

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Djilali Bounaama - Khemis Miliana



Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de la Technologie

Mémoire du Projet de Fin d'Etudes

Pour l'obtention de diplôme

Master

En

« **Génie Electrique** »

Option :

« **Automatique des Systèmes de Production** »

Titre :

**Commande dynamique d'un robot manipulateur de
deux degrés de liberté**

Réalisé par :

- ✓ AOUES zineb
- ✓ KARI belgassim

Encadré par le professeur :

- ✓ **IKNI SAMIR**

Année Universitaire 2015/2016



Dédicace

Maman, écrire un livre n'est pas suffisant pour te dire combien
je t'aime, et merci pour ton soutien,

Papa, l'homme à qui je dois toute ma vie,

Sidou, mon frère, mon compagnon,

Moufida et **Hadjar**, les fleurs de mon jardin,

Mes grands-mères, mes tentes, mes oncles,

Mes amis de collège ASP M2 promotion 2016,

Mes enseignements,

Toutes les personnes que j'aime

A vous tous je dédie ce modeste travail

Merci

Aouis zineb

Dédicace

Maman, écrire un livre n'est pas suffisant pour te dire combien
je t'aime, et merci pour ton soutien,

Papa, l'homme à qui je dois toute ma vie,

mohammed, mon frère, mon compagnon,

mes soueurs, naima ,hayet ,siham les fleurs de mon jardin,

A tous ma famille kari

A ikni mahrez

Mes amis de collègue ASP M2 promotion 2016,

Mes enseignements,

Toutes les personnes que j'aime

A vous tous je dédié ce modeste travail

Merci

Kari belgassim

Remerciements

En préambule, nous voulons remercier le bon Dieu qui nous a donné le courage et la force pour réaliser nos rêves et nos projets.

Nous souhaitons présenter nos remerciements les plus sincères aux personnes qui nous ont apportés leurs aides, leurs soutiens et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Monsieur IKNI Samir, notre promoteur, toujours présent, toujours à l'écoute.

Merci pour le temps que vous nous avez consacré, merci pour le bagage que vous avez fourni et merci pour votre patience, que le bon Dieu vous garde et vous protège.

Oublions pas nos parents, leurs soutiens et la patience nous a apportés beaucoup.

Enfin, nous adressons nos remerciements à tous nos proches et tous nos amis, merci pour la présence et l'encouragement.

Merci à tous et à toutes.

Résumé :

Le travail abordé dans ce mémoire comporte quatre parties. L'objet de la première partie est de décrire les constituants technologiques d'un système robotique et de définir les principaux termes du domaine. La seconde donne la commande des robots manipulateurs avec régulateur PID et commande de Slotine-Li. La troisième donne au lecteur les outils de base qui lui permettront d'établir les modèles nécessaires pour simuler ou commander les robots à chaîne ouverte simple : modèles géométriques, cinématiques (direct et inverse) et modèles dynamiques. Ces modèles s'appuient sur une représentation unifiée des mécanismes. La quatrième partie est consacrée à une application dans le cas d'un robot réel. Il s'agit d'un robot sériel à deux articulations rotoïde. A fin de valider les modèles : géométrique et cinématique et dynamique nous avons utilisé une simulation avec le langage **MATLAB/SIMULINK**.

Mot clé : robot manipulateur, commande dynamique, commande PID , commande Slotine-Li

Abstract

The work discussed in this paper consists of four parts. The purpose of the first part is to describe the technological components of a robotic system and define the key terms of the domain. The second gives the control of robot manipulators with PID controller and Slotine-Li control. The third gives the reader the basic tools that will enable it to establish the necessary models to simulate or control robots simple open chain: geometric patterns, kinematic (forward and reverse) and dynamic models. These models are based on a unified representation mechanisms. The fourth part is devoted to an application in the case of a real robot. This is a serial robot in two revolute joints. At the end validate models: geometric and kinematic and dynamic we used a simulation with **MATLAB / SIMULINK** language

Keywords: Serial robot manipulator , dynamique modeling , control Slotine-Li, control PID

ملخص :

العمل المقدم في هذه المذكرة موزع على أربعة فصول، الهدف من الفصل الأول هو وصف المكونات الأساسية للروبوت وتعريف المصطلحات الأساسية في هذا المجال. الفصل الثاني و الثالث يقدم للقارئ القواعد والأدوات

الاساسية الضرورية لإقامة نماذج المحاكاة للسيطرة على الروبوتات ذات البنية المفتوحة .وهي النمذجة الهندسية و النمذجة الحركية(إلى الأمام والخلف) والديناميكية . أما الفصل الرابع مكرس لتطبيق خاص بروبوت متسلسل ذي مفصلين , استخدمنا المحاكاة مع برنامج **MATLAB / SIMULINK** كلمات مفتاحية :روبوت مناور متسلسل , التحكم الديناميكي , السيطرة PID ,السيطرة Slotine-Li

INTRODUCTION GENERALE

Quand on parle de robotique, plusieurs idées viennent à l'esprit de chacun de nous. Historiquement, nous pourrions nous référer aux premiers concepts et automates de l'antiquité ou aux premiers robots comme à des personnages de la mythologie. Même le mot robot a sa propre histoire. Séparer la science de la science fiction n'est pas une chose aisée, surtout lorsque en robotique nous cherchons parfois à faire réalité la fiction. Un exemple de l'influence des fictions nous est donné par les lois de la robotique [1] [2].

C'est au siècle dernier que le « boom » de la robotique industrielle a amorcé l'explosion des thèmes de recherche. A cette époque les robots étaient conçus en respectant les contraintes imposées par le milieu industriel, comme la précision dans la réalisation des tâches, le respect des cadences de production, etc. Prenons l'exemple des bras manipulateurs industriels des années 80 très semblables aux bras industriels actuels, ils se déplacent à très grandes vitesses sur des trajectoires calculées hors ligne dans des environnements protégés et structurés, sans interaction avec les opérateurs humains [18] [19].

Le domaine de la robotique est un axe très important pour le test des algorithmes de commande. Le bras manipulateur à deux degrés de liberté reste toujours une référence utilisé par les automaticiens vu sa dynamique hautement non linéaire et couplée. La base d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté est le pendule inversé, qu'on peut considérer comme un bras à un seul degré de liberté.

Dans ce mémoire, nous avons donné des généralités sur les bras manipulateurs, où nous avons parlé un peu sur leurs modèles géométriques et cinématique. Une grande partie du mémoire a été consacrée à la dynamique de ces bras qui a été déduite par ce qu'on appelle le Lagrangien.

Ce thèse articule autour de cinq chapitres :

- ❖ Le premier chapitre contient des généralité sur la robotique.
- ❖ Le deuxième chapitre concerne la commande dynamique des robots.
- ❖ Le troisième chapitre est dédié à une présentation des différents modèles utilisé pour décrire le mouvement des articulation d'un bras manipulateur , modèles, géométriques , cinématiques et modèles dynamiques . On

présentera quelques définitions concernant ces modèles ainsi que la façon de leur obtention.

- ❖ Le quatrième chapitre concerne la simulation sur les bras manipulateurs de (2ddl) avec le logiciel MATLAB/SIMULINK .

Et enfin on termine avec une conclusion générale .

SOMMAIRE

[DEDICACE](#) ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

[REMERCIEMENTS](#) ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

[RESUME](#) ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

[INTRODUCTION GENERALE](#)

Erreur ! Signet non défini.

CHAPITRE I

GENERALITE SUR LA ROBOTIQUE

[I.1 Introduction](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.2 Définition de la robotique](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.2.1 Définition du robot](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.3.1. Unité informationnelle](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.3.2 Unité opérationnelle](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.3.3 La structure mécanique articulée](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.4 Architecture des robots](#)

Erreur ! Signet non défini.

[I.4.1 Vocabulaire](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.5 Types & classifications des robots](#)

Erreur ! Signet non défini.

[I.5.1. Par type](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.5.2. Par génération](#) Erreur ! Signet non défini.

[I.6 CONCLUSION](#)

Erreur ! Signet non défini.

CHAPITRE II

MODELISATION ET COMMANDE DYNAMIQUE D'UN ROBOT MANIPULATEUR à 2DDL

[II.1 Introduction](#)

II.2 Modélisations géométriques

II.2.1 Description géométrique

II.2.2 Méthode de Denavit-Hartenberg

II.2.3 Les paramètres de Denavit-Hartenberg

II.3 Modèle géométrique directe (MGD)

II.3.1 Modèle géométrique inverse (MGI)

II.4 Calcul des modèles géométriques (direct et inverse)

II.4.1 Calcul du modèle géométrique direct

II.4.2 Calcul du modèle géométrique inverse

II. 5 Modèle cinématique

II.5.1 Modèle cinématique directe

II.5.2 Modèle cinématique inverse

II.5.3 Obtention du modèle cinématique du bras manipulateur de 2 DLL

II.5.4 Jacobienne de la force

II.6 Commande dynamique du manipulateur

II.6.1 Formalisme de Lagrange

II.6.2 Détermination de l'énergie cinétique E_c .

II.6.3 Détermination de l'énergie potentielle E_p .

II.6.4 Détermination de Lagrangien $L=E_c-E_p$.

II.6.5 Détermination du modèle dynamique du robot

II.7 CONCLUSION

CHAPITRE III

COMMANDE DYNAMIQUE DES ROBOTS MANIPULATEURS

III.1 Introduction

III.2 Commande des bras manipulateurs

III.3 Commande dans l'espace libre

- III.3.1 Commande par articulation
 - III.3.2 Commande jacobéenne
 - III.3.3 Commande par découplage non linéaire
 - III.3.4 Commande dans l'espace contraint
 - III.3.5 Commande fondée sur une fonction de Lyapunov
 - III.3.6 Commande passive
 - III.3.7 Commande adaptative
 - III.3.8 Commande prédictive
 - III.3.9 Commande robuste
 - III.3.10 Commande optimale
- III.4 Généralités sur la sélection de la loi de commande
- III.5 Commande de Slotine-Li
- III.6 Conclusion

CHAPITRE IV

SIMULATION

- IV.1 INTRODUCTION
- IV.2 LE ROBOT MANIPULATEUR
- IV.3 Commande du robot a base d'un PID
- IV.3 : commande du robot a base d'un Slotine-Li
- IV .4 Conclusion

BIBLIOGRAPHIE

Conclusion Générale
annexe

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LA ROBOTIQUE

I.1 Introduction

Avec l'évolution des technologies, les robots gagnent petit à petit des aptitudes à réaliser des gestes de plus en plus complexes. Ces développements conduisent à des machines hautement perfectionnées qui peuvent réaliser des tâches de plus en plus sophistiquées, mais trop souvent, la difficulté à maîtriser ces robots augmente avec la complexité du système.

Dans le présent chapitre nous commençons par quelques définitions de base et ensuite nous présentons les constituantes technologies d'un robot ainsi que la classification des robots et la présentation des différentes caractéristiques.

I.2 Définition de la robotique

La robotique peut être définie comme l'ensemble des techniques et études tendant à concevoir des systèmes mécaniques, informatiques ou mixtes, capables de se substituer à l'homme dans ses fonctions motrices, sensorielles et intellectuelles.

I.2.1 Définition du robot

Le Petit Larousse définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable.

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position reprogrammable, polyvalent à usages multiples, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches[14]

Et International Standard Organisation (ISO) définit un robot comme une machine formée par un mécanisme incluant plusieurs degrés de libertés, ayant souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet capable de tenir des outils, des pièces ou un dispositif d'inspection [1].

I.3 Les éléments constitutifs d'un robot

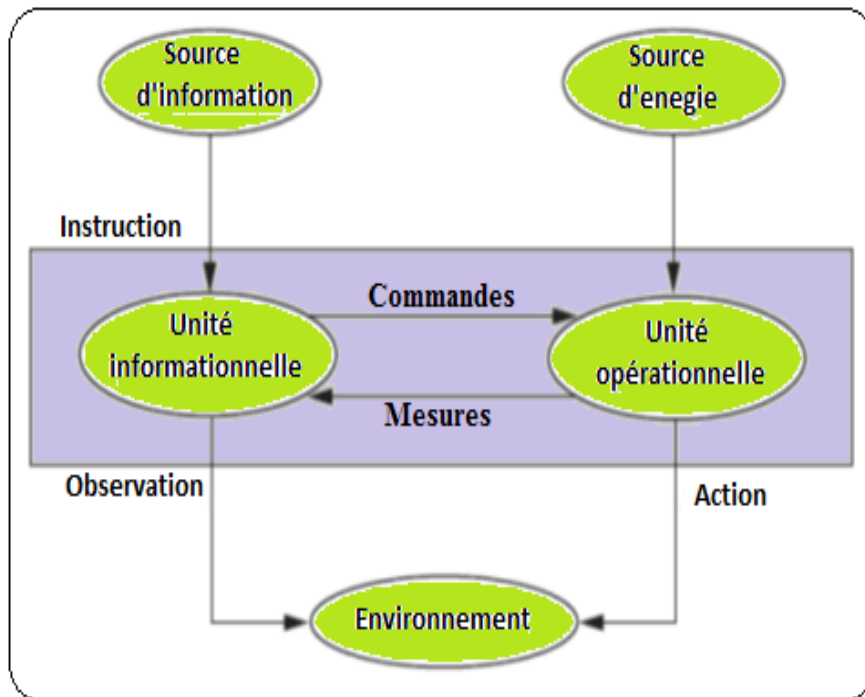


Figure I.1 : Structure fonctionnelle d'un robot.

I.3.1. Unité informationnelle

Reçoit les instructions décrivant la tâche à accomplir, les mesures relatives à l'état interne de la structure mécanique qui constitue le bras manipulateur et les observations concernant son environnement. Elle élabore en conséquence les commandes de ses différentes articulations en vue de l'exécution de ses tâches. Les systèmes actuels fonctionnent en interaction permanente selon le cycle information-décision-action [5].

I.3.2 Unité opérationnelle :

Exerce les actions commandées en empruntant la puissance nécessaire à la source d'énergie. Cette partie, qui constitue le robot physique, intègre la structure mécanique (segments, articulations, architecture,...), les modules d'énergie (amplificateurs, variateurs, servovalves...), les convertisseurs d'énergie (moteurs, vérins...), les chaînes cinématiques de transmission mécanique (réducteurs, vis à billes, courroies crantées ...), les capteurs de proprioceptifs placés sur chaque axe pour mesurer en permanence leur position et leur vitesse, et enfin l'effecteur, ou organe terminal, qui est en interaction avec l'environnement.[5]

I.3.3 La structure mécanique articulée :

Un robot manipulateur est constitué généralement par deux sous-ensembles distincts : un organe terminal qui est le dispositif destiné à manipuler des objets, et une structure mécanique articulée (SMA), constituée d'un ensemble de solides reliés entre eux, généralement les uns à la suite des autres où chaque solide est mobile par rapport au précédent. Cette mobilité s'exprime en termes de degrés de liberté (d.d.l) qui est par définition le nombre de mouvements indépendants possibles d'un solide par rapport au solide C1 qui lui est directement relié C2.

Une structure mécanique articulée peut être représentée par une architecture composée de plusieurs chaînes de corps rigides assemblés par des liaisons appelées articulations. Les chaînes peuvent être dites soit ouvertes ou en série dans les quelles tous les corps ont au plus deux liaisons, ou bien arborescentes où au moins l'un des corps a plus de deux liaisons. Les chaînes peuvent aussi être fermées dans lesquelles l'organe terminal est relié à la base du mécanisme par l'intermédiaire de plusieurs chaînes [2].

Il y'a : structure mécanique articulée à chaîne cinématique simple et fermée.

I.4 Architecture des robots**I.4.1 Vocabulaire****a) La base**

La base de manipulateur est fixée sur le lieu de travail. Ceci est le cas de la quasi-totalité des robots industriels.

b) Le porteur

Le porteur représente l'essentiel du système mécanique articulé, il a pour rôle d'amener l'organe terminal dans une situation donnée imposée par la tâche (la situation d'un corps peut être définie comme la position et l'orientation d'un repère attaché à ce corps par rapport à un repère de référence). Il est constitué de : segment, articulation, articulation rotoïde, et articulation prismatique.

c) L'actionneur

Pour être animé, la structure mécanique articulée comporte des moteurs le plus souvent associés à des transmissions (courroies crantées), l'ensemble constitue les actionneurs. Les actionneurs utilisent fréquemment des moteurs électriques à aimant permanent, à courant continu, à commande par l'induit. On trouve de plus en plus de moteurs à commutation électronique (sans balais), ou, pour de petits robots, des moteurs pas à pas.

Pour les robots devant manipuler de très lourdes charges (par exemple, une pelle mécanique), les actionneurs sont le plus souvent hydrauliques, agissant en translation (vérin hydraulique) ou en rotation (moteur hydraulique).

Les actionneurs pneumatiques sont d'un usage général pour les manipulateurs à cycles (robots tout ou rien). Un manipulateur à cycles est une structure mécanique articulée avec un nombre limité de degrés de liberté permettant une succession de mouvements contrôlés uniquement par des capteurs de fin de course réglables manuellement à la course désirée (asservissement en position difficile dû à la compressibilité de l'air [12]).

d) L'organe terminal

On regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, ...), ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, ...). En d'autres termes, il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être multifonctionnel, au sens où il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être monofonctionnel, mais interchangeable. Un robot, enfin, peut-être multi-bras, chacun des bras portant un organe terminal différent. On utilisera indifféremment le terme organe terminal, préhenseur, outil ou effecteur pour nommer le dispositif d'interaction fixé à l'extrémité mobile de la structure mécanique [12].

I.5 Types & classifications des robots**I.5.1. Par type****a) Les manipulateur**

Robots ancrés physiquement à leur place de travail et généralement mis en place pour réaliser une tâche précise ou répétitive (Figure I.2).

- Les trajectoires sont non quelconques dans l'espace.
- Les positions sont discrètes avec 2 ou 3 valeurs par axe.
- La commande est séquentielle.



Figure I.2 : Robot manipulateur.

b) Les télémanipulateurs**c) Les robots****d) Les robots manipulateurs industriels**

La robotique industrielle est officiellement définie par l'ISO comme un contrôle automatique, reprogrammable polyvalent, manipulateur programmable dans trois ou plusieurs axes.

Les applications typiques incluent des robots de soudage, de peinture et d'assemblage. La robotique industrielle inspecte les produits rapidement et précisément.



Figure I.3:Un robot industriel kawasaki FS603N,robot de soudage.

e) Les robots didactiques :

Qui sont des versions au format réduit des précédents robots. La technologie est différente, de même que les constructeurs. Ils ont un rôle de formation et d'enseignement, ils peuvent aussi être utilisés pour effectuer des tests de faisabilité d'un poste robotisé.

f) Les robots mobiles autonomes

Les possibilités sont plus vastes, du fait de leur mobilité. Notamment, ils peuvent être utilisés en zone dangereuse (nucléaire, incendie, sécurité civile, déminage), inaccessible (océanographie, spatial).

De tels robots font appel à des capteurs et à des logiciels sophistiqués. On peut distinguer deux types de locomotion : Les robots marcheurs qui imitent la démarche humaine, et les robots mobiles qui ressemblent plus à des véhicules (figure I.4).



Figure I.4 : Robot mobile

I.5.2. Par génération

A l'heure actuelle, on peut distinguer trois générations de robots :

a) Le robot passif

Il est capable d'exécuter une tâche qui peut être complexe, mais de manière répétitive, il ne doit pas y avoir de modifications intempestives de l'environnement. L'auto-adaptativité est très faible, de nombreux robots sont encore de cette génération.

b) Le robot actif

Il devient capable d'avoir une image de son environnement, et donc de choisir le bon comportement (sachant que les différentes configurations ont été prévues). Le robot peut se calibrer tout seul.

c) Le robot intelligent :

Le robot est capable d'établir des stratégies, ce qui fait appel à des capteurs sophistiqués, et souvent à l'intelligence artificielle.

I.6 CONCLUSION

La structure mécanique d'un robot manipulateur est composée de plusieurs corps connectés les uns aux autres par des liaisons appelées articulations, à un seul degré de liberté de translation ou de rotation, cette structure mécanique peut constituer une chaîne cinématique continue ouverte simple, une chaîne arborescente ou une chaîne complexe.

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot).

CHAPITRE II

MODELISATION ET COMMANDE DYNAMIQUE D'UN ROBOT MANIPULATEUR à 2DDL

II.1 Introduction

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que :

-les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot).

On distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement
- Les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement.
- Les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

On présente dans ce chapitre quelques méthodes permettant d'établir ces modèles. On se limitera au cas des robots à structure ouverte simple.

II.2 Modélisations géométriques

II.2.1 Description géométrique

La modélisation des robots de façon systématique et automatique exige une méthode adéquate pour la description de leur morphologie. Plusieurs méthodes et notations ont été proposées. La plus répandue est celle de Denavit-Hartenberg [8]. Dans les années 1950s, les messieurs Jacques Denavit et Richard Hartenberg ont eu l'excellente idée

de proposer une méthode simple et systématique pour placer des référentiels sur chaque lien d'un mécanisme sériel qui facilite énormément le calcul des matrices de transformation homogène [9].

II.2.2 Méthode de Denavit-Hartenberg

Une structure ouverte simple est composée de $n+1$ corps notés C_0, \dots, C_n et de n articulation. Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_n le corps qui porte l'organe terminal. L'articulation i connecte le corps C_i au corps C_{i+1} :

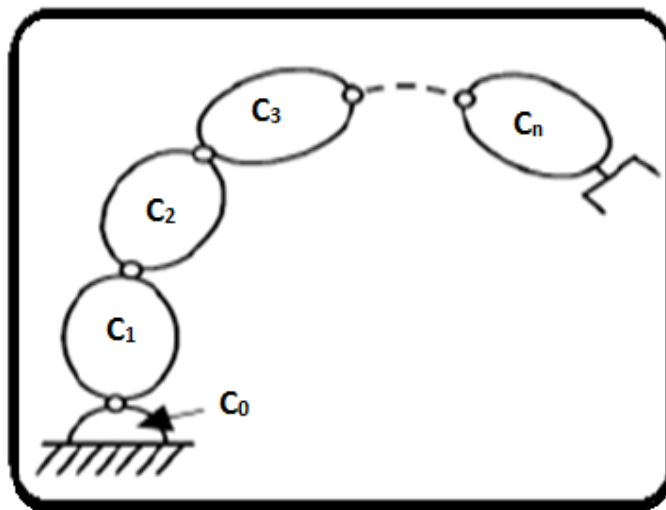


Figure II.1 : robot à structure ouvert simple

La méthode de description est fondée sur les règles et conventions suivantes :

- Les corps sont supposés parfaitement rigides. Ils sont connectés par des articulations considérées comme idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité), soit rotoïdes, soit prismatiques.
- Le repère F_i est lié au corps C_i
- L'axe Z_{i-1} est porté par l'axe de l'articulation i
- L'axe X_i est porté par la perpendiculaire commune aux axes Z_i et Z_{i+1} . Si les axes Z_i et Z_{i+1} sont parallèles ou colinéaires, le choix de X_i n'est pas unique : des considérations de symétrie ou de simplicité permettent alors un choix rationnel.

II.2.3 Les paramètres de Denavit-Hartenberg

Le passage du repère F_{i-1} au repère F_i s'exprime en fonction des quatre paramètres géométriques suivants (figure II.2) :

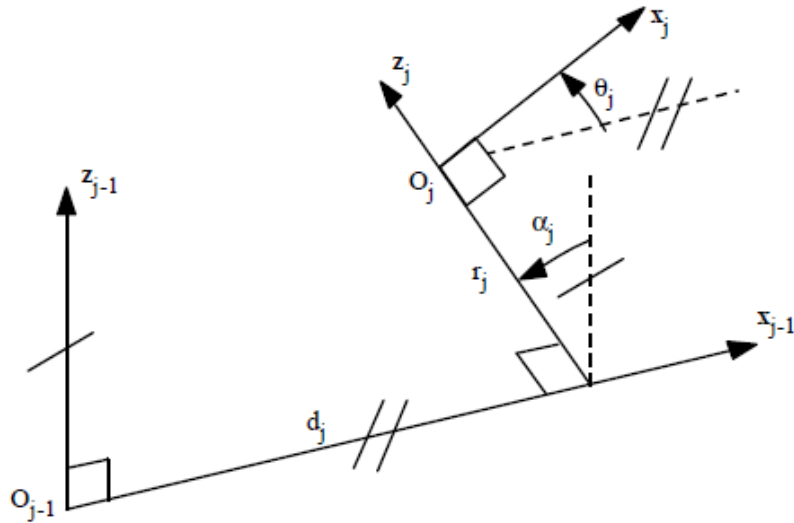


Figure II.2 : paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple

- ✚ a_i : l'angle entre les axes Z_{i-1} et Z_i correspondant à une rotation autour de X_i
- ✚ d_i : distance entre X_{i-1} et X_i le long de Z_i
- ✚ θ_i : angle entre les axes X_{i-1} et X_i correspondant à une rotation autour de Z_i
- ✚ a_i : distance entre Z_{i-1} et Z_i le long de X_i

La variable articulaire q_j associée à la $i^{\text{ème}}$ articulation est soit Θ_i , soit r_i , selon que cette articulation est de type rotoïde ou prismatique, ce qui se traduit par la relation [8] :

$$q_i = \sigma_i \Theta_i + \sigma_i r_i \tag{II-1}$$

Avec :

- $\sigma_i = 0$ si l'articulation j est rotoïde.
- $\sigma_i = 1$ si l'articulation j est prismatique.
- $\sigma_i = 1 - \sigma_i$

La matrice de transformation définissant le repère F_i dans le repère F_{i-1} est donnée par (figure II.2) :

$$T_i^{i-1} = \text{Rot}(z, \Theta_i) \text{Trans}(0,0, d_i) \text{Rot}(x, a_i) \text{Trans}(a_i, 0, 0) \tag{II.2}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{II.3}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & \alpha_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i C \theta_i & \sin \theta_i S \alpha_i & \alpha_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{II.3}$$

II.3 Modèle géométrique directe (MGD)

❖ **Définition**

Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles du robot, en fonction de ses coordonnées articulaires. Dans le cas d'une chaîne ouverte simple, il peut être représenté par la matrice de transformation T_n^0 [18] :

$$T_n^0 = T_1^0(q_1) T_2^1(q_2) \dots T_n^{n-1}(q_n) \tag{II.4}$$

Le modèle géométrique direct du robot peut aussi être représenté par la relation :

$$X = F(q) \tag{II.5}$$

q : étant le vecteur des variables articulaires tel que:

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \tag{II.6}$$

Les coordonnées opérationnelles sont définies par :

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \tag{II.7}$$

❖ **Calcul du MGD**

Pour calculer le MGD, on suppose que les segments du robot sont parfaitement rigides et les articulations mécaniquement parfaites, il existe plusieurs méthodes pour déterminer le MGD, la plus répandue est celle de Denavit-Hartenberg. Mais cette méthode, développée pour des structures ouvertes simples, présente des ambiguïtés lorsqu'elle est appliquée sur des robots ayant des structures fermées ou arborescentes, il existe aussi la notation de Khalil et Kleinfinger qui permet la description homogène, et avec un nombre minimum de paramètres, des architectures ouvertes simple et complexe [18].

II.3.1 Modèle géométrique inverse (MGI)

On a vu que le modèle géométrique direct d'un robot permettait de calculer les coordonnées opérationnelles donnant la situation de l'organe terminal en fonction des coordonnées articulaires. Le problème inverse consiste à calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal. Lorsqu'elle existe, la forme

explicite qui donne toutes les solutions possibles (il y a rarement unicité de solution) constitue ce que l'on appelle le modèle géométrique inverse. On peut distinguer trois méthodes de calcul du MGI [18] :

-La méthode de Paul qui traite séparément chaque cas particulier et convient pour la plupart des robots industriels.

-La méthode de Pieper qui permet de résoudre le problème pour les robots à six degrés de liberté possédant trois articulations rotoïdes d'axes concourants ou trois articulations prismatiques.

-La méthode générale de Raghavan et Roth [15] donnant la solution générale des robots à six articulations à partir d'un polynôme de degré au plus égal à 16.

Lorsqu'il n'est pas possible de trouver une forme explicite du modèle géométrique inverse, on peut calculer une solution particulière par des procédures numériques, Whitney, Ournier, Featherstone, Wolovich, Goldenberg, Sciavicco. On ne présente dans ce paragraphe que la méthode de Paul [13].

Dans le calcul du MGI, trois cas se présentent :

- A) ($n < 6$) absence d'une solution lorsque la situation désirée est en dehors de la zone accessible du robot. Celle-ci est limitée par le nombre de degrés de liberté, les débattements articulaires et la dimension des segments.
- B) ($n > 6$) infinité de solution lorsque : le robot est redondant vis-à-vis de la tâche, le robot se trouve dans certaines configurations singulières.
- C) ($n = 6$) solutions en nombre fini, exprimées par un ensemble de vecteurs $[q^1, \dots, q^n]$. On dit qu'un robot manipulateur est résoluble lorsqu'il est possible de calculer toutes les configurations permettant d'atteindre une situation donnée.

II.4 Calcul des modèles géométriques (direct et inverse)

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés au développement ultérieur du modèle géométrique cinématiques et dynamique du robot.

Nous avons considéré d'abord un robot manipulateur à 2ddl, donné par la figure (III.3) dont le mouvement des articulations est rotoïde, nous avons $q_i = \theta_i$.

l_i : Longueur du segment i .

l_{ci} : Longueur du centre de gravité du segment i .

θ_i : La position angulaire de l'articulation i .

Φ : $\theta_1 + \theta_2$.

II.4.1 Calcul du modèle géométrique direct

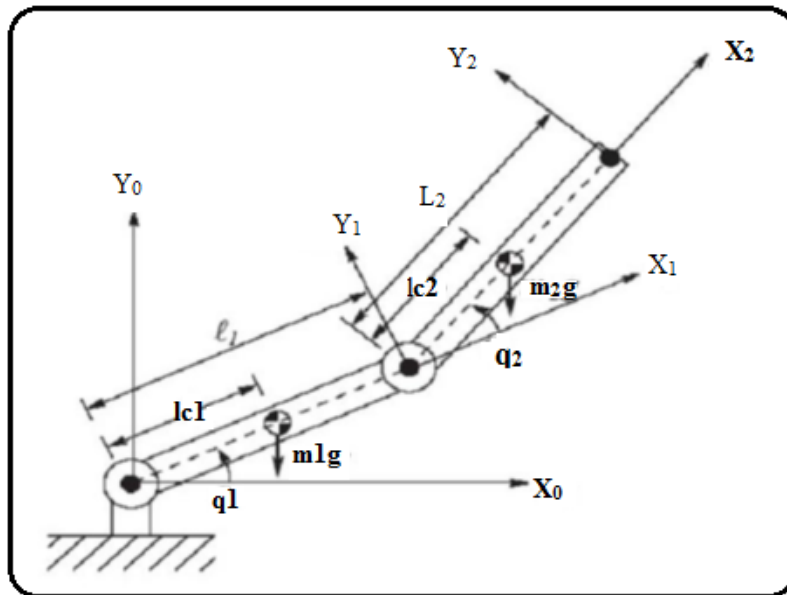


Figure II.3 : Les paramètres géométriques d'un bras à deux degrés de liberté (2ddl)

Le modèle géométrique direct qui d'écrit le bras manipulateur est :

$$\begin{cases} X=l_1 \cos(\theta_1) +l_2 \cos (\phi) \\ Y=l_1 \sin(\theta_1)+l_2 \sin(\phi) \end{cases} \quad (II.8)$$

La relation exprime le modèle géométrique direct.

A partir de la convention de Denavit-Hartenberg on obtient le tableau suivant :

Articulation	Paramètre d'articulation				
	\bar{O}_i	l_i	a_i	Θ_i	d_i
1	0	l_1	0	Θ_1	0
2	0	l_2	0	Θ_2	0

Tableau II.1 : Configuration de Denavit-Hartenberg du robot à 2ddl.

Les matrices de transformation homogène des deux segments sont données par :

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

En multipliant les deux matrices on trouve la matrice finale qui sert à déterminer le modèle géométrique suivants :

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_2 C_2 + l_1 C_1 \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_2 S_2 + l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

II.4.2 Calcul du modèle géométrique inverse

Pour le manipulateur sériel plan à 2ddl représenté à la figure (3.1) le MGD de réalise facilement avec la convention de Denavit-Hartenberg et le MGI analytiquement avec les équations suivantes :

$$A = \frac{\sqrt{-l_1^4 - l_2^4 + 2l_1^2 l_2^2 - (x^2 + y^2)(2l_1^2 + 2l_2^2) - (x^2 + y^2)^2}}{l_1 l_2} \quad (\text{II.12})$$

$$B = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{l_1 l_2} \quad (\text{II.13})$$

$$\Theta_2 = \arctan2(\pm A, B) \quad (\text{II.14})$$

$$\Theta_1 = \arctan2\left(\frac{l_1 y - l_2(x \sin \theta_2 + y \cos \theta_2)}{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2}, \frac{l_1 x + l_2(x \sin \theta_2 + y \cos \theta_2)}{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2}\right) \quad (\text{II.15})$$

Où

l_1, l_2 sont respectivement les longueurs des membrures 1 et 2; x, y les coordonnées cartésiennes à l'effecteur et Θ_1, Θ_2 les angles articulaires. Pour l'angle Θ_2 , le signe \pm au premier argument de la fonction « arctan2 » indique les deux solutions possibles pour cet angle

Pour la résolution numérique, elle est toujours basée sur la matrice Jacobienne J qui fait lien entre les vitesses articulaires et cartésiennes :

$$\dot{\vec{p}} = J\dot{\vec{\theta}} \tag{II.16}$$

L'équation [3] est le résultat d'une suite itérative provenant d'un algorithme convergeant vers une solution. Un algorithme souvent utilisé est celui de Newton- Gauss [5], car il assure une convergence quadratique au voisinage de la solution.

II. 5 Modèle cinématique

La cinématique du manipulateur étudie les mouvements des corps sans s'intéresser aux forces, elle va permettre d'obtenir les équations qui font le lien entre les coordonnées cartésiennes de l'effecteur et les coordonnées articulaires, ainsi que les équations de vitesse de celui-ci qui servira ultimement à obtenir l'équation de l'énergie cinétique du manipulateur nécessaire au développement des équations de la dynamique selon la méthode de Lagrange.

Tout d'abord, nous devons passer du domaine articulaire au domaine cartésien en utilisant la convention D&H il faut d'abord définir les paramètres qui vont décrire de façon unique son architecture. Ces paramètres vont ensuite donner une suite de vecteurs \vec{a}_i . Qui feront le lien entre l'origine du repère de la base avec celui de l'effecteur et des matrices de rotation Q_i qui vont permettront de ramener les vecteurs obtenus dans le même repère pour en faire l'addition. Alors d'après la figure i.4, on obtient le tableau suivant des paramètre D&H du manipulateur sériel.

I	1	2
a_i	l_1	l_2
b_i	0	0
θ_i	θ_1	θ_2
α_i	0	0

Tableau II.2: paramètre Denavit-Hartenbarg

L'équation $\sum_{i=1}^n [\vec{a}_i]_1 = \vec{p}$ est donnée par :

$$a_i = Q_1 a_2 + Q_1 Q_2 a_3 + \dots + Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} a_n = p. \tag{II.17}$$

Où :

$$[a_i] = \begin{bmatrix} a \cos \theta \\ a \sin \theta \\ b \end{bmatrix} \tag{II.18}$$

L'équation (II.17) ont exprimera par la matrice suivant :

$$Q_i = Q_{z,\theta} Q_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (II.19)$$

Il en résulte l'équation du M.G.D qui donne les coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées articulaires Θ_1 et Θ_2 :

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cdot \cos \theta_1 \\ l_1 \cdot \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_2 \cdot \cos \theta_1 \\ l_2 \cdot \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (II.20)$$

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot (\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2) \\ l_1 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot (\sin \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \cdot \sin \theta_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (II.21)$$

Nous remarquons que la valeur de Z est reste la même, puisque le manipulateur sériel est à deux degrés de liberté sur le plan XY, ce qui diminue le nombre d'équations à résoudre lors du M.G.I.

II.5.1 Modèle cinématique directe

Le modèle cinématique directe du robot décrit les variations élémentaires des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaire.

Il est noté :

$$dX = J(q) dq = \begin{pmatrix} \dot{p} \\ W \end{pmatrix} dq \quad (II.22)$$

$J(q)$: désigne la matrice jacobéenne de dimensions (m x n) du mécanisme, elle est en fonction de la configuration articulaire q ,

\dot{p} : Représentant la vitesse linière absolue de l'outil terminal par rapport à R_0 ,

W : Représentant le vecteur de rotation absolue de l'outil terminal par rapport à R_0 ,

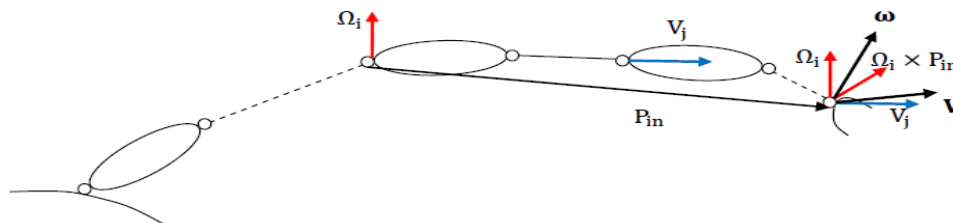


Figure II. Représentation des vitesses au point terminal du robot

Articulation	Prismatique	rotoïde
Vitesse linéaire	V_j	$\Omega_i \times Pin$
Vitesse angulaire	neant	Ω_i

Tableau.II.3. Représente les articulations avec leur contribution au point terminal du robot

X :produit scalaire

La vitesse linéaire de l'outil terminal :

$$V = \sum_{i=1}^n [\sigma_i z_i + \bar{\sigma}_i (z_i \times P_{in})] \dot{q}_i \quad (II.23)$$

La vitesse angulaire de l'outil terminal :

$$W = \sum_{i=1}^n (\bar{\sigma}_i z_i) \dot{q}_i \quad (II.24)$$

Avec : $q_i = \bar{\sigma}_i \theta_i + \sigma_i d_i$, , $\sigma_i \begin{cases} \neq 0 & \text{rotoïde} \\ 1 & \text{Prismatique} \end{cases}$

Et :
$$V_i = Z_i \dot{q}_i \quad (II.25)$$

$$\Omega_i = Z_i \dot{q}_i$$

Donc la forme générale de la matrice Jacobéenne exprimée par rapport le repère de la base est donnée par :

$${}^0J(q) = \begin{pmatrix} J_v \\ J_w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^0(P)}{\partial q_1} & \frac{\partial^0(P)}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial^0(P)}{\partial q_n} \\ \bar{\sigma}_1 ({}^0R_1 Z) & \bar{\sigma}_2 ({}^0R_2 Z) & \dots & \bar{\sigma}_n ({}^0R_n Z) \end{bmatrix} \quad (II.26)$$

0R_i : C'est une matrice de rotation exprime le repère R_i dans la base R_0 .

$Z_i = (0,0,1)$: Vecteur unitaire porté par l'axe Z_i de l'articulation q_i .

II.5.2 Modèle cinématique inverse :

L'objectif du modèle cinématique inverse est de trouver les vitesses \dot{q} des articulations pour satisfaire une vitesse des coordonnées opérationnelles X imposée

$$\dot{q} = J^{-1}(q) X \quad (II.27)$$

Pour obtenir le modèle cinématique inverse, on inverse le modèle cinématique direct en résolvant un système d'équations linéaires dont la solution est donnée par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} = J^{-1}(q) \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \omega \end{pmatrix} \quad (II.28)$$

II.5.3 Obtention du modèle cinématique du bras manipulateur de 2 DLL :

A partir de l'équation (II.26) :

$${}^0J = \begin{bmatrix} z_0 \times (O_2 - O_0) & z_1 \times (O_2 - O_1) \\ z_0 & z_1 \end{bmatrix} \quad (II.29)$$

$$O_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad O_1 = \begin{bmatrix} L_1 c_1 \\ L_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad O_2 = \begin{bmatrix} L_1 c_1 + L_2 c_{12} \\ L_1 s_1 + L_2 s_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (II.30)$$

$$z_0 = z_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (II.31)$$

Donc :

$${}^0J = \begin{bmatrix} -L_1 s_1 - L_2 s_{12} & -L_2 s_{12} \\ L_1 c_1 + L_2 c_{12} & L_2 c_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.32)$$

Les deux premières lignes de J indiquent la vitesse linéaire de l'origine O_2 par rapport à la base. La troisième ligne c'est la vitesse linéaire liée à la direction de z_0 , dans ce cas cette vitesse est nulle. Les dernières lignes représentent la vitesse angulaire du dernier repère (l'outil terminal) qui est simplement la rotation par rapport à l'axe verticale avec une vitesse $\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2$.

II.5.4 Jacobienne de la force :

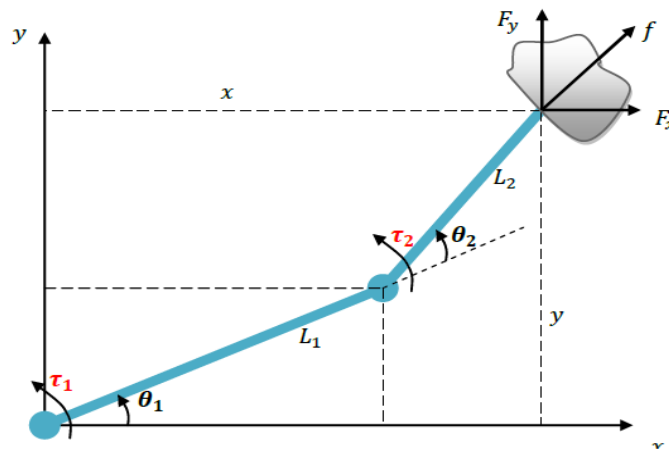


Figure II. Manipulateur en interaction avec l'environnement

Les torques produits par le contact sont :

$$\tau_1 = -F_x y + F_y x \quad (\text{II.33})$$

Les coordonnées de x et y sont donnée par l'équation (II.8), insérées dans l'équation (II.33) donnent:

$$\tau_1 = -F_x (L_1 s_1 + L_2 s_{12}) + F_y (L_1 c_1 + L_2 c_{12}) \quad (\text{II.34})$$

Le torque dans la deuxième articulation est calculé de même façon :

$$\tau_2 = -F_x L_2 s_{12} + F_y L_2 c_{12} \quad (\text{II.35})$$

A partir de l'équation (II.34) et (II.35) on peut écrire la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 s_1 - L_2 s_{12} & L_1 c_1 + L_2 c_{12} \\ -L_2 s_{12} & L_2 c_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Cette dernière c'est la matrice jacobéenne transposée, donc on peut écrire :

$$\tau = J^T(q) f \quad (\text{II.37})$$

Avec :

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

Cette formule est très utile pour la modélisation des forces d'interaction du robot avec l'environnement.

II.6 Commande dynamique du manipulateur

Le modèle dynamique est la relation entre les couples et/ou forces applique aux actionnaires et les positions, vitesses et articulations. On représenter le modèle dynamique par une relation de la forme :

$$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, q, f_e) \quad (\text{II.38})$$

Avec :

Γ : Vecteurs des couples/forces des actionnaires, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique. (Dans la suite en écrira tout simplement couple).

q : Vecteur des positions articulaires.

\dot{q} : Vecteur des vitesses articulaires.

\ddot{q} : Vecteur des accélérations articulaires.

f_e : Vecteur représentant les efforts extérieurs (forces et moment) qu'exerce le manipulateur sur l'environnement.

Commande dynamique inverse (CDI)

Le modèle dynamique inverse exprime les couples exercés par les actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations des articulations. Le modèle dynamique inverse est représenté par une relation de la forme :

$$\Gamma = f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$$

Avec :

Γ : Vecteur des couple/forces des actionneurs, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique.

θ : Vecteur des positions articulaires.

$\dot{\theta}$: Vecteur des vitesses articulaires.

$\ddot{\theta}$: Vecteur des accélérations articulaire.

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique des robots. Les formalismes les plus souvent utilisés sont :

*Le formalisme de Lagrange-Euler : cette méthode est mieux adaptée pour le calcul du modèle dynamique que l'on utilise en simulation.

*Le formalisme de Newton-Euler : cette méthode est mieux adaptée pour le calcul du modèle dynamique que l'on utilise en commande.

Nous allons voir dans ce qui suit la modélisation d'un bras manipulateur dynamique rigide à chaîne ouverte simple à deux degrés de liberté et en tenant compte des effets de la vitesse, on va utiliser le formalisme de Lagrange pour déterminer les équations du mouvement pour un bras manipulateur à deux degrés de liberté à chaîne ouverte simple.

II.6.1 Formalisme de Lagrange

Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie du robot. La forme générale représentant le mouvement d'un robot manipulateur constitué de n degrés de liberté et de n articulations, s'écrit suivant Lagrange :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial l}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial l}{\partial \theta_i} \quad (\text{II.38})$$

Avec $i= 1,2,\dots,n$.

L : Fonction lagrangienne de robot égale à : $L=E_c-E_p$.

E_c : Energie cinétique totale du robot manipulateur.

E_p : Energie potentielle totale du robot manipulateur.

$q \in \mathbb{R}^n$: Vecteur des positions articulaires.

$\dot{q} \in \mathbb{R}^n$: Vecteur des vitesses articulaires.

Les forces généralisées produites par cette méthode ne représentent pas nécessairement des forces physiques réelles qui peuvent être identifiées et ne sont pas constituées de forces contraintes qui n'effectuent aucun travail, car ces forces sont éliminées. L'équation pour les forces généralisées s'écrit :

$$\Gamma_{qi} = \sum \bar{F} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{q}} = \sum \left[F_x \cdot \frac{\partial x}{\partial q_i} + F_y \cdot \frac{\partial y}{\partial q_i} + F_z \cdot \frac{\partial z}{\partial q_i} \right] \quad (\text{II.39})$$

Où :

F_x, F_y, F_z , sont les composantes des forces et x, y, z sont les coordonnées des points d'application de ces forces définies en fonction des coordonnées généralisées pour permettre leurs dérivées.

Dans le cas d'une articulation rotoïde $q_i \equiv \theta_i$, tandis que pour une articulation prismatique $q_i \equiv d_i$.

Dans notre travail, nous avons considéré d'abord un robot manipulateur à 2ddl, donné par la figure (II.3), dont le mouvement des articulations est rotoïde, nous avons donc $q_i \equiv \theta_i$.

Tel que :

$$q = [\theta_1 \theta_2]^T$$

$$q = [\tau_1 \tau_2]^T$$

A partir de la figure (II.3), nous déterminons les coordonnées du bras manipulateur par rapport au repère x, y , ce qui donne :

DYNAMIQUE D'UN ROBOT MANIPULATEUR à 2DDL

$$\begin{cases} x_1 = l_{c1} \cos \theta_1 \\ y_1 = l_{c1} \sin \theta_1 \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

$$\begin{cases} x_2 = l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos \varnothing \\ y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \sin \varnothing \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ \dot{y}_1 = l_{c1} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \dot{x}_1^2 = l_{c1}^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 \\ \dot{y}_1^2 = l_{c1}^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -(l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \dot{\varnothing} \sin \varnothing \\ \dot{y}_2 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \dot{\varnothing} \cos \varnothing \end{cases}$$

Et

$$\begin{cases} \dot{x}_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 + l_{c2}^2 \dot{\varnothing}^2 \sin^2 \varnothing + 2l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\varnothing} \sin \varnothing \sin \theta_1 \\ \dot{y}_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + l_{c2}^2 \dot{\varnothing}^2 \cos^2 \varnothing + 2l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\varnothing} \cos \varnothing \cos \theta_1 \end{cases}$$

II.6.2 Détermination de l'énergie cinétique E_c

$$E_c = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varnothing}^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (\text{II.41})$$

Ce qui donne :

$$E_c = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + I_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (\text{II.42})$$

Avec :

$$\begin{cases} v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = l_{c1}^2 \dot{\theta}_1^2 \\ v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_1^2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_{c2}^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 + 2l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{cases}$$

L'équation (II.42) devient :

$$E_c = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + I_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_2^2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_1^2 + 2l_{c2}^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 + 2l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2) \quad (\text{II.43})$$

II.6.3 Détermination de l'énergie potentielle E_p

$$E_p = m_1 g h_2 \quad (\text{II.44})$$

Avec :

$$\begin{cases} h_1 = y_1 = l_{c1} \sin \theta_1 \\ h_2 = y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

L'équation (II.44) devient :

$$E_p = m_1 g l_{c1} \sin \theta_1 + m_2 g (l_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)) \quad (\text{II.45})$$

II.6.4 Détermination de Lagrangien $L=E_c-E_p$

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + I_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{\theta}_1^2 - m_1 g l_{c1} \sin \theta_1 \\ & - m_2 g (l_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)) \\ & + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_2^2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_1^2 + 2 l_{c2}^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2 l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 + 2 l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2) \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

II.6.5 Détermination du modèle dynamique du robot

Nous appliquons maintenant l'équation d'Euler-Lagrange donnée par équation (II.39) pour déterminer le modèle dynamique correspondant au robot manipulateur à 2ddl, soit :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \Gamma_i, i = 1, 2 \quad (\text{II.47})$$

Nous avons :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -m_1 g (l_{c1} \cos \theta_1) - m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)) \quad (\text{II.48})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = & I_1 \dot{\theta}_1 + I_2 \dot{\theta}_1 + I_2 \dot{\theta}_2 + m_1 l_{c1}^2 \dot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_1 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_2 \\ & + 2 l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 + l_1 l_{c2} \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right] = & I_1 \ddot{\theta}_2 + I_2 \ddot{\theta}_1 + I_2 \ddot{\theta}_2 + m_1 l_{c1}^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_{c2}^2 \ddot{\theta}_1 + l_{c2}^2 \ddot{\theta}_2 + 2 l_1 l_{c2} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 \\ & - 2 l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + l_1 l_{c2} \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - l_1 l_{c2} \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

Ce qui donne :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = (I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2}) \quad (\text{II.51})$$

$$+ (I_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c1} \cos \theta_2)) \ddot{\theta}_2 + (-m_2 l_1 l_{c1} \sin \theta_2) \dot{\theta}_2^2$$

$$+ 2(-m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_1 g l_{c1} \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

Nous avons aussi :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -m_2 (l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 + l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) - m_2 g l_c \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (\text{II.52})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = I_2 \dot{\theta}_2 + I_2 \dot{\theta}_1 + m_2 (l_{c2}^2 \dot{\theta}_2 + l_{c2}^2 \dot{\theta}_1 + l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \cos \theta_2) \quad (\text{II.53})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = I_2 \ddot{\theta}_2 + I_2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_{c2}^2 \ddot{\theta}_2 + l_{c2}^2 \ddot{\theta}_1 + l_1 l_{c2} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \quad (\text{II.54})$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} &= (I_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2)) \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2 l_{c2}^2) \ddot{\theta}_2 + (m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ &+ m_2 g l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (\text{II.55})$$

A partir de l'équation (II.39) :

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \\ \tau_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \end{cases} \quad (\text{II.56})$$

En robotique, si le mouvement des articulations constituant le robot manipulateur est rotoïde, l'expression du couple peut être s'exprimer sous la forme matricielle suivante, ce qui correspondant au modèle dynamique du robot.

$$\Gamma_1 = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta + \dot{\theta}) \dot{\theta} + G(\theta), \quad (i = 1,2) \quad (\text{II.57})$$

Avec :

Γ : Vecteur des couples ou des forces généralisés.

θ : Vecteur des variables articulaires du bras manipulateur.

$\dot{\theta}$: Vecteur des vitesses articulaires.

$\ddot{\theta}$: Vecteur des accélérations articulaires.

$M(\theta)$: Matrice d'inertie de dimension $(n \times n)$.

$C(\theta, \dot{\theta})\ddot{\theta}$: Vecteur des forces centrifuges et de Coriolis.

$G(\theta)$: Vecteur de force de gravité de la charge.

Soit $\Gamma_i = [\tau \ \tau]^T$ Le développement de l'équation (II.56).

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2h_{122}\dot{\theta}_2 & h_{211}\dot{\theta}_2 \\ h_{211}\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.58})$$

$$\text{Ce qui donne : } \begin{cases} \tau_1 = M_{11}\ddot{\theta}_1 + M_{12}\ddot{\theta}_2 + h_{122}\dot{\theta}_2^2 + 2h_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + g_1 \\ \tau_2 = M_{21}\ddot{\theta}_1 + M_{22}\ddot{\theta}_2 + h_{211}\dot{\theta}_1^2 + g_2 \end{cases} \quad (\text{II.59})$$

L'identification entre équation (II.59) et équation (II.56) permet de définir les éléments suivants :

$$M_{11} = I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2)$$

$$M_{12} = M_{21} = I_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2)$$

$$M_{22} = I_2 + m_2 l_{c2}^2$$

$$h_{122} = h_{112} = -h_{211} = m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2$$

$$g_1 = m_1 g (l_{c1} \cos \theta_1) + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_{c1} \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

$$g_2 = m_2 g l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

La matrice d'inertie M est égale à :

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) & I_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) \\ l_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) & I_2 + m_2 l_{c2}^2 \end{bmatrix}$$

(II.60)

Le vecteur de termes Coriolis et centrifuge est donnée par :

$$c(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} -2m_2l_1l_{c1} \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - m_2l_1l_{c2} \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 \\ m_2l_1l_{c1} \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.61})$$

Le vecteur des termes de forces de gravité G est donné par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} m_1gl_{c1} \cos \theta_1 + m_2gl_1 \cos \theta_1 + m_2gl_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ m_2gl_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.62})$$

II.7 CONCLUSION

Pour modélisé un robot sériel à n articulations, il faut représenter le comportement du ce robot sous la forme d'un modèle, une telle démarche s'appelle la modélisation.

On recherche toujours le modèle le plus simple qui permet d'expliquer ; les modèles de transformation entre l'espace opérationnelle et l'espace articulaire.

Les modèles géométriques qui expriment la situation de l'organe terminale en fonction de la configuration du mécanisme.

Les modèles cinématiques permettent de contrôler la vitesse de déplacement du robot.

Le calcul du modèle dynamique peut être effectué soit par la méthode de Newton-Euler ou par celle de Lagrange. La première nécessite moins de calcul, elle est destinée pour des applications en temps réel. Tandis que la deuxième s'avère intéressante pour la simulation.

CHAPITRE III

COMMANDE DYNAMIQUE DES ROBOTS

MANIPULATEURS

III.1 Introduction

La plupart des tâches demandées à un manipulateur impliquent un contact avec l'environnement. Ceci implique de réguler en position d'un robot. Les commandes en position constituent donc l'essentiel des publications relatives à la commande des manipulateurs ; Ceci est à prendre spécifiquement en compte lors du choix de la structure de commande pour piloter le manipulateur.

III.2 Commande des bras manipulateurs

Le problème de la commande d'un robot manipulateur peut être formulé comme la détermination de l'évolution des forces généralisées (forces ou couples) que les actionneurs doivent exercer pour garantir l'exécution de la tâche tout en satisfaisant certains critères de performance [16] [11].

Différentes techniques sont utilisées pour la commande des bras manipulateurs. La conception mécanique du bras manipulateur a une influence sur le choix du schéma de commande. Un robot manipulateur est une structure mécanique complexe dont les inerties par rapport aux axes des articulations varient non seulement en fonction de la charge mais aussi en fonction de la configuration, des vitesses et des accélérations [13].

En robotique lorsque l'articulation est rigide, les blessures qu'un robot peut produire sont fonction de l'inertie du mouvement. Pour réduire les dommages produits par une collision, il est recommandé d'utiliser des robots ayant « une élasticité », on parle alors de robots avec des articulations flexibles. On peut considérer aussi des actionneurs élastiques, ou une action parallèle distribué.

Deux types de mouvements apparaissent quand on parle de commande du bras manipulateur. Un premier type considère que les mouvements nécessaires pour la réalisation de la tâche sont exécutés dans l'espace libre. Le deuxième type considère des mouvements spécifiques avec des forces de contact pour l'organe terminal qui se déplace dans un espace contraint. Toute tâche de robotique est réalisée par une combinaison de ces deux types de

mouvement. Pour simplifier la commande, les deux types de mouvement sont abordés séparément.

III.3 Commande dans l'espace libre

Nous ne pouvons pas dans le cadre de ce mémoire traiter en détail l'ensemble des techniques de commande des bras manipulateurs. Pour une étude plus détaillée, le lecteur pourra se référer à [3] [7]. Nous présentons juste une vue générale de différentes techniques rapportées dans la littérature.

III.3.1 Commande par articulation

Cette technique est utilisée par des robots manipulateurs qui utilisent des servomoteurs avec de forts rapports de réduction. Lorsque le système présente un comportement linéaire, l'asservissement du mouvement peut être réalisé par des techniques classiques de commande. Nous parlons alors d'une commande décentralisée de type PID. Le schéma classique est amélioré avec des signaux d'anticipation pour corriger les effets de la force de gravité et de couplage [7] [3].

III.3.2 Commande jacobéenne

Cette technique est utilisée depuis les travaux de Whitney et elle est appelée de cette façon lorsqu'elle utilise la matrice jacobéenne inverse du bras manipulateur pour calculer les vitesses de consigne aux articulations. Elle est aussi connue sous le nom de commande à mouvement résolu [21].

La technique de mouvement résolu commande la position de l'organe terminal du manipulateur dans l'espace cartésien, par combinaison des mouvements de plusieurs articulations.

Ce type de schémas peut se présenter sous la forme d'un schéma cinématique quand les vitesses calculées aux articulations sont utilisées directement comme des consignes pour les boucles de commande de chaque articulation, ou sous la forme d'un schéma dynamique quand le schéma utilise le modèle dynamique pour découpler les articulations [22].

III.3.3 Commande par découplage non linéaire

Cette technique est aussi connue sous les noms de commande dynamique ou commande par couple calculé. Lorsque l'application exige des évolutions rapides avec des

contraintes dynamiques, la commande doit prendre en compte les forces d'interaction. Ce type de technique considère l'ensemble des articulations et, pour les découpler, utilise la théorie du découplage non linéaire. Cette théorie utilise le modèle dynamique du robot pour le calcul de la loi de commande, ce qui conduit à des lois de commande centralisées non linéaires. Des signaux d'anticipation peuvent être utilisés pour minimiser des effets non linéaires [6].

Ce type de technique permet la commande dans l'espace des articulations ou dans l'espace cartésien, avec l'avantage que les articulations sont découplées et peuvent évoluer à grandes vitesses avec de fortes inerties. Cette méthode dépend fortement du modèle du système, elle est très sensible aux imprécisions du modèle qui entraînent un découplage imparfait [6].

III.3.4 Commande dans l'espace contraint

Lorsque l'organe terminal entre en contact avec une surface, la chaîne cinématique du robot est fermée sur l'environnement, et du fait de la raideur de l'ensemble, de faibles variations de position du point de contact peuvent induire des efforts importants. Lorsque le robot est contraint par l'environnement suivant toutes les directions, aucun déplacement de l'organe terminal n'est possible et il ne peut qu'exercer des efforts sur l'environnement ; en revanche, lorsque le robot est dans l'espace libre, l'absence de tout contact empêche la génération d'efforts. Ainsi, les notions de commande en position et de commande en effort s'excluent mutuellement : on ne peut contrôler simultanément une force et un déplacement suivant une même direction [19].

III.3.5 Commande fondée sur une fonction de Lyapunov

Des méthodes basées sur une fonction de Lyapunov ont été utilisées pour la commande des bras manipulateurs de façon satisfaisante pour des tâches de suivi. Particulièrement lorsqu'on cherche à garantir la convergence asymptotique et non à linéariser le système ou à obtenir le découplage [3].

III.3.6 Commande passive

Cette technique considère le robot comme un système passif, c'est à dire un système qui dissipe de l'énergie. De telles lois de commande permettent de modifier l'énergie naturelle du robot pour qu'il réalise la tâche. En utilisant le formalisme de Hamilton, la commande

cherche à minimiser l'énergie du système en utilisant un bloc non linéaire passif dans la boucle de retour. La commande passive tend à être plus robuste que le découplage non linéaire, lorsque la technique ne recherche pas à annuler les non linéarités.

III.3.7 Commande adaptative

Ce type de techniques vise à corriger les déficiences de la commande par découplage non linéaire.

Comme la connaissance approximative des paramètres du modèle du robot ou pour s'adapter aux différentes conditions opératoires. Ce type de schémas cherche à estimer ou ajuster en-ligne les valeurs des paramètres utilisées dans le calcul de la loi de commande. Un des travaux les plus intéressants sur ce sujet est la commande proposé par Slotine et al appelée commande de Slotine-Li ou commande adaptative passive. Plusieurs travaux sur la commande adaptative sont présentés dans [17]

Les avantages de ce type de techniques sont évidents, malheureusement la puissance de calcul demandée au système constitue un inconvénient important.

III.3.8 Commande prédictive

Ce type de schémas, en utilisant le modèle du système et les consignes, est capable de prédire son évolution, de telle manière qu'il est capable d'agir en fonction de l'erreur de prédiction. Trois schémas différents sont proposés : point final fixe, horizon fini et une combinaison des deux précédents. Un grand avantage de ce type d'approche est lié au fait que l'erreur de prédiction n'est pas contaminé par les bruits de mesure mais la dépendance au modèle reste forte.

III.3.9 Commande robuste

Dans le cas de paramètres fixes, il est connu que la technique de découplage non linéaire peut devenir instable en présence d'incertitudes. Si les paramètres du modèle ne sont pas connus de façon précise et si l'incertitude sur les paramètres admet des bornes connus, alors les techniques de commande robuste peuvent être utilisées. Par exemple, les travaux de Slotine [16], considèrent la technique de modes glissants appelés aussi commande de structure variable. Cette technique utilise une surface de glissement où la stabilité du système est garantie.

III.3.10 Commande optimale

Pour réaliser une tâche, il peut exister un grand nombre de solutions. Dans ce cas, il peut être souhaitable de choisir une solution qui satisfasse un certain critère.

La littérature présente différents types de critères pour la commande optimale : la commande en temps minimal, du domaine des neurosciences la minimisation du jerk pour maximiser la souplesse du mouvement, entre autres.

III.4 Généralités sur la sélection de la loi de commande

Tout d'abord, un robot manipulateur est une machine constituée par

- Une structure mécanique de support.
- Des actionneurs.
- Des capteurs.
- Un système de commande.

Donc, nous pouvons définir un robot manipulateur comme une structure mécanique complexe dont les caractéristiques dynamiques varient non seulement en fonction de la charge mais aussi en fonction de la configuration, des vitesses et des accélérations.

La plupart des robots utilisent des servomoteurs électriques comme actionneurs. Les caractéristiques des servomoteurs ont un rôle important pour la sélection du système de commande. Dans le cas où le robot utilise des servomoteurs avec de faibles rapports de réduction, les boucles de commande doivent compenser les effets des variations des forces d'inertie et de gravité. Les lois de commande basées sur les modèles dynamiques des robots donnent de très bons résultats dans ce cas. Ils permettent de maintenir la réponse dynamique du système dans certains critères de performance. En utilisant ce type de techniques les robots peuvent évoluer à grandes vitesses. L'inconvénient est lié à la forte dépendance au modèle dynamique. En opposition, quand les articulations sont actionnées par l'intermédiaire de réducteurs à forts rapports de réduction, l'inertie vue par les moteurs varie peu. Dans ce cas, les asservissements peuvent être assurés axe par axe par des boucles de commande classiques [20].

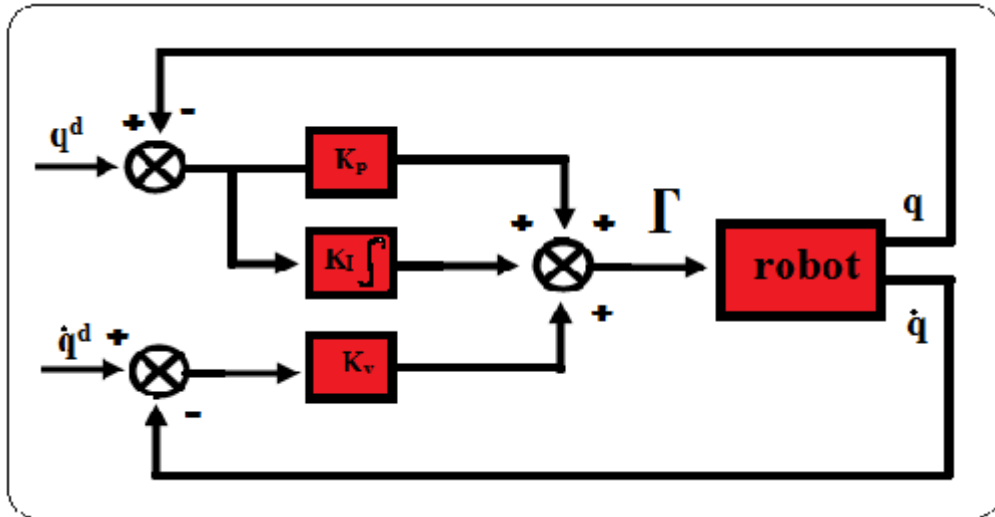


Figure III.1 :Commande PID d’une articulation

$$\Gamma = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Avec : $e = q_d - q$

III.5 Commande de Slotine-Li

C'est une technique très populaire dans le milieu scientifique depuis 1987, portant le nom de ses créateurs. Dans sa version adaptative, le contrôleur de Slotine et Li peut s'exprimer au moyen de la **loi de commande** suivante :

$$\tau = M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) - k_d s$$

$$\tau = M(q, \hat{p}).u + V_m(q, w, \hat{p}).v + G(q, \hat{p}) + K_v.\dot{\tilde{q}} + k_p.\tilde{q}$$

$$=W(q,u,v,w).\hat{p} + M_0(q).u + Vm_0(q,w).v + G_0(q) + K_v.e$$

Avec :

$$s = \dot{\tilde{q}} + \lambda\tilde{q}$$

$$\dot{\tilde{q}} = \dot{q}_d - \dot{q}.$$

$$\tilde{q} = q_d - q.$$

$$\Lambda = K_v^{-1}.K_p.$$

$$u = \ddot{q}_d + \Lambda.\dot{\tilde{q}}.$$

$$v = \dot{q}_d + \Lambda.\tilde{q}.$$

$$w = \dot{q}.$$

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = \Gamma \cdot W^T \cdot e.$$

Où $K_v, K_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices symétriques définies positives, q révèle l'erreur de position.

La figure présente le diagramme de blocs correspondant à la commande adaptative de Slotine-Li :

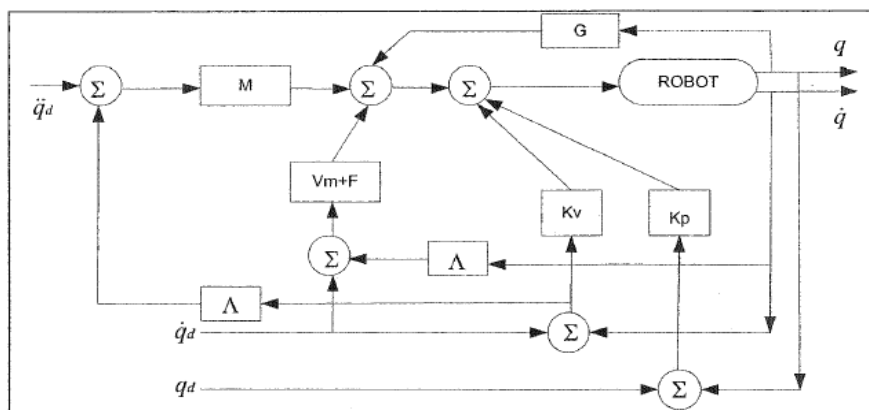


Figure III.2: Commande adaptative direct

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donnée quelques définitions des commandes dynamiques des robots manipulateurs et quelque méthode du calcul ces commandes.

CHAPITRE IV

SIMULATION

IV.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous allons illustré des résultats de simulation sous le langage **MATLAB/ SIMULINK**, d'un robot manipulateur rigide à 2DDL, avec la commande **PID** et la commande de **Slotine-Li**.

IV.2 LE ROBOT MANIPULATEUR :

Equations générales du robot :

Le modèle dynamique d'un tel mécanisme est habituellement d'écrit par l'équation matricielle suivante :

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$$

Nous noterons :

Vecteur de l'erreur de position $\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\theta}d(t) - \boldsymbol{\theta}(t)$.

Vecteur de l'erreur de vitesse $\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\theta}d(t) - \boldsymbol{\theta}(t)$.

Vecteur de l'erreur d'accélération $\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\theta}d(t) - \boldsymbol{\theta}(t)$.

Paramètre du robot :

Le tableau suivant donne les différents paramètres de masse indisponible et de longueur :

Paramètres	Valeurs numériques
m1 [kg]	15
m2 [kg]	8
l ₁ [m]	4
l ₂ [m]	1.5
G [N/kg]	9.81

Le modèle dynamique d'un robot est donnée par l'équation matricelle suivant :

$$f_i = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) \quad (i=1,2)$$

Avec :

$$[i = [\tau_1 \quad \tau_2]^T \quad \theta = [\theta_1 \quad \theta_2]^T$$

Les matrices M et N sont données comme suit :

$$M(\theta) = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 \cos \theta_2 & a_3 + \frac{a_2}{2} \cos \theta_2 \\ a_3 + \frac{a_2}{2} \cos \theta_2 & a_3 \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$N(\theta, \dot{\theta}) = C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{pmatrix} -(a_2 \sin \theta_2) \left(\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{\dot{\theta}_2^2}{2} \right) \\ (a_2 \sin \theta_2) \frac{\dot{\theta}_1}{2} \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$G(\theta) = \begin{pmatrix} a_4 \cos \theta_1 + a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$H(\dot{\theta}) = \begin{pmatrix} V_1 \dot{\theta}_1 + V_2 \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ V_3 \dot{\theta}_2 + V_4 \text{sgn}(\dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$J(\theta) = \begin{pmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$

IV.3 Commande du robot a base d'un PID :

La figure (IV.1) illustre la modélisation sous MATLAB de la commande PID d'un robot et le robot manipulateur a 2ddl.

$$\Gamma = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Avec : $e = qd - q$

$K_{p1}=1000; K_{v1}=20; K_{p2}=1000; K_{v2}=20$

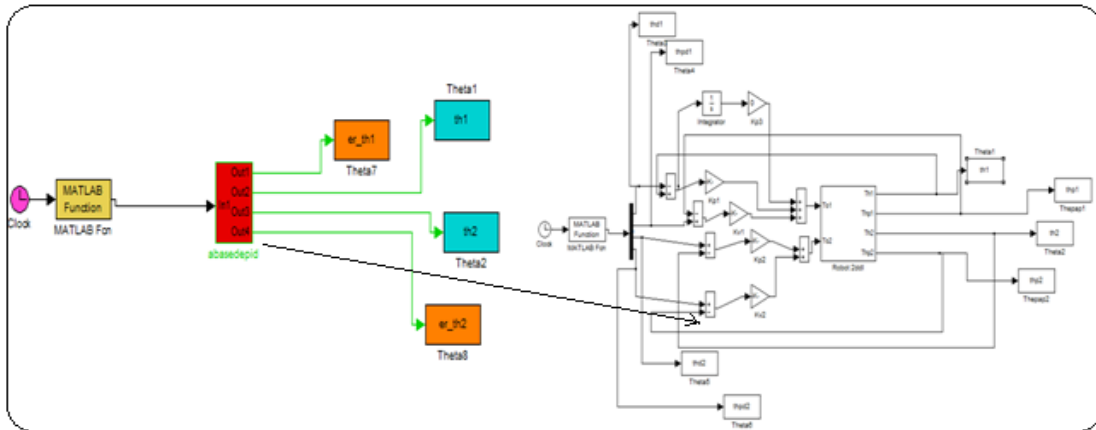


Figure IV.1 : commande PID d'un robot

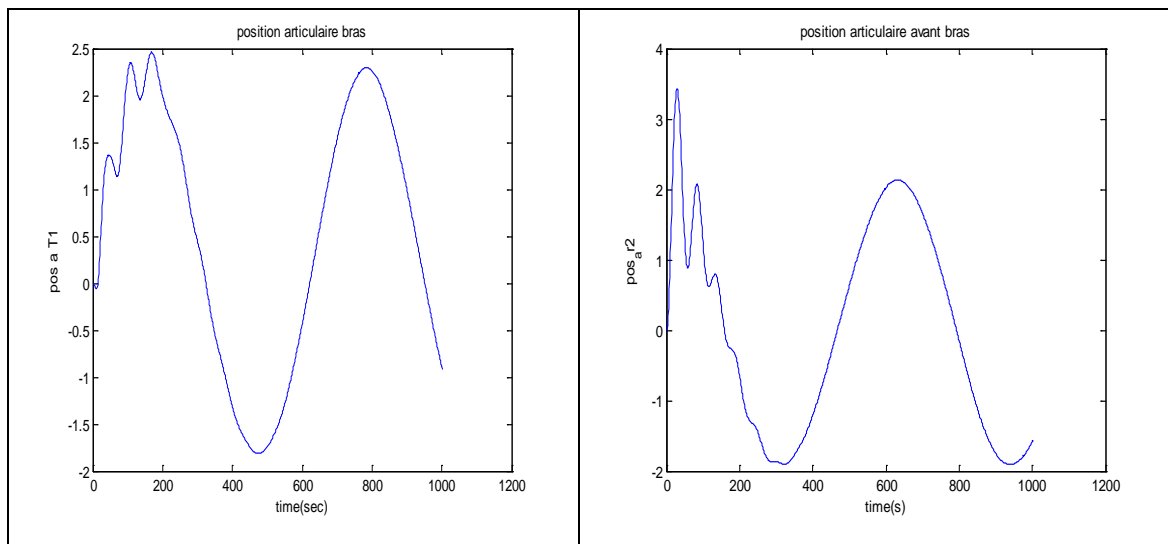


Figure IV. 2 : position articulaire bras et avant bras

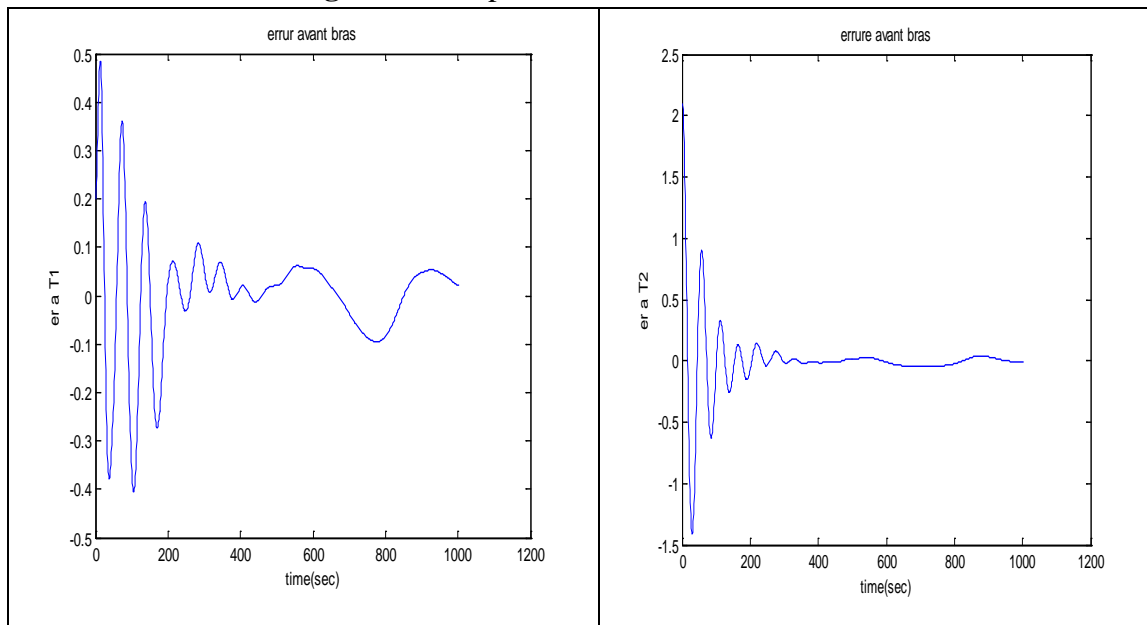


Figure IV.3 : les erreurs de positions articulaires

Interprétation du résultat de la figure (IV.2) et (IV.3) en remarquant que la position obtenue ressemble à celle désirer. De même on a obtenu l'erreur presque négligeable néanmoins avec le PID en constate retard ou un écart au dynamique.

IV.3 : commande du robot a base d'un Slotine-Li

La figure (IV.4) illustre la modélisation sous MATLAB de la commande Slotine-Li d'un robot et le robot manipulateur a 2ddl.

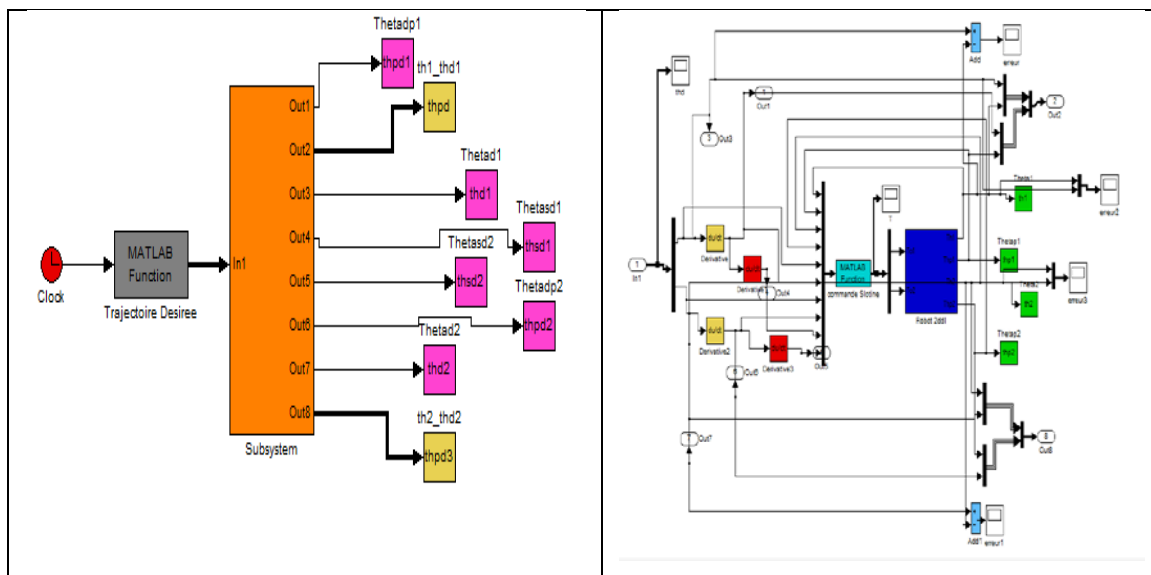
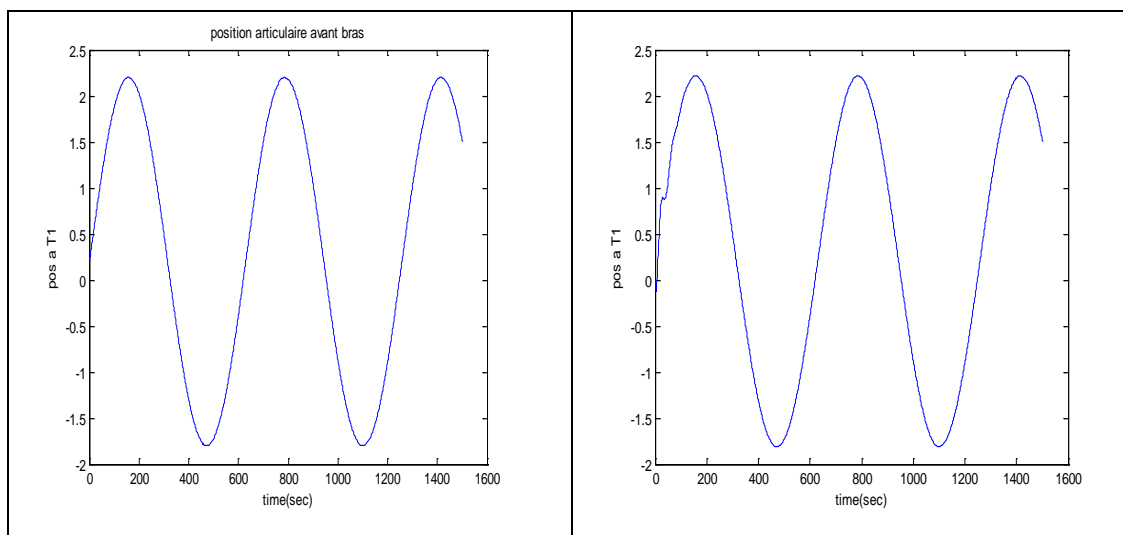


Figure (IV.4) : commande Slotine-Li d'un robot



Figure(IV. 5) : positions articulaires bras et avant bras

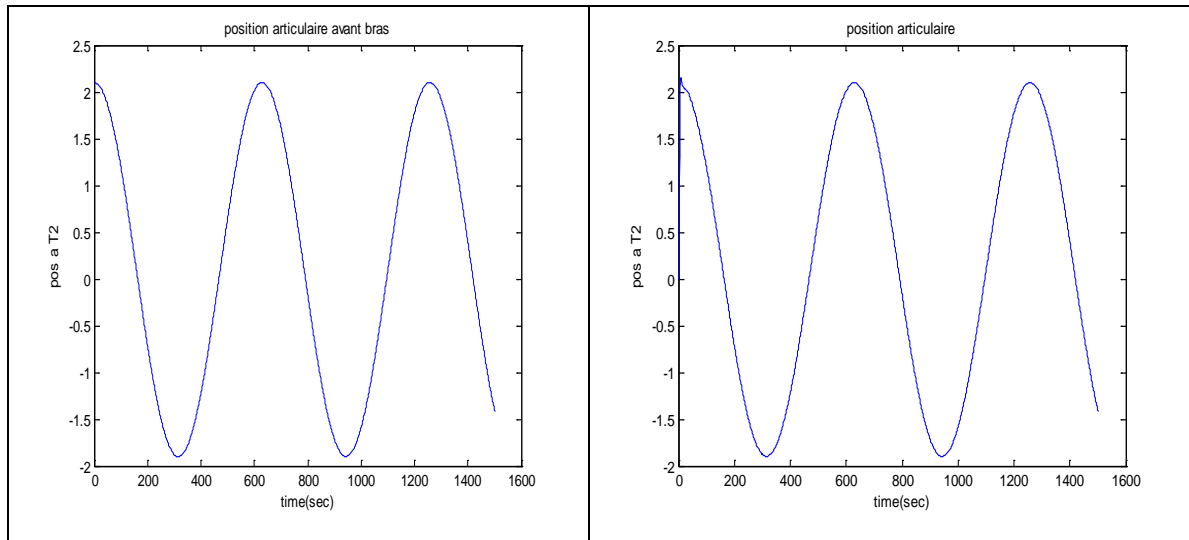


Figure (IV.6) : position articulaire désirer

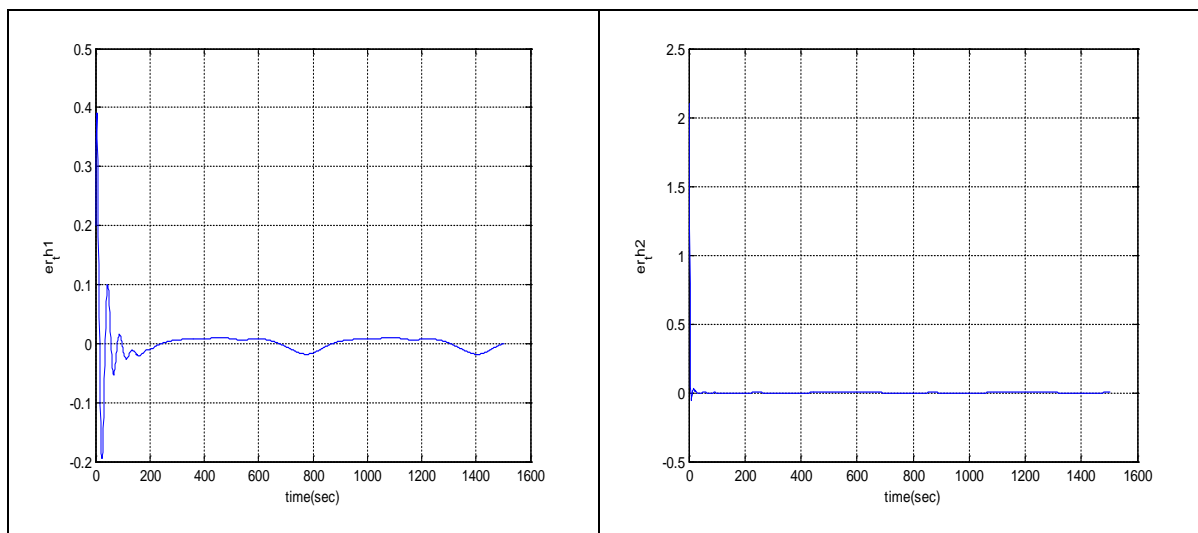


Figure (IV.7) : les erreurs de positions articulaires

Interprétation du résultat de les figures (IV.5) (IV.6) et (IV.7) en remarquant que la position obtenue ressemble à celle désiré. De même on a obtenue l’erreur presque négligeable néanmoins avec Slotine-Li en constate retard ou un écart au dynamique.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présentée une structure de commande dynamique d’un robot manipulateur de 2DDL. Cette structure de commande est appliquée sur commande PID et Slotine-Li, Un bon résultat donnée avec la commande Slotine-Li

Commande d'un PID

```
Kp1=1000;
Kv1=20;

Kp2=1000;
Kv2=20;
%Simulation du robot deux degres de libertes
th1=entree(1);
thp1=entree(2);
tol=entree(3);
to2=entree(4);
th2=entree(5);
thp2=entree(6);

% initialisation des termes dynamiques
l1=.4; % longueur bras 1
l2=.4; % bras 2

l12=l1*l2;
l11=l1*l1;
l113=l11/3;
l22=l2*l2;
l223=l22/3;

m1=15.91; % masse bras 1
m2=11.36; % 2nd bras
j1=7; %inertie
j2=7;
f1=1; %coef frottement
f2=1;
m=2; % masse transportee
g =9.81;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c1=cos(th1);
c12=cos(th1+th2);
s2=sin(th2);
c2=cos(th2);
s1=sin(th1);
s12=sin(th1+th2);

%calcul de la jacobienne et sa derivee et son inverse
thp12=thp1+thp2;
jp11=-l1*c1*thp1-l2*c12*thp12;
jp12=-l2*c12*thp12;
jp21=-l1*s1*thp1-l2*s12*thp12;
jp22=-l2*s12*thp12;

j11=-l1*s1-l2*s12;
j12=-l2*s12;
j21=l1*c1+l2*c12;
j22=l2*c12;
det j=j11*j22-j12*j21;
```

```
idetj=1/detj;
```

```
%Matrice d'inertie
```

```
m11=m1*l113+m2*(l11+l223+l12*c2)+j1+m*(j11*j11+j21*j21);
```

```
m12=m2*(l223+l12*c2/2)+m*(j11*j12+j21*j22);
```

```
m22=m2*l223+j2+m*(j12*j12+j22*j22);
```

```
%Matrice coriolis et centrifuge et frottement C(q,qp)*qp + F*qp
```

```
% m est la masse transportee
```

```
tc1=thp1*m*(j11*jp11+j21*jp21)+thp2*m*(j11*jp12+j21*jp22);
```

```
tc2=thp1*m*(j12*jp11+j22*jp21)+thp2*m*(j12*jp12+j22*jp22);
```

```
cq1=(f1-m2*l12*s2*thp2)*thp1-(m2*l12*.5*s2*thp2)*thp2+tc1;
```

```
cq2=(m2*l12*.5*s2*thp1)*thp1+f2*thp2+tc2;
```

```
%Matrice de gravitation
```

```
g1=m1*l1*.5*c1+m2*g*(l1*c1+l2*.5*c12)+m*j21*g;
```

```
g2=m2*g*l2*.5*c12+m*j22*g;
```

```
detm=m11*m22-m12*m12;
```

```
h1=cq1+g1;
```

```
h2=cq2+g2;
```

```
% calcul des accelerations angulaires
```

```
ths1 = (m22/detm)*(to1-h1)-(m12/detm)*(to2-h2);
```

```
ths2 = -(m12/detm)*(to1-h1)+(m11/detm)*(to2-h2);
```

```
ths=[ths1 ths2];
```

```
function [trjd]=traj(temps)
```

```
t=temps;
```

```
a1=0.2; % trajectoire desiree
```

```
b1=2;
```

```
a2=0.1;
```

```
b2=2;
```

```
ff1=1;
```

```
ff2=1;
```

```
thd1=a1+b1*sin(ff1*t);
```

```
thpd1=ff1*b1*cos(ff1*t);
```

```
thsd1=-ff1*ff1*b1*sin(ff1*t);
```

```
thd2=a2+b2*cos(ff2*t);
```

```
thpd2=-ff2*b2*sin(ff2*t);
```

```
thsd2=-ff2*ff2*b2*cos(ff2*t);
```

commande d'un Slotine-Li

```
function [ths]=robotc(entree)

%%%%Simulation du robot deux degres de libertes %%%%%%%%%%

th1=entree(1);
thp1=entree(2);
tol=entree(3);
to2=entree(4);
th2=entree(5);
thp2=entree(6);

% initialisation des termes dynamiques

l1=4;          %%%% longueur bras 1
l2=1.5;       %%%% bras 2

l12=l1*l2;
l11=l1*l1;
l113=l11/3;
l22=l2*l2;
l223=l22/3;

m1=15;        %%%% masse bras 1
m2=8;        %%%% 2nd bras
m3=6;
j1=7;        %%%% inertie
j2=7;
f1=1;        %%%% coef frottement
f2=1;
m=2;         %%%% masse transportee
g =9.81;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

c1=cos(th1);
c12=cos(th1+th2);
s2=sin(th2);
c2=cos(th2);
s1=sin(th1);
s12=sin(th1+th2);

%%%%%%%%%%%%calcul de la jacobienne et sa derivee et son inverse%%%%%%%%%%%%

thp12=thp1+thp2;
jp11=-l1*c1*thp1-l2*c12*thp12;
jp12=-l2*c12*thp12;
jp21=-l1*s1*thp1-l2*s12*thp12;
jp22=-l2*s12*thp12;

j11=-l1*s1-l2*s12;
j12=-l2*s12;
j21=l1*c1+l2*c12;
j22=l2*c12;
```

```
detj=j11*j22-j12*j21;
idetj=1/detj;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice d'inertie%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
m11=m1*l113+m2*(l11+l223+l12*c2)+j1+m*(j11*j11+j21*j21);
m12=m2*(l223+l12*c2/2)+m*(j11*j12+j21*j22);
m22=m2*l223+j2+m*(j12*j12+j22*j22);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice coriolis et centrifuge et frottement C(q,qp)*qp + F*qp
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% m est la masse transportee
```

```
tc1=thp1*m*(j11*jp11+j21*jp21)+thp2*m*(j11*jp12+j21*jp22);
tc2=thp1*m*(j12*jp11+j22*jp21)+thp2*m*(j12*jp12+j22*jp22);
cq1=(f1-m2*l12*s2*thp2)*thp1-(m2*l12*.5*s2*thp2)*thp2+tc1;
cq2=(m2*l12*.5*s2*thp1)*thp1+f2*thp2+tc2;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice de gravitation%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
g1=m1*l1*.5*c1+m2*g*(l1*c1+l2*.5*c12)+m*j21*g;
g2=m2*g*l2*.5*c12+m*j22*g;
```

```
detm=m11*m22-m12*m12;
```

```
h1=cq1+g1;
h2=cq2+g2;
```

```
% %%%%%%%%%calcul des accelerations angulaires%%%%%%%%%
```

```
ths1 = (m22/detm)*(to1-h1)-(m12/detm)*(to2-h2);
ths2 = -(m12/detm)*(to1-h1)+(m11/detm)*(to2-h2);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% la sortie %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
ths=[ths1 ths2];
```

```
function [ths]=robotc(entree)
```

```
%%%%%%%%Simulation du robot deux degres de libertes %%%%%%%%%
```

```
th1=entree(1);
thp1=entree(2);
to1=entree(3);
to2=entree(4);
th2=entree(5);
thp2=entree(6);
th3=entree(7);
thp3=entree(8);
% initialisation des termes dynamiques
```



```

tc1=thp1*m*(j11*jp11+j21*jp21)+thp2*m*(j11*jp12+j21*jp22);
tc2=thp1*m*(j12*jp11+j22*jp21)+thp2*m*(j12*jp12+j22*jp22);
cq1=(f1-m2*112*s2*thp2)*thp1-(m2*112*.5*s2*thp2)*thp2+tc1;
cq2=(m2*112*.5*s2*thp1)*thp1+f2*thp2+tc2;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice de gravitation%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

g1=m1*11*.5*c1+m2*g*(11*c1+l2*.5*c12)+m*j21*g;
g2=m2*g*12*.5*c12+m*j22*g;

```

```

detm=m11*m22-m12*m12;

```

```

h1=cq1+g1;
h2=cq2+g2;

```

```

% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%calcul des accelerations angulaires%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

ths1 = (m22/detm)*(to1-h1)-(m12/detm)*(to2-h2);
ths2 = -(m12/detm)*(to1-h1)+(m11/detm)*(to2-h2);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% la sortie %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

ths=[ths1 ths2];

```

```

function [To]=sloti(entree)

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%les entreés du modèle %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

th1=entree(1);
thp1=entree(2);
th2=entree(3);
thp2=entree(4);
thd1=entree(5);
thdp1=entree(6);
thd2=entree(7);
thdp2=entree(8);
thdsp1=entree(9);
thdsp2=entree(10);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% les coefficients lamda %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

lamd1=60;
lamd2=60;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% matrice du gain %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

Kd=[900 0;0 900];

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% la comparaison %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

tht1=th1-thd1;
thtp1=thp1-thdp1;

```



```
tht2=th2-thd2;
thtp2=thp2-thdp2;
```

```
thrp1=thdp1-lamd1*tht1;
thrp2=thdp2-lamd2*tht2;
thrp=[ thrp1;thrp2];
```

```
thrsp1=thdsp1-lamd1*thtp1;
thrsp2=thdsp2-lamd2*thtp2;
thrsp=[ thrsp1;thrsp2];
```

```
S1=thtp1+lamd1*tht1;
S2=thtp2+lamd2*tht2;
S=[S1;S2];
```

```
%%%%%%%%%%les parametres du
robots%%%%%%%%%
```

```
l1=.4;          %%%%% longueur bras 1
l2=.4;          %%%%% bras 2
```

```
l12=l1*l2;
l11=l1*l1;
l113=l11/3;
l22=l2*l2;
l223=l22/3;
```

```
m1=15.91;      %%%%% masse bras 1
m2=11.36;      %%%%% 2nd bras
j1=7;          %%%%% inertie
j2=7;
f1=1;          %%%%% coef frottement
f2=1;
m=2;           %%%%% masse transportee
g =9.81;
```

```
%%%%%%%%%% les cos et sinus directoire
%%%%%%%%%
```

```
c1=cos(th1);
c12=cos(th1+th2);
s2=sin(th2);
c2=cos(th2);
s1=sin(th1);
s12=sin(th1+th2);
```

```
%%%%%%%%%%calcul de la jacobienne et sa derivee et son inverse
%%%%%%%%%
```

```
thp12=thp1+thp2;
jp11=-l1*c1*thp1-l2*c12*thp12;
jp12=-l2*c12*thp12;
jp21=-l1*s1*thp1-l2*s12*thp12;
jp22=-l2*s12*thp12;
```

```

j11=-l1*s1-l2*s12;
j12=-l2*s12;
j21=l1*c1+l2*c12;
j22=l2*c12;
detj=j11*j22-j12*j21;
idetj=1/detj;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice d'inertie%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

m11=m1*l113+m2*(l11+l223+l12*c2)+j1+m*(j11*j11+j21*j21);
m12=m2*(l223+l12*c2/2)+m*(j11*j12+j21*j22);
m22=m2*l223+j2+m*(j12*j12+j22*j22);
M=[m11 m12;m12 m22];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice coriolis et centrifuge et frottement C(q,qp)*qp + F*qp%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% m est la masse
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% transportee%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

c11=m*(j11*jp11+j21*jp21);
c12=m*(j11*jp12+j21*jp22);
c21=m*(j12*jp11+j22*jp21);
c22=m*(j12*jp12+j22*jp22);
C=[c11 c12;c21 c22];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Matrice de gravitation%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

g1=m1*l1*.5*c1+m2*g*(l1*c1+l2*.5*c12)+m*j21*g;
g2=m2*g*l2*.5*c12+m*j22*g;
G=[g1;g2];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%sortie du modèle%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
To=M*thrsp+C*thrp+G-Kd;

function qt=traj(t)
qlin=pi/6;
qlfin=pi/2;
q2in=pi/4;
q2fin=pi/2;
%q3in=pi/3;
%q3fin=pi/2;
r=sin(2*t);
%r=10*t.^3/30.^3-15*t.^4/30.^4+6*t.^5/30.^5;
q1d=r*(qlfin-qlin);
q2d=r*(q2fin-q2in);
%q3d=r*(q3fin-q3in);
qt=[q1d;q2d];

```

Figures	Pages
Figure I.1 : Structure fonctionnelle d'un robot.	2
Figure I.2 : Robot manipulateur.	5
Figure I.3 : Un robot industriel kawasaki FS603N, robot de soudage.	5
Figure I.4 : Robot mobile	6
FIGURE II.1 : Commande PID d'une articulation	12
Figure II.2 : Commande adaptative direct	13
Figure III.1 : robot à structure ouvert simple	16
Figure III.2 : paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple	17
Figure III.3 : Les paramètres géométriques d'un bras à deux degrés de liberté (2ddl)	20