

République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
.Université Djilali Bounaâma de Khemis Miliana
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département des Sciences de la Matière



Mémoire de fin d'étude
En vue de l'obtention d'un diplôme de **Master** en physique
Spécialité : physique théorique

Thème :

Les états cohérents de l'oscillateur Harmonique quantique

Devant le jury composé de :

- | | |
|--------------|--------------|
| - M.sadouki | .Président |
| - Mme.mazouz | .Encadreur |
| - Mme.zaoui | Examinatrice |

Présenté par :

Bekki Safia

Année universitaire : 2017 / 2018

dédicace

A mon meilleur ami, mon exemple dans la vie : mon très cher père « MOUSSA », pour la confiance et les sacrifices qu'il a consentis pour mes études « rabbi yarhmo »

A ma très chère mère « NACIRA » pour la patience et les encouragements et les immenses sacrifices qu'elle a fait pour m'aider à arriver là où je suis maintenant.

Sachez que sans vous, je n'aurai pu aller aussi loin.

A ma chère sœur : « NAWEL »

A mes frères : « MOHAMED, ABD EL AZIZ, AISSA »

A ma belle soeur : « LAMIA »

A mes tantes surtout : « AICHA »

A mes Amis « GHANIA, SARA, NARIMAN, AICHA, SABRINA » pour leur appui et leurs encouragements,

A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,

Enfin ; à tout ceux qui ont une place dans mon cœur

SAFIA



Merci beaucoup

Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier le bon Dieu, de m'avoir donné la force pour accomplir ce modeste travail et de m'avoir aidé à surpasser les difficultés que j'ai pu rencontrer.

Je présente mes premiers remerciements à ma promotrice Madame Mazouz, De m'avoir permis de réaliser ce travail de recherche ainsi que pour tout le temps qu'elle m'a accordé pour le suivi de ce travail.

Je tiens aussi à remercier M. Sadouki pour l'honneur qu'il nous fait en présidant le jury de ce mémoire.

J'exprime mes vifs remerciements à Mme. Zaoui d'avoir accepté d'être membre du jury de ce mémoire.

Je remercie aussi mes enseignants du Master Physique Théorique de la faculté des sciences et Technologies.

Merci



Merci

Merci

ملخص

من الناحية الكلاسيكية ، يكمن اهتمام نموذج المذبذب التوافقي في موقفه من وصف معظم الحركات الصغيرة المتذبذبة بشكل كمي ، يعرض هزاز التوافقي نفس الاهتمام بطبيعة طيفه في الطاقة ، وهو إنحدار يحددها دون المستوى من خلال قيمة الذاتية المتباينة. لكن الهزاز التوافقي الكمومي ذو أهمية أكثر أهمية من الهزاز الكلاسيكي. توفر رياضيات الخاص بالهزاز التوافقي الاسس اللازمة لوصف اي نظام شبيه له. وبالتالي ، سيتم بناء حالات متماسكة من هزاز التوافقي الكمومي باستخدام طريقة متعلقة بالمؤشرات على المشغل مع إيلاء اهتمام خاص للمسارات وعمليات التنشيت لتأكيد شبه الكلاسيكية لهذه الحالات.

الكلمات المفتاحية: المذبذب التوافقي ، الدول المتماسكة ، حالات التنشيت ، علاقة عدم اليقين هايزنبرغ

Résumé :

Classiquement, l'intérêt du modèle de l'oscillateur harmonique réside dans son attitude à décrire la plupart des petits mouvements oscillants observés.

Quantiquement, l'oscillateur harmonique présente le même intérêt de par la nature de son spectre en énergie, une infinité- bornée inférieurement- de ses valeurs propres régulièrement espacées. L'oscillateur harmonique quantique s'avère toutefois d'une importance bien plus supérieure que son parent classique. L'algèbre de l'oscillateur harmonique quantique fournit l'outillage formel nécessaire à la description de tout système dont une grandeur physique à la même propriété. Ainsi, les états cohérents de l'oscillateur harmonique quantique seront construits en utilisant la méthode basée sur les opérateurs en portant une attention particulière aux trajectoires et aux dispersions afin de confirmer la quasi- classicité de ces états

Mots clés :Oscillateur HarmoniqueQuantique,Etats Cohérents, Dispersions, Relation d'incertitude de Heisenberg

Abstract :

Classically, the interest of the harmonic oscillator model lies in its attitude to describe most of the small oscillatory movements observed. In quantum mechanics, the harmonic oscillator presents the same interest by the nature of its spectrum in energy, an infinity-bounded inferiorly-of its eigenvalues regularly spaced. The quantum harmonic oscillator is much more important than its classical parent. The algebra of the quantum harmonic oscillator provides the formal tooling needed to describe any system including a physical quantity having the same property. Thus, the coherent states of the quantum harmonic oscillator will be constructed using operator method with special attention to trajectories and dispersions to confirm the quasi-classicity of these states.

Keywords :harmonic oscillator, coherent states, dispersions, Heisenberg uncertainty

Table des matières

Introduction	3
1 L'oscillateur harmonique	5
1.1 Introduction	5
1.2 Définition de l'oscillateur harmonique classique et quantique	5
1.2.1 Définition de l'oscillateur harmonique classique	5
1.2.2 Le lagrangien	6
1.2.3 Définition de l'oscillateur harmonique quantique	7
1.3 Calcul de la valeur moyenne de $\langle X \rangle$ et $\langle P \rangle$	12
2 Les états cohérents	16
2.1 Introduction	16
2.2 Définition de Schrödinger	16
2.3 Représentation des états quantiques	17
2.3.1 Représentation position	17
2.3.2 Représentation impulsion	18
2.3.3 Représentation de Fock ou Nombre	19
2.3.4 représentation analytique ou de Fock-Bargmann	20
2.3.5 Les opérateurs dans la représentation Fock-Bargmann	21
2.4 Les états cohérents de Schrödinger	21
2.4.1 Noyau de Bergmann comme état cohérent	22
2.4.2 Les états cohérents de Schrödinger dans les autres représentations	22
2.5 Glauber-Klauder-Sudarshan ou États cohérents normalisés	23
2.6 Construction des états cohérents	23
2.6.1 Définition1	24
2.6.2 Définition2	24

2.6.3	Définition 3	26
2.7	Propriétés des états cohérents	26
3	Les états cohérents de l'oscillateur harmonique	27
3.1	Introduction	27
3.2	Définition des états cohérents	27
3.3	Le modèle	28
3.4	Valeurs moyennes et dispersions	28
3.5	Les dispersions	31
3.5.1	La dispersion $(\Delta x)^2$	31
3.5.2	La dispersion $(\Delta p)^2$	32
3.6	Etats cohérents dépendants du temps	33
3.7	Trajectoires	35
3.7.1	Cas classique:	35
3.7.2	Cas quantique	36
 Conclusion		 38
 Bibliographie		 38

Introduction

La mécanique quantique est née au début du XXème siècle suite à de nombreux questionnements ; Face à un certain nombre de phénomènes physiques inexplicables par la théorie classique, elle n'a pas été créée par une seule personne mais par beaucoup de physiciens, tel Albert Einstein, qui a eu un grand rôle dans sa création mais sa naissance s'étale sur plusieurs décennies. Une fois les bases de la mécanique quantique mises en place, plusieurs physiciens se penchèrent sur la question du lien entre cette nouvelle théorie et celle de la mécanique classique. C'est dans ce contexte qu'apparurent les états cohérents introduits par Schrödinger en 1926 [1], Il les décrit comme des états quantiques de l'oscillateur harmonique ayant la propriété de se comporter de façon semblable aux états classiques du modèle équivalent.

C'est dans les années 60 qu'ils sont redevenus populaires auprès d'autres physiciens tels que Glauber et Klauder. Le premier construisit les états cohérents comme des états propres de l'opérateur d'annihilation de l'oscillateur harmonique [2, 3] , alors que le deuxième les analysa sous un côté plus algébrique [4, 5]. Beaucoup d'autres scientifiques les ont alors suivis sur cette voie ce qui a permis de grandes avancées.

L'utilisation des états cohérents, de l'oscillateur harmonique, s'est révélée extrêmement féconde en optique quantique [6], ces états étant les états propres de l'opérateur d'annihilation de l'oscillateur harmonique ont pour propriété principale d'être des états d'extension minimum, c'est-à-dire que le produit des écarts quadratiques moyens de la position et de l'impulsion est minimum pour ces états. Pour cette raison, les états cohérents se sont révélés particulièrement bien adaptés à la description quantique d'un champ électromagnétique classique, et ont été abondamment utilisés dans l'étude de l'émission laser.

Ce présent travail s'articule autour de trois chapitres :

Le premier chapitre se concentre sur l'oscillateur harmonique quantique, sa construction via son parent classique en introduisant la notion d'opérateur pour les variables coordonnées

et moment. Il permettra d'introduire les notions dont on aura besoin par la suite comme les valeurs moyennes et les dispersions.

Le second chapitre abordera les bases des états cohérents, bases nécessaires à leur utilité par la suite. Nous verrons comment ces états peuvent être exprimés dans les différentes représentations de la mécanique quantique ainsi que les différentes façons de les définir et de les construire.

Enfin le dernier chapitre sera consacré à la construction de ces états pour l'oscillateur harmonique à une dimension. Construction qui se basera sur une approche plus physique basée sur les opérateurs d'échelle. Nous discuterons également de leur propriété en étudiant leur localisation au niveau de la position, leurs dispersions et leurs trajectoires dans l'espace des phases.

1

L'oscillateur harmonique

1.1 Introduction

Le concept d'oscillateur harmonique joue un rôle majeur dans de nombreuses applications de la physique, nous nous sommes concentrés dans ce chapitre sur l'étude de l'oscillateur harmonique, du passage de sa version classique à sa version quantique à travers les opérateurs de création et d'annihilation et en mettant en avant le calcul des valeurs moyennes et des dispersions [7]

1.2 Définition de l'oscillateur harmonique classique et quantique

1.2.1 Définition de l'oscillateur harmonique classique

un oscillateur harmonique classique à une dimension est défini par un potentiel quadratique

$$v(x) = \frac{1}{2}mw^2x^2 \quad (1.1)$$

m est la masse du système

w est la pulsation propre

Le Hamiltonien classique de l'oscillateur harmonique :

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2x^2 \quad (1.2)$$

où p_x est la quantité de mouvement

1.2.2 Le lagrangien

Lagrange a montré que toutes les équations différentielles du mouvement du second ordre par rapport au temps que l'on connaissait en mécanique pouvaient se mettre sous la

forme:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

Le L lagrangien est défini comme:

$$L = T - V \quad (1.4)$$

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - V(q)$$

où q est la coordonnée généralisée

Le moment conjugué appelé quantité de mouvement associée ou impulsion généralisée :

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m \dot{q} \Rightarrow \dot{q} = \frac{p}{m} \quad (1.5)$$

$$H = \sum_k^N \dot{q}_k p_k - L(q, \dot{q}, t) \quad (1.6)$$

On remplace dans notre cas:

$$H = \dot{q} p - L(q, \dot{q}, t) \quad (1.7)$$

$$= \frac{p}{m} p - \frac{1}{2} m \dot{q}^2 + V(q)$$

$$= \frac{p^2}{m} - \frac{1}{2} m \frac{p^2}{m^2} + V(q)$$

$$= \frac{p^2}{m} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} + V(q)$$

Denc:

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + V(q)$$

On a également :

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m}$$

et $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} \Rightarrow m\ddot{q} = -\frac{\partial v}{\partial q}$

Les équations du mouvement de Hamilton pour le Hamiltonien classique

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p_x}{m}$$

$$\frac{dp_x}{dt} = -m\omega^2 x$$

On a

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$$= \frac{\omega}{2} \left(\frac{p_x^2}{m\omega} + m\omega x^2 \right)$$

$$= \frac{\omega}{2} \left[\left(\frac{p_x}{\sqrt{m\omega}} \right)^2 + (\sqrt{m\omega} x)^2 \right]$$

On pose:

$$P = \frac{p_x}{\sqrt{m\omega}} \text{ et } X = \sqrt{m\omega} x$$

Nous trouvons:

$$H = \frac{\omega}{2} (P^2 + X^2) \tag{1.8}$$

1.2.3 Définition de l'oscillateur harmonique quantique

Par "oscillateur harmonique quantique" on entend un système dont l'amplitude de probabilité $\Psi(x,t)$ est solution de l'équation de Schrodinger

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \tag{1.9}$$

- Opérateur X et P et \hat{Q}

En introduisant les notations suivantes :

$$H = \hbar\omega\hat{Q} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \frac{1}{\hbar\omega} H \\ &= \frac{p_x^2}{2\hbar\omega m} + \frac{m\omega^2}{2\hbar\omega} x^2 \\ \hat{Q} &= \frac{1}{2} (X^2 + P^2) \end{aligned}$$

$$(1.11)$$

Avec:

$$P = \frac{p_x}{\sqrt{m\hbar\omega}} ; X = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

Calcul le commutateur $[X, P]$

$$\begin{aligned} [X, P] &= XP - PX \\ &= \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x * \frac{p}{\sqrt{\hbar m\omega}} - \frac{p}{\sqrt{\hbar m\omega}} * \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x \\ &= \frac{1}{\hbar} (xp) - \frac{1}{\hbar} (px) \Rightarrow \frac{1}{\hbar} [(xp) - (px)] \\ &= \frac{1}{\hbar} [x, p] \Rightarrow \frac{1}{\hbar} i\hbar = i \text{ avec } [x, p] = i\hbar \end{aligned}$$

Donc:

$$[X, P] = i \quad (1.12)$$

-Opérateur a a^\dagger et N :

Opérateur d'annihilation :

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x + i \frac{p}{\sqrt{2\hbar m\omega}} \\ &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} * \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} X + i \frac{\sqrt{\hbar m\omega}}{\sqrt{2\hbar m\omega}} P \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} X + i \frac{1}{\sqrt{2}} P \end{aligned}$$

Donc:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} [X + iP] \quad (1.13)$$

Opérateur de création :

$$\begin{aligned} a^\dagger &= \sqrt{\frac{mw}{2\hbar}}x - i\frac{1}{\sqrt{2mw\hbar}}p \\ &= \sqrt{\frac{mw}{2\hbar}} * \sqrt{\frac{\hbar}{mw}}X - i\frac{1}{\sqrt{2mw\hbar}}\sqrt{\hbar mw}P \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}X - i\frac{1}{\sqrt{2}}P \end{aligned}$$

Donc:

$$a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} [X - iP] \quad (1.14)$$

-Le commutateur $[a, a^\dagger]$:

$$\begin{aligned} [a, a^\dagger] &= aa^\dagger - a^\dagger a \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}X + i\frac{1}{\sqrt{2}}P \right) * \left(\frac{1}{\sqrt{2}}X - i\frac{1}{\sqrt{2}}P \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}X - i\frac{1}{\sqrt{2}}P \right) * \left(\frac{1}{\sqrt{2}}X + i\frac{1}{\sqrt{2}}P \right) \\ &= \frac{1}{2} [(X + iP), (X - iP)] \\ &= \frac{1}{2} [X^2 - iXP + iPX + P^2 - X^2 - iXP + iPX - P^2] \\ &= \frac{1}{2} [2iPX - 2iXP] \\ &= i [PX - XP] \Rightarrow [P, X] = -i \end{aligned}$$

Donc:

$$[a, a^\dagger] = 1 \quad (1.15)$$

-Action des opérateurs a et a^\dagger sur les états propres:

Etudions l'action de $a|n\rangle$ pour cela

On pose:

$$a|n\rangle = \alpha|n-1\rangle \quad (1.16)$$

Le conjugué de (1.16) est :

$$\langle n|a^\dagger = \alpha^*\langle n-1| \quad (1.17)$$

Multiplions (1.16) et (1.17) :

$$\langle n|a^\dagger a|n\rangle = |\alpha|^2 \langle n-1|n-1\rangle \quad (1.18)$$

Avec: $[a, a^\dagger] = aa^\dagger - a^\dagger a = 1$

Soit :

$$a^\dagger a = N$$

Il vient :

$$\begin{aligned} \langle n|N|n\rangle &= |\alpha|^2 \langle n-1|n-1\rangle \\ \text{avec: } \langle n-1|n-1\rangle &= 1 \\ n \langle n|n\rangle &= |\alpha|^2, \text{ avec } N|n\rangle = n|n\rangle \text{ et } \langle n|n\rangle = 1 \\ n &= |\alpha|^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{n} \end{aligned}$$

Donc:

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (1.19)$$

-L'action de a^\dagger sur $|n\rangle$:

On pose :

$$a^\dagger|n\rangle = \beta|n+1\rangle \quad (1.20)$$

Le conjugué de (1.20) est:

$$\langle n|a = \beta^* \langle n+1| \quad (1.21)$$

Et multiplions (1.20) et (1.21) :

$$\langle n|aa^\dagger|n\rangle = |\beta|^2 \langle n+1|n+1\rangle \quad (1.22)$$

Avec: $aa^\dagger = N + 1$

l'équation(1.22) se réécrit:

$$\begin{aligned} \langle n|(N+1)|n\rangle &= |\beta|^2 \\ (n+1) \langle n|n\rangle &= |\beta|^2 \\ (N+1)|n\rangle &= (n+1)|n\rangle \text{ et } \langle n|n\rangle = 1 \\ n+1 &= |\beta|^2 \Rightarrow \beta = \sqrt{n+1} \end{aligned}$$

Donc:

$$a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (1.23)$$

- Calcul de aa^\dagger :

$$\begin{aligned} aa^\dagger &= \frac{1}{2}(X+iP)(X-iP) \\ &= \frac{1}{2}(X^2 - iXP + iPX + P^2) \\ &= \frac{1}{2}(X^2 + P^2 - i[XP - XP]) \\ &= \frac{1}{2}(X^2 + P^2 - i[X, P]) \\ &= \frac{1}{2}(X^2 + P^2 + 1) \\ &= \frac{1}{2}(X^2 + P^2) + \frac{1}{2} \\ aa^\dagger &= \hat{H} + \frac{1}{2} \\ \hat{H} &= \frac{1}{2}(X^2 + P^2) \\ \hat{H} &= aa^\dagger - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

De même, on montre facilement que

$$\hat{H} = a^\dagger a + \frac{1}{2} \quad (1.24)$$

Donc:

$$H = N + \frac{1}{2} \quad (1.25)$$

1.3 Calcul de la valeur moyenne de $\langle X \rangle$ et $\langle P \rangle$

$$\begin{aligned}
 \langle X \rangle_{|n\rangle} &= \langle n|X|n\rangle \\
 &= \langle n|\sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}(a + a^\dagger)|n\rangle \\
 &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}\langle n|(a + a^\dagger)|n\rangle \\
 &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}(\langle n|a|n\rangle + \langle n|a^\dagger|n\rangle) \\
 &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}(\langle n|\sqrt{n}|n-1\rangle + \langle n|\sqrt{n+1}|n+1\rangle) \\
 &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}(\sqrt{n}\langle n|n-1\rangle + \sqrt{n+1}\langle n|n+1\rangle) \\
 &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}(\sqrt{n}\delta_{n,n-1} + \sqrt{n+1}\delta_{n,n+1})
 \end{aligned}$$

Donc:

$$\langle X \rangle_{|n\rangle} = \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}(0) = 0 \Rightarrow \langle X \rangle = 0 \quad (1.26)$$

-Calcul de $\langle X^2 \rangle$:

$$\begin{aligned}
 X^2 &= X * X = \left(\sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}\right)^2 (a^\dagger + a) * (a^\dagger + a) \\
 &= \frac{\hbar}{2mw} [a^{\dagger 2} + a^\dagger a + a a^\dagger + a^2]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle X^2 \rangle_{|n\rangle} &= \langle n|X^2|n\rangle \\
 &= \frac{\hbar}{2mw} [\langle n|a^{\dagger 2}|n\rangle + \langle n|a^\dagger a|n\rangle + \langle n|a a^\dagger|n\rangle + \langle n|a^2|n\rangle] \\
 &= \frac{\hbar}{2mw} [\sqrt{n+1}\langle n|a^\dagger|n+1\rangle + \sqrt{n}\langle n|a^\dagger|n\rangle + \sqrt{n+1}\langle n|a|n+1\rangle + \sqrt{n}\langle n|a|n-1\rangle] \\
 &= \frac{\hbar}{2mw} [\sqrt{n+1}\sqrt{n+2}\langle n|n+2\rangle + \sqrt{n}\sqrt{n}\langle n|n\rangle + \sqrt{n+1}\sqrt{n+1}\langle n|n\rangle + \sqrt{n}\sqrt{n-1}\langle n|n-2\rangle]
 \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$= \frac{\hbar}{2mw} [\sqrt{n+1}\sqrt{n+2}\delta_{n,n+2} + \sqrt{n}\sqrt{n}\delta_{n,n} + \sqrt{n+1}\sqrt{n+1}\delta_{n,n} + \sqrt{n}\sqrt{n-1}\delta_{n,n-2}] \quad (1.28)$$

Donc:

$$\langle X^2 \rangle = \frac{\hbar}{2mw} [n + n + 1] \Rightarrow \frac{\hbar}{2mw} [2n + 1] \quad (1.29)$$

-Les dispersions:

$$\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2} \quad (1.30)$$

Nous avons vu que $\langle X \rangle = 0 \Rightarrow \langle X \rangle^2 = 0$

Donc:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \sqrt{\langle X^2 \rangle} \\ &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw} (2n+1)} \\ \Delta X^2 &= \frac{\hbar}{mw} \left(n + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (1.31)$$

-Calcul de $\langle P \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle P \rangle_{|n\rangle} &= \langle n|P|n\rangle \\ &= \langle n|i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}(a^\dagger - a)|n\rangle \\ &= i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}\langle n|(a^\dagger - a)|n\rangle \\ &= i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}[\langle n|a^\dagger|n\rangle - \langle n|a|n\rangle] \\ &= i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}[\langle n|\sqrt{n+1}|n+1\rangle - \langle n|\sqrt{n}|n-1\rangle] \\ &= i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}[\sqrt{n+1}\langle n|n+1\rangle - \sqrt{n}\langle n|n-1\rangle] \\ &= i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}[\sqrt{n+1}\delta_{n,n+1} - \sqrt{n}\delta_{n,n-1}] \\ \langle P \rangle_{|n\rangle} &= i\sqrt{\frac{\hbar mw}{2}}[0] \Rightarrow \langle P \rangle_{|n\rangle} = 0 \end{aligned}$$

Calcul de $\langle P^2 \rangle$:

$$\begin{aligned}
 P^2 &= P * P = \left(i \sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} \right)^2 (a^\dagger - a) * (a^\dagger - a) \\
 &= -\frac{\hbar m \omega}{2} [a^{\dagger 2} - a^\dagger a - a a^\dagger + a^2] \\
 \langle P^2 \rangle_{|n\rangle} &= \langle n | P^2 | n \rangle \\
 &= -\frac{\hbar m \omega}{2} [\langle n | a^{\dagger 2} | n \rangle - \langle n | a^\dagger a | n \rangle - \langle n | a a^\dagger | n \rangle + \langle n | a^2 | n \rangle] \\
 &= -\frac{\hbar m \omega}{2} [\sqrt{n+1} \langle n | a^\dagger | n+1 \rangle - \sqrt{n} \langle n | a^\dagger | n-1 \rangle - \sqrt{n+1} \langle n | a | n+1 \rangle + \sqrt{n} \langle n | a | n-1 \rangle] \\
 &= -\frac{\hbar m \omega}{2} [\sqrt{n+1} \sqrt{n+2} \langle n | n+2 \rangle - \sqrt{n} \sqrt{n} \langle n | n \rangle - \sqrt{n+1} \sqrt{n+1} \langle n | n \rangle + \sqrt{n} \sqrt{n-2} \langle n | n-2 \rangle] \\
 &= -\frac{\hbar m \omega}{2} [\sqrt{n+1} \sqrt{n+2} \delta_{n,n+2} - \sqrt{n} \sqrt{n} \delta_{n,n} - \sqrt{n+1} \sqrt{n+1} \delta_{n,n} + \sqrt{n} \sqrt{n-2} \delta_{n,n-2}] \\
 &= -\frac{\hbar m \omega}{2} [n - (n+1)] \Rightarrow \frac{\hbar m \omega}{2} [2n+1] \Rightarrow \hbar m \omega \left(n + \frac{1}{2} \right)
 \end{aligned}$$

Donc:

$$\langle P^2 \rangle = \hbar m \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (1.32)$$

-Calcul des dispersions:

$$\Delta P = \sqrt{\langle P^2 \rangle - \langle P \rangle^2}$$

Nous avons vu que:

$$\langle P \rangle = 0 \Rightarrow \langle P \rangle^2 = 0$$

Donc:

$$\begin{aligned}
 \Delta P &= \sqrt{\langle P^2 \rangle} \\
 &= \sqrt{\hbar m \omega \left(n + \frac{1}{2} \right)} \\
 \Delta P^2 &= \hbar m \omega \left(n + \frac{1}{2} \right)
 \end{aligned} \quad (1.33)$$

les dispersions :

$$\begin{aligned}\Delta M^2 &= \Delta X^2 \cdot \Delta P^2 \\ &= \frac{\hbar}{mw} \left(n + \frac{1}{2} \right) \cdot \hbar mw \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ \Delta M^2 &= \hbar^2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^2\end{aligned}$$

2

Les états cohérents

2.1 Introduction

Les états cohérents ont d'abord été étudiés par Schrodinger en 1926 [1] et ont été redécouverts par Klauder, Glauber et Sudarshan au début des années soixantes. Les états cohérents ont été introduits en physique (mécanique, quantique, optique quantique) pour représenter des paquets d'onde possédant de bonnes propriétés de « cohérence » recherchées par exemple dans les rayons laser. La terminologie a été introduite par R.Glauber en 1963 qui a mis en évidence leur rôle fondamental dans sa théorie de l'optique quantique [8].

2.2 Définition de Schrödinger

Les états cohérents, tels qu'ils ont été trouvés par Schrödinger, sont notés $|z\rangle$ en notation de Dirac, où $z = |z|e^{i\varphi}$ est un paramètre complexe. Ce sont des états pour lesquels les valeurs moyennes sont les solutions sinusoïdales classiques d'un oscillateur harmonique unidimensionnel de masse m et de fréquence w [9]:

$$\langle z|\varphi(t)|z\rangle = 2l_c|z|\cos(wt - \varphi) \quad (2.1)$$

Les différents symboles intervenant dans cette définition sont les suivants:

- la longueur caractéristique $l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}}$
- les états quantiques de l'espace de Hilbert pour un objet qui serait classiquement considéré comme une particule ponctuelle de masse m , se déplaçant sur la droite réelle, et soumis à un potentiel harmonique de constante $k = mw^2$

- $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega x^2$ est l'hamiltonien,
- les opérateurs «position» X et «impulsion» P sont auto-adjoints dans les états quantiques de l'espace de Hilbert,
- leur règle de commutation est canonique, c'est-à-dire $[X, P] = i\hbar I_d$
- l'évolution temporelle de l'opérateur de position est définie comme $X(t) = e^{\frac{i}{\hbar}Ht} X e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}$

.Dans la suite, nous présentons les différentes manières de construire ces états spécifiques et leurs propriétés fondamentales

2.3 Représentation des états quantiques

Le formalisme de la mécanique quantique permet la représentations des différents états quantiques : « position », « impulsion » ou « moment », « énergie » ou « nombre » ou représentation de Fock, et « espace de phase » ou « analytique » ou représentation de Fock-Bargmann.

2.3.1 Représentation position

L'approche originale de Schrödinger a été réalisée dans la représentation de position. L'opérateur X est un opérateur de multiplication agissant dans l'espace H des fonctions d'onde $\psi(x, t)$ comme suit:

$$X\psi(x, t) = x\Psi(x, t) \quad (2.2)$$

$$P\psi(x, t) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \Psi(x, t) \quad (2.3)$$

L'évolution temporelle de la fonction d'onde est gouvernée par l'équation de Schrödinger

$$H\psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) \quad (2.4)$$

Ou de manière équivalente $\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}H_n(t-t_0)}\psi(x, t_0)$

Les solutions stationnaires sont $\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}\psi(x)$, où les valeurs propres d'énergie sont réparties d'une manière égale sur la droite positive $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Pour chaque valeur propre correspond un état propre normalisé $\psi_n(x)$, $H\psi_n = E_n\psi_n$

$$\psi_n(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{2\pi l_c^2} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}}} e^{-\frac{x^2}{4l_c^2}} H_n\left(\frac{x}{2l_c}\right) \quad (2.5)$$

$$\|\psi\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_n(x)|^2 dx = 1 \quad (2.6)$$

Ici, H_n désigne le polynôme d'Hermite de degré n , avec n nœuds. Les fonctions $\{\psi_n, n \in N\}$ forment une base orthonormale de l'espace de Hilbert $H = L^2(R)$

$$\delta_{mn} = \langle \psi_m | \psi_n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m(x) \psi_n(x) dx \quad (2.7)$$

$$\forall \psi \in H, \psi = \sum_{n \in N} c_n \psi_n, c_n = \langle \psi_n | \psi \rangle \quad (2.8)$$

Notez que la longueur caractéristique est l'écart-type de la position dans l'état fondamental, $n = 0$

$$l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} = \sqrt{\langle \psi_0 | x^2 | \psi_0 \rangle} \quad (2.9)$$

2.3.2 Représentation impulsion

Dans la représentation de la quantité de mouvement, c'est le tour de l'opérateur P d'être réalisé comme opérateur de multiplication sur $H = L^2(R)$:

$$P\psi(p, t) = p\psi(p, t) \quad (2.10)$$

$$X\psi(p, t) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi(p, t) \quad (2.11)$$

fonction $\psi(p, t)$, est la transformée de Fourier de $\psi(x, t)$ à temps fixe

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(p, t) e^{-\frac{i}{\hbar} p x} dp \quad (2.12)$$

$$\psi(p, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, t) e^{\frac{i}{\hbar} p x} dx \quad (2.13)$$

Où

$$\psi_n(p) = \sqrt[4]{\frac{1}{2\pi p_c^2} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}}} e^{-\frac{p^2}{4p_c^2}} H_n\left(\frac{P}{\sqrt{2}p_c}\right) \quad (2.14)$$

où l'impulsion caractéristique $P_c = \sqrt{\frac{\hbar m w}{2}}$ est l'écart-type de l'opérateur de quantité de mouvement dans l'état fondamental

2.3.3 Représentation de Fock ou Nombre

L'espace H des états est considéré ici d'une manière plus abstraite où les kets $|\psi_n\rangle$ vont être remplacés par $|n\rangle$, $n \in \mathbb{N}$. C'est les modèles de tous les espaces séparables de Hilbert à savoir, l'espace $L^2(\mathbb{N})$ de carré sommables.

Les Opérateurs X et P seront exprimés maintenant à l'aide de deux opérateurs, l'opérateur d'annihilation et son adjoint, l'opérateur de création, définis par :

$$a = \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} (m\omega X + iP) \quad (2.15)$$

$$a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} (m\omega X - iP) \quad (2.16)$$

C'est;

$$X = l_c (a + a^\dagger) \quad (2.17)$$

$$P = -ip_c (a - a^\dagger) \quad (2.18)$$

Les actions respectives de a et de a^\dagger sur la base du nombre se lisent comme:

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (2.19)$$

$$a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (2.20)$$

$$a|0\rangle = 0$$

en plus, en appliquant n fois l'opérateur a^\dagger à l'état $|0\rangle$, dit état du vide, nous engendrons l'état donné par

$$|n\rangle = \frac{(a^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \quad (2.21)$$

Les vecteurs $|n\rangle$ obéissent aux relations d'orthonormalité et de complétude suivantes :

$$\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'} \quad (2.22)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1$$

Par ailleurs, l'Hamiltonien s'écrit :

$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega (a^\dagger a + a a^\dagger) = \hbar \omega \left(N + \frac{1}{2} \right). \quad (2.23)$$

où $N = a^\dagger a$ est l'opérateur "nombre", diagonale dans la base $\{|n\rangle, n \in \mathbb{N}\}$, avec le spectre $N|n\rangle = n|n\rangle$.

2.3.4 représentation analytique ou de Fock-Bargmann

La représentation de Fock-Bargmann est un outil mathématique utilisé fréquemment pour résoudre les équations aux valeurs propres. Cette représentation s'appuie sur l'exploitation de la théorie des fonctions entières analytiques.

A partir de la représentation position, appliquons la transformation intégrale

$$f(z) = \int_R k(x, z) \psi dx \quad (2.24)$$

Où Dans (2.24), z est un élément du plan complexe \mathbb{C} avec une dimension physique de la racine carrée d'une action, et le noyau de l'intégrale est défini comme la fonction génératrice des Polynômes d'Hermite

$$k(x, z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \psi_n(x) \frac{(z/\sqrt{\hbar})^n}{\sqrt{n!}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2\pi l_c^2}} \exp \left[\frac{1}{\hbar} \left(\frac{z^2}{2} - \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} x \right) \right) \right] \quad (2.25)$$

Vu la transformation(2.24), l'état propre $\psi_n(x)$ est simplement proportionnel à la nième puissance de z :

$$f_n(z) = \int_R k(x, z) \psi_n(x) dx = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left(\frac{z}{\sqrt{\hbar}} \right)^n \quad (2.26)$$

La transformation inverse de (2.24) est donnée comme suit :

$$\psi(x) = \int_c K(x, z) f(z) u_s dz \quad (2.27)$$

Ici, u_s est la mesure gaussienne dans le plan :

$$u_s(x) = \frac{1}{\pi \hbar} e^{-\frac{|z|^2}{\hbar}} dx dy = \frac{i}{2\pi \hbar} e^{-\frac{|z|^2}{\hbar}} dz \wedge d\bar{z} \quad (2.28)$$

Avec $z = x + iy$ La transformation (2.24) trace l'espace de Hilbert $L^2(\mathbb{R})$ sur l'espace FB des fonctions entières analytiques de carré sommable :

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_n z^n \text{ Converge absolument pour tout } z \in \mathbb{C}$$

C'est-à-dire que son rayon de convergence est infini, et

$$\|f\|_{FB}^2 = \int_c |f(z)|^2 u_s dz < \infty \quad (2.29)$$

L'espace de Hilbert FB est connu sous le nom de l'espace de Fock-Bargmann. Il est muni du produit scalaire

$$\langle f_1 | f_2 \rangle = \int_c \bar{f}_1(z) f_2(z) u_s(dz) = h \sum_{n=0}^{+\infty} n! \bar{\alpha}_{1n} \alpha_{2n} \quad (2.30)$$

$\bar{\alpha}_{1n}$ et α_{2n} la solution $\bar{f}_1(z)$ et $f_2(z)$

De (2.26) une base orthonormée de FB est immédiatement trouvée :

$$f_n(z) = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left(\frac{z}{\sqrt{\hbar}} \right)^n \quad (2.31)$$

2.3.5 Les opérateurs dans la représentation Fock-Bargmann

L'opérateur d'annihilation a est représenté comme une dérivation, alors que son adjoint comme opérateur de multiplication.

$$af(z) = \sqrt{\hbar} \frac{d}{dz} f(z) \quad (2.32)$$

$$a^\dagger f(z) = \frac{z}{\sqrt{\hbar}} f(z) \quad (2.33)$$

En conséquence, l'opérateur nombre N deviendra une dilatation, $N = z \frac{d}{dz}$, et le Hamiltonien un opérateur différentiel de premier ordre :

$$H = \hbar w \left(z \frac{d}{dz} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.34)$$

La position et l'impulsion auront alors la forme quasi-symétrique :

$$X = l_c \left(\sqrt{\hbar} \frac{d}{dz} + \frac{z}{\sqrt{\hbar}} \right) \quad (2.35)$$

$$P = -ip_c \left(\sqrt{\hbar} \frac{d}{dz} - \frac{z}{\sqrt{\hbar}} \right)$$

2.4 Les états cohérents de Schrödinger

Equipé des bases de la mécanique quantique présentés dans la section précédente, nous sommes dans la possibilité de décrire les états cohérents. Notons tout d'abord que dans la représentation position (comme en représentation impulsion), l'état du fondamental

$$\psi_0(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{2\pi l_c^2}} e^{-\frac{x^2}{4l_c^2}} \quad (2.36)$$

Est une gaussienne centrée à l'origine. Posons-nous la question suivante : Quels états quantiques pourraient garder ce genre de gaussienne dans d'autres points sur le plan des réels

$$|\psi_{(q)}(x)|^2 \propto e^{-\cos t(x-q)^2}, q \in \mathbb{R} \quad (2.37)$$

Dans notre cadre Fock Hilbertian, la question revient à trouver les coefficients d'expansion b_n tels que

$$|\Psi_q\rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} b_n |n\rangle \quad (2.38)$$

La réponse est immédiate après avoir regardé le noyau de Bergman $K(x, z)$

2.4.1 Noyau de Bergmann comme état cohérent

Simplifions d'abord notre notation en mettant à partir de maintenant $\hbar = 1, m = 1, w = 1 \Rightarrow l_c = \frac{1}{\sqrt{2}} = pc$. Considérons à nouveau l'expansion (2.25) du noyau $K(x, z)$

$$K(x, z) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \exp \left[\left(\frac{z^2}{2} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} x - z \right)^2 \right) \right] = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} \psi_n(x) \quad (2.39)$$

où nous avons noté que $\psi_n = \bar{\psi}_n$. Soit $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(q + ip)$ et adoptons la notation

$$K(x, z) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\frac{|z|^2}{2}} e^{ixp} e^{-i\frac{qp}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x-q)^2} = \langle \delta_x | z \rangle_s = \langle \delta_x | q, p \rangle_s \quad (2.40)$$

Ce sont les états cohérents Schrödinger ou non normalisés dans la représentation de position (l'indice "s" est pour "Schrödinger"). Dans la représentation de Fock ils seront comme

$$|z\rangle_s = |q, p\rangle_s = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (2.41)$$

Nous avons obtenu une famille d'état continu en tous point du plan complexe, et les éléments de l'espace de Hilbert avec une base orthonormée de l'ensemble des kets $|n\rangle, n \in \mathbb{N}$

2.4.2 Les états cohérents de Schrödinger dans les autres représentations

Dans la représentation impulsion, avec la variable k , les états cohérents $|z\rangle_s = |p, q\rangle_s$ sont des gaussiennes centrées dans k :

k : est le nombre de d'onde

$$\delta_k|z\rangle_s = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{\frac{|z|^2}{2}} e^{-ikx} e^{-i\frac{qp}{2}} e^{-\frac{1}{2}(k-p)^2} \quad (2.42)$$

phase : $e^{\frac{|z|^2}{2}} e^{-ikx}$

Dans celle de Fock-Bargmann avec variable $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + ik) \in \mathbb{C}$ ils s'écrivent :

$$\langle \zeta | z \rangle_s = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} \langle \zeta | z \rangle_s = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} \frac{\zeta^{-n}}{\sqrt{n!}} = e^{n\bar{\zeta}} = e^{\frac{1}{2}(xq+xp)} e^{\frac{1}{2}(xp+xq)} \quad (2.43)$$

Nous obtenons ainsi une gaussienne selon z

Notons que les états cohérents de Schrödinger ne sont pas normalisables

2.5 Glauber-Klauder-Sudarshan ou États cohérents normalisés

Compte tenu de la dernière remarque sur la normalisation des états cohérents, nous nous tournons vers les états cohérents normalisés ou standard, ceux introduits par Glauber, Klauder et Sudarshan .. Ils sont obtenus à partir des états cohérents de Schrödinger en incluant dans l'expression de ces derniers. le facteur gaussienne $e^{-\frac{|z|^2}{2}}$ sont désignés par

$$|z\rangle = e^{-\frac{|z|^2}{2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (2.44)$$

Par conséquent, le chevauchement entre deux de ces états suit une loi gaussienne modulée par un facteur de phase "symplectique":

$$\langle \zeta | z \rangle = e^{i(\zeta \Lambda z)} e^{-\frac{|z-\zeta|^2}{2}} \quad (2.45)$$

2.6 Construction des états cohérents

Dans la littérature, il existe trois approches qui permettent la construction des états cohérents, que nous allons exposer dans ce qui va suivre.

2.6.1 Définition1

Cette définition est basée sur la minimisation de la relation d'incertitude de Heisenberg $\Delta X \Delta P \succeq \frac{1}{2}$ où les opérateurs de position. X et de l'impulsion P sont donnés par :

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a + a^\dagger) \\ P &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a - a^\dagger) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Les opérateurs a et a^\dagger sont appelés respectivement opérateur de d'annihilation et de création des états quantiques de l'oscillateur harmonique. Ils satisfont à la relation de commutation suivante :

$$[a, a^\dagger] = 1 \quad (2.47)$$

Les états cohérents selon cette définition sont définis comme ceux permettant d'avoir l'égalité $\Delta X \Delta P = \frac{1}{2}$ tout en garantissant l'invariance de cette relation au cours du temps

2.6.2 Définition2

La seconde définition de ces états consiste à les définir comme des états propres de l'opérateur d'annihilation

$$a|z\rangle = z|z\rangle \quad (2.48)$$

Commençons par écrire ces états $|z\rangle$ comme une superposition des états propres de l'Hamiltonien de l'oscillateur harmonique :

$$|z\rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n |n\rangle \quad (2.49)$$

On obtient alors :

$$a|z\rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n z |z\rangle = \sum_{n=1}^{+\infty} C_n \sqrt{n} |n-1\rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} z C_{n+1} \sqrt{n+1} |n\rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} z C_n |z\rangle \quad (2.50)$$

Comme les vecteurs $|n\rangle$ sont linéairement indépendants, les deux expressions doivent être identiques terme à terme, ce qui implique :

$$C_{n+1} = \frac{z}{\sqrt{n+1}} C_n \quad (2.51)$$

A partir de cette relation de récurrence, il est aisé d'exprimer C_n en fonction de z et C_0 :

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{z}{\sqrt{n}} C_{n-1} \\ &= \frac{z}{\sqrt{n}} \frac{z}{\sqrt{n-1}} C_{n-2} \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$= \frac{z^n}{\sqrt{n!}} C_0 \quad (2.53)$$

Par conséquent, suivant :

$$|z\rangle = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (2.54)$$

Nous choisissons C_0 de façon à ce que

$$\langle z|z\rangle = 1 = |C_0|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^m z^n}{\sqrt{m!n!}} \langle m|n\rangle = |C_0|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(|z|^2)^n}{n!} = |C_0|^2 e^{|z|^2} \quad (2.55)$$

On aura :

$$|C_0|^2 e^{|z|^2} = 1 \Rightarrow C_0 e^{i\theta} e^{-\frac{|z|^2}{2}} \quad (2.56)$$

Les fonctions d'onde étant toujours définies à un coefficient $e^{i\theta}$ près, qui ne change rien à physique du problème, nous pouvons donc choisir $e^{i\theta} = 1$ Les états cohérents satisfont donc :

$$|z\rangle = e^{-\frac{|z|^2}{2}} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{z^N}{\sqrt{N!}} |N\rangle \quad (2.57)$$

Ces états sont les états introduits séparément par Glauber , Klauder, Sudarshan , connus sous le nom d'états cohérents standard.

$$\begin{aligned} \langle z_1|z_2\rangle &= e^{-\frac{|z_1|^2+|z_2|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z_1^m z_2^n}{\sqrt{n!m!}} \langle n|m\rangle \\ &= e^{-\frac{|z_1|^2+|z_2|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z_1 z_2)^n}{n!} = e^{-\frac{|z_1|^2+|z_2|^2}{2} + z_1 z_2} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Si les états $|z_1\rangle$ et $|z_2\rangle$ étaient orthogonaux, alors $\langle z_1|z_2\rangle$ serait nul quand est différent de $.z_2$ Or il vient ici

$$|\langle z_1|z_2\rangle|^2 = e^{-|z_1 - z_2|^2} \quad (2.59)$$

2.6.3 Définition 3

La dernière définition repose sur l'existence d'un opérateur unitaire « dit opérateur de déplacement » noté $D(z)$ et dont l'action sur l'état de référence « état du vide » génère les états cohérents

En effet, moyennant la relation et le fait que $a|0\rangle$ est nul, nous avons :

$$|z\rangle = e^{-\frac{1}{2}|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(za^\dagger)^n}{n!} |0\rangle = e^{-\frac{1}{2}|z|^2} e^{za^\dagger} |0\rangle \quad (2.60)$$

Grâce aux relations , et la formule de Baker-Campbell-Hausdorff

$$e^{A+B} = e^A e^B e^C, C = \frac{1}{2} [A, B] + \frac{1}{12} (A, [A, B] - B, [B, A]) + \dots \quad (2.61)$$

Alors,

$$|z\rangle = D(z) |0\rangle \quad (2.62)$$

Où $D(z) = e^{za^\dagger - za}$ est dit opérateur de déplacement.

2.7 Propriétés des états cohérents

Les états cohérents jouissent d'un ensemble de propriétés remarquables qui ont un intérêt aussi bien physique que mathématique à savoir :

- 1- La continuité.
- 2- La résolution de l'identité.
- 3- La stabilité temporelle.
- 4- L'action à l'identité.

Les deux premières propriétés sont standard tandis que les deux dernières dépendent de la nature du système physique étudié.

3

Les états cohérents de l'oscillateur harmonique

3.1 Introduction

Les états cohérents sont des états quantiques, décrits théoriquement une première fois par Erwin Schrödinger [1], ayant la propriété de se comporter de façon semblable aux états classiques du modèle équivalent, en effet les états cohérents ont la propriété de minimiser l'incertitude de Heisenberg.

3.2 Définition des états cohérents

Comme nous l'avons énoncé dans le premier chapitre, il existe trois approches qui permettent la construction des états cohérents,

- A l'aide de l'opérateur déplacement $D(z) = e^{(za^\dagger - z^*a)}$ appliqué à l'état fondamental $|0\rangle$.
- En cherchant à minimiser la relation d'incertitude de Heisenberg $(\Delta x)^2 (\Delta p)^2 \geq \frac{\hbar^2}{4}$ où $(\Delta x)^2$ et $(\Delta p)^2$ représentent les dispersions de la position et de l'impulsion respectivement.
- Comme états propres de l'opérateur d'annihilation a , c'est-à-dire des états $|z\rangle$ tels que $a|z\rangle = z|z\rangle$. [8]

3.3 Le modèle

Le Hamiltonien de l'oscillateur harmonique s'écrit:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2x^2 \quad (3.1)$$

Les états propres de cet hamiltonien sont les états

$$|n\rangle = \frac{(a^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle$$

Ils ont comme valeurs propres associées les énergies $E_n = \hbar\omega (n + \frac{1}{2})$. En introduisant la notation $\Phi_n(x) = \langle x|x\rangle$, les états propres s'écrivent dans la représentation $\{|x\rangle\}$ sous la forme:

$$\Phi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{\frac{1}{4}} H\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right) e^{-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2} \quad (3.2)$$

Soient les opérateurs de création et d'annihilation qui s'écrivent suivant les relations

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x - \frac{i}{m\omega}p\right) \\ a^\dagger &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega}p\right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Et satisfont les relations (3.2) :

3.4 Valeurs moyennes et dispersions

Les états cohérents sont définis comme des états quasi-classiques, car ils minimisent la relation d'incertitude d'Heisenberg. C'est ce que nous allons étudier.

De façon générale, on définit la valeur moyenne d'une observable ψ dans les états cohérent comme $\phi\langle z; t \rangle = \langle \psi(z; x; t) | \phi | \psi(z; x; t) \rangle$ où l'évolution temporelle de ces états est donnée par :

$$\psi(z; x; t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Z(z, n)}{\sqrt{n!}} e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t} \varphi_n(x) \quad (3.4)$$

On obtient donc :

$$\phi\langle z; t \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\bar{Z}(z, n) Z(z, n)}{\sqrt{n!k!}} e^{-iw(k-n)t} \langle \varphi_n | \varphi_k \rangle \quad (3.5)$$

A partir de ces valeurs moyennes, on peut calculer les dispersions de x, p et x^2, p^2 . Nous obtenons alors les relations suivantes :

Calcul de la valeur moyenne de l'opérateur x :

$$\begin{aligned} \langle \varphi_n | x | \varphi_k \rangle &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} \langle \varphi_n | (a^\dagger + a) | \varphi_k \rangle \\ \langle \varphi_n | x | \varphi_k \rangle &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} [\langle \varphi_n | a^\dagger | \varphi_k \rangle + \langle \varphi_n | a | \varphi_k \rangle] \\ \langle \varphi_n | x | \varphi_k \rangle &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} [\langle \varphi_n | \sqrt{k+1} | \varphi_{k+1} \rangle + \langle \varphi_n | \sqrt{k} | \varphi_{k-1} \rangle] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Donc:

$$\langle \varphi_n | x | \varphi_k \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} [\sqrt{k+1} \delta_{n,k+1} + \sqrt{k} \delta_{n,k-1}] \quad (3.7)$$

Calcul de la valeur moyenne de l'opérateur p :

$$\begin{aligned} \langle \varphi_n | p | \varphi_k \rangle &= i \sqrt{\frac{\hbar mw}{2}} \langle \varphi_n | (a^\dagger - a) | \varphi_k \rangle \\ \langle \varphi_n | p | \varphi_k \rangle &= i \sqrt{\frac{\hbar mw}{2}} [\langle \varphi_n | a^\dagger | \varphi_k \rangle - \langle \varphi_n | a | \varphi_k \rangle] \\ \langle \varphi_n | p | \varphi_k \rangle &= i \sqrt{\frac{\hbar mw}{2}} [\langle \varphi_n | \sqrt{k+1} | \varphi_{k+1} \rangle - \langle \varphi_n | \sqrt{k} | \varphi_{k-1} \rangle] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Donc:

$$\langle \varphi_n | p | \varphi_k \rangle = i \sqrt{\frac{\hbar mw}{2}} [\sqrt{k+1} \delta_{n,k+1} - \sqrt{k} \delta_{n,k-1}] \quad (3.9)$$

Calcul de la valeur moyenne de l'opérateur x^2 :

$$\begin{aligned} \langle \varphi_n | x^2 | \varphi_k \rangle &= \frac{\hbar}{2mw} \langle \varphi_n | (a^\dagger + a)^2 | \varphi_k \rangle \\ \langle \varphi_n | x^2 | \varphi_k \rangle &= \frac{\hbar}{2mw} [\langle \varphi_n | a^{\dagger 2} + a^\dagger a + a a^\dagger + a^2 | \varphi_k \rangle] \\ \langle \varphi_n | x^2 | \varphi_k \rangle &= \frac{\hbar}{2mw} [\langle \varphi_n | a^{\dagger 2} | \varphi_k \rangle + \langle \varphi_n | a^\dagger a | \varphi_k \rangle + \langle \varphi_n | a a^\dagger | \varphi_k \rangle + \langle \varphi_n | a^2 | \varphi_k \rangle] \\ \langle \varphi_n | x^2 | \varphi_k \rangle &= \frac{\hbar}{2mw} [\sqrt{k+1} \langle \varphi_n | a^\dagger | \varphi_{k+1} \rangle + \sqrt{k} \langle \varphi_n | a^\dagger | \varphi_{k-1} \rangle + \sqrt{k+1} \langle \varphi_n | a | \varphi_{k+1} \rangle + \sqrt{k} \langle \varphi_n | a | \varphi_{k-1} \rangle] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Donc:

$$\langle \varphi_n | x^2 | \varphi_k \rangle = \frac{\hbar}{2mw} \left[\sqrt{k+1}\sqrt{k+2}\delta_{n,k+2} + \sqrt{k}\sqrt{k+1}\delta_{n,k} + \sqrt{k+1}\sqrt{k}\delta_{n,k} + \sqrt{k}\sqrt{k-1}\delta_{n,k-1} \right] \quad (3.11)$$

Calcul de la valeur moyenne de l'opérateur p^2 :

$$\begin{aligned} \langle \varphi_n | p^2 | \varphi_k \rangle &= -\frac{\hbar mw}{2} \langle \varphi_n | (a^\dagger - a)^2 | \varphi_k \rangle \\ \langle \varphi_n | p^2 | \varphi_k \rangle &= -\frac{\hbar mw}{2} [\langle \varphi_n | a^{\dagger 2} - a^\dagger a - a a^\dagger + a^2 | \varphi_k \rangle] \\ \langle \varphi_n | p^2 | \varphi_k \rangle &= -\frac{\hbar mw}{2} [\langle \varphi_n | a^{\dagger 2} | \varphi_k \rangle - \langle \varphi_n | a^\dagger a | \varphi_k \rangle - \langle \varphi_n | a a^\dagger | \varphi_k \rangle + \langle \varphi_n | a^2 | \varphi_k \rangle] \\ \langle \varphi_n | p^2 | \varphi_k \rangle &= -\frac{\hbar mw}{2} \left[\sqrt{k+1}\langle \varphi_n | a^\dagger | \varphi_{k+1} \rangle - \sqrt{k}\langle \varphi_n | a^\dagger | \varphi_{k-1} \rangle - \sqrt{k+1}\langle \varphi_n | a | \varphi_{k+1} \rangle + \sqrt{k}\langle \varphi_n | a | \varphi_{k-1} \rangle \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Donc:

$$\langle \varphi_n | p^2 | \varphi_k \rangle = -\frac{\hbar mw}{2} \left[\sqrt{k+1}\sqrt{k+2}\delta_{n,k+2} - \sqrt{k}\sqrt{k+1}\delta_{n,k} - \sqrt{k+1}\sqrt{k}\delta_{n,k} + \sqrt{k}\sqrt{k-1}\delta_{n,k-1} \right] \quad (3.13)$$

Nous pouvons maintenant calculer facilement les valeurs moyennes ainsi que les dispersions pour les états cohérents à $t = 0$:

Calcul de l'opérateur x :

$$|x\rangle_z = \langle z | x | z \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} \langle z | (a^\dagger + a) | z \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} [\langle z | a^\dagger | z \rangle + \langle z | a | z \rangle] \quad (3.14)$$

Sachant que:

$$\langle z | a^\dagger = \langle z | z^* \text{ et } a | z \rangle = z | z \rangle$$

Donc:

$$\begin{aligned} \langle z | x | z \rangle &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} [z^* \langle z | z \rangle + z \langle z | z \rangle] \\ \langle z | x | z \rangle &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} [z^* + z] \\ \langle z | x | z \rangle &= \sqrt{\frac{\hbar}{2mw}} 2 \operatorname{Re}(z) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Calcul de x^2 :

$$\langle z | x^2 | z \rangle = \frac{\hbar}{2mw} (\langle z | a^{\dagger 2} + a^\dagger a + a a^\dagger + a^2 | z \rangle) \quad (3.16)$$

Où:

$$x^2 = x.x = (a^\dagger + a)^2 = \frac{\hbar}{2mw} (a^{\dagger 2} + 2a^\dagger a + 1 + a^2) \quad (3.17)$$

Avec:

$$aa^\dagger - a^\dagger a = 1 \Rightarrow aa^\dagger = N = 1 + a^\dagger a$$

Donc:

$$\langle z | x^2 | z \rangle = \frac{\hbar}{2mw} [z^{*2} + 2z + 1 + z^2] \quad (3.18)$$

On peut l'écrire de deux manières:

$$\begin{aligned} 1) z^{*2} + 2|z|^2 + 1 + z^2 &= z^{*2} + z^2 + 2|z|^2 + 1 \\ &= 2 \operatorname{Re}(z^2) + 2|z|^2 + 1 \end{aligned}$$

Où bien:

$$\begin{aligned} 2) z^{*2} + 2z^*z + z^2 + 1 &= (z^* + z)^2 + 1 \\ &= [2 \operatorname{Re}(z)]^2 + 1 \\ &= 4 \operatorname{Re}^2(z) + 1 \end{aligned}$$

Donc:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\hbar}{2mw} (2|z|^2 + 1 + 2 \operatorname{Re}(z^2)) = \frac{\hbar}{2mw} (4 \operatorname{Re}^2(z) + 1)$$

3.5 Les dispersions

3.5.1 La dispersion $(\Delta x)^2$

$$\begin{aligned} (\Delta x)^2 &= \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \\ &= \frac{\hbar}{2mw} 4 \operatorname{Re}^2(z) - \left(\sqrt{\frac{2\hbar}{mw}} \operatorname{Re}(z) \right)^2 \\ &= \frac{\hbar}{2mw} (4 \operatorname{Re}^2(z) + 1) - \frac{2\hbar}{mw} \operatorname{Re}^2(z) \\ &= \frac{\hbar}{2mw} (4 \operatorname{Re}^2(z) + 1 - 4 \operatorname{Re}^2(z)) \end{aligned}$$

Donc

$$(\Delta x)^2 = \frac{\hbar}{2mw} \quad (3.19)$$

Calcul $\langle p \rangle$:

$$\begin{aligned}\langle p \rangle_{|z\rangle} &= \langle z|p|z\rangle = i\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} \langle z|a^\dagger - a|z\rangle = i\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} \{\langle z|a^\dagger|z\rangle - \langle z|a|z\rangle\} \\ &= i\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} \{\langle z^* \langle z|z\rangle - z \langle z|z\rangle\} = \sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} 2 \operatorname{Im}(z)\end{aligned}$$

Donc:

$$\langle z|p|z\rangle = \sqrt{2\hbar m \omega} \operatorname{Im}(z)$$

Calcul de $\langle p^2 \rangle$:

$$\begin{aligned}\langle z|p^2|z\rangle &= -\frac{\hbar m \omega}{2} \langle z|(a^\dagger - a)^2|z\rangle \\ \langle z|p^2|z\rangle &= -\frac{\hbar m \omega}{2} \langle z|a^{\dagger 2} - a^\dagger a - a a^\dagger + a^2|z\rangle \\ \langle z|p^2|z\rangle &= \frac{\hbar m \omega}{2} \langle z|2a^\dagger a + 1 - a^{\dagger 2} - a^2|z\rangle \\ \langle z|p^2|z\rangle &= \frac{\hbar m \omega}{2} \langle z|2|z|^2 + 1 - z^{*2} - z^2|z\rangle\end{aligned}$$

Donc:

$$\langle z|p^2|z\rangle = (2|z|^2 + 1 - \operatorname{Re}(z^2)) \quad (3.20)$$

Où bien:

$$\begin{aligned}&\frac{\hbar m \omega}{2} (2z^*z - z^{*2} - z^2 + 1) \\ &= \frac{\hbar m \omega}{2} [-(z^* - z)^2 + 1] \\ \langle z|p^2|z\rangle &= \frac{\hbar m \omega}{2} [4 \operatorname{Im}^2(z) + 1]\end{aligned}$$

Donc:

$$\langle z|p^2|z\rangle = \frac{\hbar m \omega}{2} [4 \operatorname{Im}^2(z) + 1] = \frac{\hbar m \omega}{2} (2|z|^2 + 1 - \operatorname{Re}(z^2)) \quad (3.21)$$

3.5.2 La dispersion $(\Delta p)^2$

$$\begin{aligned}(\Delta p)^2 &= \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 \\ (\Delta p)^2 &= \frac{\hbar m \omega}{2} [4 \operatorname{Im}^2(z) + 1] - 2\hbar m \omega \operatorname{Im}^2(z) \\ (\Delta p)^2 &= \frac{\hbar m \omega}{2} [4 \operatorname{Im}^2(z) + 1 - 4 \operatorname{Im}^2(z)]\end{aligned}$$

Donc:

$$(\Delta p)^2 = \frac{\hbar m \omega}{2} \quad (3.22)$$

Ce qui minimise bien la relation d'incertitude de Heisenberg, puisque le produit des dispersions est minimal :

$$(\Delta z) = (\Delta x)^2 (\Delta p)^2 = \frac{\hbar^2}{4}$$

On remarque que les dispersions ne dépendent pas de z , qu'en est-il si l'on tenait compte du temps ?

Pour ce faire, nous allons refaire la même procédure précédente mais en tenant compte du temps afin de voir si les propriétés précédentes sont toujours vraies à un temps différent de 0.

rajouter la partie ou c'est dépendant du temps

3.6 Etats cohérents dépendants du temps

En suivant le même raisonnement et les mêmes étapes de calculs que précédemment sauf qu'on va utiliser les relations :

$$\begin{aligned} a|z\rangle &= z e^{-i\omega t} |z(t)\rangle \\ \langle z(t) | a^\dagger &= \langle z(t) | z^* e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Ce qui donne les valeurs moyennes suivantes :

$$\begin{aligned} \langle X \rangle &= 2 \operatorname{Re}(z) \cos \omega t + 2 \operatorname{Im}(z) \sin \omega t \\ \langle P \rangle &= 2 \operatorname{Im}(z) \cos \omega t - 2 \operatorname{Re}(z) \sin \omega t \\ \langle X^2 \rangle &= 2 \operatorname{Re}(z^2) \cos 2\omega t + 2 \operatorname{Im}(z^2) \sin 2\omega t + 2|z|^2 + 1 \\ \langle P^2 \rangle &= -2 \operatorname{Re}(z^2) \cos 2\omega t - 2 \operatorname{Im}(z^2) \sin 2\omega t + 2|z|^2 + 1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Et les dispersions:

$$\begin{aligned} \langle \Delta X^2 \rangle &= 1 \\ \langle \Delta P^2 \rangle &= 1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

On voit bien que les dispersions prises séparément ou bien leur produit restent constantes en z ainsi que du temps (Figure 1)

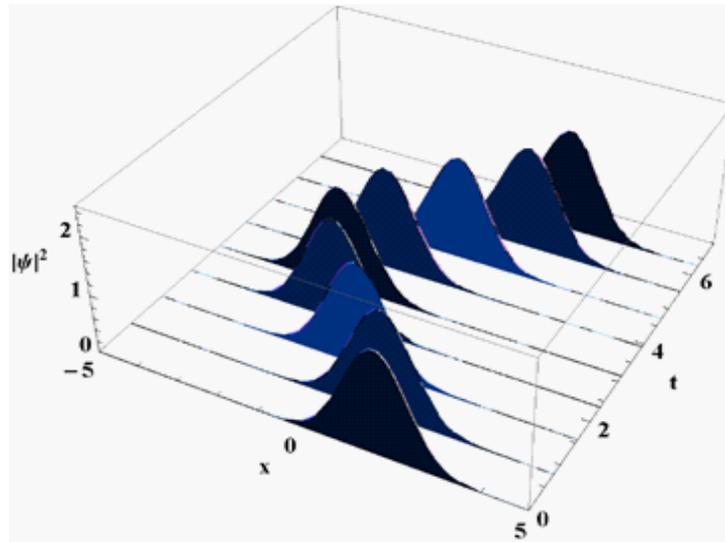
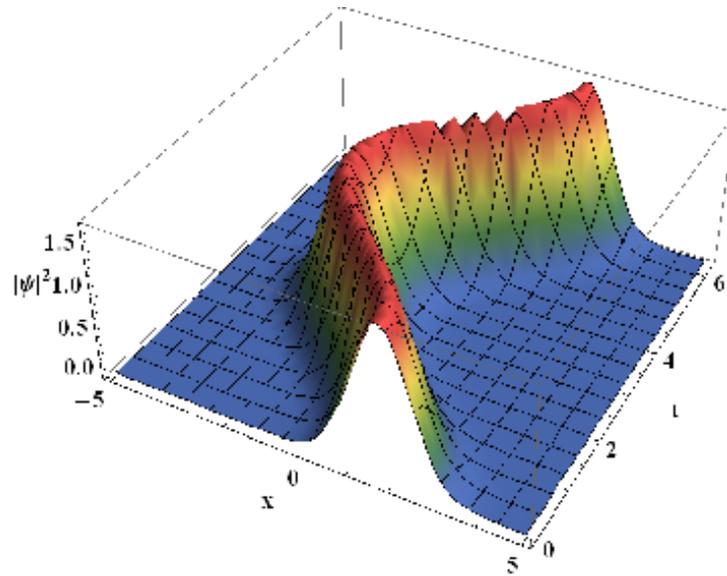


Figure 1. Densité de probabilité pour $|\psi(1, 2, 0, x, t)|^2$ pour $t = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \dots, 2\pi$

3.7 Trajectoires

3.7.1 Cas classique:

Les équations dans le cas de l'oscillateur harmonique classique nous montrent une description plus précise du mouvement oscillatoire,

Prenons un oscillateur harmonique de masse m et de fréquence angulaire w décrit par l'hamiltonien

$$H = \frac{p^2(t)}{2m} + \frac{1}{2}mw^2x(t)^2 \quad (3.26)$$

et Nous écrivons les quantités X et P proportionnelles à la position X et à l'impulsion P telles que:

$$\begin{aligned} X(t) &= \sqrt{mw}x(t) \\ P(t) &= \frac{1}{\sqrt{mw}}p(t) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Nous écrivons l'équation suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}X(t) &= \frac{d}{dt}(\sqrt{mw}x(t)) \Leftrightarrow \frac{w}{\sqrt{mw}x(t)} \Rightarrow wP(t) \\ \frac{d}{dt}P(t) &= \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{mw}}p(t)\right) \Leftrightarrow -w\sqrt{mw}p(t) = -wX(t) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Pour connaître l'état du corps en termes classiques, nous devons étudier sa position et sa motivation On peut donc réunir ces deux quantités dans une

nouvelle quantité complexe $z(t)$ définie ainsi

$$z(t) = \frac{X(t) + iP(t)}{2} \quad (3.29)$$

Avec compensation des deux équation X et P Nous obtenons le:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}z(t) &= \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt}X(t) + i \frac{d}{dt}P(t) \right) \\ \frac{d}{dt}z(t) &= \frac{1}{2} (wP(t) - iwX(t)) \\ \frac{d}{dt}z(t) &= \frac{1}{2} (i^2wP(t) + iwX(t)) \\ \frac{d}{dt}z(t) &= \frac{1}{2} (iwX(t) + i^2wP(t)) \\ \frac{d}{dt}z(t) &= iw \left(\frac{X(t) + iP(t)}{2} \right) \end{aligned}$$

donc:

$$\frac{d}{dt}z(t) = iwz(t) \quad (3.30)$$

et solution cette équation de la forme $z(t) = z_0 e^{-i\omega t}$, d'un mouvement sinusoïdal.

Il est possible de trouver l'évolution temporelle des quantités X et P , Par équation $z(t)$ et solution $z(t) = z_0 e^{-i\omega t}$

3.7.2 Cas quantique

Sur le plan quantique, nous pouvons calculer les valeurs moyennes de X et P et cela à travers la formule (3.28)

Nous trouvons:

$$\langle X(t) \rangle = z_0 e^{-i\omega t} + \bar{z}_0 e^{i\omega t} \quad (3.31)$$

$$\langle P(t) \rangle = -i \left(z_0 e^{-i\omega t} - \bar{z}_0 e^{i\omega t} \right) \quad (3.32)$$

On voit bien que les états cohérents se comportent de la même façon que les états classiques de l'oscillateur harmonique de même fréquence. Toutefois, il est utile de rappeler qu'on a calcul l'évolution temporelle des valeurs moyennes et non pas les valeurs exactes puisque quantiquement elles ne sont pas connues. Il faut donc tenir compte des dispersions. On aura alors un « cercle d'erreur » autour de chaque point de la trajectoire dans l'espace des phases. Ce cercle va délimiter l'espace dans lequel la particule pourrait réellement se trouver. Puisque la dispersion est constante dans le temps, on aura bel est bien des « cercles d'erreur » en tout point de la trajectoire comme le montre la Figure 2

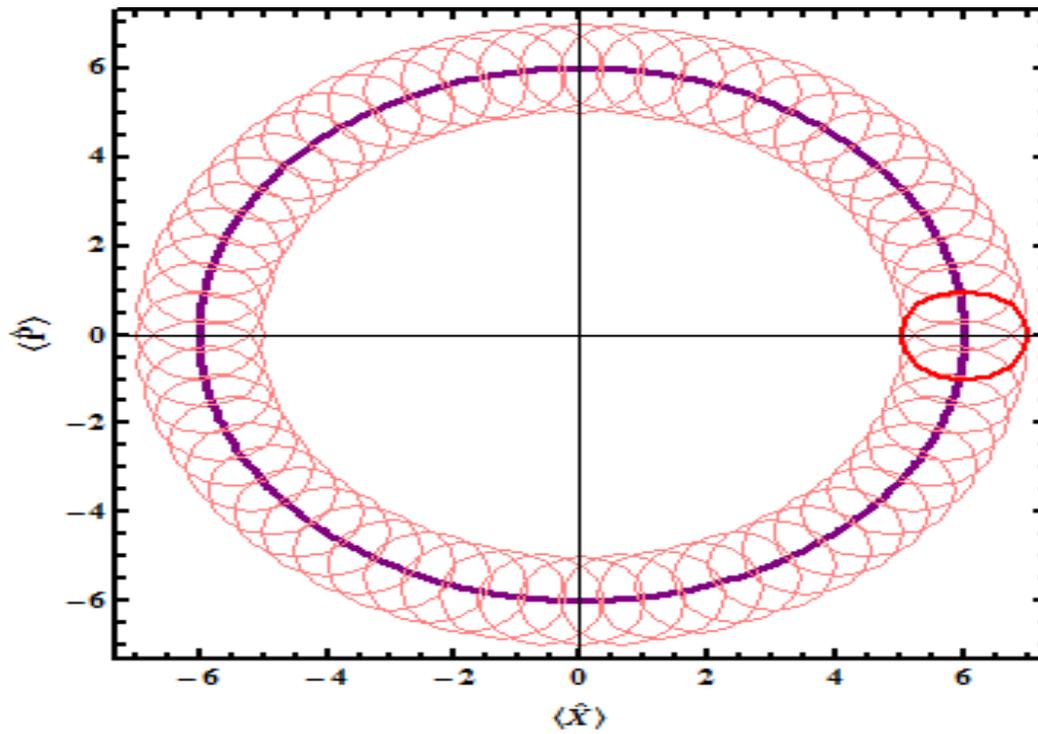


Figure 2. Trajectoire décrite pour un état cohérent avec $w = 1$ et $z = 3$. La courbe pleine représente la trajectoire et les cercles sont les « cercles d'erreur ».

Conclusion

Ce travail est une contribution à l'étude des états cohérents de l'oscillateur harmonique

Après avoir étudié l'oscillateur harmonique quantique en utilisant la méthode de factorisation, nous nous sommes attelés à vérifier qu'effectivement les états cohérents sont des états qui se comportent de façons semblables aux états classiques en minimisant la relation d'incertitude de Heisenberg, et cela en étudiant les valeurs moyennes ainsi que les dispersions. Nous avons pu également vérifier la quasi-classicité de ces états en faisant varier le temps et on a pu montrer qu'un état cohérent restait toujours un état cohérent à travers le temps.

Bibliographie

- [1] Schrodinger E. Der stetige "Ubergang von der Mikro- zur Makromechanik. Naturwissenschaften, 14 (1926) 664.
- [2] Glauber R. J. The Quantum Theory of Optical Coherence. Physical Review, 130 (1963) 2529
- [3] Glauber R. J. Coherent and incoherent states of the radiation field. Physical Review, 131 (1963) 2766.
- [4] Klauder, J. R. Continuous-representation theory. Journal of Mathematical Physics, 4 (1963) 1055 (Part I); 1058 (Part II)
- [5] Klauder J R. The action option and a Feynman quantization of spinor fields in terms of ordinary c-numbers. Annals of Physics, 11 (1960) 123.
- [6] Glauber, R. J., in Quantum Optics and Electronics, édité par De witt, C., blandin, A. et cohen-tannoudji C., (Gordon and Breach, New York, 1965)
- [7] Rozet. J.P, L'oscillateur harmonique en mécanique quantique ; LP317 2006
- [8] Walls D F and Milburn G J. Quantum Optics, 2nd Edition (Springer, Berlin)(2008).
- [9] Gazeau J P. Coherent states in Quantum Physics (Wiley, New York) (2009)