

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique

Université Djilali Bounaâma-Khemis Miliana
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département Mathématiques et Informatique



Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de
Master en Informatique
Spécialité : Génie Logiciel et Systèmes Distribués

Réalisé par :

Chetouane Hadjira
Ghalmi Hadia

Thème

Sur Les Méthodes Multicritère Daide à La Décision

Soutenu publiquement le : juillet 2019

Devant le jury composé de :

Président du jury : Mr. M. HOUAS.
Université Khemis Miliana.
Encadrant : Mr M.BOUKEDROUN .
Université Khemis Miliana.
Examineur : Mr. B.Sadaoui.
Université Khemis Miliana.
Examineur : Mme. L.Slimane.
Université Khemis Miliana.

Année Universitaire :2018-2019

Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail qui est le fruit de mes efforts à ceux que j'aime le plus au monde mes très chers parents pour leurs sacrifices et leurs et leurs encouragements toute ma vie, je ne saurais jamais comment les exprimer mes sentiments pour avoir veillé sur mon éducation, jamais je ne peux les remercier assez de m'avoir donné le meilleur,
A mes chères : Khalifa, Abd alkarim, Abbessse et Khalil.*

*A mes chères soeurs : Aicha, Saliha, Nabila,
Yasmina, Fatima et Imane
A ma chère fiancé : Lahcen.*

*A tous mes très cher Abdo, Wahiba, Lahcen ,Brahim
,Sido..*

*A ma grand-mère et grand-père.
A tous ma famille ; Chetouane et charifi et à tous ce
qui me connaissent je vous aime.*

*A tous mais amis ; Houria, Nassrin, Wahiba, Amira
et Radia à tous les étudiants de la promotion 2018
/2019 de Génie Logiciel et Systèmes Distribués.*

Hadjira.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail qui est le fruit de mes efforts à ceux que j'aime le plus au monde mes très chers parents pour leurs sacrifices et leurs et leurs encouragements toute ma vie, je ne saurais jamais comment les exprimer mes sentiments pour avoir veillé sur mon éducation, jamais je ne peux les remercier assez de m'avoir donné le meilleur,

A mes chères : Oussama et Mohamed.

A ma seours : Souhila, Nadjate, Samira, CHayema

A ma grand-mère et grand-père.

A tous ma famille ; GHalmi et kalleche et à tous ce qui me connaissent je vous aime.

A tous mais amis ; Hadjira, khayera, Wahiba, Amira et Radia à tous les étudiants de la promotion 2018 /2019 de Génie Logiciel et Systèmes Distribués.

Hadia.

Remerciements

*Nous remercions notre encadreur Mr.
BOUKEDROUN MOHAMED qui nous a proposé le
présent sujet et nous a guider dans notre travail.
Nous tenons le remercie aussi pour sa disponibilité
et ses conseils durant la durée de notre projet.
L'endroit des membres du jury qui sont :... ; ... ;
d'avoir bien voulu examiner notre travail, Tous nos
professeurs et tout le personnel de l'administration,
les uns pour leur encadrement, les autres pour leur
disponibilité à répondre à nos attentes.
A tout enseignant et à tout personne ayant participé
de près ou de loin à la réalisation de ce travail.
Merci !.*

Table des matières

Notions de base sur l'optimisation et l'aide a la décision	9
1 Notions de base sur l'optimisation et l'aide a la décision	9
1 Problème d'optimisation :	10
2 l'aide multicritere a la décision :	12
3 Actions :	14
4 Relations binaires et ordre partiel :	15
5 Définitions :	15
Problème d'optimisation multiobjectif	19
2 Problème d'optimisation multiobjectif	19
1 Problème d'optimisation :	20
1.1 Introduction :	20
1.2 Définition :	20
1.3 Caractéristiques	22
1.4 Problème d'optimisation mono-objectifs :	22
1.5 Problème d'optimisation multiobjectif :	23
2 De mono critère vers le multicritère :	25
2.1 Le multicritère, Pourquoi?:	25
2.2 Nature des problèmes multicritères :	26
2.3 Paradigme multicritère :	27
2.4 Paradigme mono critère	28
2.5 Critiques du paradigme monocritère	29
3 Analyse multicritère :	29
3.1 Différentes approches multicritères :	29
3.2 Famille de critères :	30
4 L'aide multicritère à la décision :	32
4.1 Définition :	32
4.2 Définition d'une décision	32
4.3 Actions et alternatives :	33

4.4	Problème multicritère :	33
4.5	Processus de décision :	34
4.6	Démarche de modélisation :	35
4.7	Approches d'aide à la décision :	36
4.8	Étapes d'une méthodologie d'aide à la décision :	38
4.9	Construction du modèle d'évaluation :	39
4.10	Construction de la recommandation finale	40
5	Les étapes du processus de prise de décision :	41
6	Préférence et Indifférence :	43
6.1	Préférence :	43
6.2	Indifférence :	44
Méthodes de résolution des problèmes multicritères		45
3	Méthodes de résolution des problèmes multicritères	46
1	choix d'une méthode d'aide multicritère à la décision :	47
1.1	Quoi?	47
1.2	Qui?	47
1.3	Quand?	48
2	Typologie des méthodes d'aide multicritère à la décision :	48
2.1	Agrégation complète :	48
2.2	Agrégation partielle :	49
2.3	Agrégation locale itérative :	50
3	Problématiques multicritères :	51
3.1	Problématique du choix($P.\alpha$) :	51
3.2	Problématique du tri($P.\beta$) :	52
3.3	Problématique du rangement($P.\gamma$) :	53
3.4	Problématique de la description($P.\delta$) :	54
4	Principales méthodes multicritères :	55
4.1	Méthodes de sur-classement :	55
4.2	Les méthode basées sur la théorie d'utilité :	66
4.3	Méthodes de l'approche du critère unique de synthèse :	72
4.4	Goal programming :	79
5	Avantages et inconvénients des méthodes d'aide à la décision multicritère :	81
Méthode PROMETHEE		81
4	Méthode PROMETHEE	83
1	Méthodologie :	84
2	Etaps de classement de méthode PROMETHEE :	85

3	Procédure de la méthode PROMETHEE :	87
3.1	Différents types des critères :	87
3.2	Flux de surclassement :	88
4	Choix des fonctions de préférence :	90
5	Avantages et inconvénients de la méthode Prométhée :	95
5.1	Les Avantages :	95
5.2	Les inconvénients :	95
Application(implémentation et validation)		97
5	Application(implémentation et validation)	97
1	Description python :	98
1.1	Définition :	98
1.2	Caractéristiques du langage python :	98
1.3	Évaluation du langage python :	99
2	Visual PROMETHEE :	99
2.1	Plan de visualisation GAIA :	99
3	Application de la méthode PROMETHEE :	100
3.1	Présentation du problème :	100
3.2	Analyse des résultats avec Visual PROMETHEE Demo	102
3.3	analyse des résultats avec python :	106
4	Discussion :	108
5	Conclusion :	108

Liste des tableaux

3.1	poids des critères pour chaque projets	57
3.2	Tableau de performance	57
3.3	Matrice de concordance	58
3.4	Matrice de discordance	58
3.5	Indice de concordance Electre Iv	63
3.6	Surclassements Electre Iv	64
3.7	Application sur la méthode de somme pondérée	66
3.8	Détermination d'utilités de chacun site	68
3.9	Détermination de l'importance relative des éléments	69
3.10	Matrice de Qualité	70
3.11	Matrice de Fiabilité	70
3.12	Matrice de Fiabilité	71
3.13	Évaluation des cohérences des jugements	71
3.14	poids des critères	73
3.15	Les offres de la direction	74
3.16	Tableau de Détermination des valeurs des actions	76
3.17	Principaux avantages et inconvénients des méthodes daide à la décision multi-attribut	82
4.1	L'évaluation des critères et des actions	85
4.2	Comparaison entre les deux actions	85
4.3	Différent type de relation utilise	86
4.4	Définitions de l'indifférence, de la préférence faible, de la pré- férence stricte et de l'incomparabilité	88
4.5	Choix des fonctions de préférence	91
5.1	poids des critères	101
5.2	Seuil de préférence ,seuil de indifférence	101
5.3	comparaison des valeurs de flux net	108

Table des figures

2.1	figure représente le problème d'optimisation	21
2.2	Illustration des différents points utiliser.	24
2.3	Procédure d'aide à la décision multicritère	26
2.4	Différentes problématique en A.D.	31
2.5	Processus de décision (DARBELET M. et al 1996)	35
2.6	Les étapes de la prise de décision	43
3.1	problématique de choix	52
3.2	problématique de tri	53
3.3	problématique du rangement	54
3.4	Graphe de surclassement élémentaire	56
3.5	Graphe de sur-classement	59
3.6	Graphe de sur-classement final	59
3.7	Indice de concordance flou	61
3.8	Indice de discordance flou	62
3.9	Décomposition du problème en une hiérarchie d'éléments inter reliés	69
3.10	Détermination de la performance relative des actions	72
4.1	Flux de surclassement sortant	89
4.2	Flux de surclassement entrant	89
4.3	Critère usuel	92
4.4	Quasi-Critère Forme en U	92
4.5	Critère Forme en V	93
4.6	Critère Linéaire	93
4.7	Critère APaliers	94
4.8	Critère gaussien	94
5.1	l'interface de Visual PROMETHEE Demo	102
5.2	Flux de préférences globales	102
5.3	PROMETHEE I classement (chiffre les actions par PROME- THEE visuel)	104

5.4	PROMETHEE II classement (chiffre les actions par PROMETHEE visuel)	105
5.5	Le plan GAIA	106
5.6	Résultat final des flux net sur python	107
5.7	Classement final tracé avec matplotlib	107

Introduction générale

Depuis très longtemps, l'homme cherche à prendre appui sur l'abstraction, le raisonnement hypothético-déductif pour guider et justifier ses actes. Peu après la seconde guerre mondiale, on a vu apparaître et se multiplier des organismes d'études dont la fonction était d'analyser et de préparer des décisions de toutes sortes. Les entreprises, les administrations se sont ensuite dotées progressivement de cellules, de services ayant une mission d'aide à la décision, souvent appelés services de Recherche Opérationnelle, et rassemblant des spécialistes venus de diverses disciplines.

La problématique décisionnelle joue un rôle très important dans la vie de l'être humaine, cette problématique occupe aujourd'hui une place importante dans tous les domaines de vie en intelligence artificielle et plus généralement en informatique si l'on en juge par la multiplicité des systèmes destinés à assister une décision humaine, que ce soit une décision de gestion importante, un choix stratégique de l'entreprise, l'achat d'un bien de consommation par un particulier, par exemple l'achat de voiture d'une puce téléphonique etc. , la recommandation d'un séjour de vacances ou d'un produit culturel (spectacle, livre, disque) mais aussi par la mise en place de nombreux systèmes autonomes capables de prendre en charge des problèmes de décision répétitifs (pilotage de processus de fabrication, réglage automatique d'un appareil électronique en fonction de préférences d'un utilisateur, planification des actions d'un agent mobile autonome). L'approche scientifique d'un processus de décision passe par une structuration préalable du problème, par la construction d'un modèle formel des solutions potentielles, des préférences et des objectifs du décideur ou de l'expert, enfin par l'élaboration de procédures de choix fondées sur le modèle de préférences préalablement construit.

nombreuses sont les situations dont la complexité invite à rechercher une aide à la décision allant au-delà de l'utilisation du "bon sens", de l'expérience ou de la mise en œuvre de techniques de calcul élémentaire à titre d'exemple des problèmes de production, des problèmes de marketing, des problèmes de gestion financière, des problèmes de recherche-développement, d'autres problèmes complexes : dépouillement d'un appel d'offres, localisation d'une nouvelle installation. Ainsi des problèmes très stratégiques et à titre d'exemple abandonner une activité ou racheter une société, mettre ou non en chantier un engin spatial réutilisable, définir une stratégie diplomatique et militaire dans une situation de crise.

Les évaluations (de performances, d'impacts...) des actions selon chacun des attributs ou critères peuvent s'effectuer en ayant recours à divers moyens (des formules analytiques, des instruments de mesure, des jugements...), être plus ou moins subjectives et être entachées d'imperfections plus ou moins

importantes (Roy, 1989).

Généralement ces techniques ne permettent pas de répondre totalement au problème de décision et nécessitent l'usage d'une méthode multicritère pour dégager les préférences globales du décideur. L'analyse selon le processus hiérarchique (AHP) de Saaty (1980), les actions occupent le dernier niveau de la hiérarchie, mais elles sont traitées exactement comme les éléments des autres niveaux à l'aide de comparaisons par paire.

Le but de ce mémoire est de donner un état de l'art sur les problèmes de décision multicritère (notions de bases, définitions, méthodes de résolution de ce type de problème ainsi que des exemples). Ainsi qu'une présentation générale sur les méthodes de résolution des problèmes multi-critère avec des exemples.

Ce travail est organisé en cinq chapitres principaux. Le premier chapitre consiste à donner et présenter des notions de bases sur le thème de recherche, le second présente un état de l'art sur les méthodes de résolution des problèmes mono et multicritère, le troisième chapitre déroule sur les méthodes d'aide multicritère à la décision, le quatrième chapitre est focalisé sur une présentation précise sur les méthodes PROMETHEE, un chapitre sur des exemples d'application, implémentation et validation de quelques résultats, en fin ce mémoire se termine par une conclusion générale et quelques conclusions.

Chapitre 1

Notions de base sur l'optimisation et l'aide a la décision

1 Problème d'optimisation :

dans ce partie nous présentons les concepts fondamentaux de l'optimisation multiobjectif.

L'espace d'état :

Définition 1.1

L'espace d'état est défini par l'ensemble de domaines de définition des variables du problème.

fonction objective :

Définition 1.2

fonction objective représente le but à atteindre pour le décideur (minimisation de coût, de durée, d'erreur, ...). Elle définit un espace de solutions potentielles au problème.

L'ensemble des contraintes :

Définition 1.3

fonction objective définit des conditions sur l'espace d'état que les variables doivent satisfaire. Ces contraintes sont souvent des contraintes d'inégalité ou d'égalité et permettent en général de limiter l'espace de recherche.[1]

Dominance :

Définition 1.4

On dit que $\nu(x_1)$ domine $\nu(x_2)$ si et seulement si pour tout $k = 1, \dots, r$, $\nu^k(x_1) \leq \nu^k(x_2)$ avec au moins une inégalité stricte. Si $\nu(x_1)$ domine $\nu(x_2)$, alors $\nu(x_1)$ est au moins aussi bon que $\nu(x_2)$ sur tous les critères, et meilleur que lui sur au moins un critère.

Dominance stricte :

Définition 1.5

On dit que $\nu(x_1)$ domine strictement $\nu(x_2)$ si et seulement si pour tout $k = 1, \dots, r$, $\nu^k(x_1) < \nu^k(x_2)$. Si $\nu(x_1)$ domine strictement $\nu(x_2)$, alors $\nu(x_1)$ est meilleur que $\nu(x_2)$ sur tous les critères.

solution efficace :

Définition 1.6

Une solution $x^* \in D$ est une solution efficace si et seulement si il n'existe pas de $x \in D$ tel que $\nu^k(x) \leq \nu^k(x^*)$, $k = 1, \dots, r$, avec au moins une inégalité stricte.

Efficacité faible :

Définition 1.7

Une solution $x^* \in D$ est une solution faiblement efficace s'il n'existe pas de $x \in D$ tel que $\nu^k(x) < \nu^k(x^*)$, $k = 1, \dots, r$. [2]

solution réalisable :

Définition 1.8

Une solution réalisable x est dite de base si $(m \times n)$ de ses composantes sont nulles et les autres $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm}$, correspondent au m vecteurs $a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jm}$, de la matrice qui sont linéairement indépendants. [2]

Front Pareto :

Définition 1.9

Soit F l'image dans l'espace des objectifs de l'ensemble réalisable X . Le front Pareto $ND(F)$ de F est défini comme suit :

$$ND(F) = \{y \in F \mid \nexists z \in F, z < y\}$$

Le front Pareto est aussi appelé l'ensemble des solutions efficaces ou la surface de compromis.

Fonction convexe :

Définition 1.10

soit $f : K \rightarrow \mathfrak{R}, K \subseteq \mathfrak{R}^n$, K ensemble convexe et non vide, on dit que f est convexe ssi :

$$\forall (x, y) \in K, \forall \lambda \in [0, 1] f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

Fonction concave :

Définition 1.11

soit $f : K \rightarrow \mathfrak{R}$, K ensemble convexe non vide de \mathfrak{R}^n on dit que f concave ssi :

$$\forall (x, y) \in K, \forall \lambda \in [0, 1] f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

[3]

2 l'aide multicritere a la décision :

L'aide à la décision :

Définition 2.1

L'aide à la décision est l'activité de celui qui, prenant appui sur des modèles clairement explicités mais non nécessairement clairement formalisés, aide à obtenir des éléments de réponse aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourants à éclairer la décision et normalement à prescrire, ou simplement à favoriser, un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution d'un processus d'une part, les objectifs et le système de valeurs au service desquels cet intervenant se trouve placé d'autre part.

Décideur :

Définition 2.2

Le décideur est l'entité intervenant dans le processus de décision que les modèles mis en œuvre cherchent à éclairer, c'est l'entité pour le nom de qui, ou au compte de qui, l'aide à la décision s'exerce.

L'homme d'étude :

Définition 2.3

L'homme d'étude est celui qui prend en charge l'aide à la décision. Mettant en œuvre des modèles dans le cadre d'un processus de décision, il contribue à l'orienter et à la transformer.[4]

Acteurs de l'aide à la décision :

Définition 2.4

Un individu ou un groupe d'individus est acteur d'un processus de décision si, par son système de valeurs, que ce soit au premier degré du fait des intentions de cet individu ou groupe d'individus ou au second degré par la manière dont il fait intervenir ceux d'autres individus, il influence directement ou indirectement la décision.[5]

Relation de surclassement :

Définition 2.5

La relation S entre deux actions a et b , notée $a S b$, est prononcée si a surclasse b et vérifiée si et seulement si a est au moins aussi bonne que b et qu'il n'y a pas de raisons refusant cette assertion. La relation S est réflexive mais non nécessairement transitive [ROY 85]. La relation de surclassement S signifie l'existence de raisons claires et positives (critères) justifiant soit une préférence faible ou stricte en faveur de l'une des deux actions, soit une indifférence entre les deux. Cependant, aucune séparation significative n'est établie entre ces trois situations [ROY 85] ce qui nous amène à dire que la relation de surclassement permet en réalité d'exprimer les hésitations du décideur. [6]

Critère :

Définition 2.6

Un critère est une fonction g , A définie sur A , qui prend ses valeurs dans un ensemble totalement ordonné, et qui représente les préférences du décideur selon un point de vue.[7]

Indépendance :

Définition 2.7

Il ne doit pas y avoir de redondance entre les critères. Leur nombre doit être tel que la suppression d'un des critères ne permet plus de satisfaire les deux conditions précédentes.[5]

3 Actions :

L'ensemble des actions :

Définition 3.1

L'ensemble des actions, noté A , est l'ensemble des objets, décisions, candidats, que l'on va explorer dans le processus de décision.[7]

Action potentielle :

Définition 3.2

Une action potentielle est une action réelle ou fictive provisoirement jugée réaliste par un acteur au moins, ou présumée telle par l'homme d'étude, en vue de l'aide à la décision ; l'ensemble des actions potentielles sur lequel l'aide à la décision prend appui au cours d'une phase d'étude est noté A . [4]

Action efficace :

Définition 3.3

Une action a est efficace s si aucune autre action de A ne la domine.[7]

4 Relations binaires et ordre partiel :

Définition 4.1

S est une relation binaire sur un ensemble X , et X est un ensemble de paires ordonnées $(x; y)$, avec $x; y \in X$. nous utilisons indifféremment les notations $(x; y) \in S$ ou xSy .

Définition 4.2

Relation réflexive : si $(x; x) \in S$ pour tout $x \in X$.

Relation irreflexive : si $(x; x) \notin S$ pour tout $x \in X$;

Relation symétrique : si $(x; y) \in S$ implique que $(y; x) \in S$ pour tout $x; y \in X$.

Relation asymétrique : si $(x; y) \in S$ implique que $(y; x) \notin S$ pour tout $x, y \in X$;

Relation antisymétrique : si $(x; y) \in S$ et $(y; x) \in S$ implique que $x = y$ pour tout $x; y \in X$;

Relation transitive : si $(x; y) \in S$ et $(y; z) \in S$ implique $(x; z) \in S$ pour tout $x; y; z \in X$;

Définition 4.3

Un ordre partiel est une relation binaire asymétrique et transitive.[8]

5 Définitions :

Illustration :

Définition

Soit a, b et c trois actions . On doit pouvoir dire que si a est préférée à b et b est préférée à c , alors a sera préférée à c . Plus formellement, on peut écrire aPb et $bPc \Rightarrow aPc$ ou P représente la préférence. De même, si l'on est

indifférent entre a et b et entre b et c , on doit pouvoir dire que l'on sera indifférent entre a et c : $aIb \text{ et } bIc \Rightarrow aIc$ ou I représente l'indifférence.

Préférence :

Définition

préférence est un relation permet de traduire une situation dans laquelle il existe des raisons claires et suffsantes pour mettre en évidence une préférence entre deux actions a et b. On notera $a \succ b$ (ou aPb) une situation dans laquelle a est préférée à b. De part la sém antique associée à cette relation, il est naturel de considérer cette relation comme étant irreflexive et asymétrique.

Indifférence :

Définition

indifference est un relation traduit une situation dans laquelle il n'existe pas de raisons suffsamment fortes pour conrmer une préférence dans un sens ou dans l'autre. On notera $a \sim b$ (ou aIb) une situation d'indifférence entre a et b. Cette relation est généralement considérée comme étant réflexive et symétrique.[4]

Indice de concordance :

Définition

indice de concordance est désigné par le terme $c_j(v_i; v_k)$ et qui qualifie le degré de crédibilité de la relation " v_i surclasse v_k "

Indice de discordance :

Définition

indice de discordance est désigné par le terme $d_j(v_i; v_k)$ et qui indique pour les critères ou $v_i P v_k$ n'est pas vérifié, si le non respect de l'hypothèse de surclassement $v_i S v_k$ n'est pas trop important.

Indice de concordance globale :

Définition

indice de concordance globale déterminé à partir des indices de concordance $c_j(v_i, v_k)$ de chaque critère. Il est désigné par le terme C_{ik} et il qualifie le degré de crédibilité de la relation de surclassement $v_i S v_k$.

Indice de discordance globale :

Définition

indice de discordance globale désigné par le terme D_{ik} . Il est déterminé d'après les indices de discordance $d_j(v_j, v_k)$ et il qualifie le non respect de l'hypothèse de surclassement $v_i S v_k$.

Poids :

Définition

Un poids P_j qualifie l'importance relative d'un critère c_j donné vis à vis des autres critères. Il s'agit d'un paramètre intercritère.[5]

Seuil d'indifférence q :

Définition

le seuil d'indifférence q , est la valeur en dessous de laquelle le décideur est indifférent aux choix de deux options.

Seuil de préférence p :

Définition

le seuil de préférence p , est la valeur en dessous de laquelle le décideur montre une préférence stricte pour une option plutôt que l'autre.

Seuil de veto v :

Définition

est un seuil tel que si la difference de notes soit en valeur absolue supérieure a ce seuil, le décideur exclut l'action qui se comporte mal sue ce critère[9]

critères flous :

Définition

critères flous consistent a une transition progressive entre l'indifférence et la préférence.

graphe de surclassement :

Définition

graphe de surclassement est un graphe qui représentant les relations de surclassements forts $v_i S_F v_k$ et faibles $v_i S_{F'} v_k$ entre les variantes est établi.[5]

Point idéal :

Définition

Le point idéal est, dans \mathfrak{R}^p , le point de coordonnées (Z_1^*, \dots, Z_p^*) , avec

$$Z_k^* = \max_{x \in X} Z_k(x), K = 1, \dots, P$$

On notera par X_k^* l'ensemble des points x_k^* qui maximisent $Z_k(\cdot)$.

Point nadir

Définition

Le point nadir est, dans \mathfrak{R}^p le point de coordonnées $(Z_1^{nad}, \dots, Z_p^{nad})$, avec

$$Z_k^{nad} = \min_{j \in I} Z_k(x_j^*), K = 1, \dots, P$$

[8]

Chapitre 2

Problème d'optimisation multiobjectif

1 Problème d'optimisation :

1.1 Introduction :

De nombreux secteurs de l'industrie sont concernés par les problèmes d'optimisations combinatoire. En effet, que l'on s'intéresse à d'optimisation d'un système de production, au traitement d'images, à la conception de systèmes, au design de réseaux de télécommunication ou à la bio-informatique nous pouvons être confrontés à des problèmes d'optimisation combinatoire. Plusieurs problèmes ont été traités dans différents domaines :

- design de systèmes dans les sciences d'ingénieurs (mécanique, aéronautique, chimie, etc.) ailes d'avions [Obayashi, 1998], moteurs d'automobiles [Fujita, 1998] .
- ordonnancement et affectation : ordonnancement en productique [Shaw, 1996], localisation d'usines, planification de trajectoires de robots mobiles [Fujimura, 1996], etc.
- agronomie : programme de production agricole, etc.
- transport : gestion de containers [Todd, 1997], design de réseaux de transport [Friesz, 1993], tracé autoroutier, etc.
- environnement : gestion de la qualité de l'air [Loughlin, 1997], distribution de l'eau [Halhal , 1997], etc.
- télécommunications : design d'antennes [Veldhuizen, 1997], affectation de fréquences [Dahl, 1995], [Weinberg, 2001], radiotéléphonie mobile [Meunier, 2002], etc.

1.2 Définition :

un espace de recherche (de décision) :est un ensemble de solutions ou de configurations constitué des différentes valeurs prises par les variables de décision.et un ou plusieurs fonction(s) dite objectif(s), à optimiser (minimiser ou maximiser) et un ensemble de contraintes à respecter.

Dans la plupart des problèmes, l'espace d'état (décision) est fini ou dénombrable. Les variables du problème peuvent être de nature diverse (réelle, entier, booléenne, etc.) et exprimer des données qualitatives ou quantitatives. La fonction objectif représente le but à atteindre pour le décideur.l'ensemble de contrainte définit des conditions sur l'espace d'état que les variables doivent satisfaire. Ces contraintes sont souvent des contraintes ou d'égalité et permettent en général de limiter l'espace de recherche (solutions réalisables).

La résolution optimale du problème consiste à trouver le point ou un ensemble de points de l'espace de recherche qui satisfait au mieux la fonction objectif. Le résultat est appelé valeur optimale ou optimum néanmoins en

raison de la taille des problèmes réels, la résolution optimale c'est souvent montrée impossible dans un temps raisonnable. Cette impossibilité technique impose la résolution approchée du problème, qui consiste à trouver une solution de bonne qualité (la plus proche possible de l'optimum).

Il est vital pour déterminer si une solution est meilleure qu'une Autre, que le problème introduise un critère de comparaison (une relation d'ordre).

La plupart des problèmes d'optimisations appartiennent à la classe des problèmes NP-difficile classe où il n'existe pas d'algorithme qui fournit la solution optimale en temps polynomial en fonction de la taille du problème et le nombre d'objectif à optimiser. Dans la littérature il existe des problèmes académiques utilisés comme des benchmarks : sac à dos, les fonctions de schaffer, Voyageur de commerce, Flowshop, et des problèmes réels (applications industrielles) :Télécommunications, transport, environnement,...

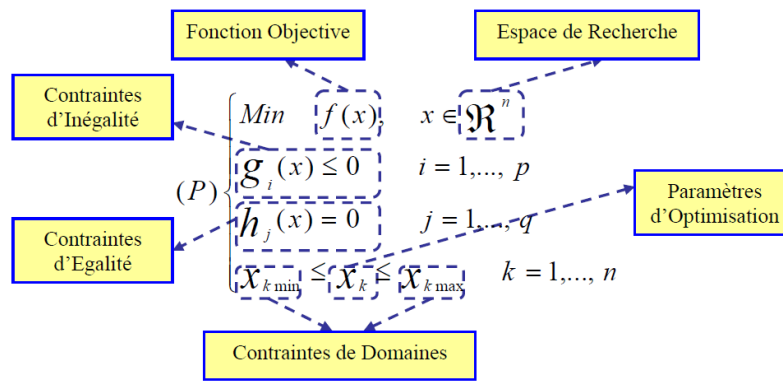


FIGURE 2.1 – représente le problème d'optimisation

Complexité de problème classe NP problème de la classe N est un problème de reconnaissance est dans la classe NP si, pour toute instance de ce problème, on peut vérifier, en un temps polynomial par rapport à la taille de l'instance, qu'une solution proposée ou devinée permet d'affirmer que la présence est \acute{u} oui \acute{z} pour cette instance.[1]

1.3 Caractéristiques

- le domaine des variables de décision elle est Continu et on parle alors de problème continu, soit discret et on parle donc de problème combinatoire
- la nature de la fonction objectif à optimiser : soit linéaire et on parle alors de problème linéaire, soit non linéaire et on parle donc de problème non linéaire
- le nombre de fonctions objectifs à optimiser : soit une fonction scalaire et on parle alors des problème mono-objectif, soit une fonction vectorielle et on parle donc de problème multi objectif
- sa taille : problème de petite ou de grande taille
- l'environnement : problème dynamique (la fonction objectif change dans le temps).

1.4 Problème d'optimisation mono-objectifs :

le problème d'optimisation mono-objectif est un seul objectif (critère) . Dans ce cas la solution optimale est clairement définie, c'est celle qui a le coût optimal (minimal, maximal). De manière formelle, à chaque instance d'un tel problème est associé un ensemble Ω Des solutions potentielles respectant certaines contraintes et une fonction d'objectif $f : \Omega \rightarrow \Psi$ Qui associe à chaque solution admissible $s \in \Omega$ une valeur $f(s)$. Résoudre l'instance (Ω, f) du problème d'optimisation consiste à trouver la solution optimale $s^* \in \Omega$ qui optimise (minimise ou maximise) la valeur de la fonction objectif f . Pour le cas de la minimisation : le but est de trouver $s^* \in \Omega$ tel que $f(s^*) \leq f(s)$ pour tout élément $s \in \Omega$. Un problème de maximisation peut être défini de manière similaire.

1.4.1 Variables de décision :

Les variables de décision sont des quantités numériques pour les quelles des valeurs sont à Choisir. Cet ensemble de n variables est appelé vecteur de décision $(x_1, x_2, , x_n)$. Les différentes valeurs possibles prises par les variables de décision x_i constituent l'ensemble des solutions potentielles.

1.4.2 Espace décisionnel et espace objectif :

Deux espaces Euclidiens sont considérés en optimisation :

- L'espace décisionnel, de dimension n , n étant le nombre de variables de décision. Cet espace est constitué par l'ensemble des valeurs pouvant être prise par le vecteur de décision.

- L'espace objectif : l'ensemble de définition de la fonction objectif, généralement défini dans \mathfrak{R} . La valeur dans l'espace objectif d'une solution est appelée coût ou fitness.

1.4.3 Contraintes :

Dans la plupart des problèmes d'optimisation, des restrictions sont imposées par les caractéristiques du problème. Ces restrictions doivent être satisfaites afin de considérer une Solution acceptable. Cet ensemble de restrictions, appelées contraintes, décrit les dépendances Entre les variables de décision et les paramètres du problème. On formule usuellement ces Contraintes c_j par un ensemble d'inégalités, ou d'égalités de la forme : $c_j(x_1, x_2, , x_n) > 0$. [10]

1.5 Problème d'optimisation multiobjectif :

Définition :

Un Problème d'optimisation combinatoire multi-objectif (PMO) (multi-objective combinatorial optimization problem) peut être défini par :

$$(PMO) \begin{cases} \text{Optimiser} & F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \\ \text{sous} & x \in \mathcal{D} \end{cases}$$

ou n est le nombre d'objectifs ($n \geq 2$), $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ est le vecteur représentant les variables de décision, D représente l'ensemble des solutions réalisables et chacune des fonctions $f_i(x)$ est à optimiser, c'est-à-dire à minimiser ou à maximiser. Sans perte de généralité nous supposons par la suite que nous considérons des problèmes de minimisation.

Contrairement à l'optimisation mono-objectif, la solution d'un problème multi-objectif n'est pas unique, mais est un ensemble de solutions non dominées, connu comme l'ensemble des solutions Pareto Optimales (PO).

1.5.1 Notions de dominances et d'optimalité :

Une solution réalisable $x^* \in D$ est Pareto optimale (ou efficace, ou encore non dominée) si et seulement si il n'existe pas de solution $x \in D$ telle que x domine x^* .

On dit d'une solution $y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ qu'elle domine une solution $z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$, dans le cas d'une minimisation d'objectifs, ssi $\forall i \in [1..n], f_i(y) \leq f_i(z)$ et $\exists i \in [1..n]$ tel que $f_i(y) < f_i(z)$.

ainsi, toute solution de l'ensemble Pareto peut être considérée comme optimale puisque aucune amélioration ne peut être faite sur un objectif sans dégrader la valeur relative à un autre objectif. Ces solutions forment le front Pareto.

Dans le cas d'un problème bi-objectif (deux objectifs à minimiser par exemple), les solutions efficaces peuvent être identifiées visuellement dans l'espace objectif, comme étant celles pour lesquelles le rectangle inférieur gauche formé par la solution et le point $(0, 0)$ est vide de solution réalisable.

1.5.2 Quelques Points particuliers :

En vue d'avoir certains points de références permettant de discuter de l'intérêt des solutions trouvées, des points particuliers ont été définis dans l'espace objectif. Ces points peuvent représenter des solutions réalisables ou non.

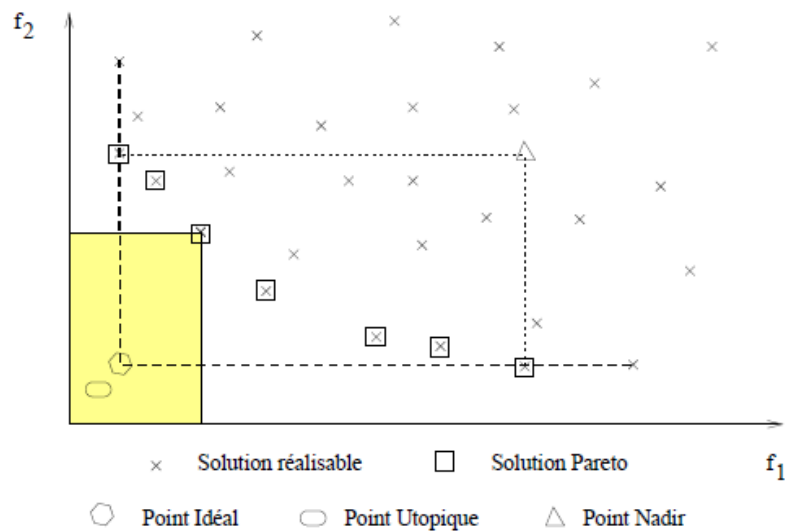


FIGURE 2.2 – Illustration des différents points utilisés.

1. Tout d'abord, le point idéal z^i est le point qui a comme valeur pour chaque objectif la valeur optimale de l'objectif considéré.

$$Z^I \text{ telque } \forall i \in [1..n], f_i(Z^I) = \text{opt}_{x \in D} f_i(x)$$

Ce point ne correspond pas à une solution réalisable car si c'était le cas, cela sous entendrait que les objectifs ne sont pas contradictoires et qu'une solution optimisant un objectif, optimise simultanément tous les autres, ce qui ramènerait le problème à un problème ayant une seule solution Pareto optimale.

2. De ce point idéal peut être défini le point utopique z^U de la façon suivante :

$$z^U = z^I - \epsilon U$$

ou $\epsilon > 0$ et U est le vecteur unitaire ($U = (1, \dots, 1) \in \mathfrak{R}^n$). Il est clair, de par sa définition, que ce point n'est pas réalisable.

3. Enfin le point Nadir qui est défini en bi-objectif par :

$$z^N \text{ telque } \forall i \in [1..2], f_i(z^N) = \text{opt}_{x \in \mathcal{D} / f_j(x) = f_j(z^I)} f_i(x) \text{ avec } j \neq i$$

Cela revient donc à affecter pour chaque objectif du point Nadir la meilleure valeur possible parmi les solutions optimisant l'autre objectif. [11]

2 De mono critère vers le multicritère :

2.1 Le multicritère, Pourquoi ?:

Le but principal des méthodes d'aide à la décision par analyse multicritère est d'aider les décideurs à organiser et synthétiser leurs informations afin qu'ils se sentent à l'aise avec leur prise de décision ; la démarche de décision doit être structurée, ce que permettent les méthodes d'analyse multicritère (Belton [Joerin, 1998]).

L'attitude d'aide à la décision multicritère consiste à ne pas rejeter la complexité décisionnelle.

L'aide à la décision multicritère doit être également envisagée comme une activité à deux composantes principales [Roy, 1977, Simos, 1990, Pictet, 1996] :

- La construction d'un modèle.
- La gestion du processus de décision.

Le point fondamental réside dans la cohérence qu'il s'agit d'établir entre le modèle et le processus de décision conduisant à la procédure d'aide à la décision multicritère.

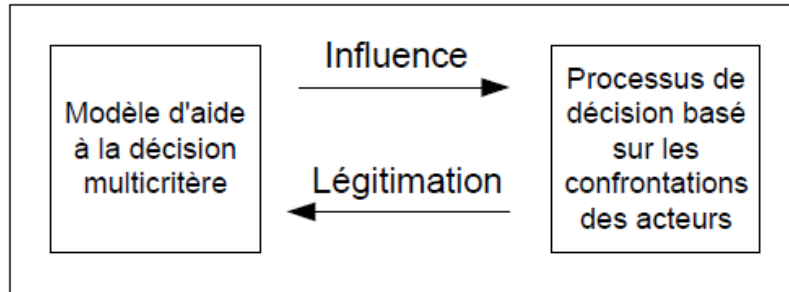


FIGURE 2.3 – Procédure d'aide à la décision multicritère

Cette légitimation du modèle par les acteurs dépend selon Pictet (1995) de sa capacité à :

- Fournir une représentation réaliste de la situation et des éléments de réponse pour améliorer la compréhension de celle-ci par les différents acteurs ;
- Rester acceptable pour les acteurs aux niveaux rationnel et affectif
- Générer une représentation commune grâce à une *ré* cristallisation *z* lente permettant aux acteurs d'évoluer vers elle sans perdre la face ;
- Gérer de manière harmonieuse les caractéristiques contradictoires du modèle, à la fois de *ré* facilitateur *z* et de *ré* contrainte *z*.

La légitimation constitue un processus continu qui couvre toute la durée de l'aide à la négociation pendant laquelle différents acteurs interdépendants, à partir de positions initiales divergentes, optent finalement pour une solution acceptable, voir satisfaisante, pour ces acteurs [Pictet, 1995].

2.2 Nature des problèmes multicritères :

Les problèmes multicritères sont généralement classifiés selon :

- La nature des conséquences des décisions qui sont modélisées comme
 - déterministes, stochastique ou floues,
 - réversibles, lourdes, ou irréversibles ;
- La nature de l'ensemble des alternatives qui sont modélisées
 - explicite avec un nombre d'alternatives fini.
 - implicite avec un nombre d'alternatives infini.

Dans cette classe, nous retrouvons les problèmes de programmation multi-objectif :

- Le contexte dans lequel la décision est prise : décision publique ou privée ;
- Le nombre de décideurs : décision de groupe ou individuelle.

L'ensemble des méthodes et des modèles développés en analyse multicritère ont un but commun qui vise à aider le décideur à prendre une décision qui le satisfait, et ce, au meilleur de sa connaissance vis-à-vis de la situation décisionnelle à laquelle il fait face. En ce sens, il s'agit de la meilleure solution qu'il peut trouver en utilisant un outil opérationnel tel qu'un modèle ou une méthode. Ce processus d'aide à la décision vise à intégrer le décideur dans la démarche décisionnelle en lui offrant la possibilité de progresser vers une solution. Celle-ci dépendra de plusieurs facteurs, qui sont de nature subjective, tel que : la personnalité du décideur, les circonstances entourant l'activité décisionnelle, la façon dont le problème a été formulé et la méthode d'aide à la décision utilisée. En général et dans le contexte de l'ensemble A des actions potentielles, le problème de décision multicritère consiste à choisir une meilleure action (problème de choix) ou à trier les actions en vue d'une classification suivant des normes préétablies (problématique de rangement).

2.3 Paradigme multicritère :

B. Roy (1998) caractérise la paradigme multicritère à nouveau schéma de penser pour comprendre ou agir sur un système en considérant que :

- Plusieurs critères sont à l'œuvre pour conduire le système ou guider son évolution ;
- Ces critères sont généralement conflictuels ;
- Ils tendent à faire se succéder des compromis ou invitent à procéder à un arbitrage ;
- Ces compromis ou arbitrages ont pour objet de conférer aux critères des valeurs compatibles avec une certaine forme d'équilibre et, s'il y a succession, cela tient au caractère transitoire de l'équilibre atteint.

Toujours selon B. Roy (1989), à l'aide multicritère à la décision va de pair avec la quête non pas d'une vérité mais d'un mode d'insertion dans un processus de décision pour y apporter des éclairages, des éléments de réponse à des questions dont la formulation peut-être plus ou moins confuse et évolutive, ceci explique la diversité des procédures multicritères. Cela permet également de comprendre pourquoi elles ne conduisent pas nécessairement à préconiser les mêmes solutions. C'est là une constatation qui, au regard de notre culture, apparaît sinon comme négative, au moins comme dérangeante. Elle ne reflète nullement une faiblesse de l'aide multicritère à la décision. Elle découle simplement du fait que la compréhension que l'on peut avoir d'un processus de décision réel est indissociable de l'action que l'on cherche à avoir sur lui. [12]

2.4 Paradigme mono critère

Le paradigme mono critère se formule de la façon suivante :

$$\text{opt}\{f(\mathbf{x})/\mathbf{x} \in \mathbf{A}\}$$

Cette expression fait clairement apparaître les trois étapes de la modélisation :

- (1) Il faut définir l'espace A de solution.
- (2) La modélisation des préférences du décideur se fait au moyen d'un critère d'évaluation $f(\mathbf{x})$. Pour tout $\mathbf{x} \in \mathbf{A}$, $f(\mathbf{x})$ est un nombre réel représentant soit un profit (dans ce cas il doit être maximisé) soit un coût (il doit alors être minimisé).
- (3) Le processus d'investigation mathématique consiste à optimiser $f(\mathbf{x})$ (maximiser ou minimiser) sur l'espace A . Il s'agit souvent d'un algorithme, plus ou moins compliqué selon le cas.

Le paradigme monocritère apparaît donc comme un problème d'optimisation, et son avantage est de donner lieu à un problème clairement posé. Tous les problèmes classiques de la recherche opérationnelle, établis progressivement depuis 1937, sont de ce type. Citons notamment la programmation linéaire, non linéaire, dynamique, la théorie des graphes et des réseaux, l'optimisation combinatoire, la théorie des jeux, les problèmes de localisation, les problèmes de transport, la théorie de file d'attente, la gestion des stocks, les problèmes d'ordonnancement, la gestion de la production,

Le paradigme monocritère implique que la modélisation des préférences se fasse au moyen d'un critère qui synthétise à lui seul tous les objectifs du décideur, toutes les conséquences de la décision.

D'après Schärli, cette approche est bien adaptée au traitement de certains problèmes techniques, mais présente toute fois de gros inconvénients dans un grand nombre de cas, surtout où le facteur humain intervient.

Pour bien illustrer le fait que les problèmes monocritère ne sont pas adaptés aux traitements de la réalité humaine, considérons l'exemple suivant :

Exemple : Considérons un individu qui doit acheter une nouvelle voiture. S'il ne raisonnait que suivant un seul critère et ne s'intéressait qu'au coût de l'achat (car lorsqu'on ne s'intéresse qu'à un seul critère, c'est souvent l'aspect financier qui l'emporte), il roulerait avec la voiture la moins chère sur le marché. Or on sait que la réalité est tout autre : on voit toutes sortes de voitures dans les rues, de la moins chère à la plus onéreuse : le chef d'entreprise préférera avoir la voiture la plus confortable et la plus voyante sans

vraiment faire attention au prix, le chef de famille voudra un véhicule pratique et assez grand pour emmener toute sa famille, tandis que l'étudiant se contentera de la voiture la moins chère, pourvu qu'elle fonctionne. Cela ne peut s'expliquer que par la prise en compte, dans la tête de chaque individu, d'autres critères en plus du pécuniaire : le confort sous tous ses aspects, la satisfaction personnelle, l'impression produite sur autrui, et ainsi de suite.

2.5 Critiques du paradigme monocritère

Les critiques principales de l'approche monocritère pour un problème de décision sont les suivantes :

- Ne pas tenir compte de la situation d'incomparabilité qui pourtant est une caractéristique bien humaine. Il est en effet fréquent que, comparant deux actions potentielles, un décideur ne parvienne pas à dire laquelle il préfère.
- Ne pas considérer qu'il existe des cas où l'indifférence est intransitive.

Sous ces hypothèses, la relation caractéristique est donc supposée complète et transitive, ce qui implique qu'un problème monocritère sera toujours représenté par une structure de préordre total. Pour pallier à ces hypothèses qui semblent trop fortes pour pouvoir modéliser un problème dans lequel le facteur humain apparaît, nous introduisons ici un modèle multicritère.[13]

3 Analyse multicritère :

3.1 Différentes approches multicritères :

Différentes approches multicritères peuvent être distinguées, Pomerol et Barba-Romero [88] présentent un large panorama des différentes méthodes existantes (méthodes purement ordinales, somme pondérée, méthodes fondées sur l'utilité, méthodes de surclassement, . . .) ainsi qu'une revue importante des logiciels existants. Par ailleurs, Roy [97] présentent dans le détail les méthodes de critère unique de synthèse et les méthodes surclassement, et Roy et Bouyssou [100] présentent en plus des exemples d'application.

Nous ne présenterons pas ici toutes les approches existantes, nous distinguerons simplement les approches de critère unique de synthèse et de surclassement. Tout d'abord, le critère unique de synthèse : cette approche consiste à considérer que les différents critères g_1, \dots, g_n peuvent être agrégés en un critère unique $g = f(g_1, \dots, g_n)$, ce qui permet de juger les actions uniquement sur l'évaluation de ce critère unique. L'utilisation de ce type de critère conduit à une structure de pré ordre sur les actions de A . Il convient cependant de ne pas confondre cette approche avec une approche mono critère. En

effet l'approche , même si elle permet aussi de juger les actions sur un critère unique, n'appréhende pas plusieurs dimensions de préférence.

L'autre approche, appelée approche du surclassement de synthèse , consiste à établir des préférence critère par critère (à l'aide de relations de surclassement mono-critère) puis à agréger ces relations en une relation de surclassement global. On notera $S_j ; \forall j \in \{1, \dots, n\}$ la relation de surclassement restreinte au critère j . Cette approche conduit à une structure où la relation de préférence considérée entre les actions de A n'est pas nécessairement transitive et la structure de préférence qui en découle n'est pas non plus nécessairement complète.

Ces deux approches divergent donc principalement par la prise en compte de préférence critère par critère dans l'approche du surclassement de synthèse. En effet, alors que l'approche du critère unique de synthèse se contente d'agréger directement les performances des actions, l'approche du surclassement de synthèse passe par une étape supplémentaire en édictant des préférence critères par critères. Ce sont ces préférences mono-critères qui doivent ensuite être agrégées pour asseoir une comparaison entre actions.

3.2 Famille de critères :

Dans tout problème multicritère, il convient de considérer un ensemble de critères que l'on nomme Famille de Critères et que l'on notera $F = \{g_1, \dots, g_n\}$ (on trouvera aussi la notation $F = 1, \dots, n$). Pour que la famille F constitue une représentation appropriée des points de vue à prendre en compte dans la modélisation des préférences, Roy [97] définit la notion de Famille Cohérente de Critères à l'aide des trois propriétés suivantes. Ainsi une famille de critères sera dite cohérente si elle respecte :

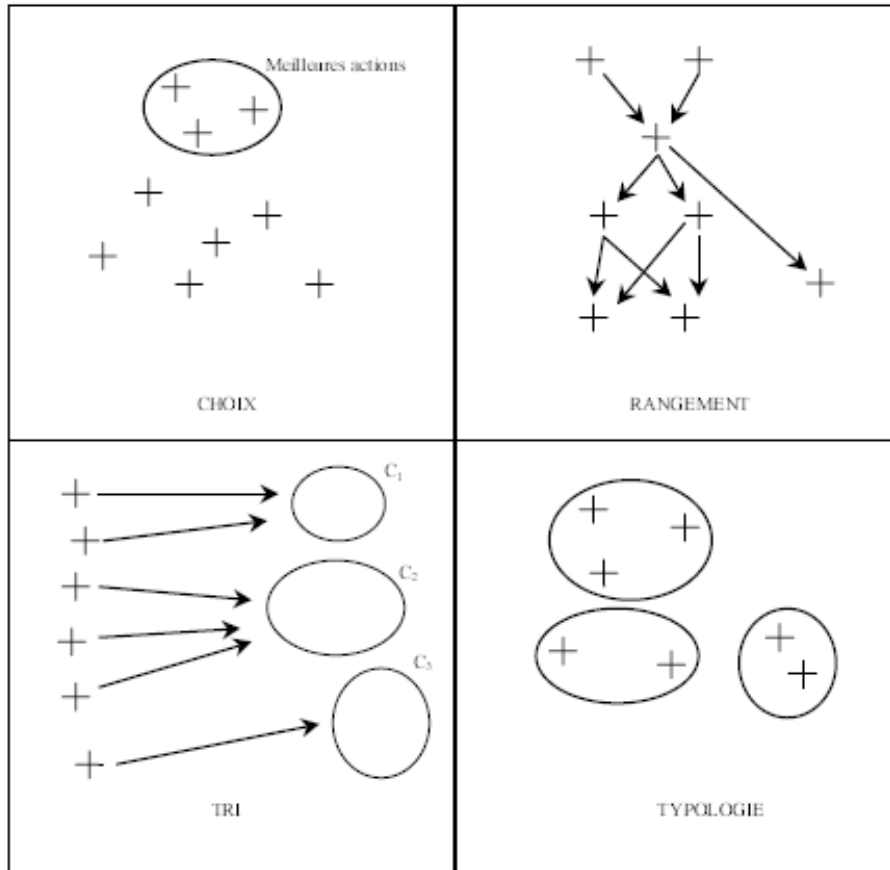


FIGURE 2.4 – Différentes problématique en A.D.

L'exhaustivité : Une famille F de n critères sera dite exhaustive si elle recouvre tous les aspects concourants à l'évaluation des actions. Autrement dit, si deux actions a et b sont indifférentes au sens des n critères, il ne doit pas être possible de faire apparaître des arguments permettant de préférer a à b ou b à a .

La Cohésion : Cette condition concerne la cohésion entre les évaluations critère par critère et les évaluations globales globales. Soient deux actions a et b indifférentes, si l'on dégrade une performance de a sur un critère pour obtenir l'action a et que l'on améliore une performance de b sur un

autre critère pour obtenir l'action b , alors la condition de cohésion implique que b est au moins aussi bonne que a globalement.

La Non Redondance : Cette condition traduit l'idée qu'il ne doit pas exister de critères superflus au sein d'une famille F . Formellement, un critère g_i sera dit non redondant au sein d'une famille F si et seulement si sa suppression implique que la famille $F \setminus \{g_i\}$ met en défaut une des deux conditions de cohésion ou d'exhaustivité.[4]

4 L'aide multicritère à la décision :

4.1 Définition :

Le L'aide à la décision est l'activité de celui qui, prenant appui sur des modèles clairement explicités mais non nécessairement complètement formalisés, aide à obtenir des éléments de réponses aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourant à éclairer la décision et normalement à prescrire, ou simplement à favoriser, un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution d'un processus d'une part, les objectifs et le système de valeurs au service desquels cet intervenant se trouve placé d'autre part [Roy B.1985].[5]

4.2 Définition d'une décision

Il y'a plusieurs définitions qui ont tenté d'expliquer le concept de décision :

- **Selon Mintzberg :** une décision, qu'elle soit individuelle ou basée sur un travail de groupe, peut être définie comme "l'engagement dans une action, c'est-à-dire une intention explicite d'agir". Le but d'une décision est de résoudre un problème qui se passe à l'organisation ou l'individu. Mais la décision peut correspondre à un changement de l'environnement (comportement réactif) ou au désir de saisir une opportunité et ainsi changer l'environnement (comportement d'anticipation).

- **Selon Lemoigne :** "la prise et l'exécution des décisions sont les buts fondamentaux de toute organisation, de tout management. Toute organisation dépend structurellement, de la nature des décisions qui sont prises en

son sein et non par des décideurs, qu'ils soient individuels ou collectifs".

- Décider, par définition, " c'est choisir entre plusieurs alternatives l'action à entreprendre, c'est-à-dire choisir une action parmi celles qui sont possibles".

L'alternative qui est finalement choisie ne permet jamais la réalisation totale ou parfaite des objectifs; elle n'est que la meilleure solution possible dans des circonstances données.[13]

4.3 Actions et alternatives :

Nous avons vu que l'action représentait l'objet de la décision, mais nous n'avons pas évoqué sa réalisabilité. Afin de différencier les actions réalisables de celles qui ne le sont pas, B. Roy [75] nomme action potentielle ou alternative une action réalisable, c-à-d. une action dont la mise en uvre en pratique est envisageable. En aide multicritère à la décision l'ensemble des alternatives A est généralement construit sous forme d'une liste : $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

4.4 Problème multicritère :

La décision multicritère s'intéresse aux problèmes de prise de décision en présence de critères multiples éventuellement contradictoires. Ces problèmes se rencontrent à tous les niveaux, national, régional; managé rial et personnel, et dans tous les domaines économiques, sociaux et environnementaux.

Exemple : il peut s'agir de choisir entre plusieurs schémas d'organisation du système de santé celui qui permet au mieux de maîtriser les coûts, d'améliorer la qualité et l'accessibilité aux soins; de sélectionner des candidats à un concours selon les critères requis par les postes; d'adopter un nouveau processus de production dans une usine pour améliorer les délais, la qualité, et réduire les coûts en tenant compte de l'investissement et de la capacité d'apprentissage des employés.

Un problème de décision multicritère est une situation où, ayant défini un ensemble A d'actions et une famille F cohérente de critères sur A , on désire :

- Soit déterminer un sous-ensemble d'actions considérées comme les meilleurs vis-à-vis de F (problème de choix).
- Soit partitionner A en sous-ensembles suivant des normes préétablies (problème de tri).
- Soit ranger les actions de A de la meilleure à la moins bonne (problème de rangement).

Un problème de décision multicritère n'est évidemment pas une réalité objective dont on peut donner une description immédiatement acceptable par tout le monde (comme le sont souvent les phénomènes relevant des "sciences exactes".[14])

4.5 Processus de décision :

le processus de décision comme l'enchaînement des trois phases suivant :

⊗ **Phase de compréhension** : la première Phase consiste à analyser la situation et le problème .

⊗ **Phase de modélisation** : la deuxième phase consiste à formuler le problème (mise en évidence des écarts entre la situation actuelle et la situation souhaitée) et description des solutions potentielles .

⊗ **Phase de sélection** : la troisième phase consiste à choisir une solution en fonction de critères concrets (objectifs, normes,) ou abstraits (intuition, motivation,...), appréhendés par le décideur avec ou sans le soutien d'outils et de techniques d'aide à la décision.

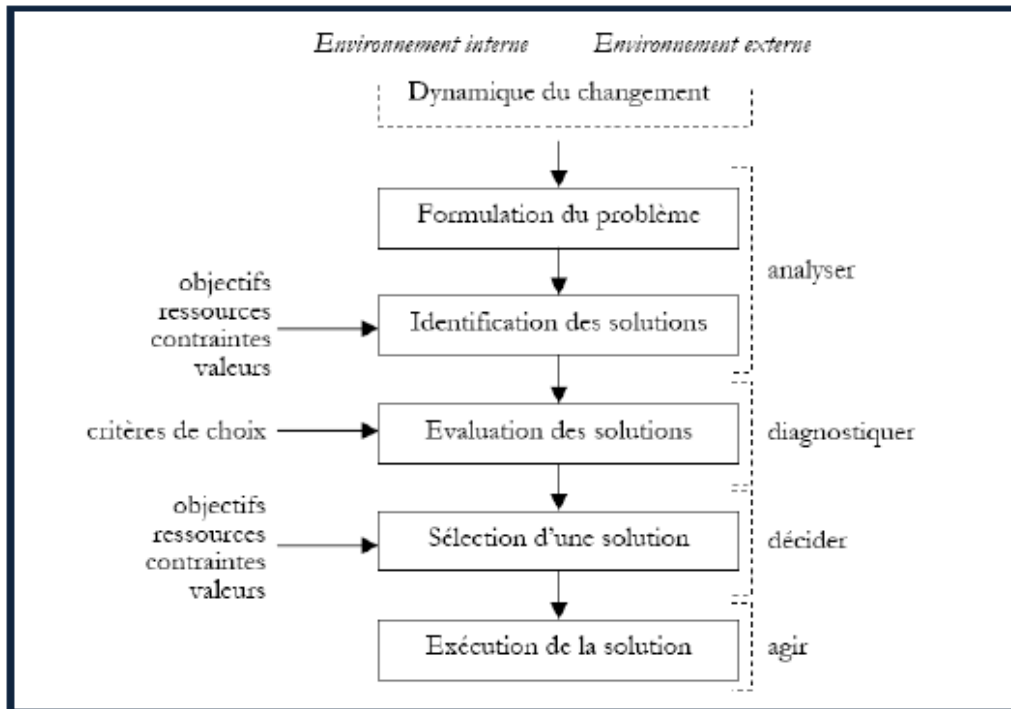


FIGURE 2.5 – Processus de décision (DARBELET M. et al 1996).

4.6 Démarche de modélisation :

Une prescription est l'aboutissement d'un raisonnement qui permet de construire une préférence globale à partir des performances d'une famille de critères et en appréhendant le système de préférence des intervenants pour qui s'exerce l'aide à la décision. Cette construction fait référence à la phase de modélisation du problème décisionnel. Un modèle d'aide à la décision peut être élaboré de diverses façons. Il existe trois démarches dont la différence principale porte sur leur manière d'aborder la réalité [ROY B. 1992] :

- Démarche descriptive :

consiste à vise à décrire et à expliquer le problème décisionnel, à partir du système de préférences des intervenants, qu'il s'agit d'appréhender de la manière la plus fidèle possible, sans le perturber [BOUYSSOU D. 1990].

- Démarche axiomatique :

sur la base d'un système d'axiomes \acute{n} caractérisant le comportement rationnel en matière de décision \acute{z} , il existe un ensemble de principes et de règles à suivre prescrit aux intervenants pour modéliser le problème décisionnel [MOUSSEAU V. 1993] .

- Démarche constructive :

consiste à élaborer le modèle d'aide à la décision à partir de \acute{n} la partie stable de la perception du problème \acute{z} qu'ont les intervenants et en ayant recours à des concepts et des modes de représentation permettant d'enrichir cette perception [BOUYSSOU D. 1990].

Démarches descriptive et constructive sont opposées dans l'attitude adoptée pour modéliser les préférences. L'approche descriptive considère l'existence d'un système de préférences réelles et objectives que le décideur peut appréhender sans perturber, alors que l'approche constructive considère que le système de préférence est conflictuel, peu structuré et surtout appelé à évoluer au cours du processus d'aide à la décision [FUMEY M. 2001].[15]

4.7 Approches d'aide à la décision :

nous avons vu que l'aide à la décision était une activité fondée sur des modèles représentant, de manière explicite ou formelle, la réalité. Dans cette section, nous allons nous intéresser aux types de modèles existants en aide à la décision et plus généralement aux approches fondées sur ces modèles. Il existe plusieurs types de modèles en aide à la décision, nous pouvons citer les modèles normatifs, les modèles descriptifs et les modèles prescriptifs , où le décideur ne joue pas un rôle central dans leur élaboration, mais aussi les modèles constructifs, où le décideur est sollicité tout au long de la mise en uvre du modèle. A. Tsoukiàs généralise les types de modèles à des types d'approches d'aide à la décision en intégrant le processus suivi pour la mise en uvre de ces modèles. La définition des trois premiers types de modèles (ou approches) peut prêter à confusion et être ainsi interprétée de différentes manières. Nous tenterons de lever cette ambiguïté en mettant en évidence les différences entre les quatre approches.

4.7.1 Approche normative :

Les modèles construits dans une approche normative sont fondés sur une rationalité de type économique . Le décideur est rarement sollicité pour la

construction de tels modèles. La validité des résultats fournis par le modèle repose sur leur cohérence avec les axiomes de la rationalité économique. Par exemple, on cherche un modèle permettant d'ordonner (du meilleur au moins bon) des investissements selon leur rentabilité économique. Si un investissement a est plus rentable qu'un investissement b et l'investissement b plus rentable qu'un investissement c, alors l'investissement a doit être plus rentable que l'investissement c.

4.7.2 Approche descriptive :

Dans une cette approche les modèles sont généralement fondés sur des données ou des comportements existants (observations). Ils servent donc à décrire des phénomènes déjà réalisés pouvant se reproduire dans les mêmes conditions. Le décideur n'est également pas directement sollicité pour la mise en uvre de ces modèles. La validité des résultats fournis par ces modèles repose sur l'observation d'autres phénomènes de même nature.

4.7.3 Approche prescriptive :

L'approche prescriptive se différencie des deux premières par le fait qu'elle ne repose sur aucune information existante (rationalité économique ou observations). l'analyste doit collecter et structurer ces informations afin de construire un modèle. l'investissement du décideur n'est donc pas nécessaire lors de la construction du modèle, néanmoins, il intervient pour sa validation.

Par exemple : un médecin qui questionne un malade (pouvant décrire correctement ses symptômes mais ne sait pas ce qu'il a) afin de lui prescrire un traitement.

4.7.4 Approche constructive :

La particularité de cette approche est que le décideur est sollicité, à la fois, lors de la construction du modèle mais aussi lors de sa validation. Les modèles sont donc fondés sur les connaissances des décideurs. L'homme détude cherche à les expliciter ou à les formaliser. La validation de ces modèles seffectue,à limage de lapproche prescriptive, par le décideur. Par exemple, lorsque l'homme détude cherche à construire un modèle représentant les préférences dun décideur.[14]

4.8 Étapes d'une méthodologie d'aide à la décision :

nous présenterons dans cette section les étapes, nous paraissant importantes, pour un homme d'étude doit suivre afin de formaliser le processus d'aide à la décision associé à un problème posé dans un processus de décision.

Pour cela, nous nous fonderons sur la méthodologie de formalisation d'un processus d'aide à la décision développée par A. Tsoukiàs [90]. Un processus d'aide à la décision est constitué de l'analyste et d'au moins un intervenant du processus de décision qui ont pour objectif de répondre, de manière formelle (par le biais d'un modèle), aux préoccupations correspondant à ce problème. La construction de ce modèle dépend des connaissances de l'homme d'étude et, selon l'approche considérée (normative, prescriptive, descriptive et constructive), des connaissances et de l'information fournie par le décideur. Les étapes d'une méthodologie d'aide à la décision représentent le cheminement suivi pour la construction de ce modèle. Une fois le modèle construit, une dernière étape peut être nécessaire. Elle consiste à construire une recommandation à partir des résultats fournis par le modèle. Après avoir identifié une première description du problème sur lequel d'aide à la décision s'appliquera avec la personne ayant sollicité d'aide à la décision, le processus d'aide à la décision peut se dérouler selon les étapes suivantes :

4.8.1 Représentation du problème :

Cette étape commence par l'analyse de processus de décision afin d'identifier :

les intervenants concernés par l'aide à la décision.

leur rôle au sein du processus.

l'intervenant (les intervenants) avec qui l'homme d'étude va interagir (que nous appellerons dans ce chapitre le décideur même s'il y a plusieurs intervenants),

les préoccupations de chaque intervenant par rapport au problème posé. Certaines de ces préoccupations peuvent être plus importantes que d'autres ou dépendantes les unes des autres. Pour cela, A. Tsoukiàs [90] propose d'identifier l'importance de chaque préoccupation ainsi que les éventuelles liens (dépendances) entre elles, afin que l'aide à la décision soit pertinente.

4.8.2 Formulation du problème :

Lors de cette étape, on commence par identifier, avec le décideur, sur quoi va porter la décision (l'ensemble des actions possibles) ou l'objet de la décision selon B. Roy [75]. Cet ensemble, noté A , peut être défini de manière

explicite (défini en extension), par exemple, un ensemble de tracés d'une ligne TGV, un ensemble d'endroits pour construire un aéroport, un ensemble de réponses à un appel d'offre, etc., ou peut être défini de manière implicite (un sous ensemble de R^n défini par des contraintes, si chaque action est représentée par n composantes x_1, \dots, x_n). La forme de cet ensemble, pouvant évoluer avec le processus de décision, dépend fortement de la nature du problème et de la recommandation finale. Une fois l'ensemble A déterminé, pas nécessairement de manière formelle, il s'agit d'identifier ce que le décideur souhaite en faire. Cela dépend souvent des préoccupations des différents intervenants, identifiées lors de l'étape précédente. En aide à la décision, A. Tsoukiàs propose trois types de traitements pouvant être effectués sur l'ensemble A :

- 1- Chercher uniquement à définir l'ensemble A de manière formelle sans évaluation (un problème de satisfaction de clauses logiques, par exemple).
- 2- Construire un modèle afin de décrire un sous-ensemble d'actions dans un ensemble de points de vue dans le cas d'une approche descriptive (par exemple l'apprentissage en intelligence artificielle et en statistique).
- 3- Partitionner l'ensemble A.

Le troisième traitement, également appelé problématique, est souvent utilisé en recherche opérationnelle et en aide multicritère à la décision. Il y a trois façons de partitionner l'ensemble A selon B. Roy [75] :

choisir un sous ensemble d'action aussi restreint que possible, afin d'aider le décideur à choisir la meilleure action (problématique de choix).
affecter des actions dans des catégories prédéfinies (problématique de tri).
ranger les actions (ou un sous ensemble d'action) selon les préférences des décideurs, de la meilleure à la plus mauvaise par exemple (problématique de rangement).

4.9 Construction du modèle d'évaluation :

après avoir déterminé l'ensemble des actions A ainsi que ce que le décideur veut en faire (traitement), l'homme d'étude cherche à construire le modèle sur lequel il va se fonder pour répondre au problème identifié et construire sa recommandation. afin d'explicitier et de formaliser ces modèles d'évaluation, il a besoin de construire les dimensions, permettant de caractériser l'ensemble A, les critères, permettant d'évaluer A, et les méthodes ou les procédures permettant d'effectuer le traitement souhaité sur l'ensemble A.

Les dimensions : elles représentent l'information disponible sur l'ensemble A. La collecte de l'information peut se faire, selon l'approche d'aide à la décision utilisée, avec ou sans le décideur. Cette information peut être utilisée pour évaluer l'ensemble A. Les dimensions sont généralement codées sur des échelles pour obtenir une représentation formelle de A.

Les critères : un critère est une dimension ou plus généralement une agrégation de dimensions traduisant un même point de vue et permettant d'évaluer les éléments de A sur ce point de vue. Dans le cas où le décideur est sollicité, la construction de ces critères prend en compte ses préférences.

Les méthodes d'évaluation : elles représentent les outils permettant d'effectuer les traitements souhaités sur l'ensemble A afin de fournir une solution au modèle (par exemple des procédures d'agrégation multicritère ou bien un algorithme pour résoudre un programme mathématique). A l'image des critères et des dimensions, selon l'approche considérée, le décideur peut être sollicité pour la mise en œuvre de ces méthodes. Selon le traitement effectué sur l'ensemble A (la problématique dans le cas du partitionnement), la construction du modèle ne nécessite pas nécessairement la construction des dimensions, des critères et des méthodes d'évaluation, à la fois. En effet, si nous cherchons uniquement à définir l'ensemble A , les méthodes d'évaluation ne sont pas forcément nécessaires. Si nous cherchons à construire un modèle décrivant un sous-ensemble d'actions dans le cadre d'une approche descriptive, la construction des critères n'est pas nécessaire. Si nous cherchons à partitionner l'ensemble A , il est souvent nécessaire de tout construire. Nous nous intéresserons dans les sections suivantes plus en détail à ces trois composantes du modèle d'évaluation en aide multicritère à la décision.

4.10 Construction de la recommandation finale

Bien que le résultat fourni par la méthode d'évaluation soit cohérent avec le modèle, cela ne veut pas dire qu'il l'est nécessairement avec les préoccupations des intervenants. Pour cela, et avant de fournir une quelconque recommandation, l'homme d'étude doit :

s'assurer, par le biais d'une analyse de sensibilité, que le résultat fourni par la méthode d'évaluation n'est pas très sensible à des variations jugées non significatives des données utilisées pour la construction du modèle.

être capable d'interpréter le résultat fourni par la méthode en tenant compte des hypothèses sur les données, sur le modèle et sur l'évolution du processus de décision, sous lesquelles il a été obtenu.[14]

5 Les étapes du processus de prise de décision :

On distingue généralement plusieurs étapes dans le processus de décision. Les auteurs sont cependant partagés sur le nombre de ces étapes ainsi que les objectifs qui leur sont attribués. Simon considère que le processus de prise de décision passe par trois étapes essentielles :

1- L'étape de la recherche et de la reconnaissance du problème.

2- L'étape de conception des solutions possibles au problème. C'est l'étape de la recherche d'alternatives.

3- L'étape du choix

c'est l'étape où s'effectue le choix d'une alternative parmi celles qui ont été déterminées au cours de l'étape précédente.

C. Lundberg rejoint pratiquement Simon dans la mesure où il considère que le processus de prise de décision comporterait les trois étapes suivantes :

1- La reconnaissance du problème objet d'une décision.

2- La recherche et la collecte des données nécessaires à la résolution du problème (qu'on peut interpréter comme la recherche d'alternatives qui naturellement ne peut s'opérer qu'à l'aide du maximum de données sur le problème).

3- Le choix enfin de la solution la plus appropriée au problème.

Par contre d'autres auteurs comme W.Dillpar exemple considèrent un nombre plus élevé d'étapes :

1- Détermination des objectifs de l'organisation (qu'on peut interpréter comme l'étape de la reconnaissance du/des problèmes objets de décision).

2- Recherche des alternatives et collecte des données qui doivent être utilisées dans l'évaluation de ces alternatives.

3- Comparaison des alternatives puis choix de l'une d'entre elles sur la base du/des critères établis.

4- Exécution de la décision.

5- Suivi de l'exécution et évaluation des résultats.

Malgré cette diversité dans l'appréciation du contenu du processus de prise de décision ; on considère en général que ce processus passe par un certain nombre d'étapes essentielles et qui sont :

1- La reconnaissance du problème.

- 2- L'analyse du problème.
- 3- La formulation d'alternatives de décision possibles.
- 4- La sélection de la meilleure alternative.
- 5- L'implémentation de ce qui a été choisi.
- 6- Le contrôle du résultat.

Ces étapes sont toutes importantes et contribuent toutes à la qualité de la décision finale. Sauf en ce qui concerne l'étape d'évaluation des alternatives où des techniques sont applicables à une très large variété de décisions, les autres étapes sont généralement plus spécifiques et changent avec chaque type de décision. Cet ordre chronologique indique une approche rationnelle qui peut être appliquée et mise en oeuvre dans le processus décisionnel au sein des organisations. Cette étapes est importante dans le processus et contribue à la qualité de la décision finale.[13]

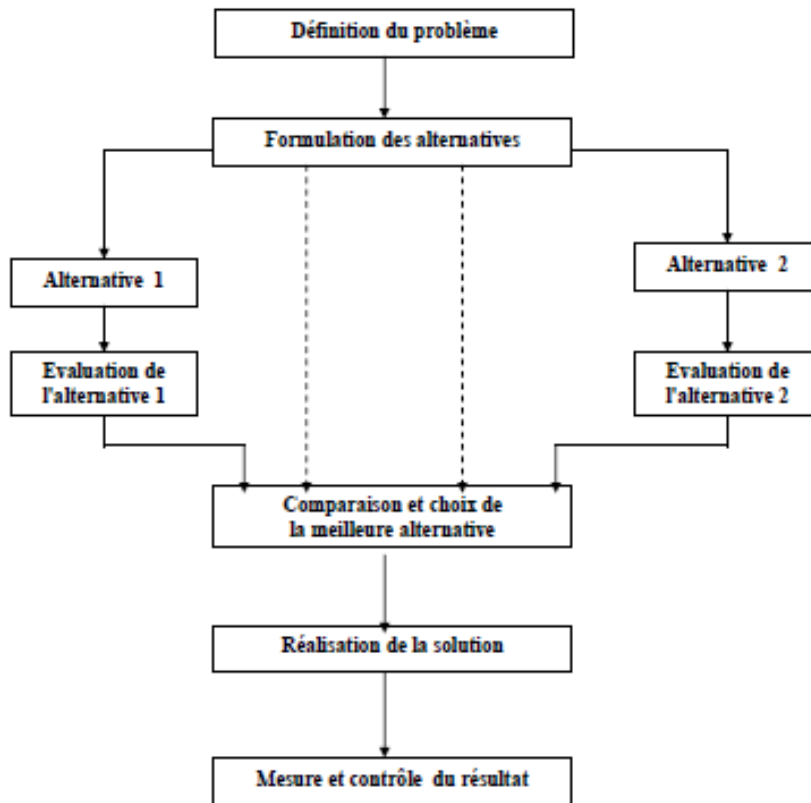


FIGURE 2.6 – Les étapes de la prise de décision

6 Préférence et Indifférence :

6.1 Préférence :

cette relation permet de traduire une situation dans laquelle il existe des raisons claires et suffisantes pour mettre en évidence une préférence entre deux actions a et b . On notera $a \succ b$ (ou aPb) une situation dans laquelle a est préférée à b . De part la sémantique associée à cette relation, il est naturel de considérer cette relation comme étant irreflexive et asymétrique.

6.2 Indifférence :

cette relation traduit une situation dans laquelle il n'existe pas de raisons suffisamment fortes pour confirmer une préférence dans un sens ou dans l'autre. On notera $a \sim b$ (ou aIb) une situation d'indifférence entre a et b . Cette relation est généralement considérée comme étant réflexive et symétrique.

Ces deux relations apparaissent ainsi comme complémentaires. Lorsque deux actions a et b sont indifférentes, il n'est pas possible d'affirmer une préférence dans un sens ou dans l'autre. De même, lorsqu'il existe une préférence entre a et b , les deux actions ne peuvent être indifférentes.

$$a \sim b \iff \neg(a \succ b \vee b \succ a)$$

Il est souvent admis que les deux relations, \sim et \succ , sont transitives. Elles possèdent alors de bonnes propriétés qui permettent de considérer que les actions de A forment un pré ordre complet. Roy [97] parle de parfaite comparabilité transitive. Cependant ces bonnes propriétés qui s'appliquent parfaitement à l'ensemble des entiers, si l'on considère les relations d'égalité ($=$) et de supériorité ($>$) qui forment le pendant des relations \sim et \succ pour A , ne sont pas nécessairement justifiées dans le cadre de la modélisation des préférences. S'il est possible de comparer la relation d'égalité à la relation d'indifférence, il ne faut pas admettre qu'elles sont équivalentes et qu'elles possèdent les mêmes propriétés. Le caractère transitif de l'indifférence peut aisément être remis en cause, voyons cela sur l'exemple de Poincaré [86].

Exemple (intransitivité de l'indifférence, Poincaré) : H. Poincaré constate qu'un poids a de masse 10 grammes ne peut être distingué par un homme d'un poids b de masse 11 grammes. Par ailleurs b ne peut être distingué d'un autre poids c de masse 12 grammes. Cependant, il est assez facile de distinguer a de c . Ainsi en considérant un système de préférence où l'on recherche des poids plus légers, on a les trois relations suivantes :

$$\begin{aligned} a &\sim b \\ b &\sim c \\ a &\succ c \end{aligned}$$

De nombreux autres auteurs se sont penchés sur le problème de l'intransitivité de l'indifférence en construisant à chaque fois des exemples mettant en évidence cette propriété, nous en citons deux parmi plusieurs. Prend l'exemple de sandwiches au fromage. Luce [66] quant à lui décrit ces phénomènes d'intransitivité à l'aide de la structure de quasi ordre à travers l'exemple de

sucre dans une tasse de café (cf. annexe A). Nous admettrons par la suite que les relations d'indifférence ne possèdent pas nécessairement de propriété de transitivité.

La relation d'indifférence peut être rangée dans la catégorie des relations de similarité. Ce type de relation, habituellement considéré comme symétrique peut dans certains ne pas l'être. Tversky [109] montre plusieurs exemples mettant en évidence cette caractéristique. Enfin, on peut citer Bouchon-Meunier et al. [14] et Rifqi [92] qui présentent une définition générale des relations de comparaisons (similitude, ressemblance inclusion, dissimilarité, ...) et de leurs propriétés.

Chapitre 3

Méthodes de résolution des problèmes multicritères

Introduction :

Le comportement face au risque a fait l'objet de nombreuses recherches se référant à divers ancrages théoriques relevant des théories managériales, psychologiques, sociologiques ou encore anthropologiques. L'intérêt croissant pour cet objet d'étude tant de la part des praticiens que des chercheurs se justifie entre autres par la valorisation accrue du comportement risqué dans les économies occidentales considéré le plus souvent comme associé à des rendements élevés [RAUFASTE É. et al 1999]. Bien que le degré de risque assumé (comportement) soit plus ou moins élevé en fonction du degré de risque perçu, le comportement ou encore la prise de décision face au risque ne reflète pas systématiquement la perception du risque [STELA R. et al 2007].

On présente, dans ce chapitre, un panorama des méthodes d'analyse d'aide à la décision, et plus particulièrement les méthodes d'agrégation multicritère les plus utilisées pour l'aide à la décision face aux risques.

1 choix d'une méthode d'aide multicritère à la décision :

1.1 Quoi ?

Il n'existe pas de méthodes d'aide multicritère à la décision qui soit parfaite et idéale pour chaque cas donné. Le choix de la méthode à utiliser est en soi une problématique qui dépend du décideur, de l'homme d'étude, des caractéristiques du projet, de son environnement, des variantes considérées, du résultat attendu, des objectifs fixés à l'aide à la décision, etc.

1.2 Qui ?

F. Joerin affirme que « cette opération doit généralement revenir au décideur ». (Joerin F.,1998) Vu la complexité des notions et des algorithmes développés dans certaines méthodes, cette affirmation semble un peu péremptoire. Il n'est pas évident que le décideur, qui n'est pas par définition un acteur technique mais plutôt un acteur politique, connaisse les caractéristiques des différentes méthodes d'agrégation partielle qui sont à sa disposition.

1.3 Quand ?

Il est préférable de réaliser le choix de la méthode d'agrégation partielle au début de l'étude car ceci permet de réaliser ensuite le processus d'étude d'une manière claire et plus efficace.

Cependant, il peut être intéressant de parfois différer ce choix de cette méthode : (Maystre L. Y., Pictet J. et al., 1994)

au début de l'étude, les résultats qui sont attendus ne sont pas forcément très clairs pour le décideur et l'homme d'étude : veut-on trier les variantes, en choisir une, etc. ? Au cours du processus d'étude, il devient plus facile de choisir la problématique adéquate

le décideur n'est pas forcément enclin à réaliser ce choix au début de l'étude car il ne voit pas concrètement quelles sont les conséquences qu'il amène 361 . [5]

2 Typologie des méthodes d'aide multicritère à la décision :

les problématiques d'agrégation des jugements sont à distinguer dans le domaine des méthodes d'aide multicritère à la décision telle que l'agrégation complète, l'agrégation partielle ou l'agrégation locale itérative.

2.1 Agrégation complète :

Ces méthodes sont développées par les tenants de " l'école nord-américaine " . Elles consistent à attribuer une fonction d'utilité partielle, qui est parfois très complexe, à chaque critère. Ensuite, pour chaque variante, une fonction mathématique agrège les différentes utilités partielles propres à chaque critère. On obtient ainsi une réponse synthétique qui est unique (critère unique de synthèse). Celui-ci est parfois appelé valeur d'utilité globale de la variante. Ces méthodes autorisent la compensation des jugements, qui sont transitifs, entre les différents critères. Un autre défaut de ces méthodes provient du fait que la détermination de la fonction d'utilité est parfois très complexe. Le reproche que l'on peut faire à l'égard de ces méthodes, c'est qu'elles sont " des moulinettes, qui donnent l'impression d'extraire tout le suc des informations d'une manière arbitraire, et en général peu transparente ". Ainsi, après avoir adopté une logique multicritère, on revient finalement à un problème mono critère en " mollissant " sur l'absence de commensurabilité des critères.

(Schärlig A., 1985) Ainsi les critères qualitatifs doivent être retranscrits sous forme de notes.

Les différentes méthodes d'agrégation complètes existantes sont : (Maystre L. Y., Pictet J. et al., 1994; Schärlig A., 1985)

addition de notes pondérées (cas des notes scolaires) : $\sum g_j(v_i)P_j$

produit de ratios pondérés : $\sum g_j(v_i)P_j$

goal-programming : minimiser des variables d'écart

Maut : théorie de l'utilité multi-attribut (très utilisée dans les pays anglo-saxons)

Uta : utilités additives

Ahp : analytic hierarchy process

analyse coûts - bénéfiques

déclassement comparé

dictature : critère rédhibitoire

démocratie : majorité des votants

hiérarchie : analyse des critères successifs dans l'ordre décroissant d'importance

monétarisation

La méthode d'analyse des valeurs d'utilité utilisée dans le cadre de la " Comparaison de variantes 1999 " est une méthode d'agrégation complète qui consiste en une addition de notes pondérées. Il s'agit de la même méthode que celle qui est présentée, sous un autre nom, dans le cours de Conception des voies de circulation z du LAVOC. (Dumont A.-G. et Tille M., 1997)

Les autres méthodes d'agrégation complète ne sont pas développées ici. Le lecteur intéressé peut se référer aux chapitres 4 à 7 du livre de A. Schärlig. (Schärlig A., 1985).

2.2 Agrégation partielle :

Ces méthodes sont développées par les tenants de L' école européenne. L'agrégation partielle consiste tout d'abord à comparer les variantes deux par deux, critère par critère. Ceci permet d'établir les relations de classement qui existent entre elles (préférence forte ou faible, indifférence ou incomparabilité). Ensuite, une synthèse de ces relations entre les différentes variantes est effectuée, sous forme généralement d'un graphe des relations, afin de réaliser un tri, de procéder à un rangement ou de faire sortir la meilleure variante du lot.

Ces méthodes admettent les postulats d'incomparabilité et d'intransitivité. Elles autorisent une plus grande richesse dans les relations entre les variantes. Comme les critères sont considérés séparément et qu'il n'y a pas de fonctions d'utilité à définir ceux-ci peuvent être qualitatifs ou quantitatifs et de nature

très différentes.

la différence entre les méthodes d'agrégation complète, les résultats des méthodes d'agrégation partielles sont parfois peu clairs car ils sont basés sur une analyse du graphe des relations qui est difficile et complexe. Le fait de " mollir " sur la clarté du résultat peut être perturbant pour le décideur qui s'attend à recevoir une réponse nette et définitive. (Schärlig A., 1985)

De plus, le nombre d'opérations de comparaisons à réaliser sur chaque paires de variantes (pour n variantes, on a $n(n - 1)$ comparaisons à réaliser) peut se révéler considérable en présence de nombreuses variantes.

nous citons quelques méthodes d'agrégation partielles existantes sont : (Maystre L. Y., Pictet J. et al., 1994 ; Schärlig A., 1985)

Electre (élimination et choix traduisant la réalité) : Electre I, Electre II, Electre III, Electre IV, Electre Tri, Electre IS

Qualiflex

Oreste

Regime

Prométhée (preference ranking organisation methode for enrichment evaluations) : Prométhée I, Prométhée II

Pragma / Maccap

N-Tomic

Macbeth

Gaia : geometric analysis for interactive assistance

Dans cette étude, seules les méthodes Electre seront présentées. Il s'agit des principales méthodes d'agrégation partielle et elles ont été développées par B. Roy et ses collaborateurs du LAMSADE et ont fait l'objet de nombreux ouvrages de vulgarisation, de mise en application et de conseils pratiques, comme (Roy B., 1985), (Schärlig A., 1985), (Maystre L. Y., Pictet J. et al., 1994) ou (Maystre L. Y. et Bollinger D., 1999).

2.3 Agrégation locale itérative :

Les deux méthodes précédentes peuvent se révéler lourdes à utiliser en présence d'un grand nombre de variantes, voir d'un nombre de variantes quasi infini si l'on est en présence d'un ensemble des variantes V continu. Il s'agit alors de procéder à une exploration locale en fixant tout d'abord une solution de départ correspondant à une variante initiale qui est aussi bonne que possible. Ensuite, on regarde dans l'ensemble des variantes proches de la variante initiale s'il n'existe pas une variante qui soit meilleure. Si c'est le cas, cette variante devient la variante initiale d'un nouveau processus de recherche. On procède ainsi par itérations.

Ces jugements locaux mettent en jeu un petit nombre de variantes en renon-

cant à une vision globale du problème posé. Il est ainsi tentant de vouloir augmenter le nombre d'itérations à réaliser de manière à limiter le risque " d'oublier " une variante qui pourrait s'avérer intéressante. Ces méthodes sont aussi d'un contenu théorique ardu ce qui fait que le décideur doit avoir une totale confiance envers l'homme d'étude. F. Joerin souligne aussi que ce genre de méthode n'est pas à conseiller si le décideur est un groupe d'acteurs, car cette approche ne favorise pas la négociation, les nombreuses itérations et la complexité des opérations étant autant d'occasions de remise en question de la procédure. (Joerin F., 1998)

l'ensemble des méthodes d'agrégation locale itérative existantes sont : (Maystre L. Y., Pictet J. et al., 1994 ; Schärli A., 1985)

Plm : programmation linéaire multicritère

Stem (Pop)

Uta : Utility Theory Additive

Prefcalc.[5]

3 Problématiques multicritères :

La problématique multicritères peut être perçue comme étant une orientation de l'investigation qu'on adopte pour un problème de décision donné. Elle exprime les termes dans lesquels le décideur ou l'homme d'étude pose le problème et traduit le type de la prescription qu'il souhaite obtenir. Roy distingue quatre problématiques :

3.1 Problématique du choix($P.\alpha$) :

Il s'agit de la problématique la plus classique : celle qui consiste à choisir une meilleure action à élaborer une procédure de sélection qui pose le problème en termes du meilleur choix. C'est par rapport à elle que se sont développées les procédures d'optimisation. Toutefois, la définition que nous proposons ci-après fait apparaître la problématique de l'optimisation comme un cas particulier de cette problématique du choix..

Définition :

la Problématique du choix($P.\alpha$) consiste à poser le problème en termes de choix d'une seule meilleure action, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un sous-ensemble A' de A aussi restreint que possible, conçu pour éclairer directement le décideur sur ce que doit être l'issue du

prochain temps fort et ce compte-tenu du caractère éventuellement révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de prescription ou de simple participation visant :

- Soit à indiquer avec un maximum de précision et de rigueur une décision à préconiser ;
- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de sélection (d'une meilleure action) convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.
- Soit du fait du caractère révisable et/ou transitoire de A ;
- Soit parce que les éléments objectifs servant à asseoir la comparaison des actions sont insuffisamment précis.

exemple typique de cette problématique de choix d'un projet d'investissement .

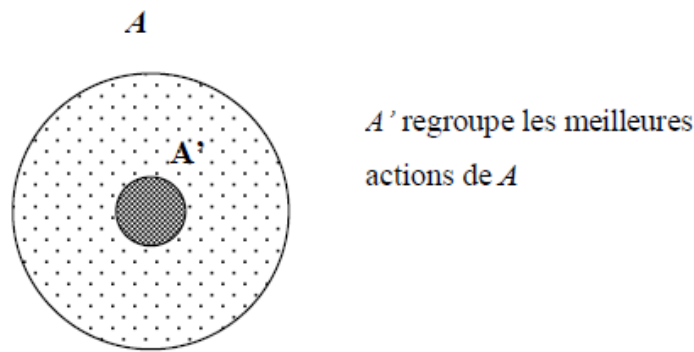


FIGURE 3.1 – problématique de choix

3.2 Problématique du tri($P.\beta$) :

Définition :

la problématique du tri($P.\beta$) consiste à trier les actions d'après des normes ou à élaborer une procédure d'affectation, et poser le problème en termes de tri des actions par catégories, celles-ci étant conçues relativement à la suite à donner aux actions qu'elles sont destinées à recevoir, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'une affectation des actions de A à ces catégories en fonction de normes portant sur la valeur intrinsèque de ces actions et ce compte-tenu du caractère révisable et ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de prescription ou de simple participation visant :

- Soit à préconiser l'acceptation ou le rejet pour certaines actions ; d'autres pouvant donner lieu à des recommandations plus complexes compte-tenu de la conception des catégories ;
- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure d'affectation à des catégories de toutes les actions convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

Exemple typique de cette problématique du tri d'un projet d'investissement

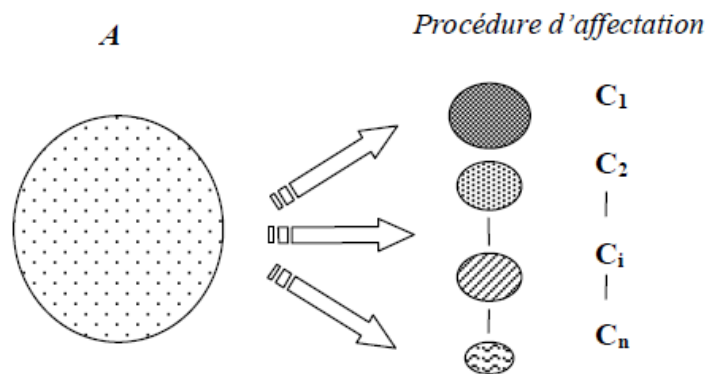


FIGURE 3.2 – problématique de tri

3.3 Problématique du rangement($P.\gamma$) :

Définition :

la problématique du rangement($P.\gamma$) consiste à ranger les actions selon un ordre de préférence décroissante ou à élaborer une procédure de classement et poser le problème en termes de rangement des actions de A ou de certaines d'entre elles, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un classement défini sur un sous-ensemble de A conçu en vue de discriminer les actions se présentant comme " suffisamment satisfaisantes " en fonction d'un modèle de préférences et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique préparer une forme de prescription ou de simple participation visant :

- Soit à indiquer un ordre partiel ou complet portant sur des classes regroupant des actions jugées équivalentes ;
- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de classement (de tout ou partie de A) convenant à une éventuelle utilisation

répétitive et/ou automatisée. Exemple typique de cette problématique du rangement d'un projet d'investissement

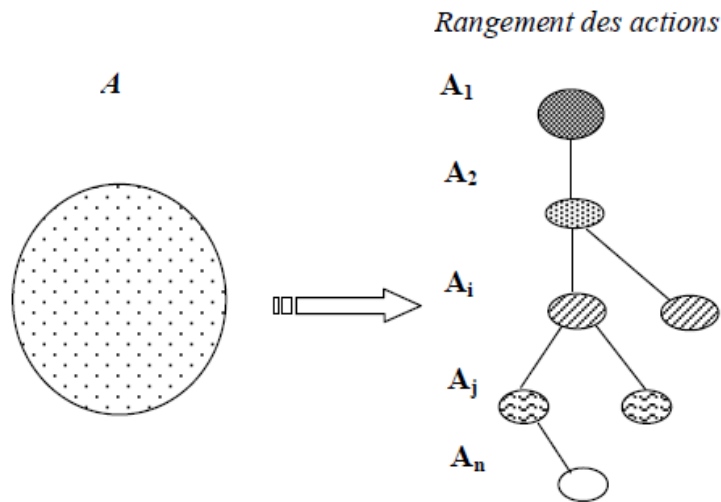


FIGURE 3.3 – problématique du rangement

3.4 Problématique de la description($P.\delta$) :

Définition :

la problématique de la description($P.\delta$) consiste à décrire les actions et/ou leurs conséquences de façon systématique et formalisée ou à élaborer une procédure cognitive et poser le problème en termes limités à une description des actions de A et/ou de leur conséquences, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'informations relatives aux actions potentielles conçues en vue d'aider directement le décideur à les découvrir, à les comprendre, à les jauger et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de A ; cette problématique prépare une forme de prescription ou de simple participation visant :

- Soit à présenter une description systématique et formalisée des actions et de leurs conséquences qualitatives ou quantitatives ;
- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure cognitive convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.[13]

4 Principales méthodes multicritères :

4.1 Méthodes de sur-classement :

4.1.1 Méthodes ELECTR :

Ces méthodes ont été développées par Bernard Roy au début des années 1970 .Il a ainsi initié toute une série de méthode, dites de sur-classement, basées sur des comparaisons d'actions deux à deux. Celles-ci demandent peu d'information pour pouvoir être implémentées ; de plus cette information est facilement accessible au décideur (en effet, il est plus facile de comparer deux actions, que de donner une évaluation précise de leurs performances) ; elles fournissent donc des résultats solides, mais pauvres.[16]

4.1.1.1 ELECTRE I :

Cette méthode a été conçue par Roy en 1968 [ROY 68], c'est la méthode la plus basique de surclassement.

On considère que chaque critère est un critère vrai (seuil de préférence et d'indifférence nuls), la concordance et la discordance locale sont des valeurs binaires.

Electre 1 impose de retraduire les performances en notes variant sur des échelles dont la longueur est proportionnelle au poids des critères.

L'indice de discordance est obtenu en mesurant, sur l'ensemble des critères, pour chaque couple d'actions, la plus grande différence discordante divisée par la plus grande longueur d'échelle, l'indice de discordance est donc compris entre 0 et 1.

On définit un seuil de concordance et de discordance, il est à noter que souvent, pendant l'utilisation de la méthode on fera varier ces seuils pour étudier leur effet sur le résultat final : les seuils permettent de réaliser des tests de concordance et de discordance : le seuil de concordance est la valeur minimale à dépasser pour que le surclassement soit possible, le seuil de discordance est la valeur maximale à ne pas dépasser pour que, si le seuil de concordance est atteint, on puisse dire que l'action a surclasse l'action b.

On obtient alors un graphe de surclassement, les actions en sont les sommets et si une action a surclasse une action b, alors une flèche part de a et aboutit à b .

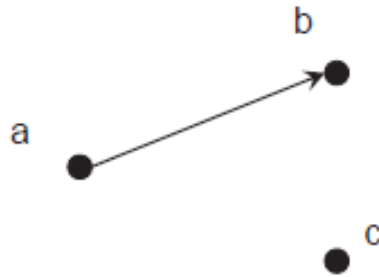


FIGURE 3.4 – Graphe de surclassement élémentaire

Remarque

dans ce graphe l'élément a surclasse b mais l'élément c n'est surclassé ni par a ni par b

Le noyau est l'ensemble des actions auxquelles n'aboutit aucune flèche du noyau lui-même. Ce noyau renferme des actions les plus difficiles à comparer entre elles et parmi lesquelles se trouve la meilleure.

Toute action qui n'est pas dans le noyau est surclassée par au moins une action du noyau. Les actions du noyau sont incomparables entre elles.

C'est cette partie de la méthode qui est la plus délicate! En général, on fait varier les seuils de concordance et de discordance pour voir comment varie le noyau! Plus les seuils sont contraignants, moins le graphe sera fourni en arcs et plus le noyau sera grand. En fait, les logiciels existants n'implémentent pas cette méthode mais ses dérivées.

Exemple adapté de (Roger et al, 1999)

L'exemple traite du choix d'un projet, parmi 6 projets concurrents pour la réalisation d'une raffinerie. Chaque projet est évalué sur la base de 5 critères environnementaux

c_{r1} :Nuisance sonore

c_{r2} :Séparation du territoire

c_{r3} :Pollution de l'air

c_{r4} :Impact sur l'aménagement du territoire

c_{r5} :Impact sur les activités récréatives

Importance de chaque critère dans la prise de décision est traduite par un poids K_j $j = 1...3$ tel que Chaque projet est évalué en fonction des critères retenus à l'aide d'une échelle qualitative et des scores. Plus le score est élevé, plus les impacts du projet sur l'environnement sont moindres. Le tableau de

critères	c_{r1}	c_{r2}	c_{r3}	c_{r4}	c_{r5}
poids(k_j)	3	2	3	1	1

TABLE 3.1 – poids des critères pour chaque projets

performance est donné dans le tableau suivant :

projets	c_{r1}	c_{r2}	c_{r3}	c_{r4}	c_{r5}
p_1	10	20	5	10	16
p_2	0	5	5	16	10
p_3	0	10	0	16	7
p_4	20	5	10	10	13
p_5	20	10	15	10	13
p_6	20	10	20	13	13

TABLE 3.2 – Tableau de performance

$$c(p_1, p_2) = \frac{3 + 2 + 3 + 0 + 1}{10} = 0.9$$

$$c(p_2, p_1) = \frac{0 + 0 + 3 + 0 + 1}{10} = 0.4$$

$$c(p_1, p_3) = \frac{3 + 2 + 3 + 0 + 1}{10} = 0.9$$

$$c(p_3, p_1) = \frac{0 + 0 + 0 + 1 + 0}{10} = 0.1$$

La matrice des indices de concordance est donnée par :

L'indice de discordance est calculé pour une valeur de $\delta = 20 - 0 = 20$

$$D(p_1, p_2) = \frac{6}{20} = 0.30$$

$$D(p_2, p_1) = \frac{15}{20} = 0.75$$

$$D(p_1, p_3) = \frac{6}{20} = 0.30$$

$$D(p_3, p_1) = \frac{10}{20} = 0.50$$

La problématique à résoudre est de choisir le sous-ensemble de projets avec le moins d'impacts sur l'environnement. On propose d'utiliser ELECTRE I. Nous présentons un exemple de calcul de l'indice de concordance : La matrice

projets	c_{r1}	c_{r2}	c_{r3}	c_{r4}	c_{r5}	c_{r6}
p_1		0.9	0.9	0.4	0.4	0.3
p_2	0.4		0.8	0.4	0.1	0.1
p_3	0.1	0.6		0.3	0.3	0.3
p_4	0.7	0.9	0.7		0.5	0.4
p_5	0.7	0.9	0.9	1.0		13
p_6	0.7	0.9	0.9	1.0	1.0	

TABLE 3.3 – Matrice de concordance

de discordance est obtenue comme suit :

projets	c_{r1}	c_{r2}	c_{r3}	c_{r4}	c_{r5}	c_{r6}
p_1		0.30	0.30	0.50	0.50	0.75
p_2	0.75		0.25	1.00	1.00	1.00
p_3	0.50	0.25		1.00	1.00	1.00
p_4	0.75	0.30	0.30		0.25	0.50
p_5	0.50	0.30	0.30	0.0		25
p_6	0.50	0.15	0.15	0.0	0.0	

TABLE 3.4 – Matrice de discordance

L'intérêt de la méthode Electre I est d'isoler un sous ensemble de solutions, dans notre cas identifier les projets avec le moins d'impacts sur l'environnement.

\hat{c} : indices de concordance.

\hat{d} : indices de discordance.

En considérant $\hat{c} = 1$ et $\hat{d} = 0$, P_1, P_2, P_3 et P_6 sont incomparables, par

contre P_6 S P_4 , P_6SP_5 et P_5SP_4 . On obtient le graphe de sur-classement suivant.

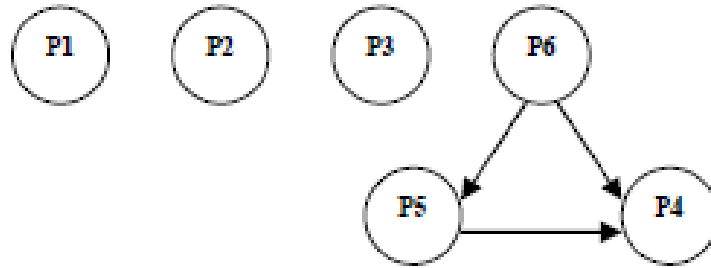


FIGURE 3.5 – Graphe de sur-classement

Le résultat obtenu est sensible aux valeurs des seuils \hat{c} et \hat{d} . A titre d'exemple, en posant $\hat{c} = 0.9$ et $\hat{d} = 0.15$, on obtient les résultat suivant : P_6SP_2 , P_6SP_3 , P_6SP_4 et P_6SP_5 . Dans ce cas les projets à retenir seraient les projets et P_6 .

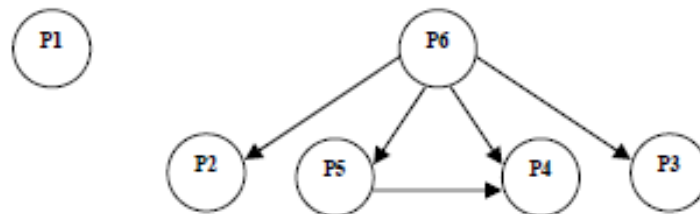


FIGURE 3.6 – Graphe de sur-classement final

4.1.1.2 ELECTRE II :

La méthode ELECTRE II relève de la problématique de rangement ($P.\gamma$) : elle vise à ranger les actions de la meilleure à la moins bonne.

La méthode ELECTRE II utilise le même indice de concordance que ELECTRE

I. Toutefois, on associe trois seuils à cet indice ($0,5 < c_3 < c_2 < c_1 \leq 1$). L'indice de discordance ne change pas non plus dans sa définition (ELECTRE I), mais on le calcule pour chaque critère discordant, et on lui donne 2 seuils (2 seuils par critère : $(0 < d_{j1} < d_{j2} < E_j)$).

La méthode ELECTRE II se présente comme suit :

Etape 1 :

A chaque couple d'actions (a_i, a_k) ; on associe l'indice de concordance suivant :

$$C(a_i, a_k) = \sum_{ji} (e_{ij} \geq e_{kj}) \pi_j, \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^n \pi_j = 1 \quad (3.1)$$

Etape 2 :

A chaque couple d'actions (a_i, a_k) ; on associe l'indice de discordance (par critère) suivant :

$$D(a_i, a_k) = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{ij} \geq e_{kj} \\ e_{kj} - e_{ij}, & \text{si } e_{ij} < e_{kj} \end{cases} \quad (3.2)$$

Etape 3 :

Construire les relations de surclassement :

On conclut au surclassement fort de a_k par a_i ($a_i S^f a_k$) si un test de concordance et un test de non discordance sont satisfaits :

$$\text{si } \frac{\sum_{j-\Delta_j > 0} \pi_i}{\sum_{j-\Delta_j < 0} \pi_i} > 1 \quad \text{et} \quad \text{si } (C(a_i, a_k) \geq c_3) \quad \text{et} \quad (D(a_i, a_k) \leq d_{j2}, \forall j) \Rightarrow a_i S^F a_k \quad (3.3)$$

On conclut au surclassement faible de a_k par a_i ($a_i S^f a_k$) si les tests de concordance et de non discordance suivants sont satisfaits :

$$\text{si } \frac{\sum_{ji} \Delta_j > 0 \pi_j}{\sum_{ji} \Delta_j < 0 \pi_j} > 1 \quad \text{et} \quad \text{si } (C(a_i, a_k) \geq c_3) \quad \text{et} \quad (D(a_i, a_k) \leq d_{j2}), \forall j \Rightarrow a_i S^f a_k \quad (3.4)$$

Si aucun des deux tests précédents n'est satisfait, alors on conclut à l'incomparabilité des actions a_i et a_k ($a_k R a_i$).

Etape 4 :

Exploiter les relations de surclassement :

On établit deux pré-ordres totaux P_1 et P_2 , ainsi qu'un pré-ordre partiel P .

Le premier pré-ordre total P_1 est obtenu par " classement direct " en utilisant uniquement les surclassements forts : la première classe est celle des actions non surclassées ; La deuxième classe est celle des actions auxquelles aboutit un chemin de longueur 1, et ainsi de suite [AYADI D. et al 2008 c].

Le second pré-ordre P_2 est obtenu par " classement inverse " : on classe cette fois les actions en fonction de la longueur des chemins qui en sont issus. On utilise ensuite les surclassements faibles pour départager les actions à l'intérieur des classes.

Le pré-ordre P est l'intersection de P_1 et P_2 [ROY B. et al 1971]. [15]

4.1.1.3 ELECTRE III :

Cette méthode est parfois appelée Electre floue, car le surclassement est établi à partir d'un indice de crédibilité calculé à partir d'un indice de concordance flou et d'un veto flou [ROY 78].

L'indice de concordance est donc plus complexe, cela correspond à un pseudo critère .

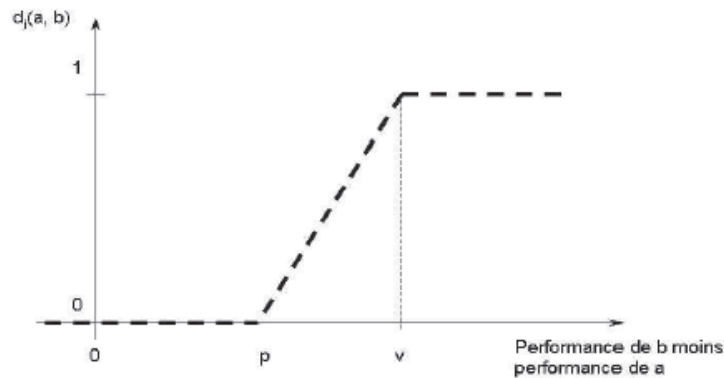


FIGURE 3.7 – Indice de concordance flou

Si b est faiblement supérieure à a (différence de performance comprise entre p et q , b est faiblement préférée à a , a ne surclassant pas vraiment b on prend un indice de concordance compris entre 0 et 1 calculé par interpolation . C'est une façon de tenir compte de l'imprécision des données.

On a alors : $c_j(a, b) = (p - d)/(p - q)$ Où : $d = g_j(a) - g_j(b)$

Pour l'indice de discordance on a le même type de calcul (il s'agit d'un pseudo critère à seuil de veto fluu .

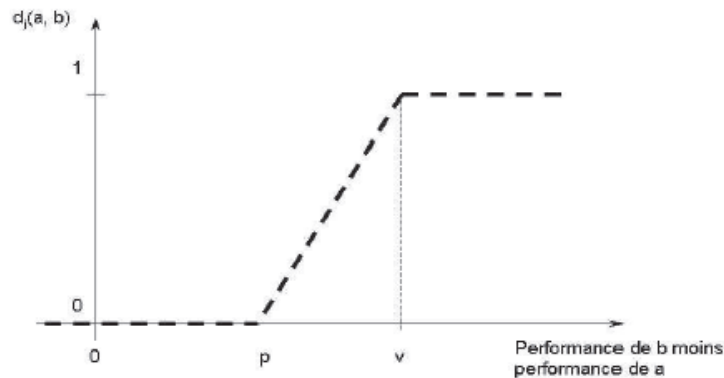


FIGURE 3.8 – Indice de discordance fluu

Le graphe de surclassement est complexe puisque entre chaque paire d'actions (sommets du graphe) se trouve une paire d'arcs de sens opposés, affectés chacun d'un degré de crédibilité. On effectue alors des distillations ascendantes et descendantes à partir de seuils de discrimination.

Une distillation descendante permet d'extraire de l'ensemble des actions un sous-ensemble des meilleures actions potentielles basé sur sa qualification (différence entre le nombre d'actions auxquelles elle est préférée et le nombre d'action qui lui sont préférées), sur ce sous-ensemble on réitère l'opération en diminuant le seuil de discrimination jusqu'à obtenir un ensemble d'actions incomparables qui est la première classe.

On réitère l'opération pour obtenir les classes suivantes. Personne ne pratique Electre 3 à la main parce que contient beaucoup d'opération , un logiciel existe comme (logiciel LAMSADE)!

C'est une méthode très utilisée particulièrement dans un contexte de conception lié au développement durable lorsqu'il est difficile de donner une valeur précise à chacun des critères.[17]

4.1.1.4 ELECTRE IV :

Cette variante utilise les vraies valeurs des performances, sans les traduire au préalable en notes avec échelles variables. Elle fait toujours appel au critère vrai mais cette fois muni d'un veto net, d'où le ν dans " Electre

Iv ".

Il faut alors choisir un seuil de veto pour chaque critère et préciser s'il s'agit de minimiser ou maximiser ces critères (ce qui était inutile avec des notes).

Pour chaque hypothèse de surclassement, on calcule l'indice de concordance et on arrête le processus si l'on tombe sur une différence de performances qui déclenche le veto. L'indice de concordance est alors posé nul pour cette hypothèse. Il n'est donc plus question de seuil de discordance, l'action de celui-ci étant remplacée par le seuil de veto.

Du fait du mode de calcul différent utilisé ici, par rapport à Electre I, on peut trouver des matrices de concordance différentes. Pour tester la robustesse vis-à-vis de la discordance, on fait varier l'un après l'autre les seuils de veto, ce qui est évidemment moins pratique que de travailler sur le seuil de discordance.

Exemple Pour cet exemple, on peut reprendre le tableau des performances initial en laissant toutefois tomber les lignes des seuils d'indifférence et de préférence (ici encore, $p=q=0$). Le tableau des indices de concordance sans effet de veto est évidemment le même que celui d'Electre I. Le Tableau [3.5] donne les indices de concordance pour chaque couple d'actions, lorsque le seuil de veto est intervenu.

Act=Action

	Act 1	Act 2	Act 3	Act 4	Act 5	Act 6	Act 7	Act 8
Act 1	0	0.9	1	0.9	0.6	0.6	0.2	0.5
Act 2	0.1	0	0.2	0.3	0.1	0.4	0.2	0.5
Act 3	0	0	0	0	0	0	0	0
Act 4	0.1	0.7	0.2	0	0.1	0.7	0.2	0.5
Act 5	0.4	0.9	1	0.9	0	0.7	0.2	0.5
Act 6	0.4	0.6	0.5	0.8	0.3	0	0.4	0.4
Act 7	0.8	0.8	1	0.8	0.8	0.6	0	0.7
Act 8	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 3.5 – Indice de concordance Electre Iv

Le Tableau [3.6] présente les surclassements avec un seuil de concordance de 0,7.

	Act 1	Act 2	Act 3	Act 4	Act 5	Act 6	Act 7	Act 8	Som.Cond.
Act 1	0	1	1	1	0	0	0	0	3
Act 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Act 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Act 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Act 5	0	1	1	1	0	0	0	0	3
Act 6	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Act 7	1	1	1	1	1	0	0	0	5
Act 8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 3.6 – Surclassements Electre Iv

Par rapport à Electre I, l'action 3 se joint au noyau.[18]

4.1.1.5 ELECTRE Is :

La méthode Electre Is est très similaire à la méthode Electre I sauf qu'elle s'applique dans le cas où le problème porte sur des pseudo-critères. L'exploitation de la méthode Electre Is conduit à la détermination d'un noyau. On emploie toujours un indice de concordance mais cette fois appliqué à un critère à seuil. [HAMMAMI A. 2003].[15]

4.1.2 Méthodes PROMETHEE :

Les méthodes PROMETHEE (Preference Ranking Organisation METHODS for Enrichment Evaluation) sont des méthodes de sur-classement, basées sur les théories Roy (développeur des méthodes ELECTRE) Elles ont été développées par Jean-Pierre Brans et Philippe Vincke à partir du milieu des années 80. Nous ne présentons ici que PROMETHEE I et II; qui sont les plus utilisées. [16]

4.1.2.1 PROMETHEE I :

Cette méthode établit un classement acceptant l'incomparabilité. On calcule les flux entrant et sortant à partir de cette préférence.

$$\Pi(a, b) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^k w_j p_j(a, b) \quad (3.5)$$

Où $p_j(a, b)$ est la préférence de l'action a comparée à b pour le critère w_j , j , est le poids du critère j et P est la somme des poids des critères $p = \sum_j w_j$

Puissance

$$\varphi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} \pi(a, b) \quad (3.6)$$

Faiblesse

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{k \leq A} \pi(b, a) \quad (3.7)$$

$$\phi(a) = \rho^+(a) - \phi^-(a)$$

aSb si

$$\phi_a^+ > \phi_b^+ \text{ et } \phi_a^- < \phi_b^- \text{ ou}$$

si

$$\phi_a^+ = \phi_b^+ \text{ et } \phi_a^- < \phi_b^- \text{ ou}$$

si

$$\phi_a^+ > \phi_b^+ \text{ et } \phi_a^- = \phi_b^-$$

aIb si

$$\phi_a^+ = \phi_b^+ \text{ et } \phi_a^- = \phi_b^-$$

4.1.2.2 PROMETHEE II :

Prométhée 2 établit un classement sans incomparabilité.

Cette méthode calcule la qualification des actions (puissance moins faiblesse) puis établit un classement sans incomparabilité, selon l'ordre des qualifications.

aSb si $\Phi_a > \Phi_b$

aIb si $\Phi_a = \Phi_b$

Un logiciel Promcalc donne une représentation graphique dans un plan appelé GAIA (pour Graphical Analysis for Interactive Assistance).

Ces méthodes comme Electre 3 ont été très utilisées dans des applications de conception où l'aspect environnemental est important.

On peut citer l'application [GEL 04] au rangement de neuf scénarios alternatifs pour le coating de téléphones mobiles ou d'accessoires plastique pour l'industrie automobile réduisant les problèmes environnementaux et prenant en compte des facteurs techniques économiques et environnementaux. Le logiciel implémentant Prométhée avait été couplé à des programmes de simulation permettant d'établir les caractéristiques de chaque scénario pour chaque critère. Les critères étaient mesurés en des unités incomparables et

étaient partiellement en conflit. Les auteurs avaient préféré cette méthode à Electre 3 à cause du fait que les seuils d'Electre 3 sont difficiles à expliquer aux décideurs. Une analyse de sensibilité complète l'étude.[17]

4.2 Les méthodes basées sur la théorie d'utilité :

4.2.1 Somme pondérée :

Cette méthode n'est pas à proprement parler une théorie basée sur l'utilité ; mais elle s'en rapproche. Le fonctionnement de cette méthode est très simple : tout se passe comme si on évaluait les élèves d'une même classe en faisant la moyenne pondérée de leur notes

Cette méthode permet de se passer des difficultés inhérentes à MAUT , et propose au décideur de noter directement les différentes actions relativement à tous les critères. Le décideur doit également décider de la pondération ; en prenant garde toutefois aux unités qu'il a utilisées pour les critères.

L'avantage de cette méthode est qu'elle permet d'obtenir un résultat numérique, et un classement complet des actions, sans la lourdeur de MAUT. Si l'on dispose de données chiffrées sur les performances des actions, on peut les implémenter directement, sans avoir à convertir ces données sur une échelle abstraite. Toutefois, la somme pondérée demande beaucoup d'attention au décideur, notamment car elle est compensatoire.[13]

Exemple d'application sur la méthode de Somme pondérée :

	Coût	proximité d'une zone d'habitation	proximité d'une voie rapide	note globale
pondération associée au critère	6	7	3	
site A	9	4	18	136
site B	19	18	11	273
site C	9	15	16	207

TABLE 3.7 – Application sur la méthode de somme pondérée

La méthode de somme pondérée donne donc B devant C, devant A. [16]

4.2.2 MAUT :

La méthode MAUT (MultiAttribute Utility Theory) est une méthode développée vers la fin des années 60 par Ralph Keeney et Howard Raiffa. Cette théorie est exposée dans un livre complet : Décisions with multiple objectives : préférences and value tradeoffs; et se base sur les travaux des économistes Von Neumann et Morgenstern.

L'idée est assez simple : le décideur doit associer une utilité à chacune des actions considérées. Pour ce faire, il va considérer séparément chacun des critères, et observer quelle utilité dégage chaque critère pour l'action considérée. En effet, l'utilité $V_A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ associée à l'action A, évaluée sur les critères 1, 2, . . . n peut se décomposer sous la forme :

$V_A(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n v_i(x_i)$ Etant l'utilité générée au vu du critère i si l'action considérée a la performance x ; à condition que les critères considérés soient indépendants.

En posant des questions au décideur, ou en le soumettant à des loteries, on peut extrapoler sa courbe d'utilité pour chacun des attributs. Il est ainsi possible d'intégrer l'incertitude du décideur (par l'intégration des probabilités, d'événements conditionnels : l'additivité de la fonction n'est alors plus vérifiée). Nous ne développerons pas les formules en cas d'incertitude.

Notons que le concept d'utilité évite d'avoir à pondérer ; mais il faut porter une grande attention aux réponses fournies car tous les critères doivent être évalués sur une même échelle : l'utilité. Cette méthode est très peu employée à cause de sa complexité (surtout dans le cas où il y a incertitude), ainsi que de la difficulté pour le décideur de se représenter ce qu'est l'utilité associée à une performance sur un critère. Enfin, les bases théoriques de cette méthode sont ébranlées par quelques expériences sur des loteries : plus de 90% des gens ont un comportement contraire à celui prédit par la théorie de l'utilité.

Exemple Revenons à l'exemple du choix d'un site d'enfouissement ; et supposons qu'après avoir interrogé le décideur nous ayons déterminé les utilités qu'il associe à chacun des sites :

Ainsi, le classement est B devant C, devant A. [16]

	site A	site B	site C
utilité associée ou coute	10	18	10
utilité associée à la proximité d'une zone d'habitation	5	18	13
utilité associée à la proximité d'une voie rapide	14	9	12
utilité globale	29	47	35

TABLE 3.8 – Détermination d'utilités de chacun site

4.2.3 AHP :

Principe de la méthode : La méthode AHP (Analytic Hierarchy Process) a été créée en 1980 par Thomas L. Saaty. La méthode AHP consiste à représenter un problème de décision par une structure hiérarchique reflétant les interactions entre les divers éléments du problème, à procéder ensuite à des comparaisons par paires des éléments de la hiérarchie, et enfin à déterminer les priorités des actions. [19]

Exemple Une entreprise doit sélectionner un partenaire pour externaliser un processus de fabrication. Le comité de direction a décidé d'exploiter la méthode AHP pour faire son choix.

Etape 1 :

Décomposition du problème en une hiérarchie d'éléments inter reliés. Le groupe de décision a retenu la hiérarchie suivante :

L'objectif est de sélectionner un partenaire pour sous-traiter le produit en question. Les critères de sélection retenus sont la qualité du produit fourni, la fiabilité du partenaire et l'économie engendrée par cette relation de partenariat. 4 alternatives sont possibles (4 partenaires ont déposé des offres).

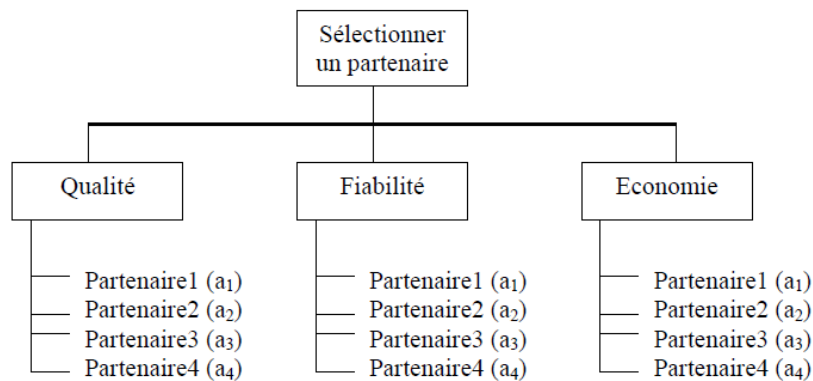


FIGURE 3.9 – Décomposition du problème en une hiérarchie d'éléments inter reliés

Etape 2+3 :

Comparaisons par paires des éléments de chaque niveau hiérarchique et détermination de l'importance relative des éléments.

Après discussion, le groupe de décision s'est mis d'accord que la fiabilité est légèrement plus importante que la qualité ; la qualité a une importance faible par rapport à l'économie ; et la fiabilité a une importance modérée par rapport à l'économie. Ces jugements sont traduits dans la matrice suivante : Le

	Qualité	Fiabilité	Économie
Qualité	1	1/2	3
Fiabilité	2	1	4
Économie	1/3	1/4	1

TABLE 3.9 – Détermination de l'importance relative des éléments

traitement de cette matrice donne :

$$\lambda_{max} = 3.0183; w_1 = \begin{pmatrix} 0.4481 \\ 0.8527 \\ 0.1862 \end{pmatrix}; \text{après normalisation, on obtient}$$

$$w_1 = \begin{pmatrix} 0.3196 \\ 0.5584 \\ 0.1220 \end{pmatrix}$$

En termes de qualité et de fiabilité, les comparaisons par paires des actions sont récapitulées dans les matrices suivantes :

Qualité

$$\begin{array}{l}
 \text{Qualité} \\
 \text{Fiabilité} \\
 \text{Economie}
 \end{array}
 \underline{w_1} = \begin{pmatrix} 0.3196 \\ 0.5584 \\ 0.1220 \end{pmatrix}
 \begin{array}{l}
 \leftarrow \\
 \leftarrow \\
 \leftarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Le second critère important} \\
 \text{Le critère le plus important} \\
 \text{Le critère le moins important}
 \end{array}$$

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	1	1/4	4	1/6
a_2	4	1	4	1/4
a_3	1/4	1/4	1	1/5
a_4	6	4	5	1

TABLE 3.10 – Matrice de Qualité

Fiabilité

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	1	2	5	1
a_2	1/2	1	3	2
a_3	1/5	1/3	1	1/4
a_4	1	1/2	4	1

TABLE 3.11 – Matrice de Fiabilité

En termes de qualité

$$\lambda_{max} = 4.4347 \text{ et } w_2 = \begin{pmatrix} 0.1160 \\ 0.2470 \\ 0.0600 \\ 0.5770 \end{pmatrix}$$

En termes de fiabilité

$$\lambda_{max} = 4.1913 \text{ et } w_3 = \begin{pmatrix} 0.3790 \\ 0.2900 \\ 0.0740 \\ 0.2570 \end{pmatrix}$$

Donc, si on ne tient compte que du critère qualité, c'est le partenaire 4 qui sera sélectionné. Toutefois, si on ne prend compte que le critère fiabilité, c'est le partenaire 1 qui sera retenu.

L'information concernant l'économie engendrée par l'association avec un partenaire est récapitulée dans le tableau suivant :

La normalisation des données relatives à l'économie nous a permis de déter-

	Économie	Normalisation
a_1	34	$34/113= 0.3010$
a_2	27	$27/113= 0.2390$
a_3	24	$24/113= 0.2120$
a_4	28	$28/113= 0.2480$
Total	113	1

TABLE 3.12 – Matrice de Fiabilité

miner le vecteur de priorité $w_4 = \begin{pmatrix} 0.3010 \\ 0.2390 \\ 0.2120 \\ 0.2480 \end{pmatrix}$

Etape 4 :

Évaluation des cohérences des jugements

Matrice	m_1	m_2	m_3	m_4
λ_{max}	3.0183	4.4347	4.1913	***
IC	0.0092	0.1449	0.0638	***
ACI	0.58	0.90	0.90	0.90
RC	1.6	16.1	7.1	***

TABLE 3.13 – Évaluation des cohérences des jugements

Etape 5 :

Détermination de la performance relative de chacune des actions.

D'après le vecteur des priorités des actions, on conclut que le partenaire 4(a_4) a proposé la meilleure offre, suivi du partenaire 1(a_1), puis des partenaires 2(a_2) et 3(a_3).

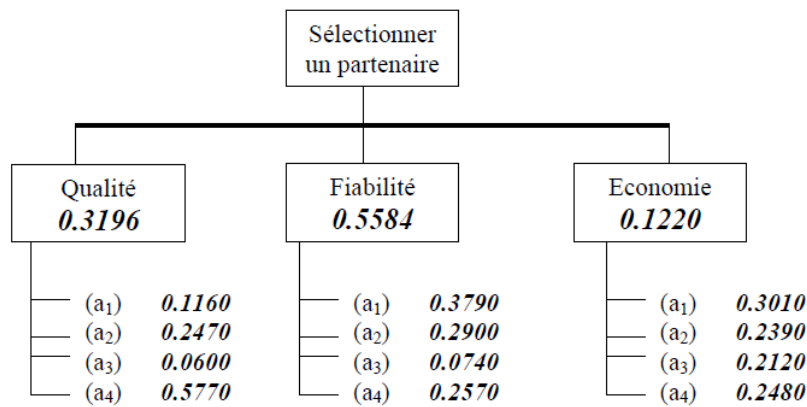


FIGURE 3.10 – Détermination de la performance relative des actions

$$\begin{array}{l} \text{Actions} \end{array} \begin{pmatrix} \text{Qualité} & \text{Fiabilité} & \text{Economie} \\ (a_1) & 0.1160 & 0.3790 & 0.3010 \\ (a_2) & 0.2470 & 0.2900 & 0.2390 \\ (a_3) & 0.0600 & 0.0740 & 0.2120 \\ (a_4) & 0.5770 & 0.2570 & 0.2480 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \text{Priorités des critères} \\ 0.3196 \\ 0.5584 \\ 0.1220 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Priorités des actions} \\ (a_1) & 0.3060 \\ (a_2) & 0.2720 \\ (a_3) & 0.0940 \\ (a_4) & 0.3280 \end{pmatrix}$$

4.3 Méthodes de l'approche du critère unique de synthèse :

4.3.1 Méthode SMART :

principe de la méthode La méthode SMART (Simple Multi-Attribute Rating Technique) consiste à utiliser la forme additive pour l'agrégation des évaluations sur les différents critères. Ceci a été justifié par le fait qu'on obtient d'aussi bonnes approximations avec la forme additive qu'avec d'autres formes non linéaires qui sont beaucoup plus complexes. La méthode SMART se présente comme suit :

Etape 1 :

Mettre les critères selon l'ordre décroissant d'importance.

Etape 2 :

Déterminer le poids de chaque critère.

Etape 3 :

Normaliser les coefficients d'importance relative entre 0 et 1 : faire la somme des coefficients d'importance et diviser chaque poids par cette somme.

Etape 4 :

Mesurer la localisation de chaque action sur chaque critère ($u_j(a_i)$). Les évaluations des actions se font sur une échelle variant de 0 (minimum plausible) à 100 (maximum plausible).

Etape 5 :

Déterminer la valeur de chaque action selon la somme pondérée suivante :

$$U(a_i) = \sum_{j=1}^n \pi_j * u_j(a_i) \quad i = 1.2...m \quad (3.8)$$

Etape 6 :

Classer les actions selon l'ordre décroissant de $U(a_i)$.

Exemple Une entreprise cherche un partenaire pour externaliser un processus de fabrication d'un produit qu'elle a des difficultés à maîtriser. Le comité de direction a décidé d'exploiter la méthode SMART pour faire son choix.

Critère de sélection	Sens de l'optimisation
Coût du contrat d'externalisation (C_1)	Minimiser
Licenciement (C_2)	Minimiser
Amélioration de la qualité (C_3)	Maximiser
Proximité (C_4)	Maximiser

TABLE 3.14 – poids des critères

La direction a reçu les 5 offres suivantes :

Application de la méthode SMART

Offre (a_i)	Coût (C_1)	Licenciement (C_2)	Qualité (C_3)	Proximité (C_4)
a_1	40	100	Insuffisante	Très loin
a_2	100	140	Très bonne	Très proche
a_3	60	40	Bonne	Proche
a_4	60	40	Moyenne	Loin
a_5	70	80	Bonne	Très proche

TABLE 3.15 – Les offres de la direction

Etape 1 :

Mettre les attributs selon l'ordre décroissant d'importance. Après discussion avec le syndicat ouvrier, le comité de direction a opté pour l'ordre suivant :

$$Licenciements(C_2) > Qualit(C_3) > Cot(C_1) > Proximit(C_4)$$

Etape 2 :

Déterminer le poids de chaque attribut. Le comité de direction a commencé par donner une valeur de 10 au critère le moins important à savoir la proximité. Les coûts ont été considérés 4 fois plus importants que la proximité : une valeur de 40 a été donc attribuée aux coûts. Une valeur de 150 a été attribuée à la qualité et une valeur de 250 aux licenciements.

Etape 3 :

Normalisation des coefficients d'importance : On divise chaque valeur de l'étape précédente par la somme des valeurs :

Licenciements

$$(C_2) = \frac{250}{10 + 40 + 150 + 250} = 55.6\%$$

Qualité

$$(C_3) = \frac{150}{10 + 40 + 150 + 250} = 33.3\%$$

Coût

$$(C_1) = \frac{40}{10 + 40 + 150 + 250} = 8.9\%$$

Proximité

$$(C_4) = \frac{10}{10 + 40 + 150 + 250} = 2.2\%$$

Ainsi, $\pi_1 = 0.089$; $\pi_2 = 0.556$; $\pi_3 = 0.333$; $\pi_4 = 0.022$

Etape 4 :

Évaluation des actions sur chaque attribut ($u_j(a_i)$). Pour les coûts : (Max = 100 et Min = 40)

$$u_1(a_1) = 100 * \frac{(100 - Cot_i)}{100 - 40} \text{ en } \%$$

Ainsi,

$$u_I(a_1) = 100 \cdot (100 - 40)/(100 - 40) = 100\%$$

$$u_1(a_2) = 100 \cdot (100 - 100)/(100 - 40) = 0\%$$

$$u_I(a_3) = 100 \cdot (100 - 60)/(100 - 40) = 66.7\%$$

$$u_I(a_4) = 100 \cdot (100 - 60)/(100 - 40) = 66.7\%$$

$$u_1(a_5) = 100 \cdot (100 - 70)/(100 - 40) = 50\%$$

Pour les licenciements : (Max = 140 et Min = 40)

$$u_2(a_i) = 100 \cdot \frac{(140 - \text{licenciements}_i)}{(140 - 40)} \text{ en } \%$$

Ainsi, $u_2(a_1) = 40\%$; $u_2(a_2) = 0\%$; $u_2(a_3) = 100\%$; $u_2(a_4) = 100\%$; $u_2(a_5) = 60\%$

Pour la qualité, la valeur de 100 a été accordée à *trsbonne*, la valeur 0 a été accordée à *insuffisante*, 66 à *bonne* et 33 à *moyenne*.

Ainsi, $u_3(a_1) = 0\%$; $u_3(a_2) = 100\%$; $u_3(a_3) = 66\%$; $u_3(a_4) = 33\%$; $u_3(a_5) = 66\%$.

Pour la proximité, la valeur de 100 a été accordée à n très proche z , la valeur 0 a été accordée à n très loin z , 66 à n proche z et 33 à n loin z . Ainsi, $u_4(a_1) = 0\%$; $u_4(a_2) = 100\%$; $u_4(a_3) = 66\%$; $u_4(a_4) = 33\%$; $u_4(a_5) = 66\%$.

Etape 5 :

Détermination des valeurs des actions.

	Offre(a_i)	Coût(C_1)	Licenciement (C_2)	Qualité (C_3)	Proximité (C_4)	$U(a_i)$
Poids (π_j)	0.089	0.556	0.333	0.022		
a_1	100	400	0	0	31.1	
a_2	0	0	100	100	35.5	
a_3	66.7	100	66	66	85.0	
a_4	66.7	100	33	33	73.3	
a_5	50	60	66	100	62.0	

TABLE 3.16 – Tableau de Détermination des valeurs des actions

Etape 6 :

Classification des actions.

L'offre proposée par a_3 est la meilleure, suivit de celle de a_4 et a_5 . Les offres proposées par a_2 et a_1 viennent en dernières positions avec des utilités de moins de 36 /Ainsi, le comité de direction de l'entreprise optera pour le partenaire a_3 . [19]

4.3.2 La méthode UTA :

Fondements de la méthode La méthode UTA (Utility Theory Additive) se base sur l'idée suivante : nous supposons que le décideur connaît bien un sous ensemble d'actions $A (A \subset A)$. Nous cherchons à estimer la fonction d'utilité (ayant une forme additive) en s'approchant le plus possible des jugements portés par le décideur sur le sous-ensemble A. Pour ce faire, on sélectionne un sous-ensemble $A (A \subset A)$ d'actions que le décideur connaît bien et on demande ensuite au décideur de :

- Classer les actions de A.
- Donner les critères significatifs 1,2,... j,... n.
- Donner les évaluations des actions de A par rapport aux critères 1,2,... j,.

. . . n (matrice des jugements).

On procède après à un ajustement appelé régression ordinaire : cette étape consiste à déterminer la fonction d'utilité totale qui colle le mieux avec les données (classement des actions et la matrice des jugements). La fonction d'utilité obtenue peut être considérée comme une estimation, à un terme d'erreur près, de la vraie fonction d'utilité :

$$U(a_i) = \sum_{j=1}^n u'_j(e_{ij}) + \sigma(a_i) \quad (3.9)$$

où $u'_j(e_{ij})$ désigne l'utilité de l'action a_i sur le critère j et $\sigma(a_i)$ désigne l'erreur associée à l'estimation de $u_j(a_i)$.

La méthode UTA s'applique en procédant comme suit :

Etape 1 :

Déterminer les évaluations extrêmes e_j^* et e_j^\dagger et écrire les valeurs des actions de A selon l'expression (3.9)

Etape 2 :

Écrire la contrainte de normalisation des poids des critères

$$\sum_{j=1}^n u'_j(e_j^*) \quad (3.10)$$

Etape 3 :

Diviser, pour chaque critère j , l'intervalle $[e_j^*, e_j^\dagger]$ en α_j intervalles notés $[e_j^1, e_j^{\alpha_j-1}]$, avec

$$e_j^l = e_j^* + \frac{l-1}{\alpha_j} \cdot (e_j^\dagger - e_j^*), \quad l = 1, 2, \dots, \alpha_j. \quad (3.11)$$

Etape 4 :

Appliquer la transformation ci-après :
 $u'_j(e_j^{l+1}) - u'_j(e_j^l) > 0, \forall j, l$ où $[e_j^l, e_j^{l+1}]$ est un intervalle de valeurs de g_j . Ce qui revient à dire que les fonctions d'utilité partielle sont monotones.

Etape 5 :

Déterminer les valeurs $u_j^l(e_j^l)$

Dans la méthode UTA, on détermine les $u_j^l(e_j^l)$ et on effectue des interpolations linéaires entre ces points. En d'autres termes,

Si $z_j \in [e_j^l, e_j^{l+1}]$, on aura

$$u_j^l(z_j) = u_j^l(e_j) + \frac{z_j - e_j}{e_j^{l+1} - e_j^l} [u_j^l(e_j^{l+1}) - u_j^l(e_j)] \quad (3.12)$$

Etape 6 :

Formuler le problème sous la forme d'un programme linéaire (ciaprès) en se basant sur l'ensemble A.

$$\text{Min } \sum_{a_i \in A'} \sigma(a_i)$$

$$\sum u_j^l(e_j^*) = 1$$

(Pondération des critères)

$$u_j^l(e_j^{l+1}) - u_j^l(e_j^l) > 0, \quad \forall j, \forall l$$

$$\sum_{j=1}^n [u_j^l(e_{ij}) - u_j^l(e_{kj}) + \sigma(a_i) - \sigma(a_k)] > 0 \quad \text{Si } a_i P a_k, (a_i, a_k) \in A' \times A'$$

sujet à

$$\sum_{j=1}^n [u_j^l(e_{ij}) - u_j^l(e_{bj}) + \sigma(a_i) - \sigma(a_k)] > 0 \quad \text{Si } a_i I a_k, (a_i, a_k) \in A' \times A'$$

$$u_j^l(e_{j^*}) = 0, \quad \forall j, \text{ avec } x_{j^*}$$

est la pire valeur sur le critère j

$$u_j^l(e_j^l) \geq 0 \quad ; \quad \sigma(a_i) \geq 0, \forall j, \forall l, i = 1, 2, \dots, m$$

Etape 7 :

Résoudre le programme linéaire et appliquer la fonction d'utilité obtenue à l'ensemble des actions de A

Critiques La méthode UTA utilise la même base axiomatique que la méthode MAUT. Toutefois, elle ne cherche pas à fixer directement les fonctions d'utilité partielles comme dans MAUT. Dans UTA, les fonctions d'utilité partielles découlent toutes à la fois de la préférence globale exprimée par le décideur. On assiste donc à une sorte de désagrégation de la fonction d'utilité totale en des utilités partielles. La méthode UTA exige des données cardinales, une articulation a-priori des préférences, une famille de vrai-critères. Par ailleurs, UTA exige l'indépendance au sens des préférences. UTA est un méthode compensatoire.[19]

4.4 Goal programming :

L'essence du goal programming (GP) réside dans le concept de satisfaction d'objectifs ; on se fixe un but à atteindre pour chacun des critères, et on résout ce problème selon les variantes choisies du GP :

Variante 1 (Standard Goal Programming) :

il s'agit de minimiser la somme des valeurs absolues des écarts par rapport aux buts (Charnes and Cooper 1961).

Variante 2 (MinMax Goal Programming) :

il s'agit de minimiser l'écart maximum par rapport aux buts (Flavell 1976).

Variante 3 (Lexicographic Goal Programming) :

il s'agit de minimiser la somme des écarts par rapport aux buts d'une manière lexicographique (Ijiri 1965). Pour ce faire, on procède comme suit : il s'agit de minimiser la somme des écarts par rapport aux buts d'une manière lexicographique (Ijiri 1965). Pour ce faire, on procède comme suit :

Étape 1 :

Classer les critères par ordre d'importance.

Étape 2 :

Sélectionner les actions qui minimisent l'écart par rapport au premier critère seulement, appelons ce sous-ensemble d'actions A_1 .

Étape 3 :

Parmi les actions de A_1 , sélectionner celles qui minimisent la somme des écarts (ou bien la somme pondérée des écarts) par rapport aux 2 premiers critères (les 2 critères ayant la plus grande importance), le sous-ensemble obtenu est A_2 .

Étape 4 :

Procéder de la même manière pour obtenir un sous ensemble A_3 à partir des actions de A_2 .

Étape 5 :

Continuer la procédure de proche en proche et arrêter lorsque la condition d'arrêt est satisfaite.

D'autres variantes du GP ont aussi vu le jour. On cite : le GP flou (Fuzzy GP), le GP non linéaire (Non linear GP), le GP stochastique (Stochastic GP).

Le Goal Programming a l'avantage d'aborder les problèmes sous l'angle de satisfaction d'objectif. Par ailleurs, le GP s'avère utile pour modéliser des problèmes qui n'ont pas de solution optimale, par exemple à cause de la non-satisfaction d'une contrainte. Pour ce faire, on demande au décideur d'explicitier ses souhaits, puis on propose un modèle GP qui permet de choisir l'action qui se rapproche le plus de ces souhaits.

La formulation d'un problème sous un modèle de GP n'a rien d'exceptionnel par rapport à un modèle mathématique. La différence entre les deux approches de modélisation est surtout philosophique : dans un modèle mathématique, on cherche une solution optimale (philosophie d'optimisation), alors que dans un modèle GP, on cherche à satisfaire des objectifs (philosophie de satisfaction).

Le GP dans sa forme standard peut générer des solutions non performantes dans le cas où les objectifs sur les critères sont fixés de façon pessimiste.[20]

5 Avantages et inconvénients des méthodes d'aide à la décision multicritère :

les avantages et les inconvénients de chaque méthode comme les montre la table suivant :

[15]

Méthodes	Avantages	Inconvénients
AHP	-la méthode AHP permet la modélisation du problème de décision par une structure hiérarchique. -Elle utilise une échelle sémantique pour exprimer les préférences du décideur.	-Un grand nombre d'éléments dans le problème de décision fait exploser le nombre de comparaisons par paires. -Le problème de renversement de rang (deux actions peuvent voir leur ordre de.
UTA	-Dans UTA, les fonctions d'utilité partielles découlent toutes à la fois de la préférence globale exprimée par le décideur.	-La méthode UTA exige des données cardinales, une articulation a-priori des préférences, une famille de vrai-critères.-UTA exige l'indépendance au sens des préférences.
MAUT	-La méthode MAUT permet les évaluations des actions par rapport aux attributs qui sont imprégnées d'incertitude (aléatoire).	- C'est une procédure très exigeante de point de vue informationnel. Par ailleurs, la construction des fonctions de valeur n'est pas toujours une tâche évidente.-La construction de la fonction analytique V est une tâche ardue.- L'exploitation de la forme additive n'est possible que sous des hypothèques très restrictives du point de vue théorique.
SMART	-La méthode SMART est facile à exploiter.	- Elle exige une articulation a- priori des préférences, et une évaluation des actions sur une échelle unique.
ELECTRE I	-La méthode ELECTRE I est utilisée pour des problèmes de sélection.-Elle introduit la notion de noyau qui permet de restreindre le domaine de l'étude pour s'intéresser uniquement aux meilleures actions.	-Elle exige de traduire les performances des actions en notes, ce qui suscite une gêne chez certains utilisateurs qui y voient une perte de maîtrise de leurs données.
ELECTRE II	-La méthode ELECTRE II relève des de classement. -Elle vise à classer les actions depuis les meilleurs jusqu'aux moins bonnes.	- Il est difficile de déterminer le préordre partiel P car les rangs des actions bougent beaucoup entre le classement direct et le classement inverse. -Elle exige des évaluations cardinales et une articulation a priori des préférences.

TABLE 3.17 – Principaux avantages et inconvénients des méthodes daide à la décision multi-attribut

Chapitre 4

Méthode PROMETHEE

Introduction :

Les méthodes PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHOD for Enrichment Evaluation) développées par [BRANS JP. et al 1986] sont des méthodes d'analyse multicritère de surclassement. Elles permettent de définir des relations de surclassement, d'indifférence et d'incomparabilité entre deux scénarios du meilleur au moins bon. Pour chaque scénario, une note et un poids sont attribués à chaque critère, afin d'évaluer l'indice de préférence d'un scénario sur l'autre. Cet indice est ensuite utilisé pour calculer l'attractivité d'un scénario sur l'autre, définie comme différence entre la dominance des scénarios par rapport à tous les autres, et la soumission de ce scénario par rapport à tous les autres.

Concept mathématique :

A : l'ensemble des actions.
 g_j : g : Critère. $j = 1, 2, \dots, k$ nombre de critère.
 w : le poids de chaque Critère.
 Q : le seuil d'indifférence.
 P : le seuil de préférence.
 S : le seuil de gaussien.
 $g_j(b)$: fonction de Critère g par rapport à l'action b .
 $g_j(a)$: fonction de Critère g par rapport à l'action a .
 d_j : la déférence entre deux actions.
 $\pi(a, b)$: degré de préférence
 $\Phi^+(a)$: Flux de surclassement sortant
 $\Phi^-(a)$: Flux de surclassement entrant

1 Méthodologie :

Selon Brans et Mareschal [10], PROMETHEE est conçu pour traiter des problèmes multicritères tels que :

$$\max \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a) | a \in A\} \quad (4.1)$$

où A est un ensemble fini d'alternatives possibles a_1, a_2, \dots, a_m et $g_1(\cdot), g_2(\cdot), \dots, g_n(\cdot)$ soit un ensemble de critères d'évaluation soit à maximiser ou minimisé. le décideur doit construire le tableau d'évaluation comme dans le tableau [4.1]. La deuxième ligne de ce tableau concerne les poids associés à chacun des critères et, comme dans les chapitres précédents, l'équation (4.2) est vérifiée.

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

[21]

a	$g_1(\cdot)$	$g_2(\cdot)$...	$g_n(\cdot)$
	w_1	w_2	...	w_n
a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$...	$g_n(a_1)$
a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$...	$g_n(a_2)$
...
a_m	$g_1(a_m)$	$g_2(a_m)$...	$g_n(a_m)$

TABLE 4.1 – L'évaluation des critères et des actions

Tableau de comparaison entre les deux actions :

pour faire la comparaison entre deux actions on fait la différence $d_j(a, b)$ et $d_j(b, a)$ comme le tableau suivant :

$d_j(a, b)$	action a	critère	action b	$d_j(b, a)$
$d_1(a, b)$...	g_1	...	$d_1(b, a)$
...
$d_n(a, b)$...	g_n	...	$d_n(b, a)$

TABLE 4.2 – Comparaison entre les deux actions

2 Etaps de classement de méthode PROMETHEE :

Les méthodes PROMETHEE se proposent d'aider le décideur dans le cas de problématiques de choix (PROMETHEE I et II) et de rangement (PROMETHEE II). Ces méthodes sont également de la famille des méthodes de surclassement et reposent sur les trois étapes suivantes :

Structure de préférence :

premièrement on introduit une fonction $p_j(a, b)$ donnant le degré de préférence de a sur b en fonction de $d_j(a, b)$ comme suivent :

$$d_j(a, b) = g_j(a) - g_j(b) \quad (4.3)$$

qui est l'écart entre les évaluations $g_j(a)$ et $g_j(b)$. on peut extraire Le type de relation entre chaque paire d'action utilisant $d_j(a, b)$ avec le tableau suivant : [22]

$\mathbf{d} \geq \mathbf{P}$	a P b : a est fortement préféré a b
$\mathbf{P} \geq \mathbf{d} \geq \mathbf{Q}$	a Q b : a est faiblement préféré a b
$\mathbf{Q} \geq \mathbf{d} \geq \mathbf{0}$	a I b : a et b sont indifférents
$-\mathbf{Q} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{0}$	a I b : a et b sont indifférents
$-\mathbf{P} \leq \mathbf{d} \leq -\mathbf{Q}$	b Q a : a est faiblement préféré a b
$\mathbf{d} \leq \mathbf{P}$	b P a : a est fortement préféré

TABLE 4.3 – Différent type de relation utilise

Relation de dominance :

dans cette étape on détermine une relation de surclassement valuée qui est basée sur l'indice de préférence.

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^k p_j(a, b) * w_j \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^k w_j = 1 \quad (4.4)$$

où $w_j > 0, j = 1, 2, \dots, k$ sont les poids de l'importance relative de chaque critère. $\pi(a, b)$ représente donc une mesure de préférence de a sur b sur l'ensemble des critères.

Aide à la décision :

on exploite la relation de surclassement valuée. On a un rangement partiel des actions par PROMETHEE I et un rangement total par PROMETHEE II. [23]

3 Procédure de la méthode PROMETHEE :

3.1 Différents types des critères :

3.1.1 Choix du type de critère généralisé :

- Cas où les évaluations sont des nombres réels mesurés sur une échelle continue : le type V s'adapte bien à la situation car il fait intervenir une zone de préférence stricte et une zone d'indifférence; et dans le cas où le décideur pense ne pas devoir tenir compte d'une zone d'indifférence, le type III s'impose.

- Cas où les données sont qualitatives, mesurées sur une échelle discrète, le type IV s'adapte bien à une échelle numérique associée au critère.

- Cas où le décideur veut considérer un degré de préférence positif même si l'écart entre les deux actions est faible, il peut choisir un critère généralisé de type I,

Et s'il souhaite voir croître ce degré de préférence lorsque l'écart grandit, il adoptera le critère VI. Il existe alors différents types de critères dont la définition fait appel aux notions énoncées dans le tableau [4.4].

[24]

Situation	Définition	Relation binaire
Indifférence	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une équivalence entre les deux actions.	I
Préférence stricte	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une préférence significative en faveur de l'une (identifiée) des deux actions.	P
Préférence faible	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui : infirment une préférence stricte en faveur de l'une (identifiée) des deux actions mais ces raisons sont insuffisantes pour en déduire soit une préférence stricte en faveur de l'autre soit une indifférence entre ces deux actions (ces raisons ne permettent donc pas d'isoler l'une des deux situations précédentes comme étant la seule appropriée).	Q
Incomparabilité	Elle correspond à l'absence de raisons claires et positives justifiant R (comme refus de se l'une des trois situations précédentes).	R

TABLE 4.4 – Définitions de l'indifférence, de la préférence faible, de la préférence stricte et de l'incomparabilité

3.2 Flux de surclassement :

Afin d'apprécier comment chaque action de A se comporte face aux (n-1) autres actions, nous introduisons ici trois flux de surclassement :

3.2.1 Flux de surclassement sortant :

Considérons

$$\Phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in a} \pi(a, x) \quad (4.5)$$

Ce flux exprime le caractère surclassant de l'action a face aux $(n-1)$ autres actions, c'est-à-dire sa puissance. $\Phi^+(a)$ est d'autant plus grand que a surclasse fortement les autres actions.



FIGURE 4.1 – Flux de surclassement sortant

3.2.2 Flux de surclassement entrant

Considérons

$$\Phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in a} \pi(x, a) \quad (4.6)$$

Ce flux exprime le caractère surclassé de l'action a face aux $(n-1)$ autres actions, c'est-à-dire sa faiblesse. $\Phi^-(a)$ est d'autant moins grand que a est peu surclassé.



FIGURE 4.2 – Flux de surclassement entrant

3.2.3 Flux de surclassement net

Considérons

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a) \quad (4.7)$$

Le flux net exprime le bilan des flux entrant et sortant de l'action a . Plus Φ_a est grand, l'action est meilleur.[13]

4 Choix des fonctions de préférence :

Les méthodes PROMETHEE se basent sur une extension de la notion de critère par l'introduction d'une fonction exprimant la préférence du décideur pour une action a_i par rapport à une autre action a_k . Pour chaque critère, le décideur est appelé à choisir une des six formes de courbes représentées ci-dessous. Les paramètres relatifs à chaque courbe représentent des seuils d'indifférence et/ou de préférence.[19]

[25]

Type de critère	fonction de préférence	constant
Critère usuel	$d > 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 1$ $d \leq 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 0$	
Quasi-Critère Forme en U	$d \leq Q \Rightarrow P_j(a, b) = 0$ $d > Q \Rightarrow P_j(a, b) = 1$	Q
Critère Forme en V	$d \leq 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 0$ $d \leq P \Rightarrow P_j(a, b) = \frac{ d }{P}$ $d > P \Rightarrow P_j(a, b) = 1$	P
Critère Linéaire	$ d \leq Q \Rightarrow P_j(a, b) = 0$ $Q < d \leq P \Rightarrow P_j(a, b) = \frac{ d -Q}{P-Q}$ $ d > P \Rightarrow \begin{cases} d > 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 1 \\ d < 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 0 \end{cases}$	Q, P
Critère APaliers	$ d \leq Q \Rightarrow P_j(a, b) = 0$ $Q < d \leq P \Rightarrow P_j(a, b) = \frac{1}{2}$ $ d > P \Rightarrow \begin{cases} d > 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 1 \\ d < 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 0 \end{cases}$	Q, P
Critère gaussien	$d \leq 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 0$ $d > 0 \Rightarrow P_j(a, b) = 1 - \exp\left(-\frac{d^2}{2S^2}\right)$	S

TABLE 4.5 – Choix des fonctions de préférence

Explication :**Critère usuel(Type I) :**

La fonction type I est généralement employée lorsque les données présentent un caractère discret tel un classement ordinal ou encore une valeur de type tout ou rien.

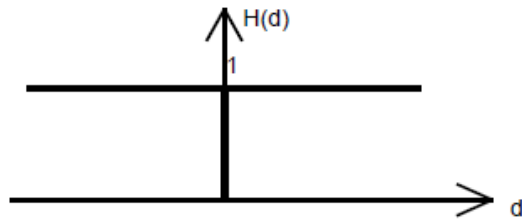


FIGURE 4.3 – Critère usuel

Quasi-Critère Forme en U (Type II) :

La fonction type II est employée lorsque les seuils d'indifférence sont clairement apparents dans les données du problème posé.

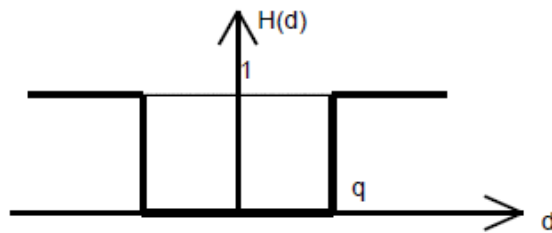


FIGURE 4.4 – Quasi-Critère Forme en U

Critère Forme en V (Type III) :

La fonction type III est généralement employée lorsque les données sont telles que les écarts entre elles présentent un caractère continu, ou encore lorsque toutes les valeurs intermédiaires entre les valeurs maximales et minimales de ces écarts sont possibles.

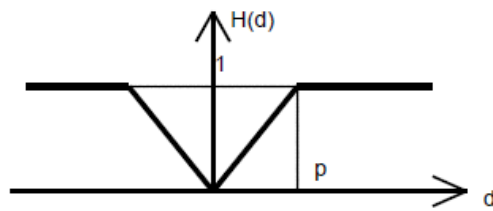


FIGURE 4.5 – Critère Forme en V

Critère Linéaire(Type IV) :

La fonction type IV est parfois employée lorsqu'on peut affirmer qu'un candidat n'est à la fois ni strictement préféré à un autre, ni indifférent [AZ-ZABI L. et al 2009 b]. Ce candidat caractérisé par un écart donné par rapport à un autre se verra attribuer $1/2$ point.

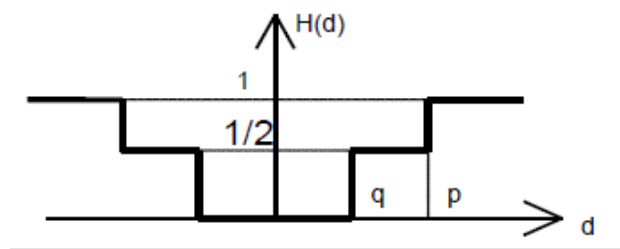


FIGURE 4.6 – Critère Linéaire

Critère APaliers(Type V) :

La fonction type V est employée lorsque les seuils d'indifférence et de préférence stricte sont clairement apparents dans les données du problème multicritère posé [AZZABI L. et al 2009 a].

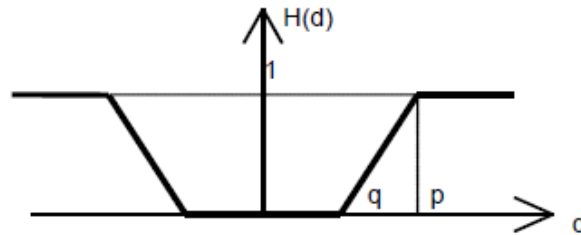


FIGURE 4.7 – Critère APaliers

Critère gaussien (Type VI)

La fonction type VI (distribution gaussienne) est la fonction la plus employée dans les applications pratiques et est particulièrement indiquée en cas d'un nombre de candidats suffisamment élevé. Dans ce cas il convient de calculer l'écart type ... de cette distribution [AZZABI L. et al 2008a].[15]

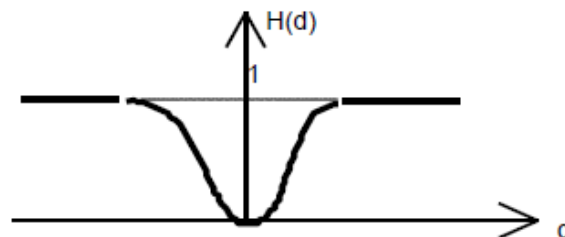


FIGURE 4.8 – Critère gaussien

5 Avantages et inconvénients de la méthode Prométhée :

5.1 Les Avantages :

Les méthodes Prométhée sont parmi les méthodes les plus utilisées dans la catégorie des méthodes de surclassement. Ceci est dû à un certain nombre d'avantages offerts par ces méthodes.

- 1- L'introduction de six fonctions de préférence différentes dans un seul et même processus ; il s'agit d'une extension de critère mais de façon bien formalisée.
- 2- Cette méthode est parvenue à intégrer de façon simple les développements récents dans la modélisation des préférences.
- 3- Prométhée, quoique dépourvue d'une base mathématiques, a essayé de combler ce manque en procédant par la systématisation de la fonction de préférence. En effet, le décideur, ayant à choisir la forme de sa préférence parmi six formes, se sentirait plutôt rassuré
- 4- La simplicité de Prométhée la place sur une bonne position pour être utilisée si on cherche à ranger des actions potentielles et que le décideur ne trouve pas beaucoup de peine à déterminer les poids des critères . Bien souvent cette méthode est sujette à des modifications ou des extensions.[13]
- 5-La méthode PROMETHEE I construit une relation de surclassement valuée traduisant une intensité de préférence.
- 6-La méthode PROMETHEE II construit un préordre total excluant l'incomparabilité et réduisant fortement l'indifférence.[15]

5.2 Les inconvénients :

Prométhée fait partie de la famille des méthodes de surclassement ; les critiques qui se trouvent dans la littérature s'adressent généralement à cette famille. Néanmoins on peut indiquer quelques critiques qui la concernent directement. 1- Par rapport à Electre III, Prométhée perd des nuances dans la valuation des arcs de surclassement (qui expriment par exemple que a_1 est préférée à a_2).

- 2-En tant que méthode de surclassement de type rangement. Prométhée permet de ranger les actions mais ne permet de rendre compte des différences quantitatives relatives à ces actions.
- 3- Le fait de prendre des seuils d'indifférence et de préférence constants peut être considéré comme une restriction .
- 4- Par comparaison à la méthode MAUT, par exemple, la méthode Prométhée manque de fondements théoriques qui permettraient de mieux appréhender les

hypothèses implicites sur lesquelles elle reposez[13]

5-L'indifférence est en pratique très rare vu les nombreux calculs pour obtenir les flux.

6-La méthode PROMETHEE II apparaît clairement comme une méthode d'utilité, les comparaisons 2 à 2 ne servant qu'à masquer le calcul du score final Φ_a de chaque action.[15]

Chapitre 5

Application(implémentation et validation)

Introduction :

La méthode PROMETHEE le plus utilisée dans l'analyse d'aide multicritère à la décision parce que certain exemple plus étudié dans l'utilisateur à titre d'exemple nous citons Abdelkader HAMMAMI[2003] et TAIBI BOUMEDYEN[2009] ...

Pour traiter notre problème(l'achat d'une automobile) on utilise la méthode PROMETHEE pour faciliter le choix d'achat d'une voiture à un prix bas et le plus grand Puissance et Faible consommation de carburant ,Qui a la plus grande capacité habitabilité la plus grande disponibilité de confort .

1 Description python :

1.1 Définition :

Python est un langage portable, dynamique, extensible, gratuit, qui permet (sans l'imposer) une approche modulaire et orientée objet de la programmation. Python est développé depuis 1989 par Guido van Rossum et de nombreux contributeurs bénévoles.

1.2 Caractéristiques du langage python :

On cite les principales caractéristiques de Python, plus précisément, du langage et de ses deux implantations actuelles :

Python est portable, non seulement sur les différentes variantes d'Unix, mais aussi sur les OS propriétaires : Mac OS, BeOS, NeXTStep, MS-DOS et les différentes variantes de Windows. Un nouveau compilateur, baptisé JPython, est écrit en Java et génère du bytecode Java.

Python est gratuit, mais on peut l'utiliser sans restriction dans des projets commerciaux.

Python convient aussi bien à des scripts d'une dizaine de lignes qu'à des projets complexes de plusieurs dizaines de milliers de lignes.

La syntaxe de Python est très simple.

Python gère ses ressources (mémoire, descripteurs de fichiers...) sans intervention du programmeur, par un mécanisme de comptage de références (proche, mais différent, d'un garbage collector).

Python intègre, comme Java ou les versions récentes de C++, un système d'exceptions, qui permettent de simplifier considérablement la gestion des erreurs.

1.3 Évaluation du langage python :

Python continue à évoluer, mais cette évolution ne vise qu'à améliorer ou perfectionner le produit. Il est donc très rare qu'il faille modifier les programmes afin de les adapter à une nouvelle version qui serait devenue incompatible avec les précédentes.

la première version est :Python 1.5.2, puis d'autres sous Python 1.6, Python 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, etc. Ils n'ont guère nécessité de modifications avant l'apparition de Python 3.[26]

dans notre système on installe la dernière version disponible python 3.7.1, cette version du langage a cependant apporté quelque changement de fond qui lui confèrent une plus grande cohérence et même une plus grande facilité d'utilisation.

2 Visual PROMETHEE :

Visual PROMETHEE est la dernière et la plus complète implémentation logicielle du logiciel Méthodes d'aide à la décision multicritère (MCDA) PROMETHEE et GAIA.

Visual PROMETHEE est développé par VPSolutions sous la supervision du professeur Bertrand Mareschal de la Solvay Brussels School of Economics and Management de l'Université Libre de Bruxelles (ULB).

Le professeur Bertrand Mareschal a développé et appliqué les méthodes PROMETHEE et GAIA pour 30 ans aux côtés du professeur Jean-Pierre Brans aux universités ULB et VUB de Bruxelles.

Avec Visual PROMETHEE, vous pouvez partager l'expertise d'un expert mondial dans le domaine des multicritères d'aide à la décision et de l'un des auteurs originaux des méthodes PROMETHEE et GAIA..[27]

2.1 Plan de visualisation GAIA :

Les détails concernant les méthodes de visualisation utilisées par GAIA ne seront pas présentés. Le lecteur plus curieux pourra se documenter avec, notamment, le livre de référence .

Alors qu'il est impossible d'avoir une représentation visuelle de l'espace de solutions lorsque l'on dépasse trois critères, le plan GAIA se propose de permettre au décideur d'avoir une visualisation même en présence de plus de

trois critères, l'aide du calcul des flux nets sur les préférences du décideur pour chacun des critères. La représentation se base sur la projection des solutions sur un plan qui minimise l'information que l'on perd en effectuant cette projection.

Les données fournies par le logiciel D-Sight illustreront ultérieurement l'utilisation du plan GAIA dans une démarche de décision .

3 Application de la méthode PROMETHEE :

3.1 Présentation du problème :

Dans l'étude de notre problème , En effet cinq offres possibles ont été recensées ; ainsi les différentes marques automobiles requises pour la présente étude sont considérées comme les actions, d'une part :

Action 1 : Renault (France).

Action 2 : Fiat (Italie).

Action 3 : Mercedes (Allemagne).

Action 4 : Volvo (Suède).

Action 5 : Toyota (Japon).

D'autre part, cinq critères d'évaluation sont pris en considération avec leurs poids respectifs :

C1 : prix.

C2 : Puissance.

C3 : consommation.

C4 : habitabilité.

C5 : le confort.

Dans le cas concret proposé, les fonctions de préférence devront être choisies de façon à maximiser les critères C2, C4, C5, et minimiser les critères C1 et C3.

poids on donne pour chaque critère un poids ré-formuler dans le tableau suivant : Pour les calculs de fonction de préférence on doit donner un type pour chaque critère comme suivante : **Type de fonction de préférence : les critères prix, consommation ,le confort : A paliers le critère Puissance, habitabilité : Linéaire**

le tableau suivant présente les valeurs de seuil de préférence , seuil de indifférence : **les critères qualitatives et quantitatifs** : il y a de catégories : quantitatifs est prix, Puissance et consommation qualitatives est habitabilité , confort (very good=5, good=4, average=3, bad=2, very bad=1) la figure représente notre travail (l'exemple d'achat d'une automobile) avec le logiciel

critère	poids
prix	5
Puissance	3
consommation	4
habitabilité	2
confort	2

TABLE 5.1 – poids des critères

	seuil de indif- férence Q	seuil de préfé- rence P
prix	1.000	10.000
Puissance	5	15
consommation	5	8
habitabilité	1	2.5
confort	0.5	1

TABLE 5.2 – Seuil de préférence ,seuil de indifférence

Visual PROMETHEE comme suivant :

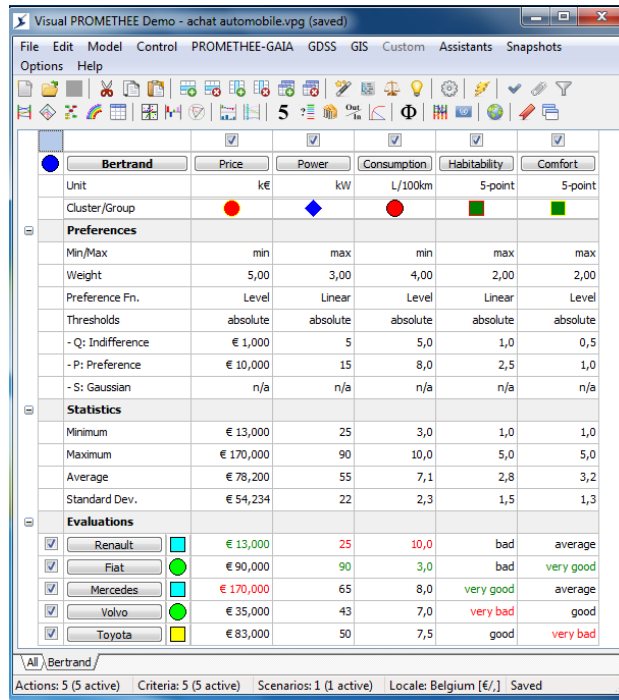


FIGURE 5.1 – l’interface de Visual PROMETHEE Demo

3.2 Analyse des résultats avec Visual PROMETHEE Demo

3.2.1 Les flux de surclassement :

The screenshot shows the 'PROMETHEE Flow Table' window with the following data:

Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Fiat	0,1745	0,4219	0,2474
2	Volvo	0,1000	0,3750	0,2750
3	Renault	0,0104	0,3438	0,3333
4	Toyota	-0,1286	0,2464	0,3750
5	Mercedes	-0,1563	0,2656	0,4219

FIGURE 5.2 – Flux de préférences globales

la figure[5.2] représenter flux de préférence globale de critère , on peut remarquer que les actions nVolvoz et nRenaultz sont situées en milieu du

classement, tandis que les actions *Fiat* et *Mercedes* sont concentrées dans le bas du classement, la action *Toyota* se situées on dernier classement. Cette répartition est bien entendu liée à la pondération retenue pour les critères.

3.2.2 Classement PROMETHEE

Il existe deux classements PROMETHEE calculés :

*Le classement partiel PROMETHEE I est basé sur le calcul de deux flux de préférences ($\Phi +$ et $\Phi -$). Cela permet une incomparabilité entre les actions lorsque les flux de préférence $\Phi +$ et $\Phi -$ donnent classements contradictoires.

*Le classement complet de PROMETHEE II est basé sur le flux de préférences nettes (Φ).

3.2.2.1 Classement des actions PROMETHEE I

Sur l'onglet PROMETHEE I Classement partiel figure[5.3] , la barre la plus à gauche indique le classement des actions. selon $\Phi +$: le *Fait* est en tête, suivi du *Volvo*, de *Renault*, du *Mercedes*, et *Toyota* en dernier . La barre la plus à droite indique le classement selon $\Phi -$: *Fait* est toujours en tête, suivi du *Volvo*, de *Renault*, du *Toyota* , dans se fois *Mercedes* on dernier.

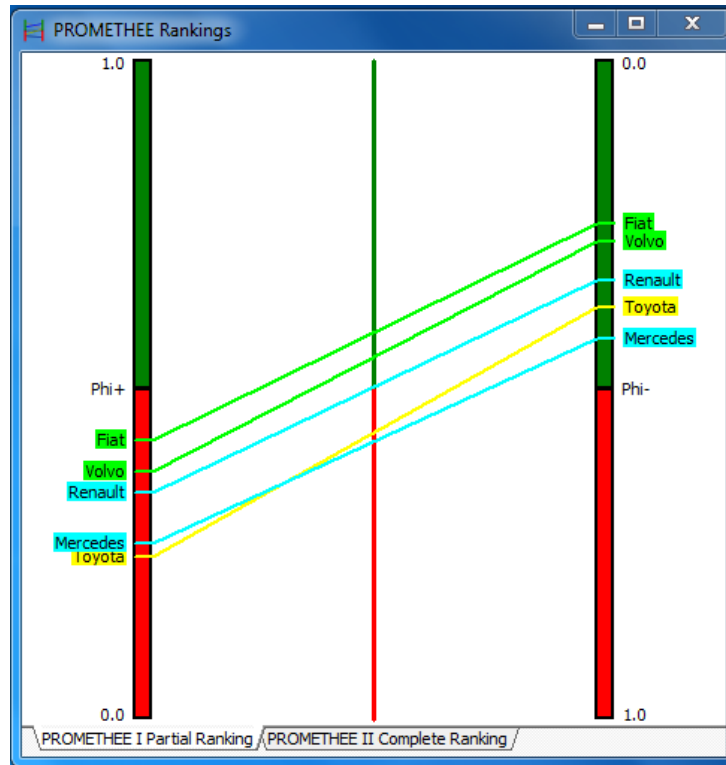


FIGURE 5.3 – PROMETHEE I classement (chiffre les actions par PROMETHEE visuel)

3.2.2.2 Classement des actions PROMETHEE II

La figure[5.4] présente un rangement complet de PROMETHEE II pour les différentes marques automobiles(action)

* la voiture Fiat classer on premier position parce que la valeur de phi net et max .

* la voiture Volvo et Renault classer après Fiat , donne un valeur faible de phi net proche de zero.

*les voitures Toyota ,Mercedes donne des valeurs négative donc le mois faible dans PROMETHEE II.

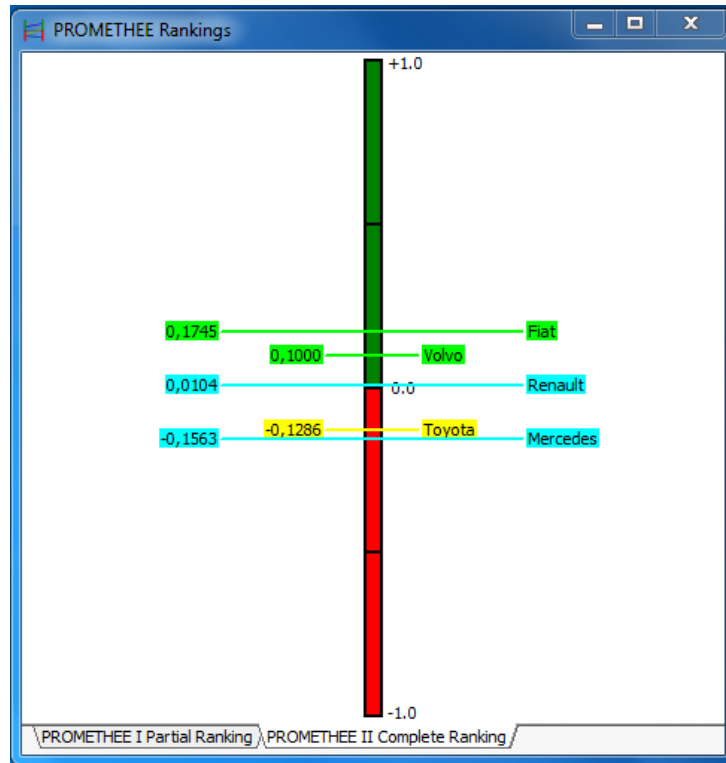


FIGURE 5.4 – PROMETHEE II classement (chiffre les actions par PROMETHEE visuel)

3.2.3 plan GAIA :

La figure (5.5) montre le plan GAIA pour la démonstration Visual PROMETHEE. Dans ce cas, la quantité de les informations contenues dans le plan sont égales à 99 % (comme indiqué dans la fenêtre GAIA dans Visual PROMETHEE)

Les actions : sont représentées par des points :

Les actions très différentes les unes des autres apparaissent très éloignées les unes des autres dans le plan GAIA. Il est le cas pour les voitures Fiat et de Toyota.

Les actions similaires apparaissent proches les unes des autres dans le plan GAIA. Au dessus photo, c'est le cas des deux voitures de Renault et Volvo .

Les critères : sont représentés par des axes dessinés du centre du plan.

Nous avons les propriétés suivantes :

Les critères exprimant des préférences similaires sont représentés par des axes orientés dans des directions similaires. C'est le 154/192 cas par exemple po-

wer et de confort.

Les critères exprimant des préférences opposées (opposées) sont représentés par des axes orientés de manière opposée. directions. C'est le cas par exemple de habitabilité et prix.

La longueur d'un axe critère est représentative de son pouvoir discriminant relatif : plus l'axe est long plus discriminant le critère.

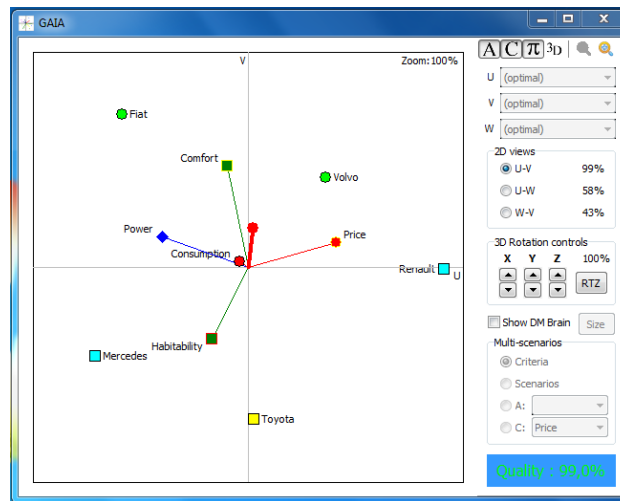


FIGURE 5.5 – Le plan GAIA

3.3 analyse des résultats avec python :

3.3.1 bibliothèque python :

La bibliothèque python est un ensemble de fonctions et méthodes qui vous permet d'effectuer de nombreuses actions sans écrire votre code. Chaque bibliothèque en Python contient un grand nombre de modules utiles que vous pouvez importer pour votre programmation quotidienne. Par exemple, **matplotlib, numpy :,graphviz :**

L'implémentation de PROMETHEE en Python est organisée en deux modules principaux et une option. Le fichier PROMETHEE II.py Comprend une implémentation Python de PROMETHEE II. Les variables dentrée sont des tableaux x (performances daction, p (paramètres de préférence de tous les critères,), c (optimisation des critères), d (fonctions de préférence) et w (poids des critères). le promethee implémente la méthode PROMETHEE II en appelant toutes les autres fonctions. Les résultats finaux sont affichés aux lignes .

3.3.2 fonctions utiliser :

PROMETHEE Preference Functions.py : Le fichier PROMETHEE Preference Functions.py inclut une méthode permettant de calculer les degrés de préférence d'un critère des actions pour un critère spécifique.

La méthode uni cal prend comme tableau d'entrée x (performances d'action), p (préférence)paramètres de tous les critères), c (optimisation des critères) et f (fonctions de préférence),et renvoie en sortie les flux nets (figures 1.6) ; les flux positifs et négatifs sont également calculés (Celles-ci seront nécessaires si le lecteur décide de modifier le code de PROMETHEE I).

```
Global preference flows = [ 0.41667  2.54167 -2.25    1.35    -2.05833]
```

FIGURE 5.6 – Résultat final des flux net sur python

PROMETHEE Final Rank Figure.py :Le fichier PROMETHEE Final Rank Figure.py est un module optionnel qui comprend deux méthodes pour tracer les résultats de PROMETHEE. Ce module produit deux parcelles avec les résultats (figures 5.7). Pour exécuter ces méthodes, on doit installer les modules graphviz et matplotlib.

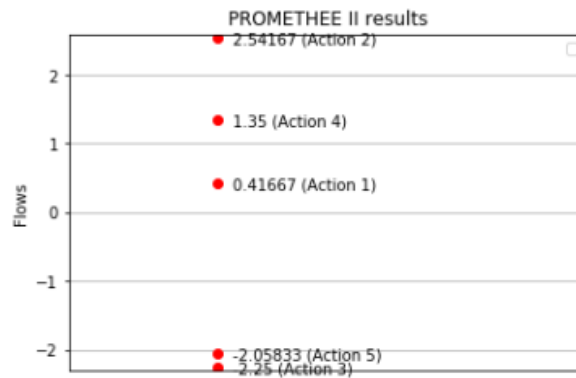


FIGURE 5.7 – Classement final tracé avec matplotlib

4 Discussion :

on remarque que :

★ lorsque on utilise la méthode PROMETHEE I () on obtenu un classement différent dans les deux axe $\phi +$ et $\phi -$ (classement entre 0 et 1) . quand on utilise la méthode PROMETHEE II () on obtenu un seul flux net classe entre -1 et 1 .

★ le classement des actions dans Visual PROMETHEE et python sont le même (Fait, Volvo, Renault, Toyota, Mercedes) . ★ les valeurs de flux net est différent entre Visual PROMETHEE et python qui représente dans le tableau suivant :

actions	python	Visual PROMETHEE
Fait	2.5416	0.1745
Volvo	1.35	0.1000
Renault	0.4166	0.0104
Toyota	-2.0583	-0.1286
Mercedes	-2.25	-0.1563

TABLE 5.3 – comparaison des valeurs de flux net

5 Conclusion :

L'objectif des méthodes d'analyse multicritère PROMETHEE est de construire via un système de préférences floues, un classement des actions des meilleures aux moins bonnes ; ce classement étant un préordre partiel (préférence stricte, indifférence et incomparabilité) pour PROMETHEE I, et un préordre complet (indifférence et préférence stricte) pour PROMETHEE II.

Nous tenterons de mettre en application la méthode PROMETHEE par le biais d'une étude de cas pour illustrer quelques développements théoriques liés à cette méthode.

Conclusion générale :

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire peut se résumer en cinq chapitres principaux. Le premier chapitre consiste à donner et présenter des notions de bases sur le thème de recherche, le second présente le problème d'optimisation multiobjectif et le troisième chapitre un état de l'art sur les méthodes de résolution des problèmes mono et multicritère, le quatrième chapitre est focalisée sur une présentation précise sur les méthodes PROMETHEE, un chapitre cinquième sur un exemple d'achat de automobile étant évaluées sur cinq critères et cinq actions, nous avons alors appliqué la méthode PROMETHEE et on a quelques résultats à des données réelles.

Nous avons vu que les problèmes multicritères sont économiquement bien posés (ils ont un sens pour le décideur) mais mathématiquement mal posés (ils ne possèdent en général pas de solution optimale). Compte tenu de leur importance dans le traitement de réalités humaines, de nombreuses approches ont été proposées. Toutes substituent à la recherche de solutions optimales, la recherche de solutions du meilleur compromis. L'utilisation de méthodes multicritères d'aide à la décision permet d'aborder de façon plus objective les problèmes de décision rencontrés dans la vie active. Pour ce faire, la réalité à laquelle fait face le décideur est remplacée par un modèle dans lequel les objectifs du décideur, ainsi que ses préférences, sont représentés de façon quantitative. De façon générale, le modèle est ajusté à la réalité en demandant au décideur de fixer les valeurs d'un ensemble de paramètres. Les méthodes PROMETHEE requièrent du décideur une information particulièrement simple et claire. Celui-ci doit d'une part attribuer des poids d'importance relative aux critères : plus le poids d'un critère est élevé, plus le critère est important. D'autre part, il doit également établir pour chaque critère le degré de préférence d'une action par rapport à une autre fonction de l'écart observé sur ce critère. Ce degré de préférence est calculé aisément par la construction d'une fonction de préférence qui dépend d'un nombre limité de paramètres économiques (seuil d'indifférence et seuil de préférence stricte). Les résultats obtenus dépendent bien sûr fortement des valeurs associées à ces paramètres et il peut être intéressant d'étudier dans quelle mesure les modifications de certains de ces paramètres ont une influence importante sur les résultats fournis par PROMETHEE. Ce type d'étude est appelé analyse de stabilité. Deux raisons majeures peuvent être invoquées pour réaliser une telle analyse :

- La signification économique des paramètres peut ne pas toujours être claire pour le décideur et certains paramètres peuvent être difficiles à fixer dans certaines applications. Un effort particulier a été réalisé dans l'élaboration des méthodes PROMETHEE pour éviter ce problème. Il n'en reste pas moins

vrai que la détermination des seuils de préférence et des poids n'est pas une étape immédiate dans la formulation d'un problème de décision multicritère et que le décideur peut éprouver certaines hésitations ou imprécisions à ce niveau. Il est alors important de s'assurer que des modifications légères des paramètres ne vont pas entraîner un bouleversement des résultats obtenus. Dans ce cas, la stabilité des résultats est importante.

- Certains paramètres, et particulièrement les poids associés aux critères, permettent au décideur d'explorer différents scénarios. Ils représentent en quelque sorte l'espace de liberté du décideur, et il peut être utopique de demander à ce dernier de fixer d'entrée une pondération de critères. L'utilisation d'une méthodologie d'aide à la décision comme PROMETHEE permet en effet au décideur d'entrer dans une phase d'apprentissage. Au fur et à mesure qu'il découvre les caractéristiques propres à son problème de décision, il est à même de préciser les poids qu'il souhaite associer aux critères. Dans ce contexte, il est important de pouvoir facilement étudier les conséquences de modifications éventuellement importantes des paramètres et d'étudier la sensibilité des résultats obtenus.

Bibliographie

- [1] SAADI LEILA ,Optimisation multiobjectifs par Programmation Génétique,Magister,luniversité de batna,2007.
- [2] HOUAS MOHAMED , contribution a l'étude algorithmique des problemes de cheminement multicritere ,Magister, saad dahlab de blida ,2008.
- [3] CHELOUTI SARA et KAIDI KARIMA ,Résolution d'un problème d'optimisation multi-objectif fractionnaire Linéaire flou en nombres entiers),Magister,2015-2016.
- [4] LAURENT HENRIET ,systèmes d'évaluation et de classification multicritères pour l'aide à la décision ,Docteur en Sciences,Université Paris Dauphine Paris IX,tel-00528799,2000.
- [5] MICAEL TILLE ,choix de variantes d'infrastructure routières :méthodes multicritères ,pour l'obtention du grade de docteur on sciences technique , école polytechnique fédérale de Lausanne ,thèse no 2294 (2000),2001.
- [6] M.ALNAFIE ELMJED, vers une nouvelle approche pour l'elicitacion des preferences dans la methodologie multicriter d'aide a la decision ,université d'oran , Faculté des Sciences Appliquées, thèse de doctorat ,2015/2016.
- [7] DOAN NQUYEN ENH VU, Analyse multicritère appliquée au problème de la conception des circuits 3D,université libre de Bruxelles , Faculté des Sciences Appliquées,en vue de l'obtention du diplôme de Master en Ingénieur Civil Électricien à finalité spécialisée Électronique, année académique 2008-2009.
- [8] IMED OTHMANI, Optimisation multicritère : fondements et concepts. Modélisation et simulation,Doctorat,Université Joseph Fourier Grenoble I, Français,tel-00004900, 1998.
- [9] S.BERANQER,F.BLANCHARD,A.ARCHANBAULT,D.ALLIER,utilisation des outils d'aide à la décision dans la gestion des Megasites,BRGM/RP-55223-FR,2006.

-
- [10] MAHDI SAMIR, Optimisation Multiobjectif Par Un Nouveau Schéma De Coopération Méta/Exacte, Mémoire de Magister, Université Mentouri de Constantine.
- [11] CLARISSE DHAENENS-FLIPO, Optimisation Combinatoire Multi-Objectif : Apport des Méthodes Coopératives et Contribution à l'Extraction de Connaissances, thèse pour obtenir le grade de Habilitation à Diriger des Recherches de l'U.S.T.L., Université des Sciences et Technologies de Lille U.F.R. d'I.E.E.A., 2005.
- [12] PASCAL GREGOIRE, modèle conceptuel d'aide à la décision multicritère pour le choix négocié d'un scénario de dragage maritime, doctorat, L'université d'Artois, 2004.
- [13] TAIBI BOUMEDYEN, L'analyse Multicritère comme outil d'aide à la décision : Application de la méthode PROMETHEE, Mémoire de Magistère, université abou-bekr-belkhaïd tlemcen, 2009/2010.
- [14] MOHMAD LOUNES MAMMERI, Une approche d'aide multicritère à la décision pour l'évaluation du confort dans les trains, Thèse Présentée pour l'obtention du titre de Docteur en Informatique, université paris-dauphine, 17 septembre 2013.
- [15] Mme Dorra AYADI AZZABI, optimisation multicritère de la fiabilité : application du modèle de goal programming avec les fonctions de satisfactions dans l'industrie de traitement de gaz. thèse de doctorat en cotutelle, n=1057. Université d'Angers, Français, 2010..
- [16] RENAUD CALLITE, Analyse multicritère : étude et comparaison des méthodes existantes en vue d'une application en analyse de cycle de vie, Montréal Aout 2003.
- [17] BERNARD YANNOU, CHAPITRE 13 : Les méthodes de surclassement. : L'école française : les méthodes de l'école belge : Prométhée Gaia, Qualiflex, Oreste, <https://www.researchgate.net/publication/260752425>, 19 Avril 2016.
- [18] S.BEN MENA, Méthodes multicritères d'aide à la décision : méthodes de surclassement, Assistant à la Faculté Universitaire des Sciences Agronomiques de Gembloux (Unité de Mathématique), article.
- [19] Abdelkader HAMMAMI, modélisation technico-économique d'une chaîne logistique dans une entreprise réseau, thèse de doctorat de l'École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne (Université Jean Monnet, Saint-Etienne, France), Le 26 septembre 2003.
- [20] Jeong-HWA AN, Le choix d'un système de transport durable : analyse comparative des systèmes de transport guidé de surface, Économies et

- finances, Université Paris-Est, Français, NNT : 2011PEST1133, pastel-00834819, 2011.
- [21] JASON PAPATHANASIOU ,NIKOLAS PLOSKAS ,Multiple Criteria Decision Aid Methods, Exemples and Python Implémentations ,Springer Optimization and Its Applications 136 ,2018.
- [22] S.BERANGER , et al., Utilisation des Outils d'Aide à la Décision dans la Gestion des Mégasites,BRGM, France, 2006.
- [23] DOAN Nguyen Anh Vu. Analyse multicritère appliquée au problème de la conception des circuits 3D. UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES. Faculté des Sciences Appliquées.en vue de l'obtention du diplôme de Master en Ingénieur Civil Électricien à finalité spécialisée Électronique, année académique 2008-2009.
- [24] SAMI BEN MENA ,Introduction aux méthodes multicritères d'aide à la décision,Unité de Mathématique, Faculté universitaire des Sciences agronomiques de Gembloux, Passage des Déportés, 2. B5030 Gembloux (Belgique). E-mail : benmena.s@fsagx.ac.be,le 23 février 2000.
- [25] SUHILAH SHNEH ,Application une méthode d'analyse multi-critère PROMETHEE Sélection des employés de l'organisation :Étude de cas du Centre de recherche scientifique et technique sur les zones sèches CRSTRA, Mémoire de Magistère,Année 2013/2014.
- [26] GERARD SWINNEN ,Apprendre à programmer avec python 3,disponible sur : <http://thinkpython.com> ou : <http://www.openbookproject.net/thinkCSpy>,Copyright (C) 2000-2012.
- [27] VPSolutions,Visual PROMETHEE 1.4 Manual,<http://www.promethee-gaia.net/files/VPManual.pdf>,September 5, 2013.