la phase de diffusion en série de puissance des fonctions de profil élémentaire Γ_{NN} de la diffusion nucléon-nucléon.

La phase totale de diffusion élastique noyau-noyau est égale à :

$$i\chi(\vec{b}) = \ln[1 - \mathfrak{S}(\vec{b})] \quad (4.15)$$

Avec :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \sum_{n=1}^{A_1 A_2} (-1)^{n+1} \sum_{(k_1, j_1) < (k_2, j_2) < (k_3, j_3) < \dots < (k_n, j_n)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} \dots \Gamma_{k_n j_n} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \quad (4.16)$$

Développons la phase (4.15) en une série :

$$i\chi(\vec{b}) = i(\chi_1(\vec{b}) + \chi_2(\vec{b}) + \dots + \chi_n(\vec{b})) \quad (4.17)$$

Pour les quatre premiers termes :

$$i\chi_1(\vec{b}) = - \sum_{(k_1, j_1)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \quad (4.18)$$

$$i\chi_2(\vec{b}) = - \sum_{(k_1, j_1) < (k_2, j_2)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle - \frac{1}{2} \left[\sum_{(k_1, j_1)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \right]^2 \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} i\chi_3(\vec{b}) = & - \sum_{(k_1, j_1) < (k_2, j_2) < (k_3, j_3)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} \Gamma_{k_3 j_3} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \\ & + \sum_{(k_1, j_1)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \sum_{(k_1, j_1) < (k_2, j_2)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \\ & - \frac{1}{3} \left[\sum_{(k_1, j_1)} \langle \varphi_0^1 \varphi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \varphi_0^1 \varphi_0^2 \rangle \right]^3 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned}
 i\chi_4(\vec{b}) = & \sum_{(k_1,j_1) < (k_2,j_2) < (k_3,j_3) < (k_4,j_4)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} \Gamma_{k_3 j_3} \Gamma_{k_4 j_4} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \\
 & - \frac{1}{2} \left[\sum_{(k_1,j_1)(k_2,j_2)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \right]^2 \\
 & - \sum_{(k_1,j_1)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \sum_{(k_1,j_1) < (k_2,j_2) < (k_3,j_3)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} \Gamma_{k_3 j_3} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \\
 & + \left[\sum_{(k_1,j_1)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \right]^2 \sum_{(k_1,j_1)(k_2,j_2)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} \Gamma_{k_2 j_2} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \\
 & - \frac{1}{4} \left[\sum_{(k_1,j_1)} \langle \phi_0^1 \phi_0^2 | \Gamma_{k_1 j_1} | \phi_0^1 \phi_0^2 \rangle \right]^4
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Avec $k=1,2,\dots, A_1$ et $j=1,2,\dots, A_2$.

Remarquons que le premier terme $i\chi_1(\vec{b})$ de cette série (4.17) coïncide avec la phase de la limite optique de Czyz-Maximon.

Dans ses calculs exacts, Franco a montré que la contribution des termes $i\chi_2(\vec{b})$, $i\chi_3(\vec{b})$ et $i\chi_4(\vec{b})$ était importante. Cette correction diminue les valeurs des sections efficaces totales et différentielles et améliore nettement l'accord entre la théorie et l'expérience. Il faut préciser néanmoins que cette méthode a rencontré des difficultés lors de son utilisation pour les noyaux lourds où la série (4.17) diverge. Pour améliorer la convergence de cette série, Franco propose de tenir compte du mouvement des centres de masse des noyaux dans la phase de diffusion.

IV.2.3 Les approximations liées aux excitations virtuelles non simultanées :

Commençons tout d'abord par analyser les différents mécanismes possibles qui ont lieu dans la diffusion élastique des deux noyaux. Quatre cas de figure peuvent se présenter :

- a-** Pendant les interactions successives des nucléons, les deux noyaux en collision peuvent rester dans leurs états fondamentaux. Ce mécanisme correspond à l'approximation des deux noyaux "durs", étant donné que les deux noyaux ne subissent pas d'excitations virtuelles pendant leur interaction.
- b-** Le noyau cible peut s'exciter en passant par différents états intermédiaires puis revenir à son état fondamental alors que le noyau incident reste dans son état fondamental pendant l'interaction. Ce mécanisme est décrit par l'approximation du noyau incident "dur".
- c-** Inversement, le noyau incident peut passer par différents états intermédiaires et revenir à son état fondamental et le noyau cible reste dans son état fondamental lors de l'interaction. Ce troisième mécanisme est décrit par l'approximation du noyau cible "dur".
- d-** Les deux noyaux s'excitent pendant leur interaction et reviennent à leurs états fondamentaux.

Nous allons dans ce qui suit, montrer comment peut se faire la décomposition de la fonction de profil totale de la diffusion noyau-noyau en quatre termes dont chacun décrira justement l'un des mécanismes précités. A cet effet développons la fonction de profil totale, équation (3.40), de la diffusion d'un noyau incident (A_1) sur un noyau cible (A_2) :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \left\langle \prod_{k=1}^{A_1} \varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) \middle| \left\langle \prod_{j=1}^{A_2} \varphi_0^{(2)}(\vec{r}_j) \middle| \prod_{k=1}^{A_1} (1 - \Gamma_{kj}) \middle| \prod_{k=1}^{A_1} \varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) \right\rangle \right\rangle \quad (4.22)$$

Où :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \prod_{k=1}^{A_1} \langle \varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) | \prod_{j=1}^{A_2} \sum_{\substack{m_1 \\ m_2 \\ m(N_1-1)}} \prod_{k=1}^{A_1} \langle \varphi_{m(k-1)}^{(2)}(\vec{r}_j) | (1 - \Gamma_{kj}) | \varphi_{m_k}^{(2)}(\vec{r}_j) | \prod_{k=1}^{A_1} \varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) \rangle \rangle \quad (4.23)$$

On obtient :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \sum_{[m]} \prod_{k=1}^{A_1} \langle \varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) | \prod_{j=1}^{A_2} \langle \varphi_{m(k-1)}^{(2)}(\vec{r}_j) | (1 - \Gamma_{kj}) | \varphi_{m_{k,j}}^{(2)}(\vec{r}_j) | \varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) \rangle \rangle \quad (4.24)$$

Introduisons, maintenant, entre les opérateurs $(1 - \Gamma_{kj})$ de l'expression (4.24) une base complète de fonctions d'ondes individuelles du noyau incident cette fois-ci :

$$\sum_n |\varphi_n^{(1)}(\vec{r}'_k)\rangle \langle \varphi_n^{(1)}(\vec{r}'_k)| = 1 \quad (4.25)$$

Et posons :

$$\varphi_0^{(1)}(\vec{r}'_k) = \varphi_{n_0}^{(1)}(\vec{r}'_k) = \varphi_{n_{A_2}}^{(1)}(\vec{r}'_k) \quad (4.26)$$

Nous obtenons alors :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \sum_{[m]} \prod_{k=1}^{A_1} \sum_{\substack{n_1 \\ n_2 \\ n_{(A_2-1)}}} \prod_{j=1}^{A_2} \langle \varphi_{m(k-1),j}^{(2)}(\vec{r}_j) \varphi_{n_{(j-1)}}^{(1)}(\vec{r}'_k) | (1 - \Gamma_{kj}) | \varphi_{n_j}^{(1)}(\vec{r}'_k) \varphi_{n_{k,j}}^{(2)}(\vec{r}_j) \rangle \quad (4.27)$$

Et en suivant exactement les mêmes étapes que précédemment, nous obtenons pour la fonction de profil noyau-noyau la relation :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \sum_{[m]} \sum_{[n]} \prod_{k=1}^{A_1} \prod_{j=1}^{A_2} \langle \varphi_{m(k-1),j}^{(2)}(\vec{r}_j) \varphi_{n_{(j-1),k}}^{(1)}(\vec{r}'_k) | (1 - \Gamma_{kj}) | \varphi_{n_{j,k}}^{(1)}(\vec{r}'_k) \varphi_{n_{k,j}}^{(2)}(\vec{r}_j) \rangle \quad (4.28)$$

Que l'on peut aussi écrire sous la forme suivante :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \sum_{[m]} \sum_{[n]} \mathfrak{S}_{[m]}^{[n]}(\vec{b}) \quad (4.29)$$

- 1- Si tous les indices $[m]$ et $[n]$ sont nuls ($[m] = 0$ et $[n] = 0$), on considère que les deux noyaux en collision ne subissent pas d'excitations virtuelles et restent donc dans leurs états fondamentaux. Cette approximation est appelée approximation des deux noyaux "durs" et la fonction de profil noyau-noyau, s'écrit dans ce cas comme :

$$\mathfrak{S}_0(\vec{b}) = 1 - \mathfrak{S}_{[0]}^{[0]}(\vec{b}) = 1 - \left[1 - \langle \varphi_0^{(1)} \varphi_0^{(2)} | \Gamma | \varphi_0^{(1)} \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_1 A_2} \quad (4.30)$$

2- Si tous les indices [m] sont nuls et au moins un des indices [n] est non nul [n] ≠ 0 et [m] = 0 alors dans ce cas c'est le noyau cible qui reste dans son état fondamental et le noyau incident s'excite virtuellement pendant l'interaction; c'est l'approximation du noyau cible "dur" et la fonction de profil s'écrit :

$$\mathfrak{S}_1(\vec{b}) = 1 - \sum_{[m]} \mathfrak{S}_{[0]}^{[n]}(\vec{b}) = 1 - \left[\langle \varphi_0^{(1)} | (1 - \langle \varphi_0^{(2)} | \Gamma | \varphi_0^{(2)} \rangle)^{A_2} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right]^{A_1} \quad (4.31)$$

3- Si tous les indices [n] sont nuls et un indice [m] est au moins non nul ([n]=0 et [m] ≠ 0) alors le noyau incident reste dans son état fondamental et le noyau cible s'excite virtuellement pendant l'interaction, c'est l'approximation du noyau incident "dur" avec la forme suivante pour la fonction de profil :

$$\mathfrak{S}_2(\vec{b}) = 1 - \sum_{[m]} \mathfrak{S}_{[m]}^{[0]}(\vec{b}) = 1 - \left[\langle \varphi_0^{(2)} | (1 - \langle \varphi_0^{(1)} | \Gamma | \varphi_0^{(1)} \rangle)^{A_1} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_2} \quad (4.32)$$

4- Si au moins un des indices [m] et un des indices [n] sont non nuls [m] ≠ 0 et [n] ≠ 0 et alors, ce sont les deux noyaux qui s'excitent virtuellement pendant leur collision. Soit P(\vec{b}) la contribution à la fonction de profil des processus dans lesquels les deux noyaux s'excitent simultanément.

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \left\{ \sum_{[n]} \mathfrak{S}_{[0]}^{[n]}(\vec{b}) + \sum_{[m]} \mathfrak{S}_{[m]}^{[0]}(\vec{b}) - \mathfrak{S}_{[0]}^{[0]}(\vec{b}) + P(\vec{b}) \right\} \quad (4.33)$$

En sommant sur tous les états intermédiaires [m] et [n] nous obtenons :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \mathfrak{S}_1(\vec{b}) + \mathfrak{S}_2(\vec{b}) - \mathfrak{S}_0(\vec{b}) - P(\vec{b}) \quad (4.34)$$

On a

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \mathfrak{S}_{AS}(\vec{b}) = \mathfrak{S}_1(\vec{b}) + \mathfrak{S}_2(\vec{b}) - \mathfrak{S}_0(\vec{b}) \quad (4.35)$$

La particularité de cette approximation est qu'elle tient compte des excitations virtuelles non simultanées dans chacun des noyaux en collision, ce qui a par conséquence la conservation de la symétrie de l'amplitude de diffusion par rapport aux deux noyaux en collision. Autrement dit l'approximation symétrique en amplitude du noyau "dur" ne privilégie pas un noyau par rapport à l'autre comme c'est le cas dans l'approximation du noyau incident (cible) "dur".

IV.2.4 Considération des excitations virtuelles simultanées :

Dans cette partie nous déduisons une nouvelle approximation dans laquelle nous tenons compte d'une partie des excitations virtuelles simultanées des deux noyaux. Pour cela, reprenons la relation (4.34) de la fonction de profil :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = \mathfrak{S}_1(\vec{b}) + \mathfrak{S}_2(\vec{b}) - \mathfrak{S}_0(\vec{b}) - P(\vec{b}) \quad (4.36)$$

Avec $\mathfrak{S}_1(\vec{b})$ qui peut se mettre sous la forme :

$$\mathfrak{S}_1(\vec{b}) = S_1(\vec{b}) + \mathfrak{S}_0(\vec{b}) \quad (4.37)$$

Avec $\mathfrak{S}_1(\vec{b})$ La fonction de profil de l'amplitude de diffusion noyau-noyau se déduit de l'expression de la phase totale de diffusion en effet :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \left(1 - \mathfrak{S}_0(\vec{b})\right) \left(1 - \frac{S_1(\vec{b})}{1 - \mathfrak{S}_0(\vec{b})}\right) \left(1 - \frac{S_2(\vec{b})}{1 - \mathfrak{S}_0(\vec{b})}\right) \exp(i\chi_{e.v}(\vec{b})) \quad (4.38)$$

Et en développant cette expression, on arrive à :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - (1 - \mathfrak{S}_1(\vec{b}) - \mathfrak{S}_2(\vec{b}) + \mathfrak{S}_0(\vec{b})) + \frac{S_1(\vec{b})S_2(\vec{b})}{1 - \mathfrak{S}_0(\vec{b})} \exp(i\chi_{e.v}(\vec{b})) \quad (4.39)$$

Nous obtenons :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \left(1 - \mathfrak{S}_{AS}(\vec{b}) + \frac{S_1(\vec{b})S_2(\vec{b})}{1 - \mathfrak{S}_0(\vec{b})}\right) \exp(i\chi_{e.v}(\vec{b})) \quad (4.40)$$

Eliminons le terme $i\chi_{e.v}(\vec{b})$.

La fonction de profil devient :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \left(1 - \mathfrak{S}_{AS}(\vec{b}) + \frac{S_1(\vec{b})S_2(\vec{b})}{1 - \mathfrak{S}_0(\vec{b})}\right) \quad (4.41)$$

Chapitre IV Les méthodes approximatives de simplification de l'amplitude de diffusion

Qui représente la fonction de profil de l'amplitude de diffusion noyau-noyau dans le cadre de l'approximation symétrique en phase.

Chapitre V:
Résultats numériques
et discussion

V.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des calculs numériques des sections efficaces totales et différentielles que nous avons obtenus pour la diffusion d'une variété de noyaux à différentes énergies. Pour nos calculs, nous avons choisi une densité nucléaire : une densité de Fermi.

V.2 Densité de Fermi :

La densité de Fermi choisie est déduite de l'analyse de la diffusion d'électrons sur des noyaux moyens et lourds à spin nul. Cette densité est égale :

$$\rho^F(r) = \frac{\rho_0^F}{1 + e^{\frac{r-c}{a}}} \quad (5.1)$$

La constante de normalisation ρ_0^F est donnée par :

$$\rho_0^F = \frac{3}{4\pi c^3} \left(\frac{1}{1 + \frac{a^2 \pi^2}{c^2}} \right) \quad (5.2)$$

Les valeurs des rayons "c", de l'épaisseur de peau "t" et du paramètre "a" pour différents noyaux sont reportées dans le tableau donné ci-après [37] :

Tableau V.1 : Les valeurs des rayons "c", de l'épaisseur de peau "t" et du paramètre "a"

de la densité de Fermi pour différents noyaux.

A	4	12	16	24	40
C(fm)	1.30	2.3	2.6	2.93	3.64
t(fm)	1.4	1.87	1.8	2.6	2.5
a(fm)	0.318	0.42	0.41	0.59	0.57

Nous avons utilisé pour le calcul de l'amplitude de diffusion noyau-noyau la fonction de profil élémentaire nucléon-nucléon donnée par:

$$\Gamma_{NN} = \frac{(1 - i\alpha)\sigma_{NN}}{4\pi\varepsilon} e^{\frac{b^2}{2\varepsilon}} \quad (5.3)$$

Où σ_{NN} est la section efficace totale nucléon-nucléon, α est le rapport de la partie réelle sur la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon :

$$\alpha = \frac{\text{Re}f_{NN}(0)}{\text{Im}f_{NN}(0)} \quad (5.4)$$

Et ε est le paramètre caractéristique de la pente du cône diffractif de la diffusion élastique nucléon-nucléon. Il existe différentes valeurs des trois paramètres ($\sigma_{NN}, \alpha, \varepsilon$) et ce pour chacune des énergies que nous avons étudiées. Le meilleur accord entre la théorie et l'expérience est obtenu à l'aide des valeurs de ces trois paramètres regroupées dans le tableau suivant [32] :

Tableau V.2 : Les valeurs des trois paramètres ($\sigma_{NN}, \alpha, \varepsilon$) pour différentes énergies

Energie	0.87 (GeV/n)	2.1 (GeV/n)	1.37	$S^{1/2} = 126$
σ_{NN}	42.4	42.7	28.5	41
α	-0.20	-0.28	0.35	-0.20
E (GeV/n) ⁻²	5.0	6.2	1.178	14.0
Référence	[38]	[39]	[40]	[41]

Les sections efficaces totales et différentielles de la diffusion élastique noyau-noyau à hautes énergies s'obtiennent à l'aide de l'amplitude de diffusion qui peut se mettre, sous la forme suivante :

$$\varepsilon = F(q) = ik\theta(q^2) \int_0^{\infty} J_0(q \cdot b) \mathfrak{S}(b) b db \quad (5.5)$$

Où $J_0(q \cdot b)$: est la fonction de Bessel cylindrique d'ordre zéro et $\theta(q^2)$, la contribution des centres de masse des noyaux.

$\mathfrak{S}(b)$: représente la fonction de profil prise dans le cadre d'une des approximations du noyau "dur".

V.3 Choix des unités physiques :

Nous avons choisi le système d'unités $\hbar = c = 1$. Dans ce système, une distance s'exprime comme l'inverse d'une impulsion. Plus précisément, nous avons exprimé les impulsions par des

GeV/c, les distances par des $(\text{GeV}/c)^{-1}$ les sections efficaces en $(\text{GeV}/c)^{-2}$ et les masses en (GeV/c^2) . Nous avons été amené à convertir des (Fm) en $(\text{GeV}/c)^{-1}$ pour les rayons des noyaux et des $(\text{GeV}/c)^{-2}$ en (mb) pour les sections efficaces :

$$1(\text{Fm}) = (0.1973)^{-1}(\text{GeV}/c)^{-1} \quad (5.6)$$

$$(\text{GeV}/c)^{-2} = (0.1973)^2 \cdot 10(\text{mb}) \quad (5.7)$$

V.4 Sections efficaces différentielles :

Pour nos calculs des sections efficaces différentielles, nous avons considéré:

La diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à l'énergie $E=2.1(\text{GeV}/n)$

La diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à l'énergie $E=0.87(\text{GeV}/n)$

Et cela en utilisant la relation suivante :

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = |F(q)|^2 \quad (5.-8)$$

Pour le calcul de l'amplitude $F(q)$ de diffusion noyau-noyau nous avons appliqué les différentes approximations du noyau "dur" qui sont considérées dans la fonction de profil $\mathfrak{S}(\vec{b})$. C'est ainsi que : Pour l'approximation des deux noyaux "durs", $\mathfrak{S}(\vec{b})$ prend la forme de l'équation (4.30) :

$$\mathfrak{S}_0(\vec{b}) = 1 - \left[1 - \langle \varphi_0^{(1)} \varphi_0^{(2)} | \Gamma | \varphi_0^{(1)} \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_1 A_2} \quad (5.9)$$

Pour l'approximation du noyau cible "dur", $\mathfrak{S}(\vec{b})$ s'écrit, d'après l'équation (4.31), comme :

$$\mathfrak{S}_1(\vec{b}) = 1 - \left[\langle \varphi_0^{(1)} | \left(1 - \langle \varphi_0^{(2)} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right)^{A_2} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right]^{A_1} \quad (5.10)$$

Pour l'approximation du noyau incident "dur", nous avons $\mathfrak{S}(\vec{b})$ donnée par l'équation (4.32) :

$$\mathfrak{S}_2(\vec{b}) = 1 - \left[\langle \varphi_0^{(2)} | \left(1 - \langle \varphi_0^{(1)} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right)^{A_1} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_2} \quad (5.11)$$

Pour l'approximation symétrique en amplitude, nous écrivons $\mathfrak{S}(\vec{b})$ comme :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{AS}(\vec{b}) = & 1 - \left[\langle \varphi_0^{(1)} | \left(1 - \langle \varphi_0^{(2)} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right)^{A_2} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right]^{A_1} - \left[\langle \varphi_0^{(2)} | \left(1 - \langle \varphi_0^{(1)} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right)^{A_1} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_2} \\ & + \left[1 - \langle \varphi_0^{(1)} \varphi_0^{(2)} | \Gamma | \varphi_0^{(1)} \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_1 A_2} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Et pour l'approximation symétrique en phase, la fonction de profil $\mathfrak{S}(\vec{b})$ s'écrit comme :

$$\mathfrak{S}(\vec{b}) = 1 - \frac{\left[\langle \varphi_0^{(1)} | \left(1 - \langle \varphi_0^{(2)} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right)^{A_2} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right]^{A_1} \times \left[\langle \varphi_0^{(2)} | \left(1 - \langle \varphi_0^{(1)} | \varphi_0^{(1)} \rangle \right)^{A_1} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_2}}{\left[1 - \langle \varphi_0^{(1)} | \varphi_0^{(2)} \rangle \Gamma | \varphi_0^{(1)} | \varphi_0^{(2)} \rangle \right]^{A_1 A_2}} \quad (5.13)$$

V.5 Résultats et discussion :

Notre choix pour la densité nucléaire des noyaux comme nous l’avons cité en début de ce chapitre a porté sur :

- Une densité gaussienne pour décrire le noyau incident et une densité de Fermi pour décrire le noyau cible.

Afin de montrer l'importance de la contribution des (EVCR) dans les deux noyaux et donc de mettre en évidence la meilleure approximation, nous avons tracé sur un même graphe, pour une diffusion donnée les courbes des sections efficaces différentielles en fonction des impulsions de transfert au carré ou des angles de diffusion, dans le cadre de l'approximation symétrique en phase (— . —), symétrique en amplitude(■■■) , des deux noyaux "durs"(●●●) , noyau cible "dur" (- - - - -) et noyau incident "dur" (←——). Pour certaines énergies, nous avons reporté sur ces figures les données expérimentales ou les résultats théoriques exacts (●●●●●●●●) lorsqu'ils existent.

V.5.1 Section efficaces différentielles :

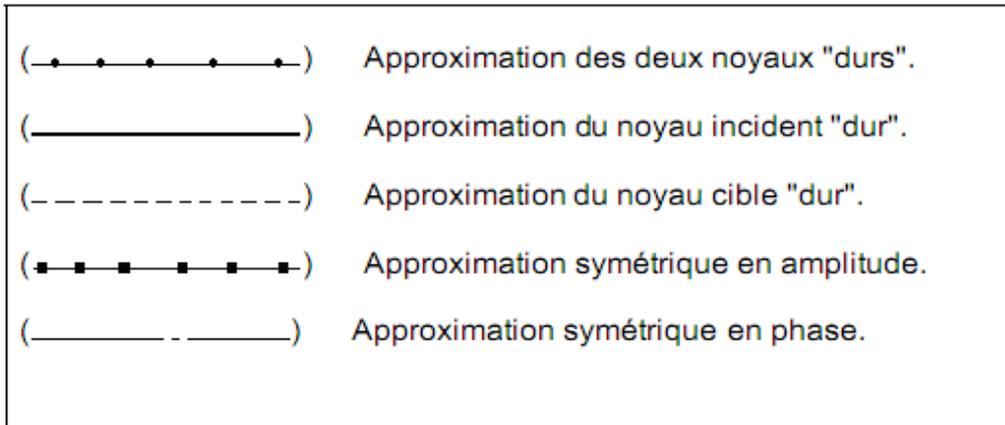
a) Diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à l'énergie $E=2.1$ (GeV/n):

Nous avons tracé sur la figure (V.1) les sections efficaces différentielles en (GeV/c)² en fonction des impulsions de transfert au carré, $q^2=0.09$ en (GeV/c)² à l'aide des différentes approximations du noyau "dur" avec une densité gaussienne pour décrire le noyau incident et une densité de Fermi pour décrire le noyau cible (Gauss-Fermi) (**FigureV.1**).

La comparaison de ces différentes courbes montre qu'il n'y a aucune différence dans les résultats jusqu'au premier minimum diffractif, autour de $q^2=0.45$ (GeV/c)² dans le cas de la densité Gauss-Fermi (**Figure V.1**).

L'analyse de cette figure montre clairement que les valeurs des sections efficaces différentielles ont tendance à baisser avec le compte des excitations virtuelles. En effet, nous constatons que la courbe associée à l'approximation des deux noyaux "durs" où l'on néglige l'apport des (EVCR) est la plus haute et celle relative à l'approximation symétrique en phase, où la contribution des (EVCR) est la plus importante, est la plus basse.

Les courbes des différentes figures –sauf indication contraire- correspondent à :



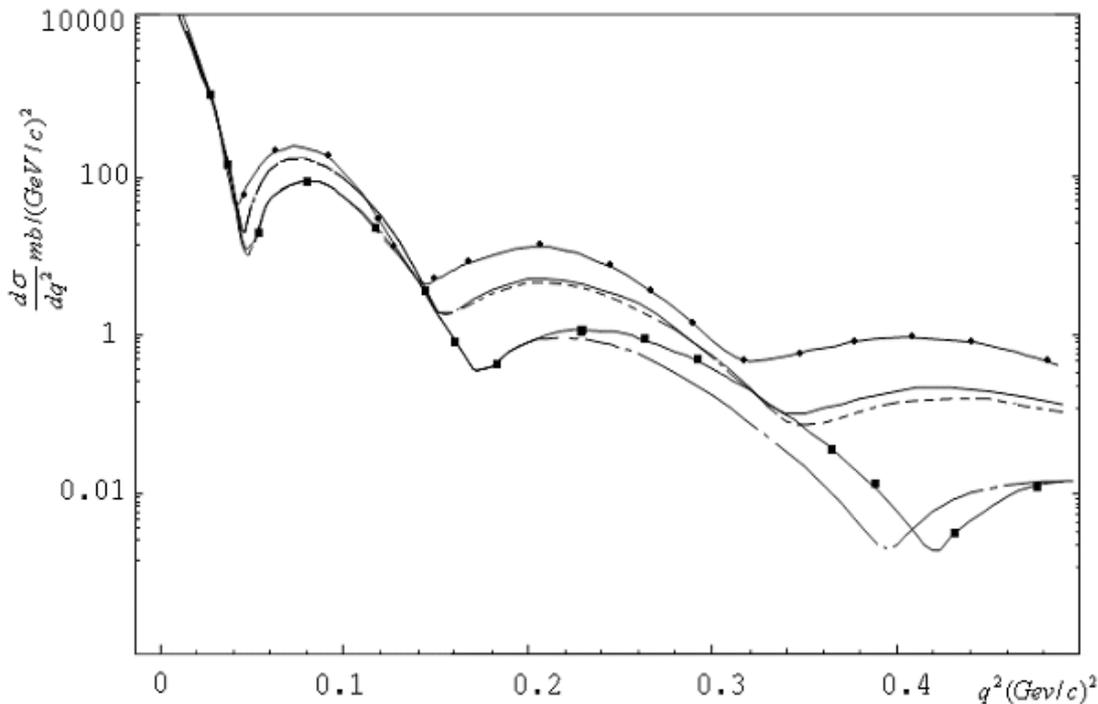


Figure V.1 : Sections efficaces différentielles de la diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à

L'énergie $E=2.1$ (GeV/n), densités Gauss-Fermi.

b) Diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à l'énergie $E=0.87$ (GeV/n)

Il apparaît sur la **figure V.2** les résultats des sections efficaces différentielles en fonction des impulsions de transfert au carré obtenu dans le cadre des différentes approximations du noyau "dur". Les excitations virtuelles des noyaux devient prépondérante et ceci nécessite d'introduire le compte des (EVCR) pour améliorer les résultats des sections efficaces différentielle, c'est ainsi que :

L'approximation du noyau cible "dur" (respectivement du noyau incident "dur") fait baisser les valeurs des sections efficaces différentielles: cette amélioration s'explique par la prise en compte des (EVCR) ayant lieu dans le noyau incident (respectivement dans le noyau cible).

La courbe de l'approximation symétrique en amplitude qui tient compte de toutes les (EVCR) non simultanées dans les deux noyaux en collision diffère fortement des courbes correspondantes, calculées dans le cadre de l'approximation des deux noyaux "durs", du noyau cible "dur" et du noyau incident "dur". Cette différence devient particulièrement

importante dans le domaine des grandes impulsions de transfert, lorsque les collisions multiples prédominent dans l'amplitude de diffusion noyau-noyau.

La courbe donnant les sections efficaces différentielles de l'approximation symétrique en phase sont encore plus basses puisqu'elle tient compte de toutes les (EVCR) non simultanées ainsi que d'une partie des (EVCR) simultanées apparaissant dans les deux noyaux en collision.

Nous constatons là encore que le compte des excitations virtuelles de collisions répétées simultanées et non simultanées est indispensable pour avoir un bon résultat.

Il apparaît aussi pour cette diffusion que le choix d'une densité de fermi réduit la différence entre les courbes des différentes approximations.

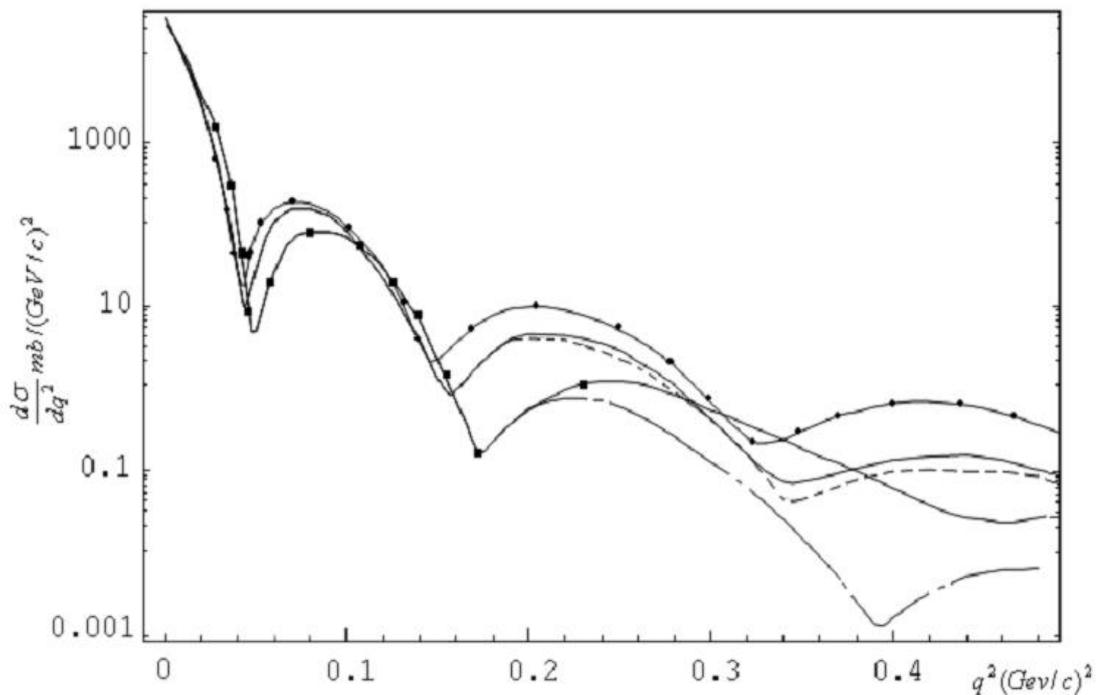


Figure V.2 : Sections efficaces différentielles de la diffusion élastique $\alpha - {}^{12}\text{C}$ à

L'énergie $E=0.87$ (GeV/n), densités Gauss-Fermi.

Conclusion générale

Conclusion générale

Nous avons, dans ce travail, à partir de l'amplitude de diffusion élastique noyau-noyau obtenue dans le cadre des différentes approximations du noyau "dur" déduites du modèle de Glauber, calculé des sections efficaces différentielles et totales pour plusieurs cas de diffusions de noyaux à différentes énergies.

Nous avons aussi utilisé pour nos calculs une densité de Fermi pour décrire l'état fondamental des deux noyaux.

Ces approximations liées aux excitations virtuelles déduites du modèle de Glauber, reposent principalement sur l'analyse et la contribution des excitations virtuelles qui apparaissent dans les deux noyaux de leur collision. C'est ainsi que pour l'approximation du noyau cible "dur", c'est les EVCR du noyau incident qui sont prises en compte. Dans le cas de l'approximation des deux noyaux "durs", toutes les excitations virtuelles sont négligées. Dans l'approximation symétrique en amplitude, nous considérons toutes les EVCR non simultanées et dans l'approximation symétrique en phase, nous tenons compte de toutes les EVCR non simultanées ainsi que d'une partie des EVCR simultanées.

Nous avons présenté nos résultats sur deux figures pour chaque diffusion à une énergie donnée, les courbes des sections efficaces différentielles en fonction des impulsions de transfert au carré. Chaque figure contient nos différents résultats obtenus toujours pour les différentes approximations du noyau "dur" mais en utilisant une densité gaussienne pour décrire le noyau incident et une densité de Fermi pour décrire le noyau cible. Nous avons aussi reporté sur nos figures les données expérimentales ou les résultats théoriques exacts, nous mettre ce travail Pour montrer l'importance de la contribution des excitations virtuelles dans les deux noyaux et de mettre en évidence la meilleure approximation.

L'analyse détaillée de nos résultats ainsi que leur comparaison entre eux et avec l'expérience nous ont permis montre que :

- l'écart entre nos valeurs de l'approximation symétrique en amplitude et les valeurs expérimentales a tendance à diminuer.

Cette diminution peut être expliquée par le fait que la contribution des excitations virtuelles joue un rôle prépondérant dans l'amélioration des valeurs des sections efficaces.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques :

- [1] : B. HMOUDA ; Étude détaillée du deuxième terme de l'approximation de Born: applications à l'ionisation de l'atome d'Hydrogène et à la double ionisation de l'atome d'Hélium par impact d'électrons et de positrons, Thèse de doctorat, Université de Lorraine – France, 2014.
- [2] : S. ZAOUI ; La méthode de Glauber dans les collisions Noyau-Noyau à hautes énergies, Thèse de Magister, Université Saad DAHLEB de Blida, 2007.
- [3] : A. G. Sitenko; Yad Physics. J 4, 152. 1959.
- [4] : G.Molière ; Z. Für Naturforschung 2A, 133 1947.
- [5] : A.Akhieser et Al; Quelques questions sur la théorie du noyau, Moscou 1950.
- [6] : R.J.Glauber; High Energy Collision Theory, in Lectures in theoretical Physics, Vointerscience Publishers Inc. New York 1959.
- [7] : A.Tekou; Nuclear Physics B 46, 141 1972.
- [8] : S. CHIBOUT ; Le Modèle de Glauber dans la diffusion noyau-noyau, thèse de Master, Université de DJILALI BOUNAAMA KHEMIS MILIANA, 2015.
- [9] : PHY 3813 ; Mécanique Quantique Avancée : Introduction à la Diffusion, Hiver 2004
- [10] : Hébergement web ; Cours 3 : Notions de section efficace, Université de PARIS-SUD-France, 2020.
- [11] : Z. REZKALLAH ; Ionisation de petites molécules par impact d'électrons : Etudes dynamique et de structure, Thèse de doctorat, Université FERHAT ABBAS – SETIF, 2011.
- [12] : Mesure des sections efficaces de diffusion élastique des neutrons sur le carbone et le fluor dans le domaine épithermique sur la plate-forme PEREN, Thèse de doctorat, Université JOSEPH FOURIER- France, 2006.
- [13] : Richard Taillet, Loïc Villain et Pascal Febvre ; Dictionnaire de physique, livre, 3^{ème} édition, Bibliothèque Nationale, Paris, Février 2013(ISBN 978-2-8041-7554-2).
- [14] : H. SCHOBBER ; Diffusion des neutrons par la matière cristalline ou amorphe non magnétique, article scientifique, Université Joseph Fourier, Collection SFN 10 (2010) 159–336.

Références Bibliographiques

- [15] : JURGEN MIFSUD ; Optical Glauber Modeling in High-Energy Nuclear Collisions, CERN Summer Student Programme Report
- [16] : Miller, Michael L. et al ; Glauber Modeling in High-Energy Nuclear Collisions, Annual Review of Nuclear and Particle Science 57.1(2007): 205–243.
- [17] : Christophe FURGET; Analyse microscopique dans l'approximation EIKONALE des collisions élastiques de hadrons a haute énergie, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I- France, 1989.
- [18] : K. Reygers ; Glauber Monte-Carlo Calculations for Au+Au Collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 200$ GeV, article scientifique ,2003.
- [19] : Bernard MARINI ; Mesure et interprétation de la réaction inclusive ad+aX à 3.92 GeV/c, Thèse de doctorat, Université de CAEN-France, 1979.
- [20] : Kaddour SAFI ; Application du principe variationnel de Schwinger à l'excitation des ions hydrogénoïdes Be³⁺ par impact de Protons aux énergies allant de 16 keV à 4 MeV, thèse de Magister, Université Abou - Bekr Belkaïd - Tlemcen, 2012.
- [21] : Jean-Paul AUGER R ; Densités Nucléaires et Réactions à haute énergie, Thèse de doctorat, Université de PARIS-SUD-France, 1971.
- [22] : V Franco, Phys Rev 175 (1968) 1376, W Czyz and L C Maxlmon, Ann of Phys 52 (1969) 59
- [23] : Amouzou TEKOUA ; propos des théories de la collision du deuton aux noyaux a hautes énergies, article scientifique, Nuclear Physics B46 (1972) 141-151 North-Holland Pubhshmg Company, Université du Bénin, Lomé, Togo.
- [24] : Jean FAY ; Diffusion élastique π He et pHe à haute énergie et très faibles transferts, Thèse de doctorat, Université de CLAUDE BERAARD Lyon I -France, 1981.
- [25] : Jean-Paul AUGER ; Etude de la diffusion nucléon-noyau aux énergies intermédiaires, Thèse de doctorat, Université de PARIS-SUD-France, 1977.
- [26] : V.Balashov; Hadron-nucleus and nucleus-nucleus scattering at high energies, Journal de Physique Colloques,1972, 33(C5), pp.C5-127-C5 140.f10.1051/jphyscol:1972510f.fjpa-00215112f.
- [27] : R.J. GLAUBER - Lectures in theoretical Physics, edited by W.E. Brittin (Interscience Publishers, Ine, New-York, 1959) Vol 1 p 315.

Références Bibliographiques

- [28] : W.Czyz, L.C.Maximon; Annals of Physics 52 59 1969.
- [29] : A.Smida; Thèse de Ph.D Université de Moscou 1979.
- [30] : J .Formanek; Nuclear Physics B 82, 441 1969.
- [31] : W.Czyz, L.C.Maximon; Annals of Physics 52 59 1969.
- [32] : L. Dekar; Thèse de magister USTHB 1987.
- [33] : F. Mekideche; Thèse de magister USTHB 1988.
- [34] : V.Franco, G.K. Varma; Physics Review C18, 349 1978.
- [35] : G.K.Varma; P.h.D. Thesis (unpublished) 1976.
- [36] : V. Franco, G.K.Varma; Physics Review C15, 1375 1977.
- [37] : Eisenberg, Greiner; Nuclear Theory 2 169-172 1970.
- [38] : D.V.Bugg et Al; Physics Review 146 980 1966.
- [39] : T.J.Devlin et Al; Physics Review D8, 136 1973.
- [40] : Z.A.Khan, I.Ahmad; Journal Physics G Nuclear Physics 10 135 1984.
- [41] : Yang Guo li, Shui yin lo; Australian Journal Physics 37 255 1984.